コンクリート梁の切欠き有無による曲げ疲労強度と亀裂進展速度

FLEXURAL FATIGUE STRENGTH AND CRACK GROWTH IN CONCRETE BEAMS WITH NOTCH OR UNNOTCH

金子林爾*, 大岸佐吉**

Rinji KANEKO and Sakichi OHGISHI

Experimental investigations on flexural fatigue strength and crack growth in plain concrete beam with notch or unnotch were conducted by means of four-points bending test method. These tests were carried out under the following condition, a) size of concrete beam; 75×75×300 mm, b) single edge notch beam with relative notch depth; 0.12 constant, c) cyclic load at 5 Hz, d) repeated maximum load rates; 0.8, 0.75, 0.7 and 0.65, e) load amplitude; 0.1, 0.25, 0.5 and 0.75. According to test results, the conclusions were obtained as follows; 1) flexural fatigue strength in notched beam can be explained by equation of $S_{max}=0.839-0.052\cdot\log N_f$, 2) flexural fatigue strength of notched beam is about 10 % smaller than one of the unnotched beam, 3) in range of strain softening zone, Paris' law can be applied for concrete, 4) material constant, m in Paris' law showed by $(da/dN)=C(\Delta k)^m$, is 4.2~4.9 for concrete.

Keywords : concrete beams, four-point bending test, flexural fatigue strength, stress intensity factor, crack growth

コンクリート梁, 4点曲げ試験, 曲げ疲労強度, 応力拡大係数, 亀裂進展

1. はじめに

コンクリートの繰返し疲労に対する強度と寿命との関係は、旧来では単に強度のばらつきを考慮にいたした数理的表現による場合が多く、また繰返し途中に生ずる微視的な経過現象を無視することが多かった。しかし、コンクリートのような脆性挙動を示す材料では、組織が極めて複雑な内部構造を持つことからみて、従来の強度のみに基づく破壊論では適切な破壊過程を記述することはできない。したがって、コンクリートは金属やガラスなど脆性材料と同様に、内部欠陥の存在および亀裂の成長が予測されることを考慮した破壊力学的な手法を、疲労問題に取り入れる必要がある。

コンクリートの破壊靱性の評価は Kaplan¹⁾ によって着手されて以来、多くの研究^{2)~8)} が行われたが、いまだコンクリートの繰返し疲労問題に適用した研究例^{9), 10)} は非常に少ない。コンクリートの繰返し疲労においては、潜在的な亀裂あるいは切欠き部に生ずる亀裂がどのように成長して破壊に至るかを解明することは極めて重要である。つまり、亀裂をもつ部材の強度評価と亀裂進展挙動の把握が大切であろう。繰返し疲労に影響する因子と

して、コンクリート用材料、調合、試料寸法、静的強度、切欠きの形状とその深さ比、環境条件、載荷方法、繰返し応力度の上下限值、繰返し速度、載荷波形の種類など多くの事項が挙げられる。

本研究は、コンクリート梁の曲げ疲労特性を明らかにすることを目的とし、同一調合、同一寸法の梁について疲労寿命に及ばず切欠きの有無と疲労応力の上下限値の影響を実験的に調べた。また、破壊までの繰返し回数と引張縁ひずみの増大変化、切欠き部の開口変位に基づく亀裂進展の状況、繰返し疲労による亀裂進展速度と応力拡大係数との関係を各応力段階について検討することを試みた。

2. 実験方法

2.1 切欠き材と平滑材の供試体作製

本実験に用いたコンクリートは、普通ポルトランドセメント（比重 3.14, 材令 28 日圧縮強度 42.1 MPa）、細骨材（山砂, 比重 2.51, f. m. = 2.92）と粗骨材（山砂利, 比重 2.59, f. m. = 7.23）を使用した。単位コンクリートの重量調合はセメント 2.94 kN/m³, 水 1.61 kN/m³,

* 名城大学理工学部建築学科 助教授

** 名古屋工業大学社会開発工学科 教授・工博

Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Science and Engineering, Univ. of Meijo.

