単層ラチスドームの形状初期不整の推定手法について

ON A METHOD FOR ESTIMATION OF AN INITIAL GEOMETRICAL IMPERFECTION IN SINGLE LAYER LATTICED DOME

加藤 史郎*, 武藤 至**
Shiro KATO and Itaru MUTOH

Initial imperfections caused by random member length errors are discussed to investigate how the imperfections appear over an entire surface of a single-layer latticed dome and what magnitude of forces is induced in constituent members. The method to evaluate the imperfections is based both on a matrix analysis and a Monte Carlo technique taken into account of some degree of joint looseness. The present procedure and the results from the numerical analysis will provide practical and effective informations when designers face to estimating the quantities of imperfections in a latticed dome at a design stage.

Keywords : single-layer latticed dome, initial geometrical imperfection, random member length error, joint looseness

単層ラチスドーム, 形状初期不整, ランダム部材長さ誤差, 接合部緩み

1. 序

実際の構造物に発生する初期不整に関する設計用の資料の蓄積は, 初期不整の実測データそのものの不足および不整要因の不確定さや発生メカニズムの複雑さ等により, 十分と言えない。また, 実測結果が手に入っても, 少ないデータから初期不整の持つ統計的特性を抽出して対象となる構造物に関連する設計公式にその特性を反映させることも現時点では困難である。

既往の研究では, 初期不整形を先見的に, 確定論的または確率論的に仮定しその座屈荷重や応力分布への影響が検討されている¹⁾。また, 個々の現場建て方における精度管理を主眼とする調査, 研究がなされてきた。例えば, 鋼構造骨組構造物の具体的な建物について, 部材の施工精度と完了後の初期不整の測定結果がそれぞれ報告されている^{2)~3)}。組立・施工時の精度と管理を目的として, プレファブ建築, プレキャスト RC 造と大型 PC パネル⁴⁾および, 吊 (ケーブルネット) 構造⁵⁾に関する報告がある。一方吊橋, 斜張橋の初期不整や施工精度について, 誤差発生を要因を構造解析に含めて精度管理に基づく分析がなされている⁶⁾。一連の実測結果は, 極めて有益な情報源となっているものの, 構造物に生じる初期不整を構造形式に応じて定量的に推定できるようには論理的な検討や分析が十分なされているとはいいがた

い。このような現状から判断して, 個々の不整要因と構造特性の具体的な関連性を検討するには, ランダムな不規則量と考えられる初期不整による構造全体の挙動への影響を確率・統計的に論じる必要がある。

本論では, 内部に柱のない大規模構造物の構造形式の一つとして, 単層ラチスドームを取り上げる。このような構造では, 互いに対等な部材がすべて組み上げられて初めて一つの架構が形成される⁷⁾。各部材は対等の精度で全体の構成に参加する必要があり, 部材の寸法誤差は互いに影響し合うことになる。また, 接合部の緩み (ガタ) も構造全体の変形に与える影響は, どの位置についても対等である。接合部の形式としては種々のものが考えられるが, 組立および施工の容易さからボールジョイントと軸力ボルトの組み合わせによるねじ込み接合が多く使用されている。

こうした構造架構からなる構造物の挙動に影響を与える諸要素は種々あるが, 大規模単層ラチスドームの設計には, 座屈荷重の検討が必要であり, 座屈荷重には形状初期不整の影響が大きいといわれている⁸⁾。そこで, 本論は, 構造形式に応じた初期不整感受性を把握するには, 初期不整そのものの発生および推定が問題であると考え, そのための解析手法について検討する。ところで, 形状初期不整は, 種々の要因によって発生すると考えら

* 豊橋技術科学大学建設工学系 教授・工博

** 岐阜工業高等専門学校建築学科 講師

Prot., Dept. of Regional Planning Toyohashi Univ. of Technology, Dr. Eng.

Lecturer, Dept. of Architecture Gifu National College of Technology

れる。例えば、部材製作時には元たわみ、長さ誤差が、また架構の組立施工時には接合部の初期回転、偏心と支持構造の施工誤差などが考えられる。各々の要因は、相互にかかわり合いながら建て方方法などにしたがって、初期不整に対して複雑に影響を及ぼすと考えられる。

しかしながら、実大規模のラチスドームについて個々の不整要因と発生初期不整量との関係を数値解析により合理的に把握することも重要と判断される。筆者らは、先に比較的簡単な解析モデルに基づきドームを構成する部材の長さ誤差のみによって発生する初期不整の基本的な性状について報告した⁹⁾。本論では、初期不整の発生要因・誤差等を上述のねじ込み接合された構造架構について概説し、誤差のモデル化の考え方と統計的に発生させる方法を示す。そして、特定の形状、境界条件のもと、ほぼ正三角形網目状からなるかなり偏平なラチスドームについて自己釣合系で数値解析する。得られた結果から、部材長さ誤差の影響を単層ラチスドームの構造特性に関係すると考えられる各部材および節点の位置関係ごとに統計量の変動を分析し、初期不整を推定する。

