破壊エネルギーの物理的意味とその評価

コンクリートの破壊エネルギーに関する研究

PHYSICAL MEANING AND ESTIMATION OF FRACTURE ENERGY

Study on fracture energy of concrete

村上 聖*, 岸谷孝一**, 平居孝之***

Kiyoshi MURAKAMI, Koichi KISHITANI and Takayuki HIRAI

The physical meaning of the fracture energy (G_f) is an energy release rate for a non-elastic body. The G_f is a sum of elastic and non-elastic energy release rates and is an applicable parameter to one instead of the J-integral. Experiments were conducted in order to investigate the propriety of the above considerations. Then the G_f was determined by means of measuring a repeated load-displacement curve with a notched plain concrete beam under three-point bending. As the results the following inspections were derived. The G_f agrees reasonably with the critical J-integral at the beginning of extension of a main crack, but during its stable growth the G_f increases monotonously with the increase of extension area.

Keywords : fracture energy, J-integral, elastic energy release rate, non-elastic energy release rate, lost energy

破壊エネルギー, J 積分, 弾性エネルギー解放率, 非弾性エネルギー解放率, 損失エネルギー

1. はじめに

コンクリートへの破壊力学の適用が, 初期の線形破壊力学から近年の非線形破壊力学の適用に至るまで, その変遷として金属における破壊力学の歴史的背景を追従する形で行われてきたことは言うまでもない。しかし, 最近のコンクリートの破壊力学の動向において新たな展開がみられる。すなわち, コンクリート内部で起こっている破壊現象の可視化技術の発展により, コンクリートと金属のひびわれ進展過程の違いが広く認識されるようになり, コンクリート固有の特性を破壊力学パラメータの評価に反映させる必要性が指摘されている。

コンクリートの引張破壊過程の特徴は次の2点に集約される: 1) 主ひびわれの進展に先行して, コンクリートの非均質性により, マイクロクラックの累進的発生・成長・合体を伴う破壊進行域 (fracture process zone) が形成されること, 2) 破壊進行域の拡大は, コンクリートの引張軟化特性により, ひびわれ先端前方の幅の狭い領域に局所化され, 破壊に要するエネルギーは, ほとんどこの局所化された破壊進行域内部で消費されること。

以上の知見を基に, コンクリートの引張軟化則を考慮した仮想ひびわれモデル (fictitious crack model) によるひびわれ進展性状の数値解析^{1), 2), 5)}や, そのモデルの逆解析による引張軟化則の推定^{3)-5), 10)}, さらにひびわれの発生から安定成長の過程に至るまでの one parameter fracture criterion としての破壊エネルギー (fracture energy, 以下 G_f と略記する) 概念の導入とその評価⁵⁾⁻⁷⁾が, コンクリート固有の破壊力学として注目されている。

仮想ひびわれモデルのコンクリートへの適用性については, その妥当性を示す研究報告がこれまでに多数なされている¹⁾⁻⁵⁾。一方, G_f に関しても, すでに RILEM は, ノッチつき梁の3点曲げ試験によるプレーンコンクリートの G_f 評価法を提案している⁶⁾。そこでの G_f のエネルギー的解釈は, 前述のように破壊に要するエネルギーが, 破断面近傍に局所化された破壊進行域内部で集中的に消費されることに基づき, 破断に至るまでの損失エネルギー (荷重-載荷点変位曲線下の全面積) を破断面積 (リガメント面積) で除すことにより, 主ひびわれが単位面積進展するのに必要な平均的なエネルギーとして G_f を

* 熊本大学工学部建築学科 助教授・工博

** 日本大学理工学部建築学科 教授・工博

*** 大分大学工学部 教授・工博

Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kumamoto Univ., Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Science and Engineering, Nihon Univ., Dr. Eng.

Prof., Faculty of Engineering, Oita Univ., Dr. Eng.