Prof., Dept. of Architecture and Civil Engineering, Nagoya Institute of Technology, Dr. Eng.

図—1 荷重方法と供試体の変位測定

砂 7.48 kN/m³, 砂利 10.0 kN/m³ であり, 水セメント比 55 %, 細骨材率 43.4 %, AE 減水剤 (セメント重量に対して 0.2 %) を使用した。コンクリートの練り混ぜは, 可傾式ミキサー (容量 100 リッター) によった。実測スランブ値は 17 cm, 空気量は 5.4 %/vol であった。

供試体の寸法は 75×75×300 mm の角柱体である。切欠きのある供試体の作製には, 型枠側面に幅 9 mm, 厚み 0.4 mm のステンレス製カッター刃を取り付けて切欠きを設けた。このステンレス製カッター刃を用いた理由は, 切欠き先端半径を限りなく小さくし, 理想亀裂に類似するように鋭い切欠きを与えることを考慮したためである。切欠き材の相対切欠き深さ比を ($a/W=0.12$) に一定とした。切欠きのない平滑材では, この刃を用いなかった。ここに, W は梁の高さ, a は切欠き深さを表す。

供試体は, すべて材令 28 日まで水中養生とし, それ以後室内養生 (20°C, RH=60 %) とした。室内保存中の供試体の水分損失の時間曲線を実測し, もはや大きな重量減少を認めなくなった時点の材令 56 日以後を試験材令とした。試料は気乾状態である。

2.2 試験装置と試験方法

静的曲げ強度試験および曲げ疲労試験共に, 電気油圧式サーボバルブ機構の材料試験装置 (MTS 社製 810-13 型, 最大荷重 25 t, 12.5 t, 5 t, 2.5 t の 4 段切り替え可能) を使用した。曲げ疲労の載荷は 5 サイクル/秒とした。荷重波形は正弦波である。曲げ供試体の載荷要領と, ひずみ測定および変位測定の方法を図—1 に示す。

疲労載荷下の曲げ供試体の引張縁ひずみは, 梁中央の引張縁に貼ったワイヤーストレングージ (測長 60 mm) により測定し, また切欠き部の開口変位 (Crack Opening Displacement, COD) は切欠き部を中心として内法 12 mm の間隔でステンレス製ハタ金を 2 個供試体に固定し, この金具に取り付けたクリップ型変位計 (MTS 社製 632.13 C-20) により測定した。他方, 梁中央部のたわみ変形の測定にはキャンチレバ (ピストン) 型変位計 (TS 社製, CDP-25) を使用した。これら測定計の出力データはすべて 7 チャンネル・アナログ入力インターフェイス (YHP 製 98640 A) を介して, デスクトップ・コンピュータ (YHP 社製 9826 A) により集録し,

表—1 切欠き材と平滑材の疲労試験条件と試料数

Specimen	Notched				Unnotched
S_{max}/R	0.1	0.25	0.5	0.75	0.1
0.8	6	-	-	-	5
0.75	6	6	4	4	6
0.7	6	4	5	-	5
0.65	6	-	-	-	-

$S_{max}=\sigma_{max}/F_b$, S_{max} :Maximum stress ratio, F_b :Mean value of flexural strength(MPa), $R=S_{min}/S_{max}$

かつデータ処理を行った。

2.3 静的および疲労曲げ試験方法

切欠き材と平滑材はともに, 静的曲げ強度および曲げ疲労試験は 4 点曲げ方式 (図—1 参照) で荷重を加え, 切欠きの形状は先述のごとく, SEN (Single Edge Notched) はり供試体で行った。

