使用荷重下における鉄筋コンクリート床スラブの 長期曲げ問題に対する解析法に関する研究

(第一報 ひび割れを生じた一方向スラブの瞬時曲げ問題に対する解析法)

STUDIES ON A METHOD OF ANALYSIS FOR LONG-TERM BENDINGS IN REINFORCED CONCRETE SLABS UNDER SERVICE LOADS

(Part 1 The method of analysis for instantaneous bendings on one way
slabs after being cracked)

岩 原 昭 次*

Teruji IWAHARA

The method of analysis for long-term bendings have not been fully established in reinforced slabs under service loads. Even on instantaneous bendings, several problems for analysis on it have been remained unsolved partly though some methods for analysis which have effective work within relatively small deflection, several millimeters, have been proposed. The first reason of such a situation is that analytic treatments for slippage of tension steel at slab's edges is uncertain.

The final purpose of this studies is to establish a method of analysis on long-term bendings in reinforced concrete slabs, and as a part of studies and the first part, analytic treatments for slippage of tension steel is proposed, and an analytic method for instantaneous bendings considered slippage in one way slabs is shown.

The validity for this analytic method is investigated with previously published test data. Furthermore, by utilized those analysed results, several examinations are carried out.

The followed results is obtained.

- ① τ - s relation of bi-linear type proposed in this paper can be applied satisfactorily for the calculation of slippage of tension steel.
- ② The analytic method in consideration of slippage of tension steel in this pater suitably estimates instantaneous deflections and re-arrangement of stresses after being cracked.
- ③ At least, the creation for allowable unit stress of tension steel for service loads has no effect for control of deflections or cracks on instantanous bendings of reinforced concrete slabs.

Keywords : reinforced concrete, one way slab, service load, instantaneous bendings, slippage of tension steel, analysis

§1. はじめに

1-1: 研究目的

構造部材の長期曲げ問題に対する研究法の考え方として二つをあげることができる。一つは載荷直後（いわゆる瞬時）から終局時に至る曲げ性状の経時履歴を追跡する方法であり、もう一つは主として経時的に終局時の曲げ性状にのみ着目する方法である。この二つの方法のうち、前者の観点に立つと、鉄筋コンクリート（以下 RC と略）床スラブの長期曲げ問題に対する解析法は、瞬時

曲げも含めて、まだ確立されているとはいえない。

すなわち、解析的に、次の3項目をどのように定式的に盛り込むか等、いくつかの小課題が未解決のままとなっている：①ひび割れ発生後における、梁定着部（スタブ）からのスラブ端部引張鉄筋の経時的な抜出しの評価、②経時的なひび割れ発生の有り・無しの評価、③自重、積載荷重および施工荷重の経時的な荷重履歴の解析への組入れ方法。

この中で、特に、第1の理由として上記の①、すなわ

本論文は文献(23)で報告したものを加筆、補足してまとめたものである。

* 熊本工業大学 助教授・工博

Asso. prof. Department of Architecture, The Kumamoto Institute of Technology, Dr. Eng.

ち、ひび割れ発生後における、スラブ端部引張鉄筋のスタブからの拔出しに対する解析的扱いが不明確であることを挙げることができる。このため、瞬時曲げ問題、例えば、瞬時たわみ等を取り上げてみても、これを解析的に適切に評価できるまでには至っていないようである。

本研究の最終目的は RC 造床スラブの長期曲げ問題に対する解析法を確立することにあるが、その一環として、また第一報として、前述した小課題①、②および③のうち、①のスラブ端部引張鉄筋の拔出しに対する解析的扱いを提案し、また、これを考慮した一方方向スラブの瞬時曲げ問題に対する解析法を示す。そして、この解析法の適合性を既往の実験資料で検討するとともに、この計算結果を利用していくつかの考察を行う。

なお、以下の本文では、スタブからのスラブ端部引張鉄筋の拔出しを、単に、「鉄筋の拔出し」と略することにする。

1-2：長期設計荷重下における既往の曲げ問題に対する解析法

既往の研究ではすべてたわみに対して論じられているので、このたわみに対する解析法について述べる。また、ここでは、東・小森¹⁾、小柳ら²⁾、杉野目ら³⁾および ACI 435 委員会推奨⁴⁾による各計算法について触れる。

東・小森は、たわみを部材部分の剛性によるたわみ δ_0 (いわゆる通常の計算による) と鉄筋の拔出しによるたわみ δ_s との和として計算する。この計算法は、ひび割れ発生後の RC 部材に対する経時たわみは δ_s が無視できないほど大きい要因であることを最初に示したもので、その後のこの種の研究を方向付けたことで、極めて意義が大きい。しかしながら、 δ_s は鉄筋の拔出し量 s_0 を

$$s_0 = \frac{\sigma_{s0} g}{2 E_s} \left(g = \frac{\sigma_{s0} A_s}{\phi \tau_{av}} \right) \dots\dots\dots (1)$$

として計算し、また、スラブの端部と中央部間を剛体と仮定して求めている。この計算法では、既に論じた⁵⁾ように、長期設計荷重下における平均付着応力 τ_{av} の扱い方およびこれと τ - s 関係との関連について、また、たわみを δ_0 と δ_s の単純和で表すことができるか等の解析的なあいまいさを残している。

小柳らは、Mohr の定理に基づく共役梁法を、左右対称荷重を受ける単一梁の弾塑性解析にうまく利用して、たわみ計算を行っている。両端固定一方方向スラブに対しては鉄筋の拔出しを考慮している。鉄筋の拔出し量 s_0 は片引き試験体に対する持続載荷実験から得られた実験式を用い、これによる影響をスラブ端部での回転角で評価する。小柳らの計算法では、ひび割れを生じる部材部分の剛性をひび割れ剛性で評価するため、経過日数 $t=0$ 、すなわち、瞬時たわみを含めて、載荷時からある期間までの経時たわみの進行を過大に見積る傾向がある。

また、鉄筋の拔出しに対する算定式は、片引き試験体における実験データから得ているため、当然ながら、両引き試験体の拔出しにモデル化できるような場合には適用できない。

杉野目らは RC 造一方方向スラブと二方向スラブの長期たわみ計算法を公表している。二方向スラブに対しても基本的に同様なので、一方方向スラブに対する計算法を述べる。この計算法は、Branson の提案による有効断面 2 次モーメントを用いて、ひび割れ後の一方方向スラブを変断面梁に置換し、これに対し差分法により定式化するものである。ひび割れ後の固定端においては東・小森と同様な方法で鉄筋の拔出しを考慮する。解は、鉄筋の拔出しを無視した場合の解と、この解での材端モーメントから算出した拔出しによる回転角を強制的に与えた場合の解とを重ね合わせ、これが収束するまで反復計算を行って求めようとするものである。しかしながら、拔出しによる回転角を強制的に与えた場合の解は部材両端を単純支持として定式化している点に解析上の問題を残している。

ACI 435 委員会推奨によるたわみ計算式は、弾性たわみ計算式に準じるが、その際、断面 2 次モーメントとして Branson の提案する有効断面 2 次モーメントで算定する。この有効断面 2 次モーメント計算式は $2.2 \leq M_{max}/M_c \leq 4$ および $1.3 \leq I_o/I_c \leq 3.5$ (M_{max} : 弾性計算による最大モーメント、他の記号については §2. 参照) の範囲にある 54 体の試験体の実験結果を統計的に整理して求められたものである⁶⁾。我が国の両端固定一方方向スラブの既往の実験資料によれば、長期たわみはもちろんのこと、瞬時たわみに対しても ACI 435 推奨式は実験結果にあまり対応しないと考えられているようである。

