材料の不確定性を有する履歴振動系のエネルギー応答のための 解析的アプローチ

AN ANALYTICAL APPROACH TO ENERGY RESPONSE OF HYSTERETIC STRUCTURES CONSISTED OF UNCERTAINTY MATERIALS

洪 起*, 高 梨 晃 —**

Ki KOH and Koichi TAKANASHI

The main objectives of this study are to investigate the effects of random variability in steel yield stress and strain hardening modulus on energy response of structures under earthquake loading.

Up to now, all of studies concerning the effects of random variability in material property on dynamic response are based on methodology of a Monte Carlo simulation. This paper describes the analytical method to estimate the statistics of energy response for hysteretic structures consisted of uncertainty materials.

Keywords : *energy response, random variability, probability of safety, uncertainty materials*

エネルギー応答, ランダム変動, 安全の確率, 不確定性材料

§1. はじめに

構造物の耐震設計における確率論手法の応用に関する研究は, Conell, Lind, Ang らによる2次モーメント法の開発以来, 盛んに行われ, 非常に多くの成果を挙げている^{1)~4), 13), 14)}。特に, 最近地震動の不確定性の影響に関する研究の他に, 材料の不確定性が構造物の応答値に及ぼす影響に関する研究も行われ始めた^{5)~9)}。

Sue (5) は, 外力と構造物の抵抗に関する変動を定量化し, 構造物の地震波による動的応答値に確率論的概念を導入することによって, 構造物の信頼性評価における潜在的な不確定性について論じた。O'Connor (6) は, 地震入力波の不確定性の他に, 質量, 剛性, さらに, 粘性減衰, 降伏応力等の構造特性の不確定性が履歴構造物の動的応答値に及ぼす影響を広範な数値解析によって調査し, 構造特性の変動は非弾性応答値に重要な影響を及ぼすという結論を述べた。桑村⁷⁾は, 降伏応力の変動が骨組の靱性率に及ぼす影響を調べ, 鋼材の降伏比が小さい場合, 鋼材は高い靱性率を示すと述べた。さらに, 柱弾性, 梁降伏型の6層3スパン骨組のモンテカルロシミュレーションによる数値解析結果から, 降伏強度の不確定性は骨組の静的および動的な靱性率ばかりでなく, 崩壊機構にも重要な影響を及ぼすことを指摘し, 部材降

伏強度の変動係数が大きくなると, 局部的崩壊の可能性を高め, さらにその変動係数が2.5%から5.0%ある場合, 骨組の全体の崩壊機構の発生に及ぼす影響は, 地震入力波の不確定性よりも大きくなることを指摘した⁸⁾。Elnashai and Chryssanthopoulos は, 1層骨組の柱と梁の不確定性が静的荷重下における骨組の最大耐力, 靱性率, さらにエネルギー吸収能力等に及ぼす影響をモンテカルロシミュレーション手法によって解析を行い, それぞれの降伏応力の変動係数と相関関数の度合いがこれらの応答値に大きな影響を与えると述べた⁹⁾。

次に, このような不確定性パラメータを含む履歴構造物の動的応答解析のための方法論について簡単に述べる。

一般に, 不確定性を含む動的解析に関する問題は, 次の2つに分類される。一つは, 構造特性(質量, 剛性, 減衰, 復元力等)が確定値で, 入力波がランダムな場合であり, 他は, その逆, すなわち構造特性がランダムで入力波が確定波, 例えばEl Centro波のような場合である。前者の問題の解法としては, (1)微分方程式に基づく解析的手法, (2)パワーバランス法, (3)等価線形化法, (4)モンテカルロシミュレーション等の4つの主な方法がある。一方, 後者の解法としては, (1)テラー展開による近似方法, (2)摂動法等の2つの主な

* 東京大学生産技術研究所 助手・工博

Research Assoc, Institute of Industrial Science, Univ. of Tokyo, Dr. Eng.

** 東京大学生産技術研究所 教授・工博

Prof., Institute of Industrial Science, Univ. of Tokyo, Dr. Eng.

方法があるが、この2つの方法は、一部の特殊な非線形問題を除いてほとんど線形問題に限定される。そのため、前述のような降伏応力の変動が構造物の応答値に及ぼす影響等を解析する問題は、モンテカルロシミュレーション手法に頼らざるをえない。

一般に、構造物の抵抗力の変動は構造部材の材料強度と断面形状等のばらつきに依存する。本論は、これらの不確定要因のうちで材料強度のばらつきのみを抵抗力の不確定要因とみなしたときの動的応答値に及ぼす影響を調べたもので、解析手法として等価線形化法を用いる。ここで述べる等価線形化法は従来の方法とは多少異なり、不確定性要素を含む復元力特性をフーリエ級数展開の第1項で近似した複素関数で表現する手法を採用する。本論の目的は、このような等価線形化法に基づいて次の2つの確率量を解析的に評価しようとするものである。

(1) 構造特性(降伏応力と加工硬化係数)がランダム性を有するときの、確定波地震入力による構造物系へのエネルギー入力の統計量の評価

(2) 構造特性のランダム性が構造物の安全の確率に及ぼす影響の定量的評価

なお、本論では構造物の損傷に密接に関係すると思われる塑性変形によって吸収されるエネルギー入力のみ注目する。

§2. 不確定性を有する構造部材の復元力特性の確率的モデル化

まず、鋼材の応力ひずみ関係の確率的モデル化について述べる。鋼材の単調引張試験による応力ひずみ曲線は、降伏点、降伏棚、加工硬化係数等を含む複雑な挙動を示す。このような応力とひずみの関係を正確にモデル化することは大変困難なので、本論では、Fig.1に示したBilinearモデルで近似する。このBilinearモデルは降伏応力と加工硬化係数の2つのパラメータで表すことができるから、応力ひずみ曲線の確率モデルは降伏応力と加工硬化係数の2つの確率変数で表される。

降伏応力の変動に関する統計的研究は、日本、英国などにおいて盛んに行われ、降伏応力の分布関数は正規分布で表されるという結論^[2]と対数正規分布で表されると

Fig.1 Stress-Strain Model

Fig.2 Hysteretic Restoring Force Model

Fig.3 Column

いう結論^[1]を得ているが、ここでは簡潔であるという点から正規分布を用いる。降伏応力の統計量は、平均値として 2.8 t/cm^2 、変動係数として 0.069 を用いる^[1]。

一方、加工硬化係数に関する統計的研究はほとんどなされていないので、分布性状に関する情報はほとんどない。それ故、本論では、情報が全くないという意味から一様分布を仮定する。