曲げ疲労試験での載荷速度は, 前記のごとく 5 Hz である。5 Hz 選定の理由は, Kesler¹¹⁾ の曲げ疲労試験によれば載荷速度が 1.2 Hz と 7.3 Hz では結果にほとんど差がないとの報告に基づき定めた。繰返し応力は疲労試験開始時点の静的曲げ強度の平均値 (F_b) を基準とし, これに対する上限応力比 ($S_{max}=\sigma_{max}/F_b$) と上下限応力比 ($R=S_{min}/S_{max}$) の組合せを表—1 のように選んで実施した。すなわち, 曲げ疲労試験の設定応力の範囲は, 切欠き材では, $S_{max}=0.8, 0.75, 0.7, 0.65$ とし, $R=0.1, 0.25, 0.5, 0.75$ の組合せのうち, 表—1 に示すように 9 種類の載荷条件について実験した。他方, 平滑材では, $S_{max}=0.8, 0.75, 0.7$ で $R=0.1$ だけについて実験した。表—1 中の数値は供試体の個数を表す。

2.4 破壊パラメータの測定方法

亀裂をもつ供試体に曲げ応力が作用するとき, 亀裂先端における応力拡大係数 K_I は, 一般に次式 (1) で与えられる。

$$K_I=\sigma\sqrt{a}\cdot Y \quad (1)$$

本実験での SEN (Single Edge Notched) 梁では, 式 (1) の K_I の値は, 実測の σ の値を用いて式 (2) で算定した。同式中の Y は, 試験片の形状と試験方法で定まる係数であり, Srawley¹²⁾ の解析値, 式 (3) により得られる。

$$\sigma=\frac{3P(L_2-L_1)}{2BW^2} \quad (2)$$

$$Y=1.99-2.47\alpha+12.97\alpha^2-23.17\alpha^3+24.8\alpha^4 \quad (3)$$

ここに, $\alpha=a/W$, P :荷重 (N), L_2 :支点間距離 (225 mm), L_1 :荷重点間距離 (75 mm), a :亀裂長さ (9 mm), W :供試体高さ (75 mm), B :供試体幅 (75 mm) である (図—1 参照)。

3. 実験結果と考察

3.1 静的曲げ強度および曲げ疲労試験結果

疲労試験の作用荷重を決定するにあたり、切欠き付き供試体 6 個の静的曲げ試験結果より、曲げ強度の平均値が $F_b=5.83 \text{ MPa}$ であることと、その標準偏差が $s_d=0.366 \text{ MPa}$ であることを得た。他方、平滑材 6 個について同様に $F_b=6.07 \text{ MPa}$ と $s_d=0.248 \text{ MPa}$ を得た。この結果、 $a/W=0.12$ の切欠き材の曲げ強度は、平滑材のそれよりも約 4 % 低く、また強度のばらつきも大きい。これは先鋭な亀裂が、強度に敏感に影響したためと考えられる。

3.2 切欠き材と平滑材との $S-N$ 関係

切欠き材について、上下限応力比が $R=0.1$ の場合に、上限応力比が $S_{\max}=0.8\sim0.65$ 間での 4 段階について試験した破壊までの繰返し回数 (N_f) の対数平均値の結果を図-2 に示す。同様に平滑材についての結果を図-3 に示す。この両図における各応力段階での疲労破壊回数の対数平均値 ($\log N_f$) を最小 2 乗法により回帰式の係数を決定すると次の二式を得る。本論文では、 $\log N$ とは $\log_{10} N$ を意味する。

切欠き材の場合、 $S_{\max}=0.839-0.052\cdot\log N_f$ (4)

平滑材の場合、 $S_{\max}=0.89-0.051\cdot\log N_f$ (5)

上の二式から、繰返し回数 200 万個の疲労強度は、切欠き材と平滑材では、それぞれ 0.512 と 0.569 が得られ

た。いま疲労強度の低下の程度を表す係数として、平滑材の疲労強度 (S_u) に対する切欠き材の疲労強度 (S_n) の比を切欠き係数 (β) として表すと、

$$\beta = \frac{S_n}{S_u} \dots\dots\dots (6)$$

本実験では両者の比は、 $\beta=0.90$ が得られる。つまり相対切欠き深さ $a/W=0.12$ の切欠き材は平滑材の疲労強度よりも約 10 % 低下することを知る。

