面内に圧縮力を受ける樹脂サンドイッチ鋼板の強度に関する研究 STRENGTH OF STEEL-POLYMER-STEEL LAMINATED SANDWICH PLATE IN COMPRESSION

岡田久志*, 橋本篤秀**, 緑川光正***

Hisayuki OKADA, Atuhide HASHIMOTO and Mitumasa MIDORIKAWA

The purpose of this paper is to investigate the compressive strength of steel-polymer-steel laminated sandwich plate, which can be influenced by the shearing behavior of the core polymer. According to analytical investigation, simplified equations are derived to estimate the buckling strength of laminated plates, of which 4 edges are simply supported, under compressive force on 2 edges. Then introducing of the newly proposed parameter on width-thickness ratio makes the estimation of the ultimate strength easy. These analytical results showed good agreement with experimental results.

Keywords: steel-polymer-steel laminated sandwich plate, shearing behavior of polymer, buckling strength, ultimate strength, compression tests, polymer thickness

樹脂サンドイッチ鋼板, 樹脂層のせん断変形, 座屈強度, 後座屈強度, 圧縮載荷実験, 樹脂厚

1. 序

2枚の薄鋼板の中間に樹脂層を設けて複合鋼板とした樹脂サンドイッチ鋼板は, 高い制振性能を有する新しい材料として, あるいは軽量化された鋼板として, 自動車, 家電製品に利用され始めている。最近では, 制振性能を活用して, 建築分野においての利用も検討されつつある。これに伴って, 平板に近い状態での利用から屋根用折板や鋼製床など次第に断面形状が複雑化して, 制振性能のみならず, 加工性や耐荷性能も要求されるようになってきている。

樹脂サンドイッチ鋼板は, 板厚方向に機械的性質の異なる樹脂層が存在しているので, 樹脂層にせん断変形が生じる面外変形挙動に対しては, 剛性が低下し, 単一鋼板には見られない複雑な性状を示すものと考えられる。このような変形挙動では, せん断変形を考えない Kirchhoff-Love の仮定に基づく解析法では再現することができない。

吉田・本屋敷¹⁾は, 樹脂層のせん断変形の影響が顕著になる3点曲げを取り上げ, 樹脂のせん断変形を考慮した弾塑性解析を行って, 曲げ剛性低下に及ぼす樹脂層のヤング率, 厚さ, スパンの効果等について考察してい

る。また, 実験値とも比較し解析法の妥当性を検証している。牧野内²⁾は, 弾塑性有限要素法によるU曲げ加工解析法を提案し, 牧野内・吉田³⁾は, その解析法を用いて曲げ成形過程のシミュレーションを行っている。これらは, いずれも1方向に面外曲げを受ける樹脂サンドイッチ鋼板を対象としたものである。

1枚の平板としてではなく, 折板のように薄板で構成された断面部材では, 構成要素が面内力によって局部的に生じる板座屈, すなわち局部座屈が耐荷力に大きな影響を与える事は周知のとおりである。樹脂サンドイッチ鋼板を用いたこのような薄肉断面部材の耐荷力に関する研究は, 幅厚比の小さい断面部材を対象とした実験的研究^{4), 5)}がわずかに行われているにすぎず, 面内の圧縮力によって生じる樹脂サンドイッチ鋼板の座屈挙動に関する基礎的研究は, 今のところ見あたらない。

本研究は, 薄板の樹脂サンドイッチ鋼板を用いた構造部材が局部座屈で耐力が決定されるような場合の耐荷力評価を行うための基礎的な研究として行うもので, まず, 面内に圧縮力を受ける4辺単純支持された樹脂サンドイッチ鋼板に関して, 樹脂層のせん断変形を考慮した板座屈解析を行い, 弾性座屈強度評価式を導く。また, 樹

* 愛知工業大学建築工学科 助教授・工博

** 千葉工業大学建築科 教授・工博

*** 建設省建築研究所・工博

Assoc. Prof., Dept. of Architectural Engineering, Aichi Institute of Technology, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architecture, Chiba Institute of Technology, Dr. Eng.

Building Research Institute, the Dept. of Construction, Dr. Eng.