結局、不確定性を有する鋼材の応力ひずみ曲線の確率モデルは次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= N(2.8 \text{ t/cm}^2, 0.193 \text{ t/cm}^2) \\ \mu &= U(0.007 E, 0.012 E) \end{aligned} \right\} \dots\dots (2-1)$$

ただし、 σ_y : 降伏応力

μ : 加工硬化係数 (E に対する第2分岐勾配の比)

$N(X, Y)$: 正規分布 (X : 平均, Y : 標準偏差)

$U(X, Y)$: 一様分布 (X : 下限値, Y : 上限値)^[2]

E : ヤング率

次に、このような不確定性を有する鋼材からなる部材の復元力特性の確率モデルについて述べる。

塑性設計において、全塑性モーメント M_p と塑性断面係数 Z_p との間に次式が成立する。

$$M_p = z_p \sigma_y \dots\dots\dots (2-2)$$

また、Fig.3から次式が得られる。

$$Q_y = \frac{2}{H} Z_p \sigma_y \dots\dots\dots (2-3)$$

(2-3) 式の Q_y は部材剪断力の降伏強度を表すから、部材の復元力特性の確率モデルも応力ひずみ曲線同様に、Bilinearモデルで表される (Fig.2)。降伏強度 Q_y と初期剛性に対する降伏後の剛性の比 α の統計量は次式から得られる。

$$\left. \begin{aligned} E[Q_y] &= \frac{2}{H} Z_p E[\sigma_y] \\ \text{C.O.V.}[Q_y] &= \text{C.O.V.}[\sigma_y] \\ E[\alpha] &= E[\mu] \\ \text{C.O.V.}[\alpha] &= \text{C.O.V.}[\mu] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-4)$$

ただし、 $E(X)$: X の平均値

$\text{C.O.V.}(X)$: X の変動係数 (Coefficient of Variation)

注) 下限値と上限値の値は実験等から適当に決めた。

(2-4) 式は、不確定性を有する構造部材の復元力モデルを非常に単純化して、bilinear モデルで近似した場合のパラメータの統計量を材料の降伏応力と加工硬化係数の統計量から推定するための近似的評価式である。

§3. 地震波入力を受ける履歴振動系の周波数応答解析

本論は、前項で述べた不確定性を有する復元力特性を持つ履歴振動系が確定地震波を受けたときの動的応答値の統計量を解析的に得ようとするものである。このような履歴振動系の応答値の解析解を得るためには、釣合式の非線形項を表す復元力特性をどのように表現するかが重要な問題である。

Suzuki, Minai¹³⁾ は、復元力特性を微分方程式型履歴モデルで表現することによって、不確定地震波を受ける履歴振動系の動的応答値の統計量を解析的に得た。本論では、復元力を表す Bilinear モデルは確率変数で表現されるから、まず確率変数を表す降伏強度と降伏後の剛性のある値に固定した Bilinear モデルを想定する。次に、これをフーリエ級数展開し、その第 1 項で近似する手法を用いる¹⁸⁾。

Fig. 4 で示した多自由度系の j 層の時間領域での運動方程式は次式になる。

$$\sum_{k=j}^n m_k \sum_{l=1}^k \ddot{X}_l + D_j \dot{X}_j + F_j(X_j, t) = - \sum_{k=j}^n m_k \ddot{y}(t) \quad (3-1)$$

ただし、 m_j : j 層の質量

K_j : j 層の剛性

$$D_j = \frac{2h}{\omega_1} K_j$$

h : 粘性減衰常数, ω_1 : 1 次振動数

$F_j(X_j, t)$: 降伏強度と降伏後の剛性比をある値に固定したときの Bilinear モデル

X_j : j 層の相対変位

$\ddot{y}(t)$: 確定入力地震波

まず、入力地震波 $\ddot{y}(t)$ に含まれる周波数領域の ω 成分の加速度振幅を持つ調和入力 $\ddot{Y}(\omega)e^{i\omega t}$ を想定したときの (3-1) 式の解を考える。前述のように (3-1) 式の

Fig. 4 MDOF Systems

Bilinear モデルをフーリエ級数展開の第 1 項で近似する手法を採用すると、 j 層の相対変位振幅を $X_j(\omega)e^{i\omega t}$ としたときの Bilinear モデルは次のような楕円型履歴モデルで表される。なお、本論では、FFT による数値計算を容易にするために複素座標系で表現する。

$$F_j(X_j, \omega t) = X_j(\omega)(C_j - iS_j)e^{i\omega t} \quad (3-2)$$

ただし、 $i^2 = -1$

$$C_j = \frac{K_j}{\pi X_j(\omega)} \int_0^{2\pi} F_j(X_j, \omega t) \cos \omega t d(\omega t)$$

$$S_j = \frac{K_j}{\pi X_j(\omega)} \int_0^{2\pi} F_j(X_j, \omega t) \sin \omega t d(\omega t)$$

Bilinear モデルの場合の係数 C_j, S_j

$$C_j(\tilde{u}_j) = \frac{K_j}{\pi} (\theta_j - \frac{1}{2} \sin 2\theta_j)(1 - \tilde{\alpha}_j) + K_j \tilde{\alpha}_j \quad \tilde{u}_j > 1$$

$$C_j(\tilde{u}_j) = K_j \quad \tilde{u}_j \leq 1$$

$$S_j(\tilde{u}_j) = -\frac{K_j}{\pi} (1 - \tilde{\alpha}_j) \sin^2 \theta_j \quad \tilde{u}_j > 1$$

$$S_j(\tilde{u}_j) = 0 \quad \tilde{u}_j \leq 1$$

$$\theta_j = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2}{\tilde{u}_j} \right) \quad \tilde{u}_j > 1$$

$$\theta_j = \pi \quad \tilde{u}_j \leq 1$$

$$\tilde{u}_j = \frac{X_j}{X_{yj}} = \frac{K_j X_j}{Q_{yj}} \quad (X_{yj} : j \text{ 層の降伏変位})$$

$\tilde{Q}_{yj}, \tilde{\alpha}_j$: 確率変数 Q_{yj}, α_j のある任意の値

変位振幅 $X_j(\omega)e^{i\omega t}$ と (3-2) 式を (3-1) 式に代入すると、周波数領域での釣合式は次式になる。

$$[K(\omega, \tilde{Q}_{yj}, \tilde{\alpha}_j, C_j(\tilde{u}_j), S_j(\tilde{u}_j), D_j)]|X| = |Y| \quad (3-3)$$

ただし、 $|X| : |X_1(\omega), X_2(\omega), \dots, X_n(\omega)|^T$

$$|Y| : -\left\{ \sum_{k=1}^n m_k, \dots, \sum_{k=j}^n m_k, \dots, m_n \right\}^T \ddot{Y}(\omega)$$