切欠き材の疲労試験の結果から、 $S_{\max}$ と $\log N_f$ との関係を $R=0.1, 0.25, 0.5$ の 3 つの荷重振幅段階別に示したものが図-4 である。ただし、 $R=0.25; 0.5$ の場合は、 $S_{\max}=0.75, 0.7$ の 2 水準である。各応力比ごとに回帰式を求めると、 $R=0.1$ のときは上記の式 (4) で、 $R=0.25$ と $R=0.5$ の場合は式 (7) と式 (8) でそれぞれ示される。

$R=0.25$ のとき、 $S_{\max}=0.863-0.04\cdot\log N_f$ (7)

$R=0.5$ のとき、 $S_{\max}=0.898-0.044\cdot\log N_f$ (8)

この結果、作用する応力比を等間隔で変化させても回帰式の切片と勾配は、 R に必ずしも比例して変化しない。しかし、図-4 に認められるように、疲労寿命は応力振幅の大きい $R=0.1$ の場合が、他の R の値の場合よりも疲労強度を最も低下させることがわかる。すなわち、応力振幅は明らかに曲げ疲労寿命に影響する。

図-2 切欠き材の上限応力比と疲労破壊回数

図-4 切欠き材の上限応力比と疲労破壊回数

図-3 平滑材の上限応力比と疲労破壊回数

図-5 上下限応力比と疲労破壊回数

回目以後、徐々に漸減し、ある極小値に達する。これを過ぎると繰返し回数の増加とともにこの比は漸増し、やがて破壊の直前において急増する。繰返し回数に対する ($\Delta\epsilon_p/\Delta\epsilon_t$) の減少勾配が初期の段階で大きいほど、疲労寿命は短くなる傾向がある。破断近傍でのこの比の漸増現象は、ひずみが引張軟化域に達していることを示すものであろう。

平滑材の初回のひずみは切欠き材のそれよりも小さい。これは引張縁ひずみが切欠き材において、亀裂先端に応力が集中し、それに伴ってひずみを増すが、平滑材では亀裂の近くに存在している多くの空洞や多数の微細ひび割れが亀裂の発生源となり、ひずみ増加がある領域に分散するためと考えられる。

3.5 疲労下の引張縁ひずみおよび開口変位と亀裂進展挙動

繰返し応力下における引張縁ひずみ (ϵ) と切欠き部の開口変位 (δ) との関係を示すために、一定のひずみ増加ごとに各繰返し上限応力下でのひずみ量 ($\epsilon_{\max}$) と変位量 ($\delta_{\max}$) の実測関係を5つのケースについて示したものが図-12である。この図によれば、 $R \geq 0.25$ では、両者は繰返しの初期から破壊に至るまで直線状を示し比例関係を持続する。しかし、 $R = 0.1$ では、両者は比例関係を示さず、引張縁ひずみに比べて開口変位の増加が小さい挙動を示した。このことは、 ϵ と δ の関係は応力振幅 (R) の大小によって引張縁ひずみの累積・成長と開口変位の亀裂・伝播が異なることを示すものであろう。

繰返し応力下での回数が増すと、亀裂の発生と成長を生ずるが、疲労破壊までの繰返し回数と開口変位との関係の一例を図-13に示す。

適用した繰返し上下限の応力範囲に対応する引張縁ひずみ振幅 ($\Delta\epsilon = \epsilon_{\max} - \epsilon_{\min}$) および開口変位の振幅 ($\Delta\delta = \delta_{\max} - \delta_{\min}$) が破壊までに、どのように変化するかを図-14に示す。この図から、 $\Delta\epsilon$ は繰返し回数の増大につれわずかに増加傾向を示す。これに対して、 $\Delta\delta$ は $\log N$ に対して途中で停滞するところがあり、 $\Delta\delta$ の増大変化は滑らかではない。これは亀裂進展による開口変位が繰返し回数に対して必ずしも連続的に漸増しないことを示している。

