形状・荷重不整を有する剛接合単層ラチスドームの 弾塑性座屈解析

ELASTO-PLASTIC BUCKLING ANALYSIS OF A SEMI-RIGIDLY JOINTED RETICULAR DOME WITH INITIAL IMPERFECTIONS

高島 英幸*, 加藤 史郎**

Hideyuki TAKASHIMA and Shiro KATO

The present investigation deals with the effects of initial imperfections on the ultimate strength of a single layered reticular dome whose connections are semi-rigidly jointed. The initial imperfections are an initial deflection and an additional concentrated load at the single nodal point of the dome.

Elastic and elasto-plastic buckling analyses are executed with respect to several parameters which define the magnitudes of imperfections. These results from the calculations are summarized by a classical buckling load of isotropic shell which is equivalent to the framed dome. From the results some conclusions about the effects of adopted imperfections are drawn.

Keywords : buckling, elasto-plastic analysis, reticular dome, initial imperfection

座屈, 弾塑性解析, ラチスドーム, 初期不整

1. 序

オープンスペースを効率良く覆う屋根構造物として単層状のラチス構造物の適用が考えられるが, その耐荷性能を検討した研究成果の蓄積もかなり進んできている¹⁾。単層状のラチス構造物の座屈性状は1900年代の後半から, 比較的多くの研究者によって分析・検討されてきた(例えば2-6など)。それらは骨組を連続体に置換した大略的な座屈性状の分析に始まり, 計算機の性能の向上に従って骨組をそのままモデル化して有限要素法により解析して耐荷性能を検討するものに至っている。しかしながら, 実際の単層状のラチス構造物ではその接合部にボールジョイントを用いることがしばしばであると考えられるが, その接合部の条件を考慮した研究成果は依然として少ない。

筆者らは既報⁷⁾においてボールジョイント的な接合部を想定した部材解析モデルを適用して六角形平面の単層ドームの弾塑性座屈解析の結果を報告しその耐荷性能を示した。それに続いて本論文では耐荷性能を減退させると考えられるドーム自体の持つ形状的な初期不整および, 付加的に作用する集中荷重の影響を弾塑性座屈解析を通じて検討する。

対象は正六角形平面の単層ラチスドームで検討する項目としては,

- 1) 1つの節点が初期的なわずかな凹み(形状初期不整)を持っている場合
 - 2) 付加的な集中荷重が1節点にのみ作用する場合
- のそれぞれの耐荷性能に与える影響を弾塑性座屈解析の結果から分析する。

2. 対象ドームの形状と部材モデル

対象とするラチスドームの形状並びにそれを構成する部材モデルは既報⁷⁾のものと同様であるが, 簡単に説明する。

2.1 ドームの形状

対象とするドームは正六角形平面状の3方向格子の単層ラチス構造で, 図-1に示すようなものである。本研究では, ドームの平面規模・格子の密度を表すパラメータとして, ドームの対角を結ぶ稜線を構成する部材の数 n と, ドームのむくり度合いを表すパラメータとして, 部材が水平面に対して垂直方向に傾く角度 θ_0 を定義した(図-2)。以降, 前者 n をスパン数, 後者 θ_0 を部材半交角と呼ぶことにする。

* 豊橋技術科学大学工学部建設工学系 助手・工博

** 豊橋技術科学大学工学部建設工学系 教授・工博

Research Assoc., Dept. of Architecture and Regional Planning, Toyohashi Univ. of Tech., Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architecture and Regional Planning, Toyohashi Univ. of Tech., Dr. Eng.