2. 初期不整の発生要因と誤差のモデル化

序で述べた単層ラチスドームについて、基本的な初期不整の発生のメカニズムに関係すると思われる要因を概略的に説明してみる。ボールジョイントによるねじ込み接合による架構では、ボール部とボルトネジとの接触の程度が問題となる。接合部に緩みがある場合には、使用する接合部ごとに実験からその力学特性を明らかにし緩みや部材の剛性をあらかじめ評価しておく必要がある。

このような架構では、個々の部材、ボルトおよびボールジョイントが製作される際に各々の加工誤差が生じるであろう。すなわち、例えば、Fig.1(a) に示される部材長さ（寸法） l の誤差 Δl とジョイントの接合角度 θ_1, θ_2 の誤差 $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$ が問題となる。また、架構を形成

Fig.1 Schematic illustrations for errors of member manufacture and some kinds of member assemblage

する際に、組立時の偏心接合誤差、および建て方方法と順序により生じる累積誤差等が問題となる。一方、架構支持部の施工時には、基礎の形状と位置の誤差、アンカー・フレームの芯ずれとシューの芯ずれ等による誤差が問題となるものの、下部支持構造と上部架構の精度には大きな差が生じることから、施工計画時に適切な対応が必要と考えられる。

また種々の構造形式および施工方法などを想定した上で設計時にあらかじめ考慮されるべき問題として、Fig.1(b) の頻度分布で示されるような管理限界内で架構の組立てにあたり部材の製作誤差を接合部の緩みで吸収可能な範囲で除去する場合、あるいは Fig.1(c) に示されるような緩みを許容し組み上げる Fig.1(b) の破線の頻度分布の場合が考えられる。

本論では、後者の考え方により接合部の緩みを考慮し、部材長さ誤差のみを取り上げる。その誤差は、部材製作時に品質管理がなされ十分その管理限界内でおさめられると仮定する。部材寸法に関する品質管理では、寸法の補正・調整の方法として、長すぎれば切断し短いと作り替える等が考えられる。したがって、部材長さ誤差のモデル化にあたっては、基本となる一定の平均部材長に対し平均値ゼロおよび、加工精度と管理限界を考慮して設定した標準偏差で打ち切りされる正規分布に従う不規則変量を仮定した。

3. 解析モデルと解析方法

3-1 構造概要

単層ラチスドームの挙動に影響する諸量には、構造物の規模、全体形状および、境界条件などがあげられる。本研究で解析するばね接合単層ラチスドームの形態に関し、Fig.2(a) に全体形状と境界条件が、Fig.2(b) に単位ドームと部材半開角 ϕ_1 が示される。すなわち、正六角形平面状の球形ドームである。ドームの各節点は、曲率半径 R の球面上にありドームの頂点と一組の最外周の各隅点とを結ぶ稜線についてドーム開角 $2\phi_0$ をスパン数で等分して円弧上の座標が定められる。また、ドームの周方向の各節点は、各々が描く円弧を等分割して各座標が求められている。このようにして、各部材の長さはほぼ等しくなるように完全形状のドームを分割されているものの、各々の長さはわずかながら異なっている。本解析では、曲率半径 $R=40.12\text{ m}$ 、ドーム開角 $2\phi_0=20^\circ$ 、スパン数 4 の場合を扱っている。

部材半開角について、既往の研究では 1.5° から 7° 程度が多くみられるが、特に浅いライズのラチスドーム¹¹⁾を前提とし、 $\phi_1=2.5^\circ$ の一ケースだけ想定した。境界条件は、外周上の隅点（黒丸）では、 X, Y, Z 方向の変位が生じないように拘束され、他の外周上の節点（白丸）は、 Z 方向の変位を生じないように拘束され、 $X,$

Fig. 2 Configuration of a latticed dome (a) geometry of four-spanned hexagonal single-layer dome, (b) unit hexagonal dome at apex and member half open angle ϕ .

Y 方向は、ローラー支持されているものとした。

3-2 部材モデル

解析に用いた部材モデルと力学特性（緩みを考慮する場合）が、Fig. 3(a) に示される。軸力特性は、Fig. 3(b) に示すように、ボールジョイントの緩みを考慮して初期剛性を $\gamma_a = 1/10$ に低減して緩みを $\bar{d}_0 = \pm 0.05$ cm とした。曲げばね特性は、Fig. 3(c) に示すように、初期剛性を $\gamma_b = 1/10$ に低減し緩みを $\Delta\theta_0 = \pm 0.001$ rad. とした。解析に用いた部材の断面性能等は、Table 1 にまとめて示される。

3-3 基本式および解析方法

Fig. 4 に示す座標系にある部材モデルに基づき、通常のマトリックス法に従い定式化を行った。その際以下の各項目を考慮した。すなわち、a) ランダムな部材長さ誤差、b) 軸力特性の緩み、c) ばね要素の回転特性の緩み、そして d) 偏心接合、の 4 項目である。

Fig. 3 Analytical model of constituent member unit and its mechanical properties with consideration of joint loosenesses (a) beam element with nondimensional rotational springs and rigid balls at both ends (b) axial force-deformation relationships (c) moment-rotation relationships

a, b: finite size of rigid body; e_1, e_2 : eccentricity length

Fig. 4 Coordinate systems of member consisted of beam element, nondimensional springs and finite-sized rigid spherical balls at both member ends