評価している。このことは、主びわれの安定成長の過程で G_f が一定値をとることを暗黙の前提としていることを意味し、それが本当ならば、 G_f は基本的に試験体寸法に依存しないはずである。

一方で、RILEM 法により評価される G_f が試験体寸法に依存することが実験的に示されており⁷⁾、その寸法依存性が評価方法によるものか、あるいは G_f に固有のものなのか、もし固有のものとするれば、それが何に起因するのかなど、依然としてそれらの疑問に対して明確なコンセンサスは得られていない。さらに、 G_f の物理的意味の解明が不十分なことに関連して、 J 積分と G_f の物理的意味の違いはいまのままだ、 J 積分と G_f の区別は単に表現の違いにすぎないとする考え方が支配的である。このことは、仮想びわれモデルにおいて引張軟化曲線下の全面積で表される限界 J 積分を G_f と称している研究者が多いことからわかる。

本研究では、以上のような G_f の適用性に関して不明な点を明らかにするために、 G_f の物理的意味が非弾性体に対するエネルギー解放率であるという解釈から、その評価法について理論的考察を行うとともに、その妥当性を実験的に検討することを目的とする。

2. G_f の物理的意味とその評価に関する考察

2.1 G_f の物理的意味

弾性体の場合、その可逆性により、負荷の下でびわれが微小面積だけ進展する間のポテンシャルエネルギーの連続的な変化と、わずかにびわれ長さの異なる物体を負荷したときのポテンシャルエネルギーの差（以下、離散的な変化と呼ぶ）に相違がないことから、後者の解釈としての J 積分が、びわれを進展させるのに必要なエネルギーとしての物理的意味をもつ。しかし、実際の材料では、びわれの安定成長の過程での不可逆性により、ポテンシャルエネルギーの連続的な変化と離散的な変化は一致しないことから、この段階で J 積分の物理的意味は失われる。一方、 G_f は、この段階でのびわれ進展のクライテリオンとなり、その物理的意味は、非弾性体に対するエネルギー解放率であると解釈される。

2.2 既往の G_f 評価法の考察

ここで、エネルギー解放率は、材料の構成法則によらない、「びわれが単位面積進展する間に物体-外力系より失われる力学的に有効なエネルギー」と定義され⁸⁾、そのエネルギーが新たなびわれ面を形成するのに消費される。非弾性体の場合、除荷によりエネルギーの損失を伴うので、びわれが微小面積だけ進展するのに必要な（力学的に有効な）エネルギーは、その間に外力のなした仕事と弾性ひずみエネルギーの変化の双方から供給され、その関係は次式で表される。

$$G_f dA = P du - dU_e \dots\dots\dots (1)$$

図—1 G_f の物理的意味

ここに、 A ：びわれ面積、 P ：荷重、 u ：荷重点変位、 U_e ：弾性ひずみエネルギー。

式(1)の右辺は、図—1に示すように、負荷の下でびわれが微小面積だけ進展する間の損失エネルギーの変化（以下、 dU_{loss} と略記する）を表している。ここで、式(1)において dU_e をひずみエネルギーの変化(dU)に置き換えれば、そのとき右辺はポテンシャルエネルギーの変化($-d\Pi$)を表し、 J 積分の表示式となるが、非弾性体の場合には U のうちに非弾性ひずみエネルギーが含まれ、 dU_e と dU は一致しないこと、また u のうちには不可逆変位を含んでいることに注意する必要がある。以下では、式(1)に基づいて、既往の G_f 評価法の考察を行う。

① オフセット法

繰返し荷重—荷重点変位関係において、図—2に示す

図—2 オフセット法による G_f の評価

ように除荷および再載荷経路を直線で近似することにより、オフセット法による G_f 評価式が以下のように得られる⁹⁾。

$$G_f = \frac{P^2}{2} \frac{d\lambda}{dA} + P \frac{d\delta}{dA} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 λ ：除荷・再載荷直線のコンプライアンス、 δ ：残留変位。

式(2)の右辺第1項は、線形弾性体に対するコンプライアンス・キャリブレーション法によるエネルギー解放率の評価式であり、弾性エネルギー解放率を表している。ただし、これは除荷・再載荷経路を直線で近似しているためであり、厳密には J 積分を表している。また、第2項は、ひびわれの安定成長の過程での不可逆変位に起因するものであり、非弾性エネルギー解放率を表している。したがって、弾性体の場合、除荷により不可逆変位を生じないから、 G_f と J 積分は一致する。以上のように、オフセット法により、 G_f が弾性および非弾性エネルギー解放率の和であり、 J 積分を非弾性体にも拡張したパラメータになっていることが示された。

② RILEM 法

RILEM 提案の G_f 評価式を以下に示す。

$$G_f = \frac{\int_0^{u_{\max}} P du}{A_{lig}} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $u_{\max}$ ：破断変位、 A_{lig} ：リガメント面積。