図一1 六角形平面の単層ラチスドーム

図一2 a) 解析モデルの平面形状

図一2 b) 解析モデルの幾何学形状パラメータ

解析対象のドームのスパン数 n は実用的な値として、6 および 12 とした。一方、部材半交角 θ_0 は 2, 3, 4° とした、比較的偏平なドームを表すパラメータを設定した。

2.2 部材モデル

一方、ドームを構成する部材は、図一3 に示すように、円管状の部材の両端に密実な円断面をもつくびれ部があり、さらにくびれ部を介して剛な球体に連結されており、ボール接合を想定したものとなっている。しかしながら、実際のボール接合ではねじ込み部の緩みや圧縮時に生じ

図一3 ラチスドームを構成する部材の解析モデル

表一 構成部材の材料特性

Young's modulus E		$2,100(tf/cm^2)$
Modulus of strain hardening E_t		$21(tf/cm^2)$
Nondimensional radius		$\lambda_1 = 0.03$
Nondimensional length		$\lambda_2 = 0.02$
pipe ($\phi 145 \times 5$)	Area A_p	$17.72(cm^2)$
	Moment of inertia I_p	$436.95(cm^4)$
	Yield stress σ_y^p	$2.4(tf/cm^2)$
connector ($\phi 40$)	Area A_c	$12.57(cm^2)$
	Moment of inertia I_c	$11.46(cm^4)$
	Yield stress σ_y^c	$2.7(tf/cm^2)$

図一4 bi-linear 型応力・ひずみ関係

図一5 円管とくびれ部の塑性断面性能の比較

るねじ外縁での硬化などの現象が存在し、それらが座屈性状にどのような影響を及ぼすのかも検討しておく必要がある。

弾塑性解析時には、部材の中央並びにくびれ部分に材料非線形性を図一4 に示すバイ・リニア型の応力・ひずみ関係で仮定した弾塑性要素を考慮する。図一5 には円

a) 周辺ピン支持

b) 周辺ローラー支持

図—6 境界条件

管中央部とくびれ部分の塑性断面性能を示す。

2.3 境界条件

境界条件がドームの座屈性状に影響を及ぼすことは既報⁷⁾等でも確認されている。本研究では、周辺ピン支持とローラー支持の境界条件を設定して初期不整の影響がどのように現れるのかを検討する。周辺ピン支持はドーム周辺の各方向の変位を拘束したもので、ローラー支持は周辺の鉛直方向の変位は拘束されているが、六角形の隅の点では平面六角形の対角線方向に水平変位が許されており、他の周辺節点については平面六角形の辺に対して直交する方向に水平変位が許容されているものとなっている（図—6）。

2.4 荷重条件

ドームに作用する外荷重は図—7に示す雪荷重あるいは自重のようなものを想定した、各節点に鉛直方向に作用する等分布荷重である。ドームの座屈性状は外荷重の変化に対しても影響を受けるものであるが、荷重の偏載等の寄与する影響については本研究の今後の検討課題とする。

3. 形状初期不整と付加集中荷重

単層状のドームの座屈性状、特に耐荷性能に影響を与える因子には、既に述べてきたようにドームの形状自体が有する不整、荷重の不均一な分布、接合部の緩みなど

図—7 ラチスドームに作用する荷重

図—8 形状初期不整

の接合部の構造特性、加えてドームの形態・境界条件、構成部材の構造特性など多様なものが存在する。本研究では、それらの中でも形状・荷重の不整に関する因子に注目し、耐荷性能に与える影響を数値解析を通して分析する。

3.1 形状初期不整

形状初期不整は座屈性状に寄与する影響も大きくなるものと考えられるが、ラチスドーム内における分布状態のデータ等は依然として少なく（例えば文献^{8),9)}といったもので取り上げている程度）、性状も十分に把握されていない。したがって解析にあたっては、極めて単純でまた、基本的な不整の影響を吟味できると考えられる形状初期不整を採用した。