Table 1 Properties of constituent member unit

PROPERTIES		PIPE	CONNECTOR
Diameter	ϕ	16.5 cm	3.6 cm
Thickness	t	0.45 cm	-
Member's length	L	320.0 cm	5.0 cm
Cross-section area	A	22.72 cm ²	10.18 cm ²
Moment of inertia	I	733.94 cm ⁴	8.24 cm ⁴
Section modulus	Z	88.85 cm ³	4.58 cm ³
Young's modulus	E	2.1×10^6 kg/cm ²	2.1×10^6 kg/cm ²
Spring constant	ks	4.82×10^6 kg/cm	3.46×10^6 kg/cm

部材 01-02 の基本式：部材の力学特性は、通常のはり要素と同様に考える。しかし、部材長さ誤差と軸力特性の緩みを考慮して、力学特性が以下のように修正される。節点 01, 02 の軸方向変位 u_{01}, u_{02} による部材の伸びを ξ として、Fig. 3(b) を参照し軸力 n を発生させる規準ひずみ d は、部材長さ誤差 Δl と等価な伸びなら軸力が発生しないと考え $d = \xi - \Delta l$ と定義される。したがっ

て、部材の軸力特性は次式で表現できる。

$$n = \gamma_a \times \frac{EA}{l} \times d; \bar{d}_0 \geq d \geq -\bar{d}_0 \dots \dots \dots (1)$$

$$n = \frac{EA}{l} \times (d - \bar{d}_0) + \gamma_a \times \frac{EA}{l} \times \bar{d}_0; d > \bar{d}_0 \dots \dots \dots (2)$$

$$n = \frac{EA}{l} \times (d - \bar{d}_0) - \gamma_a \times \frac{EA}{l} \times \bar{d}_0; d < -\bar{d}_0 \dots \dots \dots (3)$$

以上を考慮して、部材の基本式が下式のようにマトリックス表現される。

$$\{f_0\} = [k_0] \{d_0\} - \{\bar{f}_0\} \dots \dots \dots (4)$$

ここで、Fig. 4 を参照して部材の両端の作用力 $\{f_0\}$ と変位 $\{d_0\}$ を次の記号で表示する。

$$\begin{aligned} \{f_0\} &= \{n_{01} \quad q_{01y} \quad q_{01z} \quad m_{01x} \quad m_{01y} \quad m_{01z} \\ &\quad n_{02} \quad q_{02y} \quad q_{02z} \quad m_{02x} \quad m_{02y} \quad m_{02z}\}^T \\ \{d_0\} &= \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \theta_{1x} \quad \theta_{1y} \quad \theta_{1z} \\ &\quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \theta_{2x} \quad \theta_{2y} \quad \theta_{2z}\}^T \end{aligned}$$

$\{\bar{f}_0\}$ は、部材の長さ誤差 Δl により発生する等価部材内力ベクトルであり、緩み量と規準ひずみの関係に応じて要素 $\bar{f}_0(1)$, $\bar{f}_0(7)$ に対して次式のように表され、それ以外の要素はゼロである。

$$\bar{f}_0(1) = -\gamma_a \frac{EA}{l} \Delta l = -\bar{f}_0(7) \dots \dots \dots (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{d}_0 \geq d \geq -\bar{d}_0 \\ \bar{f}_0(1) = -\left[\frac{EA}{l} (\Delta l + \bar{d}_0) - \gamma_a \frac{EA}{l} \bar{d}_0 \right] = -\bar{f}_0(7) \dots \dots \dots (6) \\ d \geq \bar{d}_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_0(1) = -\left[\frac{EA}{l} (\Delta l - \bar{d}_0) + \gamma_a \frac{EA}{l} \bar{d}_0 \right] = -\bar{f}_0(7) \dots \dots \dots (7) \\ d \leq -\bar{d}_0 \end{aligned}$$

また、 $[k_0]$ は、緩み量が $|d| \geq \bar{d}_0$ の範囲なら通常の部材剛性マトリックス (大きさ 12×12) であるが、 $\bar{d}_0 \geq d \geq -\bar{d}_0$ では、初期剛性の低減を考慮して下式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} k_0(1,1) &= \gamma_a \frac{EA}{l} = k_0(7,7) \\ k_0(7,1) &= -\gamma_a \frac{EA}{l} = k_0(1,7) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

01, 02 端の曲げばねの基本式：部材の両端のばねは、Fig. 4 に示す y 軸、 z 軸回りの回転に抵抗し、各々独立とする。同様に、曲げばねの緩みを考慮して、例えば 01 端の y 軸回りの曲げ特性は、以下のように示される。

$$M_{1y} = k_{sy1} \times (\theta_{1y} - \theta_{01y}) \times \gamma_{By1} \dots \dots \dots (9)$$

$$\begin{aligned} |\theta_{1y} - \theta_{01y}| \leq \Delta \bar{\theta}_{01y} \\ M_{1y} = k_{sy1} \times (\theta_{1y} - \theta_{01y} - \Delta \bar{\theta}_{01y}) + \gamma_{By1} \times k_{sy1} \times \Delta \bar{\theta}_{01y} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