$\ddot{Y}(\omega)$: $\ddot{y}(t)$ のフーリエ変換

$[K]$: 入力の ω 成分に対する振動系の剛性マトリックス

(3-3) 式は複素関数を含む線形方程式である。それ故、調和入力の場合には、(3-3) 式を解くことが可能で、一般に調和入力 $\ddot{Y}(\omega)e^{i\omega t}$ に対する振動系の変位振幅 X_j を求める問題になる。実際の地震波を対象とする場合は、地震波は広帯域の周波数特性を示すので、 X_j は周波数成分ごとに異なり、一意的に定まらない。それ故、ここでは、(3-2) 式に含まれる変位振幅 $\tilde{u}_j$ を履歴振動系の等価剛性と等価履歴減衰を推定するための一つのパラメータと見なす。仮りに、この $\tilde{u}_j$ を何らかの方法で推定することができると仮定すれば、(3-3) 式の剛性マトリックスの係数は既知になるから、一般の地震入力波に対しても (3-3) 式は容易に解ける。そのとき、広帯域を有する地震波を受ける履歴振動系の周波数応答は、入力波

に含まれるそれぞれの周波数成分に対する解の重ね合わせから得られる。 $\tilde{u}_j$ の求め方については次項で述べる。

§4. エネルギー入力の周波数領域での表現式

この項では、まず始めに履歴振動系へのエネルギー入力を周波数領域で表現する。地震波による j 層へのエネルギー入力は時間領域において次式で表される。

$$W_j(t) = -\sum_{i=1}^n m_i \cdot \int_0^t \ddot{y}(\tau) \dot{X}_j(\tau) d\tau \quad (4-1)$$

ただし、 t : 入力継続時間

(3-3) 式から得られる速度応答は、周波数領域の式であるから(4-1)式を周波数領域へ変換すると都合がよい。(3-2) 式に含まれるパラメーター $\tilde{Q}_{yj}$, $\tilde{\alpha}_j$ は確定値であるが、このパラメーターを確率変数 Q_{yj} , α_j で置換し、Parsevels の公式を用いると、(4-1) 式は次式になる^{16), 14)}。

$$W_j(t) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \text{Real} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{Y}(\omega) \dot{X}_j^*(\omega, Q_{y1}, \alpha_1, \dots, \tilde{u}_j) d\omega \right\} \quad (4-2)$$

ただし、 $*$: 共役複素数

(4-2) 式からエネルギー入力は確率変数を含む閉じた関数式で定義でき、その統計量は確率論的处理によって得られる。次に $\tilde{u}_j$ について述べる。

確率変数を含む Bilinear モデルをもつ履歴振動系のエネルギー応答の変動は、確率変数の平均値によって代表された Bilinear モデルをもつ振動系が地震波を受けたときのエネルギー入力値からの偏差によって評価されると仮定する。前述のように、調和入力の場合は、(3-2) 式の $\tilde{u}_j$ は変位振幅を表すが地震波入力の場合は明確な意味を持たない。そこで、本論では、First order 近似に従い、(4-2) 式に含まれる確率変数を平均値で代表させた (4-3) 式の値がある特別な値を持つように決めることにする。

$$\overline{W}_j(t) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \text{Real} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{Y}(\omega) \dot{X}_j^*(\omega, \overline{Q}_{y1}, \overline{\alpha}_1, \dots, \tilde{u}_j) d\omega \right\} \quad (4-3)$$

ただし、 $\overline{Q}_{yj}$, $\overline{\alpha}_j$, $\dots$: Q_{yj} , α_j , $\dots$ の平均値

ここで、平均値で代表された Bilinear モデルを持つ振動系のエネルギー入力の値を得るために、時間領域の数値計算が一度だけ許されるとし、この値を $\overline{W}_{js}$ とすれば、 $\tilde{u}_j$ は、 $\overline{W}_{js}$ と (4-3) 式を等置したエネルギーバランス式から得られる。この場合、収斂計算が必要で本論では次式を用いた。

$$|\overline{W}_{js} - \overline{W}_j| \leq 0.005 \overline{Q}_{yj}^2 K_j \quad (4-4)$$

このような考え方は、(3-2) 式の $\tilde{u}_j$ を、エネルギー入力の First Order の期待値が $\overline{W}_{js}$ に等しくなるような等価な線形振動系の剛性と履歴減衰を評価するための一つ

のパラメーターと見なすことに相当する。(4-4) 式の計算から得られる $\tilde{u}_j$ を (3-2) 式に代入すると次式になる。

$$X_j = \tilde{u}_j^0 \frac{\overline{Q}_{yj}}{K_j} \quad (4-5)$$

ただし、 $\tilde{u}_j^0$: $\tilde{u}_j$ の既知の値

そのとき、(3-2) 式の θ_j は次のように更新される。

$$\theta_j = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2}{\tilde{u}_j^0 \frac{\overline{Q}_{yj}}{K_j}} \right) \quad (4-6)$$

結局、(3-3) 式は確率変数のみを含む閉じた形の関数式になる。(4-6) 式において、

$$\tilde{u}_j^0 \frac{\overline{Q}_{yj}}{K_j} \leq 1 \quad (4-7)$$

の場合には弾性応答になる。

§5. エネルギー応答の統計量

(4-1) 式は、振動系への全体のエネルギー入力を表す。一般に、このエネルギー入力は次の 3 つに分けられる。

$$\tilde{W}_j = \tilde{W}_{ej} + \tilde{W}_{dj} + \tilde{W}_{pj} \quad (5-1)$$

ただし、 $\tilde{W}_{ej}$: j 層の弾性振動によって吸収される無次元エネルギー入力

$\tilde{W}_{dj}$: j 層の粘性減衰によって吸収される無次元エネルギー入力

$\tilde{W}_{pj}$: j 層の累積塑性変形によって吸収される無次元エネルギー入力

(5-1) 式の 3 つのエネルギー量はすべて確率変数であり、 $\overline{Q}_{yj}^2 K_j$ によって無次元化される。 $\tilde{W}_j$ の統計量は(4-2) 式から次式になる。

$$\begin{aligned} E[\tilde{W}_j] &= -\frac{K_j}{2\pi} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \text{Real} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{Y}(\omega) \dot{X}_j^*(\omega, Q_{y1}, \alpha_1, \dots, \tilde{u}_j^0) d\omega \right. \\ &\quad \cdot \frac{1}{\overline{Q}_{yj}^2} \cdot p(Q_{y1}, \alpha_1, \dots) dQ_{y1} d\alpha_1 \dots \left. \right\} \\ E[\tilde{W}_j^2] &= \frac{K_j^2}{4\pi^2} \left\{ \sum_{i=1}^n m_i \right\}^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \text{Real} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{Y}(\omega) \dot{X}_j^*(\omega, Q_{y1}, \alpha_1, \dots, \tilde{u}_j) d\omega \right\}^2 \\ &\quad \cdot \frac{1}{\overline{Q}_{yj}^4} \cdot p(Q_{y1}, \alpha_1, \dots) dQ_{y1} d\alpha_1 \dots \left. \right\} \\ V[\tilde{W}_j] &= E[\tilde{W}_j^2] - E^2[\tilde{W}_j] \end{aligned} \quad (5-2)$$