本研究では、不整を与えなかった場合のドームの座屈解析によって得られた座屈時の変形モードから確認された、鉛直方向の変位が最大となる節点に曲率中心方向へ基本的に1節点にのみ初期的なくぼみを導入するかたちで、形状初期不整を仮定している（図—8）。その初期不整量を表すパラメータとして、初期変位 w_i をラチスドームが連続体シェルに置換された場合の有効殻厚で除したものを定義した。

$$\epsilon^o = \frac{w_i}{t_e} \dots \dots \dots (1)$$

$$t_e = 2\sqrt{3} r_e$$

図—9 付加集中荷重

$$r_e = \sqrt{I_e / A_e}$$

導入される不整量は、ドームを構成する単位ドームのライズの1割、2割、4割の初期変位(w_i)とした。

3.2 付加集中荷重

付加的に作用する集中荷重もラチスドームのディンブル座屈を誘発して、座屈性状に影響を与えることが石川らの研究¹⁰⁾からわかっている。

本研究では基本的にドームの1節点にのみ付加集中荷重を作用させてその影響を分析している。その節点の選定方法は形状初期不整を与える節点を選んだときと同じものとし、図—9のように鉛直等分布荷重 p がドームに作用している上に集中荷重 p_a が1節点にのみ付加されるとする。付加集中荷重 p_a の大きさを表すパラメータとして次式で示される ϵ^i を定義する。

$$\epsilon^i = p_a / p \quad \dots\dots\dots (2)$$

検討に当たっては ϵ^i を 0.1, 0.2, 0.4 と設定した。したがって、付加荷重を受ける節点ではそれぞれ等分布荷重時の 1.1, 1.2, 1.4 倍の荷重が作用することになる。

4. 解析方法

既報⁷⁾で述べた方法に準じており、増分エネルギーから部材剛性マトリックス、不釣り合い荷重ベクトルを求め、Newton-Raphson 法に基づく増分数値解析を行っている。

5. 形状初期不整の影響

先に述べた方法でラチスドームの1節点に形状初期不整を導入して、幾何学的非線形解析（以下、弾性座屈解析という）並びに、幾何学的・材料学的非線形解析（以下、弾塑性座屈解析）を行った。

形状初期不整に対する座屈荷重の敏感度を、連続体完全球殻に置換した場合の古典座屈荷重 p_{cr}^{lin} に対する不整導入時の座屈荷重 p_{cr}^{imp} の割合で次のように表すことにする。

$$\rho^g = p_{cr}^{imp} / p_{cr}^{lin} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 p_{cr}^{lin} は次式で近似できる。

$$p_{cr}^{lin} = \frac{EA_e \theta_0^2}{193} \lambda_e$$

図—10 形状初期不整による弾性座屈荷重への影響（ピン支持）

図—11 形状初期不整による弾塑性座屈荷重への影響（ピン支持）

A_e , λ_e はそれぞれドームを構成する部材の有効断面積および有効細長比である¹¹⁾。

図—9～図—12には ρ^g の値を各解析パラメータごとに示した。ピン支持、ローラー支持ドームを通じて弾塑性解析時の塑性降伏は不整を与えた節点につながる部材のくびれ部で進行している。同図には連続体球殻の初期不整敏感性を表す関数 ρ_s も併せて描いているが、これは、IASSのシェル設計用の指針¹¹⁾で用いられた敏感性の式を下式で近似したものである。

$$\rho_s = \exp(-1.6 \sqrt{w_i / t_e}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

5.1 ピン支持ドームについて

図—10が弾性座屈解析の結果である。むくりの度合いによって多少のずれはあるもののほぼ式（4）の連続体球殻の敏感度をたどる形で敏感度曲線が描かれている。一方の弾塑性解析結果（図—11）では、およそ5割程度式（4）を下回る曲線が得られている。これは、本研究で対象としているピン支持ドームの初期不整の存在

注：有効細長比ならびに有効面積の計算方法は既報⁷⁾を参照されたい。

しない場合の弾塑性座屈荷重が p_{cr}^{lin} に対して、40～50 % の値となることを考えれば妥当な結果と思われる。

5.2 ローラー支持ドームについて

弾性座屈解析の結果を図-12に示す。 $\theta_0 = 4^\circ$ の場合の結果がプロットされていないのは数値計算によって明確な最大値が得られなかったためである。不整を考慮していない場合の座屈荷重が古典座屈荷重の0.5倍程度であることから、連続体の敏感度曲線を下回る位置に座屈荷重がプロットされているが、ピン支持と比べて不整に