1-3：本研究における解析上の特徴

本研究では、他の既往の研究と同じように使用荷重レベルの載荷荷重を対象にした、一方方向床スラブの瞬時曲げ問題に対する解析法を定式化する。この定式化にあたって、他の既往の研究と比較して特徴となる点は次の 2 つである。

① 全ひずみ理論に立脚した弾塑性たわみ角式を誘導する。付帯条件としてひび割れ条件が加わる。この式を用いることの利点は、問題を解くにあたって、基本的には通常のたわみ角法と同様な式展開を行うことである。したがって、既往の研究における共役梁法や差分法よりも極めて応用範囲が広い。

なお、弾塑性たわみ角式の誘導方法は、山田の方法⁷⁾とは異なるが、考え方は同じである。

② スタブからの鉄筋の拔出しの影響を、 τ - s 関係での付着弾性剛性を用いて、解析的に弾塑性たわみ角式の中に組入れる。これによって、従来あいまいであった鉄

筋の拔出し問題が解析的に解決できる。

§2. 主な記号

$\tau, \tau_{av}, \tau_{max}, \tau_y$: 付着応力, 平均付着応力, 付着割裂強度, bi-linear 型 τ - s 関係での付着強度

s, s_{max}, s_0 : 相対滑り, 最大相対滑り量 (0.3 mm), 付着試験体での加力端における相対滑り量 (鉄筋の拔出し量)

E_B : 付着弾性剛性

E, F_c, A_g : コンクリートのヤング係数, 圧縮強度, 有効断面積

E_s, σ_y, f_t, A_s : 鉄筋のヤング係数, 降伏点応力, 長期許容応力度, 断面積

n, p_B : それぞれ $E_s/E, A_s/A_g$

σ_{s0} : 付着試験体の加力端における鉄筋応力

C_{min}, D, ϕ, g : 最小かぶり厚, 鉄筋直径, 鉄筋周長, 算定用付着長

I_0, I_c : 全断面およびひび割れ断面の断面 2 次モーメント

α_y : I_c/I_0

l : 部材長

a, b : 部材の左側の塑性域, 右側の塑性域の長さ

M, M_x, M_{0x} : 曲げモーメント, 部材の曲げモーメント分布, 部材の両端を単純支持とした時の中間荷重による曲げモーメント分布

M_{AB}, M_{BA} : 部材 AB 両端の材端モーメント

M_c, M_y : ひび割れモーメント, 降伏モーメント

M_{ca}, M_{cb} : 塑性域 a, b におけるひび割れモーメント

G_x, F_x : M_{0x} の 1 回および 2 回積分

λ : 曲率

u : 部材端部の引張鉄筋の拔出し量

d, x_n : 有効文, ひび割れ断面の中立軸

β, X, η : それぞれ (9), (33), (34) 式

K_0, K, k : 標準剛度, 剛度 (I_0/l), 剛比

θ_A, θ_B, R : 部材両端 A, B の回転角, 部材の部材角

$\varphi_A, \varphi_B, \psi$: θ_A, θ_B, R に関するパラメータ (26) 式

θ'_A, θ'_B : 材端 A, B に隣接するスタブの回転角

θ''_A, θ''_B : 材端 A, B における引張鉄筋の拔出しによる回転角

u_i, X_i : 材端 A あるいは B における u と X

$M_i, \theta_i, \theta'_i, \theta''_i$: M_{AB} あるいは M_{BA} , θ_A あるいは θ_B , θ'_A あるいは θ'_B , θ''_A あるいは θ''_B

M_{ci}, β_i : 塑性域 a あるいは b における M_c と $\beta(\beta_a, \beta_b)$

§3. 鉄筋の拔出し量算定式

3-1: 付着応力-滑り関係の提示

ここでは, ひび割れを生じるが降伏状態には至らない設計荷重レベル, すなわち, 長期許容応力度以下の引張

鉄筋応力を対象とした τ - s 関係を数式表示する。

近年までの非常に多数の実験および解析資料の蓄積と分析から, τ - s 関係は, 材料的要因や付着試験体の形状の他に, 鉄筋に沿って局所的に変化することが知られており, この関係を系統的に数式表示することは非常に困難であるとされている⁸⁾。しかしながら, RC 造骨組のたわみ等の解析に対しては, スタブからの鉄筋の拔出しを考慮する場合, 詳細な数式表示ではなく, むしろ, より合理的でかつ簡明に評価できる巨視的な τ - s 関係の表示のほうが重要である。

以上の観点に立つて, τ - s 関係を bi-linear 型と仮定し, この場合の付着強度 τ_y と付着弾性剛性 E_B を以下のように求める。

① τ - s 関係の基本式として, 六車・森田らが提案する (2) 式を用いる⁹⁾。

$$\tau_{x1} = e^{\frac{\log \{(e-1)s_{x1}+1\}}{(e-1)s_{x1}+1}} \dots \dots \dots (2)$$

$$\tau_{x1} = \frac{\tau}{\tau_{max}}, \quad s_{x1} = \frac{s}{s_{max}}$$

ただし, τ_{max} は付着割裂強度, s_{max} は最大相対滑り (= 0.3 mm), $\log$ は自然対数および e は指数である。

bi-linear 型 τ - s 関係を (2) 式から定める。その際, bi-linear 型での τ_y は六車・森田ら⁹⁾あるいは鈴木・大野ら¹⁰⁾と同じように次式で表すことにする。

$$\tau_y = 0.9 \tau_{max} \dots \dots \dots (3)$$

また, 付着弾性剛性 E_B は, 図-1 に示すように, (2) 式による曲線 (1) と bi-linear 型折線 (2) で囲まれる面積部分 A_1 と A_2 が等しくなるように定める。

結果として, 次式が得られる。

$$E_B = 92.16 \tau_{max} \text{ あるいは } E_B = 92.16 \left(\frac{\tau_y}{0.9} \right) \dots (4)$$

② RC 造スラブの配筋間隔は大きいので, もし付着割裂破壊を起こすならば, スタブでの破壊のパターンは藤井らが提案する V-notch split になると考えられる¹¹⁾。そこで, τ_{max} として, 付着割裂破壊をするような場合,

図-1 bi-linear 型 τ - s 関係

藤井らが提案する V-notch 型付着割裂強度式 (5) 式を用いる。

$$\tau_{\max} = (0.307 b_i + 0.427) \sqrt{F_c} \dots \dots \dots (5)$$

$$b_i = \sqrt{3} (2 C_{\min} / D + 1) \dots \dots \dots (6)$$

鉄筋とコンクリート間の付着性状を失うケースには、コンクリートの付着割裂破壊によるもののほかに、もう一つ、引張鉄筋の破断によるものがある。被り厚があり、付着長が長い場合には大抵この破断に相当する。