ただし、ここでは理論的考察を目的としているので、梁および載荷治具などの自重に関する項は省略している。

いま、式(1)を破断に至るまで積分すると(図-3参照)。

$$\int_{A_0}^{A_t} G_f dA = \int_{u_0}^{u_{\max}} P du - \int_{U_{e0}}^0 dU_e \dots\dots\dots (4)$$

図-3 RILEM 法による G_f の評価

ここに、 A_0 ：ノッチ面積、 A_t ：ノッチも含めた全断面積 ($= A_0 + A_{lig}$)、 u_0 ：主ひびわれ発生時点での変位、 U_{e0} ：主ひびわれ発生時点での弾性ひずみエネルギー(ただし、破断時点で弾性ひずみエネルギーは0となる)。ここで、主ひびわれの安定成長の過程で $G_f = \text{const.}$ と仮定すれば、式(4)において G_f を積分の外に出せるので、

$$G_f A_{lig} = \int_{u_0}^{u_{\max}} P du + U_{e0} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、弾性体の場合、ひびわれ発生時点まで、外力のなした仕事はすべて弾性ひずみエネルギーとして蓄えられるので、

$$U_{e0} = \int_0^{u_0} P du \dots\dots\dots (6)$$

したがって、式(5)は式(3)に示す RILEM 法による G_f 評価式と一致する。また、弾性体の場合、前述のように G_f と J 積分は一致し、ひびわれの安定成長の過程で J 積分は一定の限界値(以下、 J_c と略記する)をとるので、式(5)を誘導する際の $G_f (= J_c) = \text{const.}$ の前提も厳密に成り立つ。しかし、非弾性体の場合には、外力のなした仕事の一部は非弾性エネルギーとして消費されるので、

$$U_{e0} = \int_0^{u_0} P du - U_{loss0} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 U_{loss0} ：主ひびわれ発生時点での損失エネルギー。

したがって、式(5)は次式のようになる。

$$G_f = \frac{\int_0^{u_{\max}} P du - U_{loss0}}{A_{lig}} \dots\dots\dots (8)$$

以上のように、RILEM 法による G_f 評価式は、弾性体に対しては厳密に成り立つが、非弾性体の場合には、式(8)に示すように U_{loss0} の項が考慮されなければならないこと、ただし式(8)の誘導において主ひびわれの安定成長の過程で $G_f = \text{const.}$ を前提にしているが、それを保証する物理的根拠はないなどの問題点がある。

3. 実験方法

ブレンコンクリートの使用材料および調合をそれぞれ表-1, 2に示す。調合は、水セメント比(W/C)を40, 50, 60, 70%の4種類とし、スランプ=18 cm を目標に試し練りにより定めた。練り混ぜには、容量50リットルの強制攪はん型ミキサーを使用した。試験は、寸法 $\phi 10 \times 20$ cm の円柱供試体を用いて圧縮応力-ひずみ関係を、また寸法 $10 \times 10 \times 40$ cm のノッチつき梁試験体の3点曲げ載荷(スパン・高さ比=3)により、繰返し荷重-載荷点変位およびノッチ肩口開口変位(crack mouth opening displacement, 以下 CMOD と略記する)関係をそれぞれ測定した。圧縮試験による圧縮強度およ

表—1 使用材料

セメント	普通ポルトランド
細骨材	川砂 表乾比重=2.53 吸水率=2.70% 最大寸法=5mm 粗粒率=2.49 実積率=64.4%
粗骨材	川砂利 表乾比重=2.68 吸水率=1.72% 最大寸法=20mm 粗粒率=6.52 実積率=64.3%

表—2 使用調合

W/C (%)	スラフ* (cm)	s/a (%)	W (kg/m ²)	圧縮強度 (kgf/cm ²)	ヤング係数 ($\times 10^5$ kgf/cm ²)
40	19.1	31	211	488	3.33
50	19.3	37	196	400	3.10
60	18.4	39	195	307	2.96
70	18.4	42	195	234	2.70

* W/C:水セメント比、s/a:細骨材率、W:単位水量

びヤング係数(1/3割線弾性係数)の測定値(平均)は、表—2中に併記している。また、梁スパン中央に設けたノッチは、試験に供する前にダイヤモンド帯のこ(厚さ=1mm)により入れ、ノッチ深さは、梁せいに対する比で0.3とした。CMODは、ノッチ肩口にナイフエッジを介して取り付けたクリップゲージにより測定した。ここで、荷重-CMOD関係は、既報¹⁰⁾のJ等価Dugdale手法により J_e を評価するために用い、 G_f と J_e との関連について検討した。以上の圧縮供試体および梁試験体は、同一条件ごとにそれぞれ3個ずつ作製し、材令28日(水中養生)後、試験時まで気中に放置した。