亀裂進展を目視で知ることには精度的に不適切であるが、供試体表面の観察による限りでは、切欠き部からの亀裂進展は繰返し回数の増加に対して比例的に進展することはなく、目視できる範囲で亀裂は停滞することが観察され、次の段階で急に亀裂が生成することが認められた。すなわち、亀裂は常に連続的に成長するとは限らず、突発的に伝播することがある。

切欠き先端の亀裂の成長は疲労の初回では極めて遅く、さらに疲労回数が増して、ひずみが軟化域に達する

図-12 各繰返し上限応力下での開口変位と引張縁ひずみ

図-13 繰返し回数と最大開口変位量

図-14 繰返し回数と引張縁ひずみ幅と開口変位幅

と安定成長に移り、最終的には亀裂が急速に進展して破壊に至る。このような亀裂の進展速度を特徴づけるものが「疲労破壊パラメータ」である。

亀裂進展の状態を把握するには、試験機の剛性が大きく影響するが、この状態をコンプライアンス (λ) で評価することもできる。すなわち、荷重 (P) と開口変位 (COD, δ) との関係を式 (9) で示すことができる。コンプライアンスは、バネ定数の逆数である。

$$\delta = \lambda \cdot P \quad (9)$$

切欠き部から成長する亀裂の先端を明確に確認することは困難であるので、本研究では次の方法を用いた。亀

図-15 開口変位と亀裂深さ測定系

図-16 荷重と開口変位の曲線

図-17 コンプライアンスと相対亀裂深さ

裂長さとコンプライアンスとの関係を求める一手法として、CCD (Charge Coupled Device, 固体撮像素子, 30万画素) カメラにより同一画面に画像入力する方法をとった (図-15 参照)。図-16 は、切欠き材のコンプライアンスを求めるため、梁の荷重と開口変位の関係を示す。図-17 は、コンプライアンスとこれに対応する相対亀裂深さの実測関係をプロットした関係曲線である。

3.6 疲労亀裂進展速度と応力拡大係数幅

SEN 梁に関する繰返し応力下での亀裂長さ (a) と

図-18 応力拡大係数幅と亀裂進展速度

繰返し数 (N) の関係から、疲労亀裂進展速度 da/dN を検討する。この進展速度の算定法には、セカント法や増分多項式法などがあるが、簡便なセカント法によることが多い。この方法は互いに隣接する 2 個のデータ ($n+1$ 回目と n 回目の繰返し回数の差に対する $n+1$ 回目の亀裂長さの差) を直線で結び、その勾配値から da/dN を近似的に求めるものである。すなわち、繰返し応力が $\sigma_{\max}$ と $\sigma_{\min}$ の範囲 ($\Delta\sigma$) で変動するとき、応力拡大係数も $K_{\max}$ と $K_{\min}$ の幅 (ΔK) で変動する。このときの平均亀裂長さ (a_{avr}) から近似的に応力拡大係数幅を求めるものであり、式 (11) の関係に立脚する。