この場合、

- 村田らは実施した割裂引抜き試験で付着長を $8D$ (鉄筋径 D 16~57) の場合コンクリートの破壊前に鉄筋が破断することが多い¹²⁾、また、小柳らは付着長 20 cm (鉄筋径 D 10 と 13) の片引き試験体は鉄筋の降伏によって最終状態に達した¹³⁾、と述べている。
- 片引き試験体に対して、解析的に有効な付着長は $35D$ を用いれば十分である⁵⁾。
- 最終時の付着応力は、コンクリートが割裂破壊しないので、付着割裂強度よりも小さいと考えられる。
- 加力端付近の引張鉄筋が降伏ひずみを超える場合、鉄筋はかなりの伸び能力があるため、加力端からある程度の深さまで塑性域になっていると推測される。

等から総合的に判断して、次の仮定を設けて、 τ_y を算定することにする。

加力端の引張鉄筋の応力が σ_y に達している状態にあるとして、付着長が 20 cm 以下の全域で完全塑性 (τ_y

図-2 τ 分布の仮定

図-3 τ - s 関係式の妥当性に関する検討

は一様分布) とし、付着長が 20 cm を超える場合、図-2 に示すように、20 cm の長さ部分を完全塑性、残りの $g-20$ (cm) を弾性域とする。ただし、 g は $35D$ を超える時 $g=35D$ とする。

この仮定より、次式を得る。

$$\tau_y = \begin{cases} \frac{\sigma_y A_s}{(0.5g+10)\phi} & (20 \leq g \leq 35d) \\ \frac{\sigma_y A_s}{g\phi} & (g < 20) \end{cases} \dots \dots \dots (7)$$

以上の結果から、bi-linear 型 τ - s 関係を求める際の τ_y は (5) 式の $\tau_{\max}$ を (3) 式に代入した値と (7) 式による値のうち、いずれか小さい方の値を採用する。

3-2: 鉄筋の拔出し量算定式の検討

3-1 で提示した bi-linear 型 τ - s 関係の妥当性を、片引き試験体あるいは片引き試験体とみなしてよい付着長の長い両引き試験体についての実験資料に対して検討した。検討した試験体は六車・森田ら⁹⁾、林ら¹⁴⁾および小柳¹³⁾の実験資料によるものである。

図-3 に鉄筋の拔出し量に対する計算結果と実験結果との比較を示す。本計算値は文献 5) で示した片引き試験体に対する計算法によった。また、図中には、(1) 式による計算値および小柳による実験式 ($5\sigma_{s0} \times 10^{-3}$ mm)¹³⁾ も合わせて示してある。なお、最終値 (+印) とあるのは、コンクリートが付着割裂強度あるいは鉄筋が降伏点応力に達した時点を示す。

この図から、本計算結果は実験結果に比較的良く対応することが分かる。弾性的とみなされる範囲内では、小柳の提案式 ($5\sigma_{s0} \times 10^{-3}$ mm) も実験結果に良く対応するようである。しかしながら、(1) 式については付着長が短い場合 (例えば、FIII-70 は付着長 7 cm) 実験結果にあまり良く近似せず、また、最終値 (図上 + 印) を含めて、全体的に対応度にばらつきがある。

結局、3 つの計算法の中で、本論で提示した τ - s 関

係を用いる方法が全体的に実験結果に良く対応するということがいえる。

また、(1) 式による方法と小柳の提案式は、その誘導方法からして、共に片引き試験体にモデル化できる鉄筋の拔出し問題のみしか適用できないが、一方、本論で提示した方法は付着弾性剛性を求めているため、片引き試験体のほかに、両引き試験体にモデル化できるような場合でも鉄筋の拔出し量を算定できるという利点を有する。

§4. 瞬時曲げ問題に対する解析の定式化

4-1: 基本式

(1) 曲げモーメント-曲率関係

曲げモーメント-曲率関係 (M - λ 関係と略す) は、図—4 に示すように、Tri-linear 型を仮定する。すなわち、

$$\lambda = \begin{cases} \frac{M}{EI_0} & (0 \leq M \leq M_c) \\ \frac{M}{\alpha EI_0} = \frac{(1+\beta)M - \beta M_c}{EI_0} & (M_c \leq M \leq M_y) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、

$$\beta = \frac{1/\alpha_y - 1}{1 - M_c/M_y}, \quad \alpha_y = \frac{I_c}{I_0} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$M_c = 1.8 \sqrt{F_c} \cdot Z \quad (Z \text{ は断面係数})$$

$$M_y = 0.9 A_s \sigma_y d$$

(2) スタブにおける付着弾性剛性

本解析では、既に述べたように、使用荷重下、すなわち、スラブ端部引張鉄筋に生じる応力がせいぜい長期許容応力度程度以下となるような荷重レベルを対象とする。このような荷重レベルでは、付着剛性として付着弾性剛性を解析に用いても十分である⁵⁾。ここでは E_b (4 式) を用いる。

4-2: 部材の弾塑性たわみ角式

一般的な場合として、図—5(a) に示すような、両端付近が塑性で、中央付近が弾性である部材を考える。ただし、部材 AB は、弾性の場合、均一の断面寸法を有するとする。

曲げモーメント分布 M_x は下側を正 (+) とすると

$$M_x = \frac{l-x}{l} M_{AB} - \frac{x}{l} M_{BA} + M_{0x} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 M_{0x} は点 A, B を単純支持とした時の中間荷重による曲げモーメント分布を示す。

(1) 弾・塑性域におけるたわみとたわみ角の一般式

区間 $A \sim C$ (塑性域)、 $C \sim D$ (弾性域) および $D \sim B$ (塑性域) におけるたわみとたわみ角の一般式は次のようになる。ただし、区間 $A \sim C$ 、 $C \sim D$ および $D \sim B$ に

図—4 モーメント-曲率関係

関係するたわみ y 、曲率 λ の記号にはそれぞれ添字 1, 2, 3 を付ける。また、塑性域 a あるいは b に関する β , M_c の記号には a , b の添字を付ける。

○ 区間 $A \sim C$ ($0 \leq x \leq a$)

$$\lambda_1 = \frac{1}{EI_0} \{ (1+\beta_a)M_x - \beta_a M_{ca} \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} = -\lambda_1$$

の関係から、次式を得る。

$$EI_0 \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} = (1+\beta_a)(M_{AB} + M_{BA}) \frac{x^2}{l} + \{ -(1+\beta_a)M_{AB} + \beta_a M_{ca} \} x - (1+\beta_a)M_{0x} \quad \dots\dots\dots (12)$$

上式を積分すると、次式を得る。

$$EI_0 \frac{\partial y_1}{\partial x} = (1+\beta_a)(M_{AB} + M_{BA}) \frac{x^2}{2l} + \{ -(1+\beta_a)M_{AB} + \beta_a M_{ca} \} x - (1+\beta_a)G_x + C_1 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$EI_0 y_1 = (1+\beta_a)(M_{AB} + M_{BA}) \frac{x^3}{6l} + \frac{1}{2} \{ -(1+\beta_a)M_{AB} + \beta_a M_{ca} \} x^2 + C_1 x - (1+\beta_a)F_x + C_2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、

$$G_x = \int M_{0x} dx, \quad F_x = \int \int M_{0x} dx dx \quad \dots\dots\dots (15)$$

(13) 式と (14) 式中の積分定数 C_1, C_2 のうち、特に、 C_2 は点 A, B の鉛直方向変位を相対変位で表わすと、 $x=0$ で $y_1=0$ とすることができるので次式となる。

$$C_2 = (1+\beta_a)F_0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

○ 区間 $C \sim D$ ($a \leq x \leq l-b$)