4. 実験結果および考察

4.1 G_f の評価

図—4, 5, 6, 7に、 G_f 評価の一例をW/C=40%の場合について示す。図—4に示すように、個々の繰返し荷重-載荷点変位曲線の測定値において除荷・再載荷経路を(残留変位点と除荷・再載荷経路の交点を結ぶ)直線で近似し、その剛性の初期剛性に対する比(剛性低下率)から解析的に主びわれ進展面積(ΔA)を推定した(ただし、解析は線形弾性解析による)。ところで、ここで推定される ΔA は、破壊進行域内部の損傷による剛性低下分を含んだ見かけのものであり、その絶対値については実際とは異なるが、損傷の程度が主びわれ進展長さによらずほぼ一定とみなせば、 G_f の評価に際し

図—4 繰返し荷重-載荷点変位曲線

図—5 ひびわれ進展面積(ΔA)と残留変位(δ)の関係

て必要な ΔA の増分に関しては実際と大きな差異はないものと考えられる⁹⁾。

図—5に示すように、すべての試験体について得られた δ - ΔA 関係の非線形回帰曲線を求めれば、図—6に示すように、平均化された荷重-載荷点変位曲線上に任意の ΔA に対する除荷・再載荷直線を引くことができる(平均化操作)。 U_e は、図—6中の薄墨部分の面積として近似的に求め、また、除荷点変位(u_{un})に至るまでの外力仕事(以下、 $\int P du$ と略記する)から U_e を差し引いて U_{loss} を求めた。ただし、 $\int P du$ はプランメータにより測定した。図—7に示すように、 U_{loss} - ΔA 関

表-3 G_f の評価結果 (上段から, $W/C=40, 50, 60, 70\%$)

ΔA (cm^2)	δ ($\times 10^{-3}$ cm)	P_{un} (kgf)	u_{un} ($\times 10^{-3}$ cm)	U_e (kgf·cm)	$\int Pdu$ (kgf·cm)	U_{loss} (kgf·cm)	G_f (kgf/cm)
5	0.81	601	4.00	0.96	1.39	0.43	0.060
10	1.24	631	5.14	1.23	2.13	0.90	0.086
15	1.65	619	6.18	1.40	2.75	1.35	0.111
20	2.14	580	7.28	1.49	3.44	1.95	0.134
23.8							0.151
25	2.81	529	8.61	1.53	4.16	2.62	0.156
30	3.75	464	10.2	1.50	4.97	3.47	0.176
35	5.05	389	12.2	1.39	5.83	4.44	0.195
40	6.82	319	14.9	1.29	6.77	5.48	0.213
45	9.15	243	18.1	1.09	7.69	6.60	0.229
50	12.1	188	23.1	1.03	8.73	7.71	0.244

ΔA (cm^2)	δ ($\times 10^{-3}$ cm)	P_{un} (kgf)	u_{un} ($\times 10^{-3}$ cm)	U_e (kgf·cm)	$\int Pdu$ (kgf·cm)	U_{loss} (kgf·cm)	G_f (kgf/cm)
5	0.96	549	4.09	0.86	1.33	0.47	0.048
10	1.32	572	5.12	1.09	1.92	0.84	0.076
15	1.72	571	6.21	1.28	2.56	1.28	0.102
20	2.24	538	7.35	1.38	3.19	1.81	0.125
23.0							0.137
25	2.95	476	8.56	1.33	3.81	2.48	0.145
30	3.93	419	10.2	1.32	4.53	3.22	0.161
35	5.25	357	12.3	1.26	5.36	4.10	0.175
40	7.00	284	14.7	1.09	6.14	5.05	0.186
45	9.25	219	17.9	0.95	6.94	5.99	0.195
50	12.1	167	22.5	0.87	7.80	6.93	0.200