ただし、 $p(Q_{y1}, \alpha_1, \dots)$: $Q_{y1}, \alpha_1, \dots$ の結合確率密度関数

$E[X^2]$, $V[x]$: x の 2 乗平均、分散

$\tilde{W}_j$ の統計量は (5-2) 式から確率論的に正確に得られる。しかしながら、 $\tilde{W}_{pj}$ の統計量を正確に得ることは極端に難しい。それ故、次のような近似的方法を考えることにする。(5-1) 式の両辺の平均値は次式になる。

$$E[\tilde{W}_j] = E[\tilde{W}_{ej}] + E[\tilde{W}_{aj}] + E[\tilde{W}_{pj}] \cdots (5-3)$$

(5-1) 式と (5-3) 式の差の 2 乗平均は近似的に次式になる。

$$V[\tilde{W}_j] \approx V[\tilde{W}_{ej}] + V[\tilde{W}_{aj}] + V[\tilde{W}_{pj}] \cdots (5-4)$$

(5-4) 式は、ランダム変数 $\tilde{W}_{ej} - E[\tilde{W}_{ej}]$, $\tilde{W}_{aj} - E[\tilde{W}_{aj}]$ さらに $\tilde{W}_{pj} - E[\tilde{W}_{pj}]$ の相関関数は十分小さいという仮定を含んでいる。(5-3) 式と (5-4) 式の左辺の統計量は既知であるから、右辺の $\tilde{W}_{pj}$ の統計量を近似的に次式から推定することが可能であると仮定する。

$$\left. \begin{aligned} E[\tilde{W}_{pj}] &= r_j E[\tilde{W}_j] \\ r_j &= \frac{\tilde{W}_{pjs}}{\tilde{W}_{js}} \end{aligned} \right\} \cdots (5-5)$$

ただし、 $\tilde{W}_{js}$, $\tilde{W}_{pjs}$: 平均値で代表された Bilinear モデルをもつ振動系への全体のエネルギー入力と累積塑性変形によるエネルギー入力で時間領域の数値計算から得られる。

(5-4) 式の $V[\tilde{W}_j]$ と $V[\tilde{W}_{pj}]$ の比は数値計算から得られない。それ故、ここでは、(5-3) 式の $E[\tilde{W}_{pj}]$ への配分を表す (5-5) 式の類推から、(5-4) 式の配分に対しても (5-5) 式の比が有効であると仮定する。

$$V[\tilde{W}_{pj}] = r_j V[\tilde{W}_j] \cdots (5-6)$$

(5-5) 式と (5-6) 式の妥当性については、モンテカルロシミュレーションの結果との比較から検討する。

§6. エネルギー応答の First Order 近似

(5-2) 式に示したエネルギー入力の統計量は正確な表現式である。この式は多重積分を含むので、多自由度系に対して (5-2) 式を正確に計算することは非常に困難である。それ故、簡単な近似計算手法が要求されるだろう。(5-2) 式は確率変数を含む関数とみなすことができるから、テーラー展開による近似手法を用いることが可能である。(5-2) 式の First Order 近似は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E[W_j] &\approx -\frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \Gamma_j \\ V[W_j] &\approx \frac{1}{4\pi^2} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n m_i \right\}^2 \cdot \sum_{i=1}^{2n} \sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \Gamma_j}{\partial Z_i} \cdot \frac{\partial \Gamma_j}{\partial Z_k} \text{cov}[Z_i, Z_k] \end{aligned} \right\} \cdots (6-1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Gamma_j &= \text{Real} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{Y}(\omega) \dot{X}_j^*(\omega, \bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \dots, \bar{u}_j^0) d\omega \right\} \\ \bar{Z}_1 &= \bar{Q}_{y1}, \bar{Z}_2 = \bar{a}_1, \dots \\ \text{COV}[Z_i, Z_k] &: Z_i \text{ の共分散関数} \\ &\quad (\text{Covariance function}) \end{aligned}$$

(6-1) 式の計算には速度成分 $\dot{X}_j^*$ の Z_i に関する微分値が必要である。(3-3) 式を Z_i について微分し、さらに (3-3) 式を用いると、 $\dot{X}_j^*$ の微分は次のように得ら

れる。

$$\frac{\partial \dot{X}_j^*}{\partial Z_k} = \text{Conjg} \left[-i\omega [K]^{-1} \frac{\partial [K]}{\partial Z_k} [K]^{-1} [Y] \right] \cdots (6-2)$$

(6-1) 式と (6-2) 式から全体のエネルギー入力の統計量の First Order 近似が得られる。First Order 近似の無次元エネルギー入力 $\tilde{W}_j$ の統計量は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E[\tilde{W}_j] &= \frac{E[W_j] K_j}{E^2[Q_{yj}]} \\ \text{C.O.V.}[\tilde{W}_j] &= \sqrt{\text{C.O.V.}[W_j] + 4 \cdot \text{C.O.V.}[Q_{yj}]} \end{aligned} \right\} \cdots (6-3)$$

さらに、 $\tilde{W}_{pj}$ の統計量は次式になる。

$$\left. \begin{aligned} E[\tilde{W}_{pj}] &= r_j E[\tilde{W}_j] \\ \text{C.O.V.}[\tilde{W}_{pj}] &= \frac{1}{r_j} \text{C.O.V.}[\tilde{W}_j] \end{aligned} \right\} \cdots (6-4)$$

§7. 解析結果とモンテカルロシミュレーションの結果の比較

これまで、不確定要素を含む Bilinear モデルの振動系が地震波を受けたときのエネルギー応答を解析的に評価する方法を論じた。ここでは、シミュレーションの結果との比較を行い、本論で用いた近似方法および仮定等に関する検討を行う。

まず、(5-2) 式で表される解と (6-1) 式で表される First Order による近似解の比較を行う。解析モデルは 1 層のフレームで、その復元力特性が異なる次の 2 つのモデルである。