$$(\theta_{1y} - \theta_{01y}) \geq \Delta \bar{\theta}_{01y}$$

$$M_{1y} = k_{sy1} \times (\theta_{1y} - \theta_{01y} + \Delta \bar{\theta}_{01y}) - \gamma_{By1} \times k_{sy1} \times \Delta \bar{\theta}_{01y} \dots \dots \dots (11)$$

$$(\theta_{1y} - \theta_{01y}) \leq -\Delta \bar{\theta}_{01y}$$

同様に、 z 軸、そして 02 端の y 、 z 軸回りに対しても求められる。上述した曲げばね特性を考慮して、部材端変位と節点 1, 2 (Fig. 4 の剛体部分について) に関するモーメントの釣合いが、下式のマトリックス表示により与えられる。

$$\{s_0\} = [A] \{d_1\} + [B] \{\theta_0\} - \{\bar{s}_0\} \dots \dots \dots (12)$$

ここで、 $\{s_0\}$ は、曲げばねにより発生するモーメントでありその要素には、 M_{1y} , M_{1z} , M_{2y} , M_{2z} を含み、 $\{d_1\}$ は、節点 1, 2 の変位ベクトルであり、

$$\{d_1\} = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \theta_{1x} \quad \theta_{1y} \quad \theta_{1z} \quad \theta_{2x} \quad \theta_{2y} \quad \theta_{2z}\}^T$$

また $\{\theta_0\}$ は、部材要素の回転ベクトルで $\{\theta_{01y} \quad \theta_{01z} \quad \theta_{02y} \quad \theta_{02z}\}^T$ に対応する。 $[A]$, $[B]$ は、上述した緩み特性から求められる曲げばねの回転剛性を表す。一方先述した部材端変位ベクトル $\{d_0\}$ は、接合部の剛域長さ a , b と鉛直方向の偏心 e_1 , e_2 とを考慮して、次式で表される。

$$\{d_0\} = [R] \{d_1\} + [R_0] \{\theta_0\} \dots \dots \dots (13)$$

ただし、 $[R]$ は節点変位に関する係数マトリックス、 $[R_0]$ は部材両端部での回転成分であるが、本論では詳細は省いている。なお、 $\{\bar{s}_0\}$ は、節点と部材端での回転量の差に対する曲げばねの緩みにより発生する付加モーメントである。以上より、式 (13) の $\{\theta_0\}$ 項を式 (12) に代入して、等価材への置換により単材としての基本式が誘導できる。

解析方法：数値計算は、一般のマトリックス法と変わらない。なお、部材長さ誤差を含むを単層ラチスドームの解析に当たっては、以下の仮定を設定する。

(a) ドームを構成する各節点は、組み立てるまでは完全系上にある (Fig. 2(a))。

(b) 部材要素は、鋼管で直線材であり、部材断面積は同一とする。

(c) 接合部の緩みは、確定量として与え力学特性は各接合部で同一とした (Fig. 3)。その大きさは、部材の軸特性に関係する $\bar{d}_0$ と曲げ特性に関係する $\Delta \bar{\theta}_0$ であり、それぞれ部材長さあるいは部材半開角に比べて十分小さい。

(d) 接合部は、部材とばねとパネル (剛体) からなるモデル¹²⁾とし (Fig. 4)、ばねの長さは無視する。また、接合部の偏心 e_1 , e_2 は無いものとする。

解析に用いた接合部の緩みとして以下の 4 種類を想定した。全く緩みがない場合 (case 1)、軸力特性のみに緩みを考慮する場合 (case 2)、曲げばねの回転特性のみ緩みを考慮する場合 (case 3) そして、両者に緩みを考慮する場合 (case 4) である。各々の場合について、ランダムな部材長さ誤差の標準偏差 σ_{TC} ごとに、100 サ

ンプルずつに対して、無荷重状態で数値計算を行った。ただし、緩みを考慮する場合には、部材長さ誤差を一度に与えるのではなく分割して解析を進めて繰り返し計算によって真の変位に収束させている。

4. 部材長さ誤差の発生方法

部材長さ誤差は、鉄骨精度測定指針¹⁰⁾によると、指定寸法に対する標準許容差の表現で、長さ 10 m までの柱およびはりについて (−3 mm, +3 mm) とされている。本論では、部材長が約 300 cm 程度のものを想定し、品質管理の精度限界として ± 0.10 cm, ± 0.05 cm, ± 0.025 cm, そして ± 0.0125 cm の 4 種類を設定した。これらの値は、それぞれ標準許容差の 1/3, 1/6, 1/12, 1/24 倍に対応する。こうして、設定した部材長さの精度限界を誤差発生のための設定標準偏差 σ_{TC} として採用する。設定された部材長さ誤差の標準偏差の各値 $\sigma_{TC} = 0.0125, 0.0250, 0.0500, 0.1000$ cm を用い平均値ゼロとし、Box-Muller 法で各々に対し 1 000 個ずつ擬似正規乱数を発生させる。作成した母集団に対して、 $\pm 2\sigma_{TC}$ (設定標準偏差の 2 倍) で分布の両裾をカットオフし、所要部材数だけ部材誤差の標本をランダムに抽出して、各々 100 ケースずつ発生させた。なお予備計算では、乱数発生シードの違いの検討と誤差発生頻度分布の比較のため 2 種類のシードについて 300 個のサンプル群を用いた。各シードについて具体例を Appendix に示すが、サンプル群と抽出群とはほぼ類似の分布を示すという結果を得ている。