弾性範囲なので次式が得られる。

$$EI_0 \frac{\partial y_2}{\partial x} = (M_{AB} + M_{BA}) \frac{x^2}{2l} - M_{AB}x - G_x + C_3 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$EI_0 y_2 = (M_{AB} + M_{BA}) \frac{x^3}{6l} - \frac{1}{2} M_{AB} x^2 + C_3 x - F_x + C_4 \quad \dots\dots\dots (18)$$

図—5 部材の弾塑性状態

○ 区間 D~B ($l-b \leq x \leq l$)

(13), (14) 式と同一に誘導できて、次式となる。

$$EI_0 \frac{\partial y_3}{\partial x} = (1+\beta_b)(M_{AB} + M_{BA}) \frac{x^2}{2l} - (1+\beta_b)M_{AB}x + \beta_b M_{cb}x - (1+\beta_b)G_x + C_5 \dots (19)$$

$$EI_0 y_3 = (1+\beta_b)(M_{AB} + M_{BA}) \frac{x^3}{6l} - \frac{1}{2}(1+\beta_b)M_{AB}x^2 + \frac{1}{2}\beta_b M_{cb}(x^2 - l^2) + C_5(x-l) - (1+\beta_b)(F_x - F_l) + (1+\beta_b)(2M_{AB} - M_{BA}) \frac{l^2}{6} + EI_0 Rl \dots (20)$$

ただし、(20) 式は、部材 AB の部材角を R とし、 $x=l$ で $y_3=Rl$ の条件を代入してある。

(2) 弾塑性境界の連続条件と積分定数の決定

弾塑性境界域における連続条件は次のとおりである。

$$y_1|_{x=a} = y_2|_{x=a} \dots (21)$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{\partial y_2}{\partial x} \Big|_{x=a} \dots (22)$$

$$y_2|_{x=l-b} = y_3|_{x=l-b} \dots (23)$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial x} \Big|_{x=l-b} = \frac{\partial y_3}{\partial x} \Big|_{x=l-b} \dots (24)$$

積分定数 C_1 , C_3 , C_4 および C_5 は、(21)~(24) 式を解くことによって求まる。

(3) 材端モーメントと節点角との関係式

M_{AB} , M_{BA} と部材両端の回転角 θ_A , θ_B との関係は次式から求まる。

$$\frac{\partial y_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \theta_A, \quad \frac{\partial y_3}{\partial x} \Big|_{x=l} = \theta_B \dots (25. a, b)$$

(14), (20) 式を (25. a, b) 式に代入すると、結果として、次の形に表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} EI_0 \theta_A &= \frac{l}{3} A_{11} M_{AB} + \frac{l}{6} A_{12} M_{BA} + EI_0 R + \frac{l}{6} (A_{13} + A_{14}) \\ EI_0 \theta_B &= \frac{l}{6} A_{12} M_{AB} + \frac{l}{3} A_{22} M_{BA} + EI_0 R + \frac{l}{6} (A_{23} + A_{24}) \end{aligned} \right\}$$

上式について

$$\left. \begin{aligned} k &= K/K_0 \quad (K = I_0/l, \quad K_0: \text{標準剛度}) \\ \varphi_A &= 2EK_0 \theta_A \quad \varphi_B = 2EK_0 \theta_B \\ \phi &= -2EK_0 R \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

とおき、 M_{AB} , M_{BA} で表すと次の関係式、すなわち、弾塑性たわみ角式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= k \{ J_1 \varphi_A + J_2 \varphi_B + (J_1 + J_2) \phi \} + J_4 \\ M_{BA} &= k \{ J_2 \varphi_A + J_3 \varphi_B + (J_2 + J_3) \phi \} + J_5 \end{aligned} \right\} \dots (27. a, b)$$

ただし、式中の諸記号は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{1}{3} (4 A_{11} A_{22} - A_{12}^2) \\ J_1 &= \frac{2 A_{22}}{V}, \quad J_2 = -\frac{A_{12}}{V}, \quad J_3 = \frac{2 A_{11}}{V} \\ J_4 &= -\frac{1}{3} \{ J_1 (A_{13} + A_{14}) + J_2 (A_{23} + A_{24}) \} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} J_5 &= -\frac{1}{3} \{ J_2 (A_{13} + A_{14}) + J_3 (A_{23} + A_{24}) \} \\ A_{11} &= 1 + \frac{3\beta_a a}{l} \left(1 - \frac{a}{l} + \frac{a^2}{3l^2} \right) + \frac{\beta_b b^3}{l^3} \\ A_{12} &= - \left\{ 1 + \frac{\beta_a a^2}{l^2} \left(3 - \frac{2a}{l} \right) + \frac{\beta_b b^2}{l^2} \left(3 - \frac{2b}{l} \right) \right\} \\ A_{13} &= -\frac{6\beta_a a}{l} \left(1 - \frac{a}{2l} \right) M_{ca} - \frac{\beta_b b^2}{l^2} M_{cb} \\ A_{14} &= -\frac{6}{l^2} (F_0 - F_l + lG_0) + \frac{6\beta_a}{l^2} \{ F_a - F_0 - lG_0 \\ &\quad + (l-a)G_d + \frac{6\beta_a}{l^2} (F_l - F_{l-b} - bG_{l-b}) \} \\ A_{22} &= 1 + \frac{\beta_a a^3}{l^3} + \frac{3\beta_b b}{l} \left(1 - \frac{b}{l} + \frac{b^2}{3l^2} \right) \\ A_{23} &= -\frac{3\beta_a a^2}{l^2} M_{ca} + \frac{6\beta_b b}{l} \left(1 - \frac{b}{2l} \right) M_{cb} \\ A_{24} &= -\frac{6}{l^2} (F_0 - F_l + lG_l) - \frac{6\beta_a}{l^2} (F_0 - F_a + aG_a) \\ &\quad + \frac{6\beta_b}{l^2} \{ F_l - F_{l-b} - lG_l + (l-b)G_{l-b} \} \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

(4) 荷重項 G_x と F_x について

スラブに対する使用荷重は、通常、集中荷重と等分布荷重の2つが考えられる。ここでは、この2つの荷重の扱い方について、以下に示す。

○ 集中荷重に対して…集中荷重は、中間荷重としてではなく、剛節点に加わる節点荷重として扱う。すなわち、 $G_x = F_x = 0$ 。

○ 等分布荷重に対して…等分布荷重 w が加わる場合の単純支持梁の曲げモーメント分布より次式となる。

$$\left. \begin{aligned} G_x &= \frac{w}{2} \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{l}{2} x^2 \right) \\ F_x &= \frac{w}{2} \left(-\frac{x^4}{12} + \frac{l}{6} x^3 \right) \end{aligned} \right\} \dots (29. a, b)$$

4-3: 材端モーメントと鉄筋の拔出しによる回転角との関係

(1) スタブ部分のモデル化と回転角

スラブとスタブとが接続している位置にひび割れが生じた後のスタブ部分を、大きさが無視できる弾性的な長方形パネルとする。またそのパネルの中心はスラブ端部のひび割れ断面における中立軸上にあるとする (図-6(a))。