(1) モデル A (復元力特性: Fig. 5)

$$\begin{aligned} E[Q_y] &= 36.6 \text{ t} & \text{C.O.V.}[Q_y] &= 0.069 \\ \text{剛性 } K &= 20.5 \text{ t/cm} & \text{減衰常数 } h &= 2\% \\ \text{周期 } T &= 0.4 \text{ sec}, 0.5 \text{ sec} \end{aligned}$$

(2) モデル B (復元力特性: Fig. 6)

$$\begin{aligned} Q_y, K, h, T &\text{ はモデル A と同じ} \\ E[\ddot{a}] &= 0.0095 & \text{C.O.V.}[\ddot{a}] &= 0.149 \\ \rho(Q_y, \ddot{a}) &= 0 \quad (\rho(X, Y): X \text{ と } Y \text{ の相関係数}) \end{aligned}$$

入力地震動: El Centro Earthquake (Max. $\ddot{y} = 346 \text{ gal}$, duration = 20 sec)

結果を表-1 と 2 に示した。解法 (1) は (5-2) 式に

Fig.5 Restoring Force Model (Q_y : Random Variable)

よる解であり、解法(2)は(6-1)式による First Order 近似である。シミュレーションの数は100である。

解法(1)はシミュレーションの結果と非常によい対応を示しているが、多重積分の複雑さおよび計算時間等

Fig.6 Restoring Force Model (Q_y, α : Random Variable)

表—1 Comparison between analytical results and Monte Carlo Simulation (モデル A)

	$\tilde{W}_1$		$\tilde{W}_{p1}$	
	mean	c. o. v.	mean	c. o. v.
Method(1)	6.37	0.180	3.79	0.233
Method(2)	6.22	0.143	3.70	0.186
Simulation	6.36	0.157	3.81	0.205

($T=0.4\text{sec}$)

	$\tilde{W}_1$		$\tilde{W}_{p1}$	
	mean	c. o. v.	mean	c. o. v.
Method(1)	17.88	0.175	14.15	0.197
Method(2)	17.47	0.141	13.83	0.158
Simulation	18.07	0.185	14.35	0.197

($T=0.5\text{sec}$)

表—2 Comparison between analytical results and Monte Carlo Simulation (モデル B)

	$\tilde{W}_1$		$\tilde{W}_{p1}$	
	mean	c. o. v.	mean	c. o. v.
Method(1)	6.39	0.181	3.78	0.235
Method(2)	6.23	0.143	3.68	0.186
simulation	6.36	0.157	3.81	0.204

($T=0.4\text{sec}$)

	$\tilde{W}_1$		$\tilde{W}_{p1}$	
	mean	c. o. v.	mean	c. o. v.
Method(1)	17.87	0.176	14.11	0.198
Method(2)	17.49	0.140	13.81	0.158
Simulation	17.95	0.186	14.23	0.199

($T=0.5\text{sec}$)

を考えると、実用的には1質点系に限定されるだろう。解法(2)は平均値で約3%, 変動係数で約20%ほど小さな値を示している。解法(2)は変動係数がかかなり小さな値になっているが、計算時間と計算の容易さ等を考えると工学的に許される方法であると思われる。平均値で代表された構造系に対して、一度時刻歴の数値計算を実行しているため、特に、平均値はシミュレーションの結果とよい対応を示している。

(5-2)式による計算結果から、地震波による構造物系への全体のエネルギー入力、(3-2)式の履歴減衰モデルを有する場合、地震波に含まれている周波数成分とその加速度振幅を持つ調和入力を受けたときの構造物系へのエネルギー入力の各々の値を重ね合わせることによって近似的に得られることを示している。

次に(5-6)式で用いた仮定の妥当性について述べる。まず次の2つの変数を導入する。

$$r = \frac{\sum_{j=1}^m \tilde{W}_{p1sj}/m}{\sum_{j=1}^m \tilde{W}_{1sj}/m} \quad \dots\dots (7.1)$$

$$\tilde{r} = \frac{\sum_{j=1}^m (\tilde{W}_{p1sj} - \sum_{j=1}^m \tilde{W}_{p1st}/m)^2/m}{\sum_{j=1}^m (\tilde{W}_{1sj} - \sum_{j=1}^m \tilde{W}_{1st}/m)^2/m}$$

ただし、 m : サンプルの数 (100)

$\tilde{W}_{1sj}, \tilde{W}_{p1sj}$: シミュレーションから得られる全体のエネルギー入力と累積塑性変形によるエネルギー入力

Fig.7は r に対する $\tilde{r}$ の比を図示した。図中の△印は $C.O.V.(Q_y)=0.069$ の結果を表し、○印は $C.O.V.(Q_y)=0.138$ の場合の結果を表している。 Q_y の変動係数が小さいときの値に比べて、変動係数が大きいときの値が平均的に多少1に近い値を示しているが、これは、 Q_y の変動が大きいほど(5-1)式の右辺のそれぞれの項の相関関係が小さくなるためと思われる。このようなシミュレーションの結果から(5-6)式で用いた仮定は工学的に妥当であると思われる。表—1と表—2の比較から降伏後の剛性の変動の影響は十分小さいようである。Fig.8はモデルAの $\tilde{W}_1, \tilde{W}_{p1}$ の密度関数を比較した。図中の実線は(5-2)式から、また破線は(6-1)式から

Fig.7 Relationship Between $\frac{\tilde{r}}{r}$ and $\text{mean. } \tilde{W}_{1s}$

Fig. 8 Probability density function

求めた平均と分散を用いてガンマ分布で近似した。

本論で注目している履歴振動系へのエネルギー入力、(4-1)式で示したように入力波と速度応答の積から得られる。この速度応答が履歴系特有な振動中心の移動によって受ける影響はわずかである²⁰⁾。それ故、ここでは塑性変形による振動中心の移動を無視した等価履歴減衰による線形化法により、エネルギー入力の統計量を評価したが、シミュレーションの結果との比較から、おおむね満足できるものと思われる。ここで述べた解析手法は一種の等価線形化法である。そのため、入力レベルに比べて、降伏強度がかなり小さいと塑性変形が非常に大きくなり、等価な履歴減衰と剛性を(4-4)式から決めることができないが、周期0.2 SECで靱性率8~9、周期0.5 SECで靱性率6~7程度を入力レベルに対して計算が可能である。

§8. 不確定復元力特性を有する履歴振動系の安全の確率

これまで、不確定復元力特性を有する履歴振動系へのエネルギー応答の統計量を解析的に評価する手法について論じた。材料の予期しない低い降伏応力は、大きな塑性変位を引き起こし、構造物の安全性に重大な影響を与