5. 初期不整の統計的分析と推定方法

部材長さ誤差 Δl を有する各部材で構成される単層ラチスドームに対して、数値解析を行って求まる初期不整および、部材伸びと発生軸力について統計的に分析する。得られる初期不整、すなわち初期変位には、水平方向成分と鉛直方向成分がある。本論では、推定する初期不整として鉛直変位成分を対象とする。

初期不整を統計的に分析し推定するために、以下に示す視点を設定した。

1) 解析に用いた部材長さ誤差 Δl の標準偏差 $\sigma_{\Delta l}$ と、数値計算から求まる鉛直変位 D と次式で定義する鉛直相対変位 ΔW の各々の平均値 $\text{mean}(D)$, $\text{mean}(\Delta W)$ と標準偏差 σ_D , $\sigma_{\Delta W}$ の分布との関係を調べる。

$$\Delta W(i) = D(i) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n D(j)$$

ここで、鉛直変位 D は、個々の節点に関する鉛直方向の変位量であり、鉛直相対変位 ΔW はある節点 i を中央に持つ 1 パネル単位についてその節点の絶対鉛直変位 $D(i)$ から、隣接する節点 j (n 個) に対し求めた $D(j)$ の平均を差し引いた値である。このような式を用い相対

鉛直変位を求めるのは、おもに次の理由による。序でも触れたように、比較的偏平な単層ラチスドームでは、局部座屈が生じやすく、その座屈範囲の基本となるスケールは 1 パネル単位と考えられる。そこで、座屈挙動に影響すると思われる初期不整の分布を分析するための視点として上式を用いることにした。

同様に、部材伸び ξ と発生軸力 (以下、 AF と略記する) の各々の平均値と標準偏差 σ_ξ , σ_f の分布についても分析する。

2) 先述した接合部のモデルとして考慮される緩みの初期不整分布に対する影響を調べる。その際、構造全体としての基本統計量 (ここでは、平均値、標準偏差および分布をいう) の分析と先述した 1 パネル単位ごとの相対的な基本統計量の分析を併せて行う。さらに、部材長さ誤差のばらつきの程度と対応する初期不整などのばらつきを標準偏差の平均と標準偏差により把握する。こうした方法に基づく意味は、初期不整の空間分布をドームの構造特性との関連で分析するためにドームを構成する部材および節点位置ごとに、解析から得られた諸量の特徴的な傾向を抽出して、構造特性が異なることによる発生初期不整の違いの程度を説明できるものか試みることにある。

3) 一連の分析により、部材長さ誤差 Δl の標準偏差 $\sigma_{\Delta l}$ に関する基本統計量に基づき初期不整の標準偏差の統計量を空間分布と併せて発生初期不整のもつ統計的特性を推定する。

6. 解析結果

各ケースごとおよび部材長さ誤差の設定標準偏差ごとに対し 100 サンプルずつ数値計算を行って得られた諸量について先述した方法で統計的に分析した結果を述べ、初期不整の推定およびその特性に関する特徴的な傾向が以下にまとめられている。

6-1 部材長さ誤差と部材伸びの関係

Fig. 5 には、部材長さ誤差 Δl の設定標準偏差 σ_{TC} の各値ごとに、case 1 から case 4 に対し、計算を行って求めた、部材伸び ξ について、発生部材長さ誤差の標準偏差 $\sigma_{\Delta l}$ と部材伸びの標準偏差 σ_ξ の統計量がまとめられている。すなわち、各々の標準偏差の平均値 $E(\sigma_{\Delta l})$, $E(\sigma_\xi)$ と標準偏差の標準偏差 $\sigma(\sigma_{\Delta l})$, $\sigma(\sigma_\xi)$ をプロットしてある。図中の直線は、勾配 1.0 の場合を参考を示すものである。

同図より全体として、両者は線形関係にあり勾配はおよそ 0.9 といえる。case 2 の場合は、 $\sigma_{TC} = 0.025, 0.05$ cm をはさみ若干の非線形性がうかがわれる。これは、軸特性にのみ緩みを考慮していることと仮定した接合部の初期勾配域 (± 0.05 cm) の特性が反映されるためと考えられる。解析に用いた曲げばね特性による部材伸び

Fig. 5 Effect of member length errors on the member axial elongations in terms of statistics on standard deviations

への影響は、それほど著しくないと考えられる。しかしながら、部材と接合部との取り付け角度誤差がある場合に対する検討が望まれる。

6-2 部材伸びと発生軸力の関係

Fig. 6 には、部材伸び ϵ と発生軸力 AF の各々の標準偏差 σ_ϵ , σ_f の統計量の関係を示す。先に述べた関係と同様に、case 1, 3 の軸特性の緩みを考慮しない場合と case 2, 4 の軸特性の緩みを考慮する場合とのグループ化が顕著であり、case 2, 4 の場合、非線形性がみられる。case 1, 3 では、 AF の標準偏差 σ_f の平均値 $E(\sigma_f)$ とその標準偏差 $\sigma(\sigma_f)$ もきわめて大きく、case 1 に対して case 2, 4 の場合、発生軸力はほぼ 1/6 程度に減少している。case 2 と case 4 について比較すると、発生軸力は後者の方がわずかに低い傾向にあり曲げばね