図-12 形状初期不整による弾性座屈荷重への影響（ローラー支持）

図-13 形状初期不整による弾塑性座屈荷重への影響（ローラー支持）

表-2 解析結果のグラフ中のマークおよびラインの説明

マーク・ライン	説明
○	6スパンドーム $\theta_0 = 2^\circ$ の場合
●	12スパンドーム $\theta_0 = 2^\circ$ の場合
□	6スパンドーム $\theta_0 = 3^\circ$ の場合
■	12スパンドーム $\theta_0 = 3^\circ$ の場合
△	6スパンドーム $\theta_0 = 4^\circ$ の場合
▲	12スパンドーム $\theta_0 = 4^\circ$ の場合
実線	6スパンドームの解析結果
破線	12スパンドームの解析結果
点線	(4)式

よる座屈荷重の低減の度合いはかなり小さなものとなっている。弾塑性座屈解析の結果（図-13）からも同様なことが伺え、特にスパン数 n が12の場合は形状不整の大きさに関係なくほぼ一定の座屈耐力が得られている。

6. 付加集中荷重の影響

3.2節で述べた方法に従って、ラチスドームに付加集中荷重を作用させて弾性ならびに弾塑性座屈解析を行った。

座屈荷重の付加集中荷重に対する敏感度を次式のように定義する。

$$\rho^l = \frac{\sum_{i=1}^N p_{cr}^a(i)}{N \times p_{cr}^{lin}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $p_{cr}^a(i)$ は、付加集中荷重が作用したときの i 番目の節点の座屈荷重を表し、 N は荷重が作用している全節点数である。

図-14～図-17には敏感度 ρ^l を弾性・弾塑性解析、支持条件ごとに分類して示している。各ドームの部材の塑性降伏は形状初期不整導入時と同様に、付加荷重を設

図-14 付加集中荷重による弾性座屈荷重への影響（ピン支持）

図-15 付加集中荷重による弾塑性座屈荷重への影響（ピン支持）

図—16 付加集中荷重による弾性座屈荷重への影響（ローラー支持）

図—17 付加集中荷重による弾塑性座屈荷重への影響（ローラー支持）

定した節点につながる部材のくびれ部で生じている。

6.1 ピン支持ドームについて

図—14 に弾性解析結果、図—15 に弾塑性解析結果をそれぞれ示しているが、弾性座屈荷重の低減の割合が多少大きくなっているものの、全体的に大きな差異はない。ただし、パラメータ θ_0 に注目してみると、弾性座屈荷重の敏感度が θ_0 に比例して強くなっていくのに対して、弾塑性座屈荷重のそれは逆に θ_0 が大きくなると敏感度は弱くなっている。これは、ドームの弾塑性挙動に起因するもので、偏平なドームほど曲げの影響を受けやすく早期に部材降伏が進むためと考えられる。

弾塑性荷重に注目すると、座屈荷重の低減率は本論文で設定したもっとも厳しい条件においても4割程度であり、現実的に $\epsilon^I=0.2$ 位の付加集中荷重が作用するものと考えれば、付加荷重のない完全形状時の座屈荷重の7割程度の座屈耐力が確保できることになる。

6.2 ローラー支持ドームについて

弾性解析結果および弾塑性解析結果をそれぞれ図—16、図—17 に示す。図—16 において $\theta_0=4^\circ$ の場合の結果が一部プロットされていないのは、前述したように明

確な最大値が得られなかったためである。ピン支持と比べると座屈荷重は付加集中荷重に対して鈍感であるといえる。弾性および弾塑性座屈荷重とも $\epsilon^I=0.2$ 程度の付加荷重を想定した場合には完全形状時の ρ^I に対して8割以上が確保できている。また、弾塑性座屈荷重については $n=6$ 、 $\theta_0=2^\circ$ の場合を除けば完全形状時の ρ^I に対して9割位になっており、付加集中荷重の影響は極めて小さなものとなっている。