えると思われるので、その影響の度合いを定量的に評価することは重要である。

本論では構造物の信頼性に対する判定規範として次式を用いる。

$$R_j(t) = P[\tilde{W}_R > \tilde{W}_{pj}(t)] \dots \dots \dots (8-1)$$

ただし、 $R_j(t)$ ：応答時間(0, t)におけるj層の安全の確率

$\tilde{W}_R$ ：累積塑性変形によって吸収される許容無次元エネルギー入力で確率変数

このような問題は、一般に初通過問題として知られ、正解を求めることは非常に困難なため、近似解法に関する研究が多くなされている^{13), 19)}。しかしながら、これらの研究は、不確定入力に対する確定振動系の安全の確率について論じたもので、確定入力に対する不確定振動系の安全の確率について述べたものではない。この項では、不確定性復元力特性を有する履歴振動系が確定入力波を受けたときの安全の確率について述べる。

確率変数を含む不確定振動系の安全の確率は、確率変数の関数として評価されると思われるので、まず次のような確率変数を条件付にした危険率を定義すると大変都合がよい¹⁵⁾。

$$\lambda_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots) = - \frac{1}{R_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots)} \cdot \frac{\partial R_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots)}{\partial \tau} \dots \dots \dots (8-2)$$

ただし、 $\lambda_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots)$ ：危険率と言われる変数で、確率変数ある値に固定したときに、応答時間 τ で安全、すなわち振動系は残存しているという条件下で引続く単位応答時間に振動系に生じる $\tilde{W}_{pj}$ が $\tilde{W}_R$ を超える平均的回数

もし、危険率がある程度小さければ、応答時間(0, t)における安全の確率は次式になる。

$$R_j(t) \approx e^{-\int_0^t \lambda_j(\tau) d\tau} \dots \dots \dots (8-3)$$

ただし、 $\lambda_j(\tau) = E[\dots E[\lambda_j(\tau) | Q_{y1}, \alpha_1, \dots]]$

(8-3)式の危険率の期待値は次のように求められる。

発見的仮定に基づく(8-2)式の期待値は次式になる¹⁵⁾。

$$\lambda_j(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \frac{\partial R_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots)}{\partial \tau} P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots) dQ_{y1} d\alpha_1, \dots}{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int R_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots) P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots) dQ_{y1} d\alpha_1, \dots} \dots \dots \dots (8-4)$$

(8-2)式を(8-4)式に代入すると次式を得る。

$$\lambda_j(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \lambda_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots) R_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots) P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots) dQ_{y1} d\alpha_1, \dots}{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int R_j(\tau | Q_{y1}, \alpha_1, \dots) P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots) dQ_{y1} d\alpha_1, \dots} \dots \dots \dots (8-5)$$

(8-5)式において、Bayesの定理を用いると次式が成立する。

$$\frac{R_f(\tau|Q_{y1}, \alpha_1, \dots)P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots)}{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} R_f(\tau|Q_{y1}, \alpha_1, \dots)p(Q_{y1}, \alpha_1, \dots)dQ_{y1}d\alpha_1, \dots} = p(Q_{y1}, \alpha_1, \dots|\tau) \dots \dots \dots (8-6)$$

ただし、 $P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots|\tau)$: τ 時間後の残存構造物の $Q_{y1}, \alpha_1, \dots$ の結合確率密度関数

結局、不確定性を有する履歴振動系の安全の確率は次式になる。

$$R_f(t) = e^{-\int_0^t \lambda_f(\tau) d\tau} \dots \dots \dots (8-7)$$

ただし、

$$\lambda_f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_f(\tau|Q_{y1}, \alpha_1, \dots)P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots) dQ_{y1}d\alpha_1, \dots$$

(8-7)式の安全の確率はほぼ正解に近い表現式であるが、(8-7)式の危険率を正しく評価することは大変難しい。それ故、次のような近似を行う。(8-5)式の分母は応答時間 $(0, \tau)$ における安全の確率であるが、応答履歴を無視した応答時間 τ における安全の確率で近似的に評価されるものと仮定すれば、 $R_f(\tau|Q_{y1}, \alpha_1, \dots)$ は次式になる。

$$R_f(\tau|Q_{y1}, \alpha_1, \dots) \approx 1 - \int_0^{\infty} F_{\tilde{W}_R}(W)P_{\tilde{W}_{pj}}(W, \tau|Q_{y1}, \alpha_1, \dots)dW \dots \dots \dots (8-8)$$

ただし、 $F_{\tilde{W}_R}(W)$: $\tilde{W}_R$ の確率分布関数 (正規分布を仮定する)

$P_{\tilde{W}_{pj}}(W, \tau|Q_{y1}, \dots)$: 確率変数 $Q_{y1}, \dots$ がある値をとるという条件下での確率密度関数

このような近似方法はマルコフ近似に近い考え方である。確率変数 $Q_{y1}, \dots$ をある値に固定したときの $\tilde{W}_{pj}$ は応答時間 τ において確定値になるから、 $\tilde{W}_{pj}$ の密度関数は次のようなデルタ関数になる。

$$P_{\tilde{W}_{pj}}(W, \tau|Q_{y1}, \alpha_1, \dots) = \delta(W(\tau) - \tilde{W}_{pj}^0) \dots \dots (8-9)$$

ただし、 $\tilde{W}_{pj}^0$: $Q_{y1}, \dots$ をある値に固定したときの応答時間 τ における累積塑性変形によるエネルギー入力で確定値

(8-9)式を(8-8)式に代入すると、次式

$$R_f(\tau|Q_{y1}, \alpha_1, \dots) = 1 - F_{\tilde{W}_R}(\tilde{W}_{pj}^0) \dots \dots \dots (8-10)$$

になる。さらに、(8-10)式を(8-5)式に代入し、さらに(8-2)式を用いると、結局、不確定性を有する履歴振動系の安全の確率は次式になる。

$$R_f(t) = e^{-\int_0^t \tilde{\lambda}_f(\tau) d\tau} \dots \dots \dots (8-11)$$

ただし、

$$\tilde{\lambda}_f(t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} F_{\tilde{W}_R}(W_{pj}^0, t)P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots)dQ_{y1}d\alpha_1, \dots}{1 - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} F_{\tilde{W}_R}(W_{pj}^0, t)P(Q_{y1}, \alpha_1, \dots)dQ_{y1}d\alpha_1, \dots}$$

Kuwamura, Galambos は、構造物が建設される地域に予想される構造物系への最大エネルギー入力の密度関数を推定し、本論と同様な信頼性に関する判定規範を用いたときの安全の確率を近似的に評価した¹⁷⁾。本論の(8-11)式は、 $\tilde{W}_{pj}$ の密度関数を推定することなく、