Fig. 6 Representative relations of standard deviations for member internal axial forces against member elongations

特性の緩みの影響がみられる。

6-3 部材長さ誤差と発生初期不整との関係

部材長さ誤差 Δl の発生サンプルの標準偏差 $\sigma_{\Delta l}$ に対する鉛直変位 D と鉛直相対変位 ΔW の標準偏差 σ_D , $\sigma_{\Delta W}$ の変動について、その両者の関係を各々 Fig. 7, Fig. 8 に示した。曲げばね特性の緩みを考慮しない case 1 と case 2 は、ほぼ線形関係にあり、case 4 の曲げばね特性の緩みも考慮する場合には、 $\sigma_{TG} = 0.025, 0.05$ cm を挟んで非線形性がうかがわれるが、以降はその勾配は case 2 と似通っている。なお図中の破線は、両者の関係を概説する勾配で参考のために描かれている。

6-4 初期不整分布と発生部材軸力の関係

構造全体に関する鉛直相対変位 ΔW の標準偏差 $\sigma_{\Delta W}$ と、発生部材軸力 AF の標準偏差 σ_f の統計量の関係が Fig. 9 に示される。case 1 の場合、その勾配はほぼ 1000 : 0.15 で線形関係にある。他の各 case は、若干の非線形性がうかがわれる。

いずれの case についても仮定した接合部の力学特性の違いが反映されているといえよう。なお、十字の付いてない各プロットは、 σ_f に関する鉛直変位 D の標準偏差 σ_D による変動を表す。case 1 の場合、その勾配はほぼ 2000 : 0.45 となり、その変動は σ_f に対する ΔW の

Fig. 7 Effect of member length errors on the initial vertical displacements

Fig. 8 Effect of member length errors on the relative initial vertical displacement

Fig. 9 Representative relationships of member internal axial force against initial geometrical imperfection in view of a root-mean-square statistics for each dome analyzed

勾配に比較して、約 2/3 (70 % 程度) といえる。このように得られた結果は、接合部のモデルに影響されることから、緩み特性に関する実際のデータを蓄積して、解析に取り入れることが、重要な研究課題と考えられる。

6-5 発生初期不整の特性

以上の結果をふまえて、次に、発生初期不整の統計量の特徴的な傾向について述べる。

構造全体としての初期不整の特性：各通り (a, b, c) について、鉛直変位 D と鉛直相対変位 ΔW のサンプル平均を case 別に $\sigma_{TG}=0.05$ cm の場合について、Fig. 10 に例示した。図中の $\text{mean}(D)$ に関する各直線は、case ごとの全体サンプルについて求めた D の平均値を示す。case 2, 4 では、すべての節点で $\text{mean}(D)$ は負値を示し曲げばねに考慮した緩みの影響が現れている。

節点 5, 11, 14 は、すべての case で $\text{mean}(D)$ が負値 (鉛直下方) を示す。図中節点 6, 9, 15 も負値を示すが、その値は構造全体として求めた D の全体サンプルの平均値 (図中の各直線で示される) を境にして、節点 10 も同様に、全体サンプルの平均値を 3 節点とも上回っている。case 1, 3 (軸特性の緩みを考慮しない) では正值 (鉛直上方) を示す。さらに、節点 6, 15 は、各々の構造全体としての初期不整の平均値が最小となっている。同図より節点 5, 11 は、各 case ごとに同程度の変動を示し、節点 14 はすべてのケースに対して最大の負値を示す。同図に示す $\text{mean}(\Delta W)$ のプロットは、節点 5, 11, 14 が負値を取る傾向を顕著に表している。なお、 $\text{mean}(\Delta W)$ に関し求めた全体サンプルの平均値は、すべての case についてほぼゼロとなった。

Fig. 11 には、 $\sigma_{TG}=0.05$ cm に対し D と ΔW に関す

Fig. 10 Spatial distribution of rms mean values of initial geometrical imperfection in a hexagonal latticed dome ($\sigma_{TG}=0.05$ cm) (a) mean values of initial vertical displacements (b) mean values of relative initial vertical displacements

Fig. 11 Spatial distribution of min-max value of initial geometrical imperfection

る最大値と最小値を比較して例示されている。Fig. 10, Fig. 11 から、節点 11, 14 の初期不整の変動の仕方が逆転していることがわかる。つまり、 D の平均値は、節点 11 が 14 より小さいのに対し、負値の最大値の変動は、節点 14 の方が小さくなっている。一方 ΔW でみると、

Fig. 12 Spatial distribution of means and standard deviations of member internal axial forces ($\sigma_{TG}=0.05$ cm)

負の最大値の変動の様子は、両節点の平均値の変動とにかよっている。正值の鉛直相対変位については、節点9で突出し、節点6, 10もかなりの変動がみられる。しかしながら、すべての case について各節点間の変化の程度は似通っている。