脂サンドイッチ鋼板の幅厚比に対して新しいパラメータを導入することによって、後座屈強度の評価式を与える。これら強度評価式の妥当性は、樹脂サンドイッチ鋼板の面内に圧縮力を加える実験により確認される。さらに、樹脂サンドイッチ鋼板の座屈強度・後座屈強度に与える樹脂層のせん断剛性・樹脂厚・幅厚比・アスペクト比の影響等について考察する。

2. 座屈解析

2.1 弾性座屈強度

単一鋼板を対象とした板の曲げや座屈解析^{6),7)}では、ほとんどが Kirchhoff-Love の仮定に基づいており、せん断変形は考慮されていない。しかし、樹脂サンドイッチ鋼板の座屈解析では、樹脂層におけるせん断変形を無視することが出来ない。そこで、樹脂サンドイッチ鋼板の座屈解析にあたり、本報では次の仮定を設ける。

- (1) 鋼板部分では、Kirchhoff-Love の仮定 (Fig. 1(a) 参照) が成立する。
- (2) 樹脂層に対しては、Timochenko 梁の考え方に基づき (Fig. 1(b) 参照)、2 方向の面外曲げによって生じるせん断変形を考慮する。
- (3) 樹脂層における面外方向せん断力によるせん断ひずみ度は、厚さ方向に対して一様に分布するものと考える。
- (4) 鋼板と樹脂層との接着は、完全であり、接着面においてずれも分離も生じないものとする。

また、ここで対象とする樹脂サンドイッチ鋼板は、樹脂層を挟む 2 枚の表層にある鋼板が等厚なものに限定す

(a) Kirchhoff-Love の仮定 (b) Timochenko のはり

Fig. 1 せん断変形に関する解析モデル

Fig. 2 樹脂サンドイッチ鋼板に作用する応力

る。

Fig. 2 のような面外曲げおよび面内力を受ける樹脂サンドイッチ鋼板の面外 (z 軸方向) 変形量を $w(x, y)$ で、また、面内変形量を次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + \alpha(x, y)z \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + \beta(x, y)z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 u, v は、 x, y 軸方向の変形量、 u_0, v_0 は $z=0$ (樹脂層中央面) における変形量である。

これより、変形とひずみ度の関係ならびに (2) の仮定から、樹脂層における α および β は

$$\left. \begin{aligned} \alpha(x, y) &= \frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_{xz} \\ \beta(x, y) &= -\frac{\partial w}{\partial y} + \gamma_{yz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-1)$$

で与えられる。ここで、 γ_{xz}, γ_{yz} は、樹脂層の面外方向に生ずるせん断ひずみ度である。また、表層の鋼板については、Kirchhoff-Love の仮定に従うので、

$$\left. \begin{aligned} \alpha(x, y) &= -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \beta(x, y) &= -\frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-2)$$

となる。なお、Fig. 1 中の x 軸に対する ϕ, γ は、 $-\frac{\partial w}{\partial x}, \gamma_{xz}$ に、また y 軸に対する ϕ, γ は、 $-\frac{\partial w}{\partial y}, \gamma_{yz}$ に対応する。

その結果、樹脂サンドイッチ鋼板を構成している各層のひずみ度成分 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ は、次式で与えられる。

樹脂層：

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_{x0} - z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} \right) \\ \epsilon_y &= \epsilon_{y0} - z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} \right) \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy0} - z \left(2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-1)$$

鋼板 1, 2：

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_{x0} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \pm \frac{t_c}{2} \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \epsilon_{y0} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \pm \frac{t_c}{2} \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy0} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \pm \frac{t_c}{2} \left(\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-2)$$

ここで、複合符号は、Fig. 2 に示す鋼板 1 に対して正、鋼板 2 に対して負をとる。 $\epsilon_{x0}, \epsilon_{y0}, \gamma_{xy0}$ は、 $z=0$ (樹脂層中央面) におけるひずみ度成分、 t_c は樹脂厚である。

樹脂サンドイッチ鋼板が面内応力によって座屈し、横たわみを生じる時、曲げ変形によるひずみエネルギー U_0 は、(3) 式と応力度・ひずみ度の関係から次の式で与えられる。

$$U_b = \iint \Delta U_b dx dy$$

$$\begin{aligned} \Delta U_b = & D_{11} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2\nu_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right. \\ & + D_{11D} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + 2D_{12} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right. \\ & \cdot \left(\frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y} \right) - (1-\nu_s) \\ & \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x} \right) \Big\} \\ & + D_{12D} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) \\ & + D_{13} \left\{ \left(\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} \right)^2 \right. \\ & - 2(1-\nu_s) \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} \Big\} \\ & D_{13D} \left\{ \left(\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right)^2 - 2(1-\nu_s) \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right\} \\ & + D_{21} (\gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2) \Big\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに,