直接 $\tilde{W}_R$ の分布関数から推定することができるという利点がある。また、入力波の不確定性による構造物系へのエネルギー入力の変動がある場合も、(8-11)式の $\tilde{W}_{pj}^0$ を入力波の不確定性の影響を含んだパラメーターと見なすことによって、同様に評価することが可能であると思われる。

§9. 解析結果の考察

この項では、First Order 近似による解法(2)を用いて解析結果の考察を行う。解析モデルは次の4ケースである。

(1) Case S-1 (1層骨組, 復元力特性: Fig. 6)

$$m_1 = 0.1 \text{ tsec}^2/\text{cm}, h = 0.02$$

$$E[\alpha_1] = 0.0095 \quad \text{C.O.V.}[\alpha_1] = 0.149$$

$T = 0.1 \text{ sec}, 0.2 \text{ sec}$ の場合

$$E[Q_{y1}] = 36.4 \text{ t} \quad \text{C.O.V.}[Q_{y1}] = 0.069$$

$T = 0.3 \text{ sec}, -0.8 \text{ sec}$ の場合

$$E[Q_{y1}] = 28.0 \text{ t} \quad \text{C.O.V.}[Q_{y1}] = 0.069$$

(2) Case S-2 (1層骨組, 復元力特性: Fig. 6)

$$E[Q_{y1}] = 36.4 \text{ t} \quad \text{C.O.V.}[Q_{y1}] = 0.138$$

その他は Case S-1 と同じ

(3) Case T-1 (2層骨組, 復元力特性 1, 2 層共 Fig. 6)

$$m_1 = 0.1 \text{ tsec}^2/\text{cm}, m_2 = 0.075 \text{ tsec}^2/\text{cm}$$

$$K_1 = K_2, h = 0.02$$

$$E[\alpha_1] = E[\alpha_2] = 0.0095, \text{ C.O.V.}[\alpha_1] = \text{C.O.V.}[\alpha_2] = 0.149$$

$$\rho(\alpha_1, \alpha_2) = 0$$

$T = 0.1 \text{ sec}, -0.3 \text{ sec}$ の場合 (1 次の固有周期)

$$E[Q_{y1}] = 54.6 \text{ t} \quad E[Q_{y2}] = 33.6 \text{ t}$$

$$\text{C.O.V.}[Q_{y1}] = 0.069 \quad \text{C.O.V.}[Q_{y2}] = 0.069$$

$$\rho(Q_{y1}, Q_{y2}) = 0$$

$T = 0.4 \text{ sec}, -0.8 \text{ sec}$ の場合 (1 次の固有周期)

$$E[Q_{y1}] = 36.4 \text{ t} \quad E[Q_{y2}] = 22.4 \text{ t}$$

$$\text{C.O.V.}[Q_{y1}] = 0.069 \quad \text{C.O.V.}[Q_{y2}] = 0.069$$

$$\rho(Q_{y1}, Q_{y2}) = 0$$

(4) Case T-2 (2層骨組, 復元力特性 1, 2 層共 Fig. 6)

$$\rho(Q_{y1}, Q_{y2}) = 0.7, \text{ その他は Case T-1 と同じ}$$

本論で注目するエネルギー応答量は構造物系への全体のエネルギー入力と累積塑性変位によって吸収されるエネルギー入力 $\tilde{W}_{pj}$ の2つの確率量である。

Fig. 9 は Case S-1 の結果を図示した。解析値 (解法(2)) はシミュレーションの結果と比べて、表-1 と 2 に示した結果同様に、平均値に対して平均的に約 5 %, 変動係数に対しても平均的に約 20 % ほど小さい値を示

している。Fig.10はCase S-2の結果である。降伏強度の変動係数が大きいと解析結果とシミュレーションの結果の差が大きくなり、平均値で約10%，変動係数で30%から40%ほど小さな値を示している。このように、First Order 近似は降伏強度の変動係数が大きい場合はかなり過小評価の結果をもたらすので注意が必要である。Fig.9とFig.10の結果から周期の短い場合を除いて、 $\tilde{W}_{p1}$ の変動係数は降伏強度の変動係数の3倍強になる。

Fig.11とFig.12は2質点系の場合の結果である。Fig.11は1層と2層の降伏強度の相関係数が0であるCase T-1の結果であり、Fig.12は1層と2層の降伏強度の相関係数が0.7であるCase T-2の結果である。2質点系の場合は、2つのパラメータ $\tilde{u}_1$, $\tilde{u}_2$ に対する(4-4)式の収斂計算が必要になる。1層部分のエネルギー入力はある程度大きいので1より大きい $\tilde{u}_1$ の値を得ることができるが、2層部分のエネルギー入力は小さく、 $T=0.2$ secと $T=0.3$ secの場合を除いて、 $\tilde{u}_2$ は1より小さくなり正確な収斂計算を実行することができなかった。しかしながら、2層部分のエネルギー入力は小さく、結果はシミュレーションの値に近いので、(4-4)式から得られる値を近似的に解と見なした。

これは本論で述べた解析手法の大きな欠点であるが、変数 $\tilde{u}_j$ の代わりに重み関数 $f(\tilde{u}_j)$ を用いることによって解消されると思われる。

Fig.11とFig.12のそれぞれの平均値は、 $T=0.1$ secを除いて平均的に約5%ほど小さく、また変動係数も20%から100%小さくなる場合もあり、多質点系へのFirst Order 近似の適用は注意が必要である。

1層と2層のそれぞれの降伏強度の相関係数がある場合とない場合の結果の差は、前記のように正確な収斂計算を実行することができなかったために明らかにするこ

Fig.9 Comparison with Simulation for Case S-1
(C.O.V. (Q_{y1})=0.069, C.O.V. (α_1)=0.149)

Fig.10 Comparison with Simulation for Case S-2
(C.O.V. (Q_{y1})=0.138, C.O.V. (α_1)=0.149)

Fig.11 Comparison with Simulation for Case T-1
(C.O.V. (Q_{y1})=C.O.V. (Q_{y2})=0.069, $\rho(Q_{y1}, Q_{y2})=0$, C.O.V. (α_1)=C.O.V. (α_2)=0.149, $\rho(\alpha_1, \alpha_2)=0$)

Fig.12 Comparison with Simulation for Case T-2
(C.O.V. (Q_{y1})=C.O.V. (Q_{y2})=0.069, $\rho(Q_{y1}, Q_{y2})=0.7$, C.O.V. (α_1)=C.O.V. (α_2)=0.149, $\rho(\alpha_1, \alpha_2)=0$)