1 パネル単位の初期不整の特性：次に、1 パネル単位での初期不整の特征的傾向について着目する。Fig. 12, Fig. 13 から支持境界周辺パネルと頂部のパネルとの相違点、さらに、鉛直変位の負値を示すパネルの発生初期不整の特性について考察する。

Fig. 12 に示す鉛直相対変位 ΔW と発生軸力 AF 標準偏差 $\sigma_{\Delta W}$, σ_f の関係から、頂部のパネル（節点10を中央とする場合）の case 1 の勾配は、およそ 1000 : 0.4 となり、先に示した Fig. 10 の全体構造に関する勾配 1000 : 0.15 に比べてかなり低下している。また、各 case 別の両者の関係のうち、case 2 と case 3 の逆転が見られる。境界周辺のパネル（例として節点14を中央とする場合）については、概して case 1 の勾配が 1000 : 0.3 程度になっている。

Fig. 13 には、各パネルごとに求めた部材番号ごとの発生軸力 AF のサンプル平均と標準偏差を、各 case と σ_{TG} ごとに分布図としてまとめた結果のうち case 1 と case 2 について $\sigma_{TG}=0.05$ cm に対して例示されている。

Fig. 13 Representative relationships of member internal axial forces against relative initial vertical displacement for each unit hexagonal panel in terms of local average statistics

なおすべての case について、図中の部材 a, b, c, d に対応する発生軸力 AF の平均値は負値（圧縮側）となった。他の境界上の AF は、ほとんどが正值（引張側）となっている。case 2 は、 $\sigma_{TG}=0.10$ cm を除いて、すべての σ_{TG} で節点5, 11, 14につながる各々6本の部材の軸力の平均値の符号が正值となっていることおよび、節点10につながる6本の部材は、符号が交互に入れ替わっているのが特徴的である。また、節点10につながる AF の標準偏差は、総じてその変動が少ないのに対し、支持境界の隅点の各々につながる6本の部材の軸力は、前者の0.6から0.8倍程度に減少している。特に、節点6, 14に関係する部材がその減少の度合いが著しい。case 1, 3 では、節点6, 9を含むパネルに関係する

AFの平均値が負値を示す部材の数は、case 1では6本中4本で部材位置の出現パターンが同じ($\sigma_{TC}=0.025$ cmを除く)であり、他のパネルについてもそのパターンは、似通る傾向にある。case 3の場合は、節点9を含むパネルの他にも部材位置の出現パターンは、case 1に比べてかなり異なる傾向となる。case 4の場合は、負値を取るパネルのうち、節点15を含むものが同じパターン($\sigma_{TC}=0.0125$ cmを除く)で現れ、次いで節点9を含むパネルに負値を示す部材が多くみられる。

7. 結 語

本論では、ランダムな部材長さ誤差を有する単層ラチスドームに生じる形状初期不整を構造解析によって発生させる方法が示された。解析に際して、ねじ込み接合されたドームを構成する部材要素は、部材両端で接合部の緩みを考慮してモデル化されている。数値シミュレーションによって求めた結果を統計処理して部材長さ誤差 Δl の標準偏差と初期不整の統計量(平均値と標準偏差)との関連から発生形状不整(ここでは、鉛直変位)および、部材軸力を推定した。得られた結果を以下に要約し本手法の妥当性および、今後の課題に言及する。

(1) ランダムな部材長さ誤差の標準偏差と部材伸びおよび初期鉛直変位の標準偏差は、各々線形関係にある。また、接合部の緩みの影響は、すべての節点について鉛直変位の分布へ一様に現れる。各サンプルごとに求めた鉛直変位と部材長さ誤差との関係は緩みの種類に応じて異なり、軸力特性のみに緩みがある場合が、最小勾配となった。

(2) 部材軸力の平均値と標準偏差は、接合部の緩みによりかなり変動する。特に、境界周辺の各部材では、ドーム内部の部材に比べて軸力の変動は、2—3倍の大きさとなる。このことから、構成部材の断面設計には、境界周辺部材に注意を払う必要があるといえる。

(3) 形状初期不整の空間分布を分析するには、各単位六角形パネルに関する局所平均統計量と各節点に対する鉛直変位の最大値と最小値が重要となる。すなわち緩みを全く考慮しない場合には、局所平均と標準偏差は、ランダムな部材長さ誤差の標準偏差と比例関係にある。そうでない場合には、最大値の変動は、形状初期不整量のほぼ 3σ 値に等しい。以上より、各パネルを構成する部材の軸力の変動特性を把握するには、構造全体にわたりパネル位置と節点位置および、パネルを構成する部材位置による発生軸力と、鉛直相対変位そして鉛直変位の空間分布との関係を調べるのが重要と考えられる。このことは、初期不整の推定において必要な項目であり、構造特性、力学特性を反映させた形状初期不整の発生の問題に関係するということを想起させる。