$$\begin{aligned} D_0 &= E_s T^3 / [12(1-\nu_s^2)]; \\ D_{11} &= D_0 [1 - (1-\tilde{E})\beta^3], \\ D_{11D} &= 2(1-\nu_s) D_0 [1 - (1-\tilde{G})\beta^3], \\ D_{12} &= -3 D_0 \beta^3 [1 - (1-2\tilde{E}/3)\beta^3/2], \\ D_{12D} &= -3(1-\nu_s) D_0 \beta^3 [1 - (1-2\tilde{G}/3)\beta^3/2], \\ D_{13} &= 3 D_0 \beta^2 [1 - (1-\tilde{E}/3)\beta], \\ D_{13D} &= 3(1-\nu_s) D_0 \beta^2 [1 - (1-\tilde{G}/3)\beta], \\ D_{21} &= G_c \beta T \quad \nu_s: \text{鋼のポアソン比} \\ \beta &= t_c/T, \quad T = 2t_s + t_c \text{ (全厚)}, \quad \tilde{E} = E_c/E_s, \\ \tilde{G} &= G_c/G_s \end{aligned}$$

E_s, E_c : 鋼および樹脂のヤング係数

G_s, G_c : 鋼および樹脂のせん断弾性係数

また、面内の初期応力による仕事 V は、

$$\begin{aligned} V &= \iint \Delta V dx dy \\ \Delta V &= \frac{1}{2} \left\{ N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + N_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 N_x, N_{xy}, N_y は、面内応力を表す。

座屈支配方程式は、(4)、(5)式と、最小ポテンシャルエネルギー原理を用いて、

$$\delta \Pi = \delta(U_b - V) = 0$$

から、 $w, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ を変数とする連立偏微分方程式として導かれる。

ここでは、レイリー・リッツ法を用いて、Fig.3に示すような面内に圧縮力 N_x のみを受ける周辺単純支持された樹脂サンドイッチ鋼板の弾性座屈強度の評価式を求める。なお、樹脂サンドイッチ鋼板の4辺における樹脂層のせん断変形は、拘束されていないものとする。この

Fig. 3 4辺が単純支持された面内圧縮力を受ける樹脂サンドイッチ鋼板

Fig. 4 座屈モードが $\frac{\partial w}{\partial x} = 0$ となる位置における変形状態

ような支持状態にある板の境界条件は、 $x=0, a$ 上の辺において、

$$w=0 \quad \text{かつ} \quad \gamma_{yz}=0$$

また、 $\epsilon_y=0$ であることに留意すると、

$$M_x = \int \sigma_x z dx = D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} = 0 \quad (6-1)$$

同様に、 $y=0, b$ 上の辺において

$$w=0, \quad \gamma_{xz}=0 \quad \text{かつ}$$

$$M_y = \int \sigma_y z dx = D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{12} \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (6-2)$$

である。

まず、境界条件を満たす面外のたわみ形 $w(x, y)$ を次式で与える。

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \quad (7-1)$$

ここで、 n は、半波の波数、 C_n は未定係数を表す。また、 $x=0, a$ 上の辺においては $\partial^2 w / \partial x^2 = 0$ であり、 $y=0, b$ 上の辺において $\partial^2 w / \partial y^2 = 0$ となるので、せん断ひずみ度に関する境界条件は、(6-1)、(6-2)式より次のように与えられる。

$$\begin{aligned} x=0, a \text{ 上の辺において} \quad & \gamma_{yz}=0, \quad \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x}=0 \\ y=0, b \text{ 上の辺において} \quad & \gamma_{xz}=0, \quad \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y}=0 \end{aligned} \quad (6-3)$$

さらに、 x 軸に平行に切断した時に現れる面外曲げ変形

モード (Fig. 4(a) の $E-E$ 断面) が $\partial w / \partial x = 0$ となる山または谷の位置では, 厚さ方向のどの位置においても (たとえば Fig. 4(b) の A や B 点) x 方向変位 u は等しく, Z に依存しない。したがって (1) 式より $\alpha(x, y) = 0$ となり, さらに (2-1) の等 1 式を用いて, 次の条件を得る。

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \text{ において } \gamma_{xz} = 0$$

同様にして,

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0 \text{ において } \gamma_{yz} = 0$$