部材材端の回転角を θ_i 、パネル部分の回転角を θ'_i および鉄筋の拔出しによる回転角を θ''_i とし、また、鉄筋の拔出し量を常に正 (+) とすれば、次の関係が成立つ (図-6(b))。

$$\theta_i = \theta'_i - \theta''_i \dots (30)$$

上式の両辺に $2EK_0$ を乗じ、 $k=K/K_0$ ((26) 式の第1式) を用いると次式を得る。

$$\varphi_i = \varphi'_i - \frac{2EI_0}{kl} \theta''_i \quad (31)$$

ただし, $\varphi_i = 2EK_0\theta_i$, $\varphi'_i = 2EK\theta'_i$

(2) 鉄筋の拔出し量とスラブ端部引張鉄筋応力

ひび割れ後の鉄筋の拔出し量 u は, 付着試験体モデルでみると, 片引き形式のものと両引き形式のものの2つで評価することができる。前者はスタブの片側に, 後者は両側に一方向スラブがある場合に相当する。

u を次式で表す。

$$u = X\sigma_s/E_s \quad (32)$$

上式で, X は, τ - s 関係に基づく付着弾性理論によれば, ひび割れ後のスタブが片引き形式でモデル化できる時(33. a)式で, 両引き形式でモデル化できる時(33. b)式となる⁵⁾。

$$X = \begin{cases} \frac{\cosh \eta g + np_B}{\eta \sinh \eta g} & (\text{片引き形式}) \cdots (33. a) \\ \frac{\cosh \eta g - 1}{\eta \sinh \eta g} & (\text{両引き形式}) \cdots (33. b) \end{cases}$$

ただし,

$$\eta = \sqrt{\frac{1 + np_B}{E_s A_s}} \phi E_B \quad (34)$$

なお, 鉄筋比 $p_B (=A_s/A_g)$ 中のコンクリートの有効断面積 A_g は六車・森田ら¹⁵⁾に代表されるように, 図-7に示すハッチ部分とする。

(3) 材端モーメントと u による回転角との関係

部材端部 i でひび割れが生じているとすると, その位置における曲率 λ_i と材端モーメント M_i との間には(8)式の第2式と同様に次式となる。

$$\lambda_i = \frac{1}{EI_0} \{(1+\beta_i)M_i - \beta_i M_{ci}\} \quad (35)$$

$$\text{ただし, } \beta_i = \frac{1/\alpha_{yi} - 1}{1 - M_{ci}/M_{yi}} \quad (36)$$

ここで, 記号 i は, 図-5において, 材端AあるいはBを表す。

引張鉄筋応力 σ_{si} は

図-6 スラブにおける回転角

図-7 有効断面積

$$\sigma_{si} = E_s \lambda_i (d - x_n)$$

上式と(35)式を(32)式に代入すると次式を得る。

$$u_i = \frac{X_i(d - x_n)}{EI_0} \{(1+\beta_i)M_i - \beta_i M_{ci}\} \quad (37)$$

一方, 鉄筋の拔出しによる回転角 θ''_i を次式で表す(図-6(a))。

$$\theta''_i = \frac{u_i}{d - x_n} \quad (38)$$

(37)式と(38)式を(31)式に代入すると次式を得る。

$$\varphi_i = \varphi'_i - \frac{2X_i}{kl} \{(1+\beta_i)M_i - \beta_i M_{ci}\} \quad (39)$$

4-4: 鉄筋の拔出しを考慮した弾塑性たわみ角式

(1) 一般式

部材 AB の両材端の回転角は(39)式より次式で表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_A &= \varphi'_A - \frac{2X_A}{kl} \{(1+\beta_A)M_{AB} - \beta_A M_{cA}\} \\ \varphi_B &= \varphi'_B - \frac{2X_B}{kl} \{(1+\beta_B)M_{BA} - \beta_B M_{cB}\} \end{aligned} \right\} \cdots (40. a, b)$$

上式を(27. a, b)式に代入して整理すると, 鉄筋の拔出しを考慮した弾塑性たわみ角式として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= k(J'_1 \varphi'_A + J'_2 \varphi'_B + J'_3 \psi) + J'_4 \\ M_{BA} &= k(J'_5 \varphi'_A + J'_6 \varphi'_B + J'_7 \psi) + J'_8 \end{aligned} \right\} \cdots (41. a, b)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} J'_1 &= (B_{22}J_1 - B_{12}J_2)/U \\ J'_2 &= (B_{22}J_2 - B_{12}J_3)/U \\ J'_3 &= \{B_{22}(J_1 + J_2) + B_{12}(J_2 + J_3)\}/U \\ J'_4 &= \frac{1}{U} \left\{ \frac{2}{l} [X_A \beta_A (B_{22}J_1 - B_{12}J_2) M_{cA} \right. \\ &\quad \left. + X_B \beta_B (B_{22}J_2 - B_{12}J_3) M_{cB}] \right. \\ &\quad \left. + B_{22}J_4 - B_{12}J_5 \right\} \\ J'_5 &= (-B_{21}J_1 + B_{11}J_2)/U \\ J'_6 &= (-B_{21}J_2 + B_{11}J_3)/U \\ J'_7 &= \{-B_{21}(J_1 + J_2) + B_{11}(J_2 + J_3)\}/U \\ J'_8 &= \frac{1}{U} \left\{ \frac{2}{l} [X_A \beta_A (-B_{21}J_1 + B_{11}J_2) M_{cA} \right. \\ &\quad \left. + X_B \beta_B (-B_{21}J_2 + B_{11}J_3) M_{cB}] \right. \\ &\quad \left. - B_{21}J_4 + B_{11}J_5 \right\} \\ U &= B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21} \\ B_{11} &= 1 + 2X_A J_1 (1 + \beta_A)/l \\ B_{12} &= 2X_B J_2 (1 + \beta_B)/l \\ B_{21} &= 2X_A J_2 (1 + \beta_A)/l \\ B_{22} &= 1 + 2X_B J_3 (1 + \beta_B)/l \end{aligned} \right\}$$

(2) 種々の弾塑性域に対するパラメータの扱い

鉄筋の拔出しを考慮した部材の弾塑性状態として, 表-1に示す5ケースが考えられる。また, これに対応する(41. a, b)式のパラメータの値を表-1中に示す。

もし, 鉄筋の拔出しを無視する場合には, X_A あるいは

表—1 弾塑性状態パラメータ

ケース	βa	βb	M_{ca}	M_{cb}	a	b
1	0	0	0	0	0	0
2		0		0		0
3	0		0		0	
4						
5	$a=0, b=l$ or $a=l, b=0$					

(注1) ○印は引張状態の放出による回転角が生じる位置、—は塑性状態区間
(注2) 空欄は0でない値

図—8 荷重状態とスラブ形状

は X_B を 0 とすればよい。

4-5: ひび割れ条件

ひび割れ条件とは、図—5 に示すような弾塑性部材において、弾塑性境界位置 $x=a$ あるいは $x=l-b$ でそれぞれひび割れモーメント M_{ca} あるいは M_{cb} になることをいう。すなわち、(10) 式より

$$\left. \begin{aligned} M_{ca} &= \frac{l-a}{l} M_{AB} - \frac{a}{l} M_{BA} + M_{0a} \\ M_{cb} &= \frac{b}{l} M_{AB} - \frac{l-b}{l} M_{BA} + M_{0l-b} \end{aligned} \right\} \dots (42. a, b)$$