本論で示した初期不整発生の方法とその推定手法につ

いて、実測値が不足している現状から具体的にその妥当性を含めて議論することは、困難と思われる。しかしながら、本研究と同様の部材構成による実験報告¹³⁾と比較して大略妥当なものと判断される。すなわち、同実験報告は、かなり厳密な部材製作と可能な限り接合部の緩みを許容しない組立てによるドームを対象とした、単一の試験から各節点の初期不整の値を示している。したがって統計的な裏付けに基づくものではないが、同報告では鉛直変位量が最大+3mm(上方向)で最小±0mm、相対鉛直変位量が最小で-1mm、最大+2mmとなっている。これは、本論で示した接合部に緩みを考慮しない場合の最小部材長さ誤差に対する解析結果の 2σ 値の範囲にある。

以上のことから、発生した形状初期不整の分布の節点位置ごとの対応と同時に、発生軸力の分布の部材ごとの対応関係を統合して、初期不整の推定が可能になれば設計に有用な資料を提供できると考える。すなわち、架構の設計時に不整発生メカニズムを考慮して初期不整を確率・統計的に推定するには、本論で述べたように形状初期不整の空間分布と関連づけることが望まれる。そのためには、部材長さ誤差の他に、接合部の緩み特性およびジョイントの取り付け角度誤差なども不規則量として扱い個々の不整要因に対して、初期不整の発生とその推定の問題を検討し、さらに各々の要因の相互作用の影響について構造形式と施工方法を踏まえた解析的な研究が必要であろう。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、数値解析ならびに図表作成において豊橋技術科学大学大学院生 庄村昌明氏に多大な御協力を頂きました。ここに、深く謝意を表します。

Appendix 発生部材長さ誤差の検討

ランダムな部材長さ誤差のシミュレーションの結果を検討するとき厳密には統計的検定が必要と思われるが、例えば設定標準偏差 σ_{TC} に対して発生させた擬似乱数の標準偏差 σ_{d1} の最大値

Fig. A-1 Sample histogram for seed No. 1

Fig. A-2 Sample histogram for seed No. 2

と最小値は、最小値側で設定値 σ_{rc} の 73 %, 最大値側で 93 % となっている。発生サンプル群と抽出群 (ハッチング) の頻度分布の例が 2 種類のシードについて Fig. A-1, A-2 に示される。同図は、各々平均値 0 で設定標準偏差 $\sigma_{rc}=0.05$ cm の場合であり図中にはカットオフの範囲が例示されている。なお、シードの違いによる統計量は、それぞれについてほぼ 10^{-3} から 10^{-4} 程度の差を示し、頻度分布も相対的にシフトしているが、サンプル群と抽出群とはほぼ類似するといえよう。また、本論においては、Fig. A-1 の特性を示すシードが用いられている。

参考文献

- 1) Roorda, J. : Some Statistical Aspects of the Buckling of Imperfection Sensitive Structures, J. Mech, Phys. Solids, Vol.17, pp.111-136, 1969.
- 2) 木村 勇ほか 6 名 : 鉄骨建方の精度管理—サンシャイン 60 に見る設計, 製作, 施工の一貫システム, JSSC, Vol.15, No.165, pp.1-10, 1979.10.
- 3) 高橋春蘭ほか 5 名 : 広がりのある建物の現場溶接と建方精度の実際, 建築技術, No.416, pp.87-98, 1986.4.
- 4) 椎名博美ほか 4 名 : 大型 PC 版工法の建方精度調査, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (東北), pp.161-162, 1973.10.
- 5) 中西 宏, 波田凱夫 : 吊構造における施工誤差と完成形状について, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (中国), pp.1011-1012, 1977.10.
- 6) 竹村勝之, 坂井藤一, 赤尾 宏 : 鋼橋の施工精度に関する確率論的考察, 土木学会論文集, 第 380 号 / I -7, pp.391-400, 1987.4.
- 7) 川口 衛 : 構造計画上の諸問題, スペースフレーム (立体格子構造) 設計・解析・施工 (昭和 57 年度科研総合 B 報告代表 : 日置興一郎), pp.14-25, 1983.3.
- 8) 石川浩一郎, 高島英幸, 加藤史郎 : ピン接合三角形網目状単層トラスドームの座屈荷重についての考察 (その 2), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (近畿) B, 構造 I, pp.1289-1290, 1987.10.
- 9) 向山洋一, 武藤 至, 加藤史郎 : 単層トラスドームの形状初期不整の推定, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (近畿) B, 構造 I, pp.1303-1304, 1987.10.
- 10) 日本建築学会 : 鉄骨精度測定指針, 1986.
- 11) 加藤史郎, 石川浩一郎 : ピン接合単層ラチスドームの弾性座屈性状の分析と座屈荷重の推定, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 393 号, pp.118-127, 1988.11.
- 12) 坂 寿二, 日置興一郎 : ねじ込み接合で組み立てた立体トラスの座屈挙動, 日本建築学会論文報告集, 第 331 号, pp.1-9, 1983.9.
- 13) 庄村昌明, 植木隆司, 向山洋一, 久保寺勲, 高島英行, 加藤史郎 : 単層ラチスドームの実大載荷実験及び弾塑性座屈解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (九州) B, 構造 I, pp.1251-1252, 1989.10.

(1990 年 8 月 30 日原稿受理, 1991 年 2 月 26 日採用決定)