ΔA (cm^2)	δ ($\times 10^{-3}$ cm)	P_{un} (kgf)	u_{un} ($\times 10^{-3}$ cm)	U_e (kgf·cm)	$\int Pdu$ (kgf·cm)	U_{loss} (kgf·cm)	G_f (kgf/cm)
5	0.46	450	3.15	0.61	0.80	0.19	0.026
10	0.87	488	4.26	0.83	1.31	0.49	0.060
15	1.27	514	5.50	1.09	1.95	0.87	0.091
20	1.78	506	6.82	1.28	2.61	1.33	0.120
25	2.52	458	8.17	1.29	3.28	1.99	0.147
27.4							0.159
30	3.61	405	9.97	1.29	4.06	2.78	0.171
35	5.17	348	12.4	1.25	4.97	3.72	0.193
40	7.31	283	15.4	1.14	5.92	4.78	0.212
45	10.2	218	19.2	0.99	6.88	5.89	0.229
50	13.8	164	24.6	0.88	7.88	7.00	0.244

ΔA (cm^2)	δ ($\times 10^{-3}$ cm)	P_{un} (kgf)	u_{un} ($\times 10^{-3}$ cm)	U_e (kgf·cm)	$\int Pdu$ (kgf·cm)	U_{loss} (kgf·cm)	G_f (kgf/cm)
5	0.70	428	3.50	0.60	0.88	0.28	0.044
10	1.19	450	4.62	0.77	1.36	0.59	0.063
15	1.66	444	5.67	0.89	1.83	0.94	0.081
20	2.21	428	6.88	1.00	2.39	1.39	0.100
25	2.94	394	8.27	1.05	2.94	1.89	0.118
27.2							0.126
30	3.98	351	10.0	1.06	3.59	2.53	0.136
35	5.41	297	12.1	1.00	4.28	3.28	0.154
40	7.37	244	15.0	0.93	5.03	4.10	0.171
45	9.95	194	18.8	0.86	5.89	5.04	0.189
50	13.3	151	24.1	0.81	6.77	5.95	0.206

* ΔA : ひびわれ進展面積, δ : 残留変位, P_{un} : 除荷点荷重, u_{un} : 除荷点変位
 U_e : 弾性ひずみエネルギー, $\int Pdu$: 除荷点に至るまでの外力仕事,
 U_{loss} : 損失エネルギー, G_f : 破壊エネルギー.

** 薄墨部分は、弾性除荷点 (弾性ひずみエネルギーの低下開始点) を表す。

図—6 荷重-載荷点変位曲線および除荷・再載荷直線の平均化操作

図—8 荷重-載荷点変位関係の平均曲線

図—7 G_f の評価

係の非線形回帰曲線の接線勾配から G_f が求められる。

以上のようにして得られた結果をすべての W/C について表—3 に示す。また、図—8 には、すべての W/C についての荷重-載荷点変位関係の測定値の平均曲線を示す。表—3 より、本実験の範囲内では、すべての W/C について G_f が一定の限界値をとる傾向はみられなかった。このことは、RILEM 法により評価される G_f

図—9 荷重-CMOD 関係の平均曲線

の試験体寸法依存性は G_f に固有のものであり、 G_f のうち非弾性エネルギー解放率が主ひびわれ進展面積に依存して単調に増加するために、リガメン面積が大きくなるほど RILEM 法による G_f 評価値は増加するという実験事実を説明する。

4.2 J_c と G_f の関係

図—9 に、すべての W/C についての荷重-CMOD 関係の測定値の平均曲線を示す。また、図—10 に、荷重-CMOD 関係に基づいて、 J 等価 Dugdale 手法により推定された結合応力（以下、 σ と略記する）-ひびわれ開口変位（crack opening displacement, 以下 COD と略記する）関係を示す。この図より、 W/C が小さくなるほど全体的に σ が大きくなるために、 σ -COD 曲線下の全

図—10 J 等価 Dugdale 手法により推定された結合応力 (σ)-COD 関係

図—11 主ひびわれ発生時点での G_r と限界 J 積分 (J_c) の関係

面積で表される J_c は増加することがわかる。

ここで、 G_r が J 積分を非弾性体、すなわちひびわれの安定成長の過程にまで拡張したパラメータになっているかどうかを調べるために、主ひびわれ発生時点での G_r (以下、 G_n と略記する) と J_c との関係について検討した。図—11 は、 G_n と J_c の比較を各 W/C に対して示す。ただし、主ひびわれ発生点は、図—7 に示すように、弾性除荷点 (弾性ひずみエネルギーの低下開始点) として検出し、 G_n はその点における $U_{loss}-\Delta A$ 曲線の接線勾配として求めた。図—11 より、 G_n と J_c の間にすべての W/C についてほぼ妥当な一致がみられ、この