とができなかったが、シミュレーションの結果から考察すると次のようになる。相関がある場合 ($\rho(Q_{y1}, Q_{y2})=0.7$) の $\tilde{W}_{p1}$ の平均値は、相関がない場合 ($\rho(Q_{y1}, Q_{y2})$

Fig. 13 Time History of $\tilde{W}_{p1}$

Fig. 14 Effect of Variability in Yield Force on the Probability of safety

$=0.$) の結果に比べて約 4 % 大きい, その反対に変動係数は約 10 % ほど小さい。

Fig. 13 は降伏強度に変動がない完全塑性モデルの $\tilde{W}_{p1}$ の時刻歴を图示した。応答終了後に予想される W_{p1} がその許容値より小さければ, 構造物の安全性は数値上 100 % 保障されるが, 降伏強度に変動がある場合は, 保障されない。Fig. 14 は降伏強度に変動があるときの構造物の安全の確率 (8-11) 式を图示したものである。(a) は $C.O.V.[Q_y]=0.069$, $C.O.V.[\tilde{W}_R]=0.069$ であり, (b) は $C.O.V.[Q_y]=0.138$, $C.O.V.[\tilde{W}_R]=0.138$ の結果である。Fig. 14 の図中の $\tilde{W}_{p1}$ は Fig. 13 の $t=20$ sec における $\tilde{W}_{p1}$ の値を意味する。これらの結果から, $C.O.V.[Q_y]=C.O.V.[\tilde{W}_R]=0.069$ の場合に構造物の安全の確率を 95 % 以上保障するためには, 累積塑性変形によって吸収される許容無次元エネルギー入力の実効値は構造物に生じると予想される値の 1.5 倍必要である。

§10. 結 論

不確定性を有する構造部材の復元力特性が履歴振動系のエネルギー応答に及ぼす影響を明らかにするための解析的アプローチについて述べた。結果を要約すると次のようになる。

(1) これまで, 材料の不確定性が構造物の応答に及ぼす影響に関する研究は, モンテカルロシミュレーションに基づいてなされてきたが, エネルギー応答に関する限

り, 確率変数の平均値で代表された履歴振動系の時刻歴応答の数値計算を一度だけ実行することによって, このような問題を解析的に論じることが可能である。

(2) (3-2) 式の履歴モデルを有する構造物系への全体のエネルギー入力, 地震波に含まれている周波数成分とその加速度振幅をもつ調和入力を受けたときの構造物系へのエネルギー入力の各々の値を重ね合わせるによって近似的に得られる。

(3) 累積塑性変位によって吸収されるエネルギー入力の変動係数は降伏強度の変動係数の 3 倍強である。

(4) 構造物の信頼度関数として (8-1) 式を用いた場合, $C.O.V.[Q_y]=0.069$, $C.O.V.[\tilde{W}_R]=0.069$ のときに構造物の安全の確率を 95 % 以上保障するためには, 累積塑性変形によって吸収される許容無次元エネルギー入力の平均値は構造物に生じると予想される値の約 1.5 倍である。

(5) 最後に, 2 質点系の場合に, 2 層部分へのエネルギー入力小さく, $\tilde{u}_j$ が 1 より小さくなり, 正確な収斂計算を実行することができなかったが, $\tilde{u}_j$ の代わりに重み関数 $f(\tilde{u}_j)$ を用いることによって, このような問題点は解消されると思われる。この問題については今後の研究課題としたい。

参考文献

- 1) Hasofer, A.M., Lind, N.C.: Exact and Invariant Second-Moment Code Format, Proc., ASCE, EM1, Feb. 1974
- 2) Ang, A.H.: Structural Risk Analysis and Reliability-Based Design, Proc. ASCE, ST9, Sep., 1973
- 3) Cornell, C.A.: A Probability-Based Structural Code, Journal of the American Concrete Institute, 1969
- 4) 洪 起, 田中 尚: ホワイトノイズを受ける 1 自由度系の履歴吸収エネルギー, 日本建築学会論文報告集, 第 270 号, pp.99~102, 昭和 53 年 8 月
- 5) Sues, R.H., Wen, Y.K. and Ang, A.H.: Stochastic Evaluation of Seismic Performance, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol.111, June, 1985
- 6) O'Connor, J., Ellindwood, B.: Reliability of Non-linear Structures with Seismic Loading, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.113 May, 1987
- 7) Kuwamura, H.: Effect of Yield Ratio on the Ductility of High Strength Steels Under Seismic Loading: Proceeding of the Structural Stability Research Council
- 8) Kuwamura, H., Kato, B.: Effect of Randomness in Structural Members' Strength on the Structural systems' Ductility, Journal of Construction Steel Research, Vol. VI, 1989
- 9) A.S. Elnashai and M. Chryssanthopoulos: Effect of Random Material Variability of Seismic Design Parameters of Steel Frames, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1989
- 10) Baker, M.J.: Variability in the Strength of Structural

- Steels-A Study in the Strutural safty, Part 1 : Material Variability, CIRIA Technical Note44, London, 1972
- 11) Flint, A.R., Smith, B.W., Baker, M.J : The Deviation of Safty Factor for Design of High-way Bridge, in the Design of Steel Bridges, K.C. Rockey & H.R. Evans, 1981
 - 12) H. Yamanouchi, B. Kato, H. Aoki : Statistical Features of Mechanical Properties of Current japanese steels.
 - 13) Suzuki Y., Minai R. : Seismic Reliability Analysis of Hysteretic Structures Based on Stochastic Differential Equation, Proc., 4th Internationl Conf. Structural Safty and Reliability, Vol.2, 1985
 - 14) 大井謙一, 田中 尚, 高梨晃一 : 地震動による構造物へのエネルギー入力の統計的予測に関する基礎的考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第347号, pp.47~54, 1985年1月
 - 15) 洪 起, 高梨晃一 : 信頼性理論に基づく最適設計, 日本建築学会構造系論文報告集, 第418号, pp.81~86, 1990年12月
 - 16) Papoulis, A. : The Fourier Integral and its Applications, McGraw-hill
 - 17) H. Kuwamura, T.V. Galambos : Earthquake Load for Structural Reliability, Journal of Structural Engineering, Vol.115, No.6, June, 1989
 - 18) 多治見宏 : 建築振動学, コロナ社
 - 19) 洪 起 : 履歴構造物の耐震安全性解析, 日本建築学会論文報告集, 第306号, 昭和56年8月
 - 20) 大井謙一, 高梨晃一 : 簡単な履歴モデルによる鋼構造骨組の地震応答解析, 日本建築学会構造系論文報告集, 第394号, pp.37~46, 昭和63年12月
- (1991年8月1日原稿受理, 1991年12月27日採用決定)