ここでは、 a または b は Newton-Raphson 法を用いて求めることにする。

§5. 既往の実験資料による両端固定一方向スラブの瞬時たわみについて

荷重によってひび割れを生じる両端固定一方向スラブに対して (41. a, b) 式を用いて解を求め、既往の実験資料における瞬時たわみの実験値と計算値を比較する。

通常、両端固定一方向スラブの荷重状態は、2 点対称集中荷重と等分布荷重との組合せた荷重であるので、ここでは、このような組合せ荷重に対して解を誘導する。

5-1: 等分布と 2 点対称集中荷重を受ける両端固定一方向スラブの解

図—8 に示すような問題の解は、対称条件から左半分について、通常のたわみ角法の解法と同様に、未知数を ϕ'_B , ϕ_{AB} , ϕ_{BC} として、節点 B で節点方程式を、節点 B と C で層方程式を立てることによって、求めることができる。

すなわち、弾塑性たわみ角式を

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= k_1(J'_{12}\phi'_B + J'_{13}\phi_{AB}) + J'_{14} \\ M_{BA} &= k_1(J'_{16}\phi'_B + J'_{17}\phi_{AB}) + J'_{18} \\ M_{BC} &= k_2(J'_{21}\phi'_B + J'_{23}\phi_{BC}) + J'_{24} \\ M_{CB} &= k_2(J'_{25}\phi'_B + J'_{27}\phi_{BC}) + J'_{28} \end{aligned} \right\} \dots (43)$$

とおくと、次の (44) 式と (45) 式を得る。

$$\left. \begin{aligned} &(k_1J'_{16} + k_2J'_{21})\phi'_B + k_1J'_{17}\phi_{AB} + k_2J'_{23}\phi_{BC} \\ &= -(J'_{18} + J'_{24}) \\ &\{-k_1(J'_{12} + J'_{16})l_2 + k_2(J'_{21} + J'_{25})l_1\}\phi'_B \\ &\quad - k_1(J'_{13} + J'_{17})l_2\phi_{AB} + k_2(J'_{23} + J'_{27})l_1\phi_{BC} \\ &= pl_1l_2 + w(l_1 + l_2)l_1l_2/2 + (J'_{14} + J'_{18})l_2 \\ &\quad - (J'_{24} + J'_{28})l_1 \\ &k_2(J'_{21} + J'_{25})\phi'_B + k_2(J'_{23} + J'_{27})\phi_{BC} \\ &= -wl_2^2/2 - (J'_{24} + J'_{28}) \end{aligned} \right\} \dots (44)$$

ひび割れ条件として、

$$\left. \begin{aligned} f_1(a_1) &= \{ (l_1 - a_1)M_{AB} - a_1M_{BA} \} / l_1 \\ &\quad + M_{01}(a_1) - M_{c11} = 0 \\ g_1(b_1) &= \{ b_1M_{AB} - (l_1 - b_1)M_{BA} \} / l_1 \\ &\quad + M_{01}(l_1 - b_1) - M_{c21} = 0 \\ f_2(a_2) &= \{ (l_2 - a_2)M_{BC} - a_2M_{CB} \} / l_2 \\ &\quad + M_{02}(a_2) - M_{c12} = 0 \\ g_2(b_2) &= \{ b_2M_{BC} - (l_2 - b_2)M_{CB} \} / l_2 \\ &\quad + M_{02}(l_2 - b_2) - M_{c22} = 0 \end{aligned} \right\}$$

より、次のような、Newton-Raphson 法を適用するための漸近式を得る。

$$\left. \begin{aligned} a_{ik+1} &= a_{ik} - \frac{f_i(a_{ik})}{f'_i(a_{ik})} \\ b_{ik+1} &= b_{ik} - \frac{g_i(b_{ik})}{g'_i(b_{ik})} \end{aligned} \right\} (k=0, 1, 2, \dots) \dots (45)$$

ただし、 a_i と b_i ($i=1, 2$): a_1 と b_1 は部材 AB 左右の、 a_2 と b_2 は部材 BC 左右の塑性域の長さ。 M_{01} , M_{02} : 部材 AB と BC の両端を単純支持とした場合の等分布荷重による曲げモーメント分布式。 M_{c11} , M_{c12} : 部材 AB の左右材端のひび割れモーメント。 M_{c21} , M_{c22} : 部材 BC の左右材端のひび割れモーメント。

計算手順は次のとおりである。

- ① 初めに、弾性解として (44) 式を解き、曲げモーメント分布を求め、この分布から a_i と b_i を計算し、これを初期値とする。
- ② 初期値をもとにして、再び (44) 式から ϕ'_B , ϕ_{AB} , ϕ_{BC} を求め、これを (45) 式に代入して a_i と b_i を計算する。
- ③ ②の計算を a_i と b_i が収斂するまで繰り返す。
- ④ a_i と b_i が収斂したならば、この繰り返しを打ち切る。

この打ち切った時の ϕ'_B , ϕ_{AB} , ϕ_{BC} , a_i および b_i が解となる。次節 (5-2) で解析する試験体に対しては、繰り返し回数が 10~12 回程度で有効数字 8 桁まで収斂した。

中央点 (点 C) のたわみ δ は ϕ_{AB} と ϕ_{BC} とから次のように求まる。

$$\delta = -\frac{1}{2EK_0}(\phi_{AB}l_1 + \phi_{BC}l_2) \dots (46)$$

表-2 中央点たわみに対する計算値と実験値との比較

研究者 試験体 名称	断面寸法 Bcm×Hcm	スパン (cm)	有効寸法(cm)		引張鉄筋比(As/Bl%)		荷重形式 W : (tf/m) P : (tf)	加力時 材令 (日)	コンクリート		実験値	瞬時たわみ(mm)				
			端部	中央部	端部 (複筋比)	中央部 (複筋比)			圧縮強度 (kgf/cm ²)	ヤング係数 (×10 ⁵ kgf/cm ²)		本計算値 鉄筋の抜出し考慮	鉄筋の抜出し無視	井野等の 計算値	ACI435 推奨式	
安藤 中田 16)	D-2	100×13	360	8.35	10.5	0.40 (0.41)	0.29 (0.94)	W=0.312 P=0.865	28	141	1.41	2.20	2.40 (1.09)	1.85 (0.85)	—	2.86 (1.30)
中田 17)	No.1	100×14	450	10.35	10.5	0.45 (0.34)	0.33 (0.46)	W=0.336 P=0.5175	28	179	1.64	1.60 推定値	2.28 (1.43)	1.81 (1.13)	—	2.98 (1.86)
松岡等 18)	A-1	100×12	380	9.5	9.5	0.42 (0.72)	0.30 (0)	W=0.576	30	168	1.85	1.53	1.63 (1.07)	1.30 (0.85)	7.6	2.44 (1.59)
山本 19)	S6	40×13	500	10.5	10.5	0.49 (1)	0.49 (0)	W=0.2496	7	150	2.21	5.24	5.77 (1.10)	4.23 (0.81)	—	5.70 (1.09)
	S7								28	221	2.33	5.08	5.31 (1.05)	3.85 (0.76)	—	4.99 (0.98)
小淵等 20)	No.1	50×12	308	9	9	0.36 (1)	0.36 (0)	W=0.144 P=0.314	56	189	1.99	1.14	1.13 (0.99)	0.91 (0.80)	—	1.71 (1.50)
	No.2								56	141	1.40	2.03	1.77 (0.87)	1.40 (0.69)	—	2.61 (1.29)
岩原 21) 22)	SN-1	45×13.7	360	10	10.5	0.35 (1)	0.35 (0)	W=0.430	30	204	2.32	1.36	1.32 (0.97)	1.04 (0.76)	9.1	1.81 (1.33)
	SN-3	45×13.5	12	10.2	W=0.429	1.63	1.33 (0.82)					1.03 (0.63)	7.1	1.85 (1.13)		
	SN-4	45×13.3	8	10.1	W=0.427	1.72	1.62 (0.94)					1.30 (0.76)	15.1	2.07 (1.21)		
	SN-21	45×13	400	10	10.5	0.37 (1)	0.37 (0)	W=0.455	29	202	2.17	4.47	5.38 (1.20)	3.66 (0.82)	—	4.71 (1.05)
	SN-22											5.36	5.38 (1.00)	3.66 (0.68)	—	4.71 (0.88)
	SN-23							W=0.403				3.99	3.49 (0.87)	2.32 (0.58)	—	3.33 (0.83)