ことから G_r が主ひびわれの発生から安定成長の過程に至るまでの one parameter fracture criterion としての資格を有していることが実験的に示されたものと考えられる。

ところで、本手法における主ひびわれ進展面積の評価に関して、その妥当性を直接実験的に調べることは困難であることから、その点について多分に批判があると考えている。しかし、RILEM 法の場合は主ひびわれ進展面積の評価を必要としない (リガメント面積が主ひびわれ進展面積となる) 点で一長はあるものの、主ひびわれの安定成長の過程で $G_r = \text{const.}$ の前提をアприオリに認めていることが一短であり、そのために RILEM 法により評価される G_r が試験体寸法依存性を有することを合理的に説明することができなかった。一方、オフセット法をはじめとする本手法のような G_r の微分表示 ($G_r = dU_{loss}/dA$) による評価は、ひびわれの安定成長の過程での G_r の変化を前提としている点で、 G_r の試験体寸法依存性を究明する手がかりを与えるものと考えている。今後 2 つの異なるアプローチを併用することにより、 G_r の説明をはかるとともに、ひびわれの安定成長の過程での非弾性エネルギーの消費を考慮したひびわれ進展の解析とクライテリオンの評価が必要になる。

5. まとめ

G_r が非弾性体に対するエネルギー解放率であるという解釈から、その物理的意味について理論的考察を行い、その結果として G_r がひびわれが単位面積進展する間の損失エネルギーの変化として定式化された。その定式に基づいて、 G_r が弾性エネルギー解放率である J 積分と非弾性エネルギー解放率の和であり、 J 積分を非弾性体にまで拡張したパラメータになっていること、また RILEM 法の問題点として、ひびわれの安定成長の過程で $G_r = \text{const.}$ の前提をアприオリに認めているが、それを保証する物理的根拠がないことが示された。

以上の考察の妥当性を検証するために、プレーンコンクリートについてノッチつき梁の 3 点曲げ破壊靱性試験を行った。その結果として、 G_r のうち非弾性エネルギー解放率が主ひびわれ進展面積に依存して単調に増加すること、また主ひびわれ発生時点では G_r と限界 J 積分の間に妥当な一致がみられ、 G_r が J 積分を主ひびわれの安定成長にまで拡張したパラメータになりうることを示された。

最後に、本研究は平成 3 年度文部省科学研究費奨励研究 (A) によったことを記し、ここに感謝いたします。

参考文献

- 1) A. Hillerborg et al. : Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, Cement and Concrete Research,

- Vol. 6, No. 6, pp. 773~782, 1976
- 2) J. G. Rots et al. : Smeared crack approach and fracture localization in concrete, HERON, Vol. 30, No. 1, 1985
 - 3) 野村希晶ほか 3 名 : 非線形破壊力学手法に基づく高強度コンクリートの脆性化機構の考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 416 号, pp. 9~16, 1990
 - 4) 六郷恵哲ほか 3 名 : コンクリートの曲げ強度の推定に関する破壊力学的検討, コンクリート工学論文集, Vol. 3, No. 1, pp. 57~62, 1992
 - 5) 日本コンクリート工学協会, コンクリートの破壊力学研究委員会, コンクリート構造の破壊力学に関するコロキウム論文集, 1990
 - 6) 50-FMC Committee : Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams, Materials and Structures,

- Vol. 18, No. 106, pp. 285~290, 1985. 3
- 7) P. Nallathambi et al. : Various Size Effects in fracture of concrete, Cement and Concrete Research, Vol. 15, No. 1, pp. 117~126, 1985. 1
 - 8) 岡村弘之編 : 総合材料強度学講座 3 強度解析学 [1]—連続体力学的アプローチ—, オーム社, 1985. 4
 - 9) 村上 聖ほか 2 名 : コンクリートの破壊靱性評価に関する研究— J 積分と破壊エネルギーとの関連—, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 402 号, pp. 21~25, 1989. 8
 - 10) 村上 聖ほか 4 名 : 繊維補強コンクリートの破壊力学に関する研究—その 1 各種繊維による補強効果—, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 404 号, pp. 1~6, 1989. 10

(1992 年 7 月 10 日原稿受理, 1992 年 12 月 3 日採用決定)