まず、疲労回数当たりの亀裂進展速度は式 (10) で示される。

$$\frac{da}{dN} = \frac{a_{n+1} - a_n}{N_{n+1} - N_n} \quad (10)$$

応力拡大係数幅, ΔK は式 (11) で示される。

$$\Delta K = \Delta\sigma \cdot \sqrt{a_{\text{avr}}} \cdot Y \quad (11)$$

ここに、

$$\Delta\sigma = \frac{3 \Delta P (L_2 - L_1)}{2 B W^2}$$

$$a_{\text{avr}} = \frac{a_{n+1} + a_n}{2}$$

$$\Delta P = P_{\max} - P_{\min}$$

なお、 Y は式 (3) で与えられる。ただし、式 (3) の α の代わりに $\alpha = \frac{a_{\text{avr}}}{W}$ とする。

本実験で得られた ΔK と da/dN の関係の例を図-18 に示す。この図は上限応力比 $S_{\max} = 0.75$ 、上下限応力比 $R = 0.25, 0.5, 0.75$ の疲労条件での da/dN と ΔK の関係を示す。 ΔK に対する切欠き先端の亀裂進展速度 da/dN の変化の様子は、はじめ繰返し回数の増加により徐々に漸減 (第 1 段階) し、ある繰返し回数で極小となって亀裂進展が停滞する傾向を示す。これはコンクリートが載荷以前に存在する空隙・水隙や潜在クラックを内包しているために、繰返し回数の増加の経過において各部の欠陥周辺に生じた多数の不連続な亀裂発生と

図-19 疲労破壊回数と限界応力拡大係数

分岐，および骨材の亀裂進展の阻止効果などの諸原因により亀裂の成長を遅滞させるためと考えられる。この段階を過ぎると亀裂進展速度は，図上で直線的に安定成長（第2段階）の段階に入り，漸増の状態になる。つまり，図-18に示すように，安定亀裂開始点から疲労破壊付近まで一定勾配値 m を示す。このように繰返し応力を受けるコンクリートでは，亀裂進展の過程は，発生・漸減・停滞・漸増の経過を経て，破壊に至るものであり，亀裂進展過程は一様一定ではない。

一般に，疲労亀裂進展の速度 da/dN は応力拡大係数幅 ΔK と強い相関関係があり，両者は式 (12) のべき関数で表示される。この式は通常 Paris 則とよばれる。

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (12)$$

$$\log \left(\frac{da}{dN} \right) = \log C + m \log (\Delta K) \quad (13)$$

このようにしてコンクリートの疲労亀裂進展に対する抵抗性は， da/dN と ΔK の関係で整理され，靱性を反映させることができる。この亀裂進展の特性は2つの領域に区分することができる。つまり ΔK が小さい領域では， da/dN が極小値を示す領域であり， ΔK が大きい領域では両対数図上で直線関係となり，前記の式 (13) で表示される。この亀裂安定成長域での da/dN と ΔK の関係を最小2乗法で求めた結果，本実験のコンクリートでは， $m = 4.2 \sim 4.9$ の範囲にある。また C は， $\log C = -8.53 \sim -10.24$ の範囲にあった。つまり $C = 2.99 \times 10^{-9} \sim 5.71 \times 10^{-11}$ である。

以上の結果から， da/dN は R に依存しないことも確認された。

3.7 限界応力拡大係数と疲労破壊回数

切欠き材の疲労強度について，一般に $S-N$ 関係を用いて表示しているが，ここでは破壊力学上の考えを加味して検討する。上限繰返し応力の限界応力拡大係数 ($K_{\max}$) と疲労破壊回数の対数値 ($\log N_f$) との関係を求めた結果の例を図-19に示す。すなわち両関係は式 (14) で表し得る。

$$K_{\max} = 21.86 - 1.672 \cdot \log N_f \quad (14)$$

$K_{\max}$ は，亀裂先端の領域の応力状態を表しており， $N_f = 0$ で $K_{\max} = 21.86 \text{ N/mm}^{3/2}$ であり， $N_f = 200$ 万回では， $K_{\max} = 11.3 \text{ N/mm}^{3/2}$ であった。すなわち，限界応力拡大係数は200万回疲労で約半減する。

4. まとめ

本研究におけるコンクリート梁の曲げ疲労試験の結果から，切欠き材と平滑材の疲労強度の比較，疲労強度の応力振幅依存性，繰返し応力下の亀裂進展，亀裂進展速度に及ぼす疲労回数の影響などについて得られた知見は以下のように結論づけられる。