5-2：瞬時たわみに対する実験値と計算値の比較

既往の実験資料において、載荷直後にひび割れを生じた両端固定一方スラブに対して解析を行う。瞬時たわみについて実験値と本解析による計算値との比較を表-2に示す¹¹⁾。表-2中には、鉄筋の抜出しを無視した場合の計算値、杉野目らによる計算値³⁾およびACI 435委員会推奨式⁴⁾による値も示してある。

鉄筋の抜出しを考慮した本解析値の実験値に対する比は、中田の試験体 (No.1) を除いて、0.82~1.20である。特に、0.85~1.15以内に収まるものが12体中10体あり、本解析値は実験値に良く近似する。

鉄筋の抜出しを無視した計算値は実験値に対して平均で約8割弱の値となっている。また、その計算値が実験値の約6~8割程度しか評価していないものが13体中4体ある。

以上のことから、変形が数mm程度の比較的小さい瞬時たわみに対しても、ひび割れが生じたならば、鉄筋の抜出しを考慮して計算を行う必要があることが分かる。

ACI 435 委員会推奨式による計算値は実験値の約0.8~1.6倍であり、全体的にばらつきが大きい。実験値が4~5mm程度だと、計算値は実験値に比較的良く近似するようである。このような比較的良く近似する試験体の M_{max}/M_c の値は大体約2に近い。

この比較の結果から、瞬時たわみに対するACI 435委員会推奨式は端部引張鉄筋の抜出しによる付加たわみがある程度考慮されていると考えられ、それゆえ、瞬時たわみが小さい場合付加たわみを大きく評価し、一方、ある程度以上の場合付加たわみを妥当に評価すると思われる¹²⁾。

図-9 弾塑性解の弾性解に対する比率

5-3：解析結果についての考察

図-9に、表-2に載せた各試験体の中央点のたわみ、端部と中央点の曲げモーメントの弾性解、鉄筋の抜出しを無視した場合の弾塑性解および考慮した場合の弾塑性解の比較を示す。ただし、弾性解の値を基準(すなわち、1)に表してある。また、解析結果から得られるひび割れ発生状況で区分して、弾塑性解の弾性解に対する比率を示すと表-3のようになる。

図-9は、中央点たわみと端部モーメントが弾性解→鉄筋の抜出しを無視した弾塑性解→鉄筋の抜出しを考慮した弾塑性解の順で、それぞれ、大略、直線状に増大あるいは減少していく傾向を示している。

表-3から、中央点のたわみについて、鉄筋の抜出し

表—3 ひび割れ発生状況による弾塑性解/弾性解 (() 内は平均)

ひびわれ発生状況	中央たわみ		端部モーメント		中央モーメント	
	弾塑性	拔出し	弾塑性	拔出し	弾塑性	拔出し
端部のみ	1.10~1.37 (1.22)	1.36~1.78 (1.54)	0.89~0.97 (0.95)	0.81~0.90 (0.87)	1.05~1.25 (1.12)	1.17~1.46 (1.28)
端部と中央部	1.52~2.15 (1.71)	2.23~3.16 (2.39)	0.87~0.94 (0.91)	0.83~0.87 (0.85)	1.10~1.23 (1.18)	1.21~1.35 (1.29)

表—4 M_e , M_d および σ_s

研究者名	試験 体名	曲げモーメント (tfm)						解析的な中央 部のひびわれ 発生の有無	Md (tfm)	σ_s (kgf/cm ²)
		端部			中央					
		弾性	弾塑性	拔出し	弾性	弾塑性	拔出し			
安藤	D-2	0.92	0.84	0.75	0.36	0.45	0.53	無	0.80	847
中田			(0.91)	(0.82)		(1.25)	(1.46)			
中田	NO.1	1.00	0.97	0.94	0.43	0.46	0.53	無	1.15	677
			(0.97)	(0.90)		(1.07)	(1.23)			
松崎	A-1	0.69	0.67	0.63	0.35	0.37	0.41	無	0.83	504
			(0.97)	(0.90)		(1.06)	(1.19)			
山本	S6	0.52	0.48	0.45	0.26	0.30	0.38	有	0.47	1280
			(0.92)	(0.87)		(1.15)	(1.26)			
	S7	0.52	0.48	0.45	0.26	0.31	0.33	有		1232
			(0.92)	(0.87)		(1.19)	(1.27)			
小柳	NO.1	0.35	0.34	0.31	0.21	0.22	0.25	無	0.34	408
			(0.97)	(0.90)		(1.05)	(1.17)			
	NO.2	0.35	0.33	0.30	0.21	0.23	0.26	有		719
			(0.94)	(0.86)		(1.10)	(1.23)			
岩原	SN-1	0.46	0.44	0.40	0.23	0.26	0.30	無	0.38	598
			(0.96)	(0.86)		(1.13)	(1.29)			
	SN-3	0.46	0.44	0.40	0.23	0.25	0.29	無	0.45	606
			(0.96)	(0.87)		(1.09)	(1.26)			
	SN-4	0.46	0.41	0.37	0.23	0.28	0.32	無	0.30	618
			(0.89)	(0.81)		(1.22)	(1.38)			
	SN-21	0.61	0.54	0.51	0.30	0.37	0.40	有	0.38	1859
			(0.89)	(0.84)		(1.23)	(1.33)			
	SN-22	0.54	0.47	0.44	0.27	0.33	0.36	有		1253
			(0.89)	(0.83)		(1.22)	(1.35)			

- (注1) 弾:弾性解 弾塑性:弾塑性解(鉄筋の拔出し無視)
 拔出し:弾塑性解(鉄筋の拔出し考慮)
 (注2) ()内は弾性解に対する比率
 (注3) Md:長期許容曲げモーメント
 (注4) σ_s :鉄筋の拔出しを考慮した端部モーメントによる引張鉄筋応力

を考慮した弾塑性解値は、鉄筋の拔出しを無視した弾塑性解値に対して、端部にのみひび割れを生じる場合平均で約1.3倍(1.54/1.22)、端部と中央にひび割れを生じる場合平均で約1.4倍(2.39/1.71)であり、たわみに対して鉄筋の拔出しの影響がかなり大きいことが分かる。

また、端部モーメントと中央部モーメントについて、鉄筋の拔出しを考慮した本解析解の弾性解に対する比率はそれぞれ約0.86倍と約1.29倍を示しており、このことから、端部に生じるモーメントがひび割れモーメント以上となる場合には端部でのひび割れ発生以後のモーメントはあまり増加せず、その分、中央部のモーメントが増加し、中央部にもひび割れを誘発しやすくなることが分かる。