7. まとめ

本研究では6角形平面の単層状のラチスドームを対象に、形状初期不整、付加集中荷重と言った因子を考慮したうえで、その耐荷性能の分析を行った。対象としたドームは比較的偏平であり、ドームの支持条件はピン支持とローラー支持の2種類を採用している。ドームを構成する部材も限られたもので、接合部を表すくびれ部には緩み等はないものとしている。また、採用した不整は、節点の初期的な凹みと付加集中荷重であり、完全形状のドームの座屈時変位モードに従って基本的に1節点にのみ導入されるものとしている。

以上に示したような限られた条件の下ではあるが、単層ラチスドームの座屈荷重について解析的に検討し、得られたことを要約すると、

- (1) 特定の節点に初期的な凹みを与えた場合、あるいは付加的な集中荷重を与えた場合の双方を通じて、単層ラチスドームの周辺が強固に支持されたピン支持の場合の方が不整の影響を受けやすい。
- (2) 本論文で設定したラチスドームでは弾塑性的な崩壊でドームの座屈耐力が決まるが、初期的な形状不整を導入したドームの座屈耐力は、実際の不整量を考えると、完全時の等価古典座屈荷重に対して、ピン支持でその3割、ローラー支持で1割程度となる。
- (3) 一方、付加集中荷重については実際の集中荷重の大きさの範囲では、完全時の座屈耐力に対して、ピン支持でその7割、ローラー支持では8割の座屈耐力が確保できる。

といった点があげられる。これらの結果を踏まえて、今後は接合部分の緩み等が座屈耐力に与える影響を考慮したうえで、不整の影響を定量的に評価する方法を考えていく必要があろう。

参考文献

- 1) 日本建築学会シェル空間構造運営委員会・スペースフレーム小委員会：単層ラチスドームの安定解析—その現状と問題点—，日本建築学会，1989年8月。
- 2) Wright, D. T. : Membrane Forces and Buckling in Reticulated Shells, ASCE ST 1, pp.173~201, Feb., 1965.
- 3) Lind, N. C. : Local Instability Analysis of Triangulated

- Dome Framework, The Structural Engineering, pp. 317~324, Aug., 1969.
- 4) Forman, S.E. and Hutchinson, J.W. : Buckling of Reticulated Shell Structures, Int. Journal Solids Structures, Vol. 6, pp. 909~932, 1970.
 - 5) Yamada, M., Yamamoto, H., Li, W. and Mok, J.H. : On the Effect of Joint Flexibility and Loading Conditions on the Buckling Characteristics of Single-layer Latticed Dome, Proceedings of I.A.S.S.—10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures—, Vol. 4, Sep., 1989.
 - 6) Suzuki, T., Ogawa, T. and Tanaka, M. : Elastic Buckling Loads of Rigidly Jointed Single Layer Reticulated Domes with Initial Imperfection, Proceedings of I.A.S.S.—10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures—, Vol. 4, Sep., 1989.
 - 7) 加藤史郎, 高島英幸 : 6 角形平面の剛接单層ラチスドームの弾塑性座屈解析—形状初期不整が存在しない完全形状ドームについて—, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 408, pp. 77~87, 平成 2 年 2 月.
 - 8) 加藤史郎, 武藤 至 : 単層ラチスドームの形状初期不整の推定手法について, 日本建築学会構造系論文報告集, pp. 127~136, 平成 3 年 5 月.
 - 9) 鈴木敏郎, 小河利行, 田中美知, 五十嵐規矩夫 : ランダムな形状初期不整を有する剛接单層ラチスドームの弾性座屈解析, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 418, pp. 109~116, 1990 年 12 月.
 - 10) Kato, S. and Ishikawa, K. : On Elastic-Plastic Buckling of A Spherical Reticular Dome of Single Layer on A Hexagonal Plan, Proc. of the IASS-MSU Int. Symp. (Istanbul), pp. 515~526, 1988.
 - 11) "Recommendations for Reinforced Concrete Shell and Folded Plates", IASS, Madrid, 1979.
- (1991 年 6 月 10 日原稿受理, 1991 年 8 月 8 日採用決定)