これらの条件を満たす γ_{xz} , γ_{yz} の分布関数を次のように与える。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xz} &= \sum_{n=1}^{\infty} D_{xn} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \\ \gamma_{yz} &= \sum_{n=1}^{\infty} D_{yn} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) \end{aligned} \right\} \dots (7-2)$$

ここに, D_{xn} , D_{yn} は, 未定係数である。

さらに, 樹脂サンドイッチ鋼板に使用される樹脂の弾性係数の値は, 一般に鋼の弾性係数の 10^{-3} 以下であることに留意すると, 次のような近似を行うことができる (記号は, (4) 式参照)。

$$\begin{aligned} D_{11D} &= 2(1-\nu_s)D_{11}, \quad D_{12D} = (1-\nu_s)D_{12}, \\ D_{13D} &= (1-\nu_s)D_{13}/2 \dots (8) \end{aligned}$$

(7-1), (7-2), (8) 式を (4), (5) 式に代入し, 積分を行った後,

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_n} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial D_{xn}} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial D_{yn}} = 0 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

の条件から, 座屈強度式を求めることができる。本論文では, これら一連の解析をコンピュータを用い, 数式処理言語 Reduce によって行っている。その結果, 上式から導かれる条件式は, $n=1, 2, 3, \dots$ に対して, それぞれ

$$C_n = D_{xn} = D_{yn} = 0 \dots (9-1)$$

または, $\sigma_{cr} = N_x/A$ (A は, 樹脂を含む断面積) として

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cr} &= \frac{k\pi^2 E_s}{12(1-\nu_s^2)} \left(\frac{T}{b}\right)^2 \\ k &= k_0 \left\{ 1 - \frac{k_{12}^2}{k_{13} + k_{21}b^2/(\pi^2 \sqrt{k_0})} \right\} \frac{D_{11}}{D_0} \end{aligned} \right\} \dots (9-2)$$

ここで, $nb/a = m$, $k_0 = \left(m + \frac{1}{m}\right)^2$

$$k_{12} = D_{12}/D_{11}, \quad k_{13} = D_{13}/D_{11},$$

$$k_{21} = D_{21}/D_{11}$$

となる。これより 1 組の未定係数 (C_n , D_{xn} , D_{yn}) に対して (9-2) 式が成立し, 他の未定係数の組は, (9-1) 式を満たす場合が条件式の解となる。したがって, 樹脂サンドイッチ鋼板の座屈応力度は, (9-2) 式で与えられる。

Fig. 5 樹脂サンドイッチ鋼板の座屈係数 k とアスペクト比 a/b の関係

これに基づいて, アスペクト比 a/b , 座屈波形の数 n と座屈係数 k の関係を単一鋼板の場合と比較して示すと Fig. 5 となる。樹脂サンドイッチ鋼板の座屈係数値は, アスペクト比が同じ単一鋼板に比べて小さいが, アスペクト比, 座屈波形の数と座屈係数の定性的性質は変わらない。また, 座屈係数の最小値は, 単一鋼板の場合と同様アスペクト比が, 整数値の時に与えられる。したがって, 面内に純圧縮力を受ける周辺単純支持の樹脂サンドイッチ鋼板の弾性座屈応力度の最小値は, (9) 式に $m=1$ を代入し, $\beta^3 \approx 0$ として $D_{11}/D_0 = 1$ とすれば,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} &= \eta \left(\frac{\sigma_{cr0}}{\sigma_y} \right) = \frac{\eta}{R^2} \\ \eta &= 1 - \frac{3(1+\beta)(1-\beta^2)}{4(1+\Gamma R^2)} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

ここで, σ_{cr0} : 単一鋼板の座屈応力度 ($k_0=4$)

$$\Gamma = \frac{2(G_c/E'_s)}{3\beta(1-\beta)(\sigma_y/E'_s)}, \quad E'_s = \frac{E_s}{1-\nu_s^2}$$

σ_y : 樹脂サンドイッチ鋼板の降伏応力度

$$R = \frac{b}{T} \sqrt{\frac{12(1-\nu_s)\sigma_y}{\pi^2 E_s k_0}} = 0.526 \frac{b}{T} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E_s}}$$

(ただし, $\nu_s = 0.3$, $k_0 = 4$)

となる。なお, 樹脂サンドイッチ鋼板の降伏応力度とは, 樹脂サンドイッチ鋼板の引張力による降伏荷重を樹脂を含む全断面積で除して求められた降伏応力度を言う。(10) 式において $\eta=1$ とすれば, 単一鋼板に対する