表—4に引張鉄筋の拔出しを考慮した弾塑性解による端部モーメント M_e 、長期許容曲げモーメント M_d および M_e から求めた端部引張鉄筋応力 σ_s も合わせて示す。この表から、 M_e は M_d を大きく超える場合(SN-21,

SN-22) 長期許容応力度 $f_t=2 \text{ tf/cm}^2$ 近くなるが、 M_e が M_d をやや超える程度以下ならば、 σ_s は f_t よりもかなり低くなる事が分かる。このことは、少なくとも、瞬時での床スラブに対する長期許容応力度の設定はたわみやひび割れの制御に余り寄与していないことを表している。

§6. まとめ

従来、比較的曖昧であった床スラブの瞬時曲げ問題の計算法について、特に、一方向床スラブに対する定式化を行い、既往の実験資料を解析的に検討した。次のような結果を得た。

- ① 本論文で提示した bi-linear 型 τ - s 関係式は鉄筋の拔出し量算定に対して十分適用できる。
- ② 引張鉄筋の拔出しを考慮した本解析法はひび割れ発生後の瞬時たわみや応力再配分を適切に評価する。
- ③ 少なくとも、床スラブの瞬時曲げ問題に対して、鉄筋の長期許容応力度の設定はたわみやひび割れ制御に余り寄与しない。

謝 辞

本論文をまとめるにあたって、京都大学工学部建築学科助手 藤井 栄氏からは貴重な資料等を提供していただき、また、北海道大学工学部教授 井野 智工

学博士からは質疑について貴重な御助言をいただいた。ここに厚く御礼を申し上げます。

参考文献

- 1) 東 洋一, 小森清司:鉄筋コンクリート床スラブの長期たわみに関する実験的研究(2), 日本建築学会大会講演梗概集(中国), pp.1837~1838, 昭和52年10月
- 2) 小柳光生著:鉄筋コンクリート床スラブの長期たわみに関する研究, 学位論文, p.46, 昭和60年11月
- 3) 杉野目章, 井野 智ほか3名:使用荷重下における鉄筋コンクリート梁のたわみについて, 日本建築学会北海道支部研究報告集, No.61, pp.65~68, 昭和63年3月
- 4) ACI Committee 435: Proposed Revisions by Committee 435 to ACI Building Code and Commentary Provisions on Deflections, ACI Journal, pp.229~238, 1978, June
- 5) 岩原昭次:長期設計荷重下におけるRC造スラブの鉄筋の拔出しに関する解析的研究, 日本建築学会構造系論文報告集第400号, pp.45~58, 1989年6月
- 6) C. G. Salmon, A. Fattah & Saeed Mirza: Computation of Deflection for Beams and One-Way Slabs SP 43-2, Deflection of Concrete Structures, pp.15~53, 1974

- 7) 山田孝一郎：たわみ角法形式による骨組の弾塑性解法とその応用（その1），日本建築学会論文報告集，第80号，pp.13～18，昭和37年12月
- 8) 藤井 栄，森田司郎：異形鉄筋の付着応力-すべり関係に関する考察，第二回 RC 構造の剪断問題に対する解析的研究に関するコロキウム，pp.37～44，1983.10
- 9) 六車 熙，森田司郎ほか：鋼とコンクリートの付着に関する基礎的研究（付着応力分布について）-（Ⅱ），日本建築学会論文報告集，第132号，pp.1～6，昭和42年2月
- 10) 鈴木計夫，大野義昭ほか：持続荷重下における異形鉄筋とコンクリートの付着特性，セメント技術年報40，pp.514～517，昭和61年
- 11) 藤井 栄，森田司郎：異形鉄筋の付着割裂強度に関する研究 第2報 付着割裂強度算定式の提案，日本建築学会論文報告集，第324号，pp.45～53，昭和58年2月
- 12) 村田二郎，河合紘茲：引抜き試験による異形鉄筋の付着強度に関する研究，土木学会論文集第348号/V-1，pp.113～122，1984年8月
- 13) 前出2)：pp.83～97
- 14) 林静雄ほか：ひびわれ近傍における異形鉄筋とコンクリートの付着性状に関する実験研究，日本建築学会構造系論文報告集第348号，pp.86～97，昭和60年2月
- 15) 六車 熙，森田司郎：鉄筋コンクリート梁の変形ときれつ，建築学会論文報告集第90号，pp.13～18，昭和38年9月
- 16) 安藤雄平，中田文四郎：鉄筋コンクリートスラブのクリープ変形状に関する実験研究（その1），日本住宅公団量産試験場技術研究報告，No.6，pp.61～72，昭和50年3月
- 17) 中田文四郎ほか：鉄筋コンクリート大型スラブのクリープ変形状に関する実験研究（その1），配筋の違いによる長期たわみと振動性状，日本住宅公団総合試験場技術研究報告，No.10，pp.59～72，1979
- 18) 松崎育弘ほか：鉄筋コンクリート造床スラブの長期たわみに関する実験的研究（その1），鹿島建設技術研究所報第27号，pp.63～68，昭和54年6月
- 19) 山本俊彦ほか：若材令で過荷重を受けた RC スラブの長期たわみ，東急建設技術研究所報 No.8，pp.85～92，昭和57年
- 20) 小柳光生ほか：床スラブの長期たわみに関する研究，コンクリート工学 No.9，pp.115～124，Vol.21，1983
- 21) 岩原昭次：両端固定鉄筋コンクリート造一方向床スラブの長期曲げ性状，コンクリート工学年次論文報告集9-2，pp.615～620，1987
- 22) 岩原昭次：ひび割れを入れた鉄筋コンクリート床スラブの長期曲げ性状に関する研究（その3），日本建築学会中国・九州支部研究報告第7号，pp.289～292，昭和62年3月
- 23) 岩原昭次：鉄筋コンクリート床スラブの長期たわみ計算法に関する研究（その1. ひび割れを生じた一方向スラブの瞬時たわみの解析法），日本建築学会大会学術講演梗概集，構造Ⅱ，pp.265～266，1989年10月
- 24) 小倉桂治ほか4名：RC スラブ長期たわみに関する研究 その1，日本建築学会学術講演梗概集，pp.1497～1498，昭和53年9月

注

- 1) 表-2に示す試験体は，既往の実験資料において，載荷とともにひび割れを生じた一方向スラブを，一部を除いて，ほとんど載せている。除いた実験資料は小倉ほかによるもの²⁴⁾であり，この小倉ほかの試験体は支保工撤去と同時に端部にひび割れを生じており，載荷前の乾燥収縮による拘束ひずみの影響が顕著である。そのため，乾燥収縮の影響が考慮されていない本定式化による計算方法では瞬時曲げ性状をより適確に評価できないと考え，本論文では比較の対象から除いた。なお，このようなクリープや乾燥収縮を考慮する必要がある試験体の曲げ性状については次報以後で述べる。
- 2) このような考察には注意を要する。我が国の一方向スラブに関する長期たわみ実験結果では，ACI 435 委員会推奨式による計算値は長期たわみを過小評価することが知られている。また，その主な影響は鉄筋の拔出しによることであることも知られている。しかしながら，ここでの考察は，瞬時たわみに限定しており，この瞬時たわみに限っていうならば，本文のような考察ができる。

（1990年3月5日原稿受理，1990年6月25日採用決定）