1) 上下限応力比が $R = 0.1$ のとき，疲労強度の回帰式は次式で与えられる。

$$\text{切欠き材, } S_{\max} = 0.839 - 0.052 \cdot \log N_f$$

$$\text{平滑材, } S_{\max} = 0.89 - 0.051 \cdot \log N_f$$

2) 切欠き材と平滑材の200万回曲げ疲労強度は，静的曲げ強度のそれぞれ0.512倍と0.569倍であり，また切欠き材は平滑材よりも疲労強度は約10%低い。

3) 繰返し応力を受ける引張縁ひずみ幅と塑性ひずみ幅の比は，切欠き材と平滑材で異なる。切欠き材は亀裂の先端に応力が集中し，ひずみも増す。しかし平滑材は周辺に存在する多くの欠陥にひずみが分散するため，切欠き材よりもひずみが小さくなると考えられる。

4) 曲げ疲労の亀裂進展過程は，初期段階で漸減し，やがて停滞域をむかえ，その後漸増の経過をへて最後に急激な進行により破壊に至る。

5) コンクリートの疲労亀裂進展速度と応力拡大係数幅との間には，安定亀裂の進展速度の領域つまり，ひずみ軟化域で式 (12) の Paris 則が成立する。

6) Paris 則で表示できる安定亀裂の進展速度 (da/dN) は，繰返し応力比 (R) に依存せず，ほぼ一定の勾配を示す。この勾配値 (定数) は，本実験に用いたコンクリートで $m = 4.2 \sim 4.9$ である。

7) 切欠き材の限界応力拡大係数は， $R = 0.1$ のときの回帰式から，200万回疲労で $K_{\max} = 21.86 \text{ N/mm}^{3/2}$ であり，疲労前に対して値は半減する。

参考文献

- 1) M. F. Kaplan: Crack Propagation and the Fracture of Concrete, Jour. of ACI pp.591~609 Nov.1961.
- 2) D. J. Naus and J. L. Iott: Fracture Toughness of Portland Cement Concretes, ACI Jour. pp.481~489 Jun.1969.
- 3) J. H. Brown: Measuring the fracture toughness of cement past and mortar, Mag. of Concrete Research, Vol. 24, No.81 pp.185~196. Dec.1972.
- 4) 岸谷孝一，村上 聖，平居孝之：コンクリートの破壊靱性に関する研究，セメント技術年報 38, pp.309~312,

- 昭和 59 年.
- 5) 大岸佐吉, 小野博宣, 棚橋 勇, 山田兼義: セメントペースト・モルタルの破壊靱性に及ぼす空隙率の影響, 第 8 回コンクリート工学年次講演会論文集, pp. 345~348, 1986.
 - 6) 三橋博三: コンクリートの破壊力学の現状と展望, コンクリート工学, Vol. 25, No. 2, pp. 14~25, Feb. 1987.
 - 7) 六郷恵哲, 岩佐正徳, 鈴木泰生, 小柳 治: 各種コンクリートの破壊力学パラメタ, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 11, No. 1, pp. 247~252, 1989.
 - 8) 古村福次郎, 阿部武雄, 篠原保二: ノッチ付きコンクリート曲げ試験体の最大耐力後の軟化挙動に関する実験的研究, セメント・コンクリート論文集, No. 43, pp. 298~303, 1989.
 - 9) Stuart E. Swartz, Chen-Ming James and Kuo-Kuang Hu : Crack Growth and Fracture in Plain Concrete-Static Versus Fatigue Loading, ACI Publication SP-75, pp. 47~69, 1983.
 - 10) M. H. Baluch, A. B. Qureshy and A. K. Azad : Fatigue Crack Propagation in Plain Concrete, SEM/RILEM International Conference on Fracture of Concrete and Rock, pp. 80~87, June 1987.
 - 11) J. P. Lloyd, J. L. Lott and C. E. Kesler : Fatigue of Concrete, Univ. of Illinois Eng. Expt. Stn. Bulletin 499, 1968.
 - 12) W. F. Brown, Jr and J. E. Srawley : Plane Strain Crack Toughness Testing of High Strength Metallic Materials, ASTM STP 410, 1966.
- (1991 年 4 月 10 日原稿受理, 1991 年 8 月 9 日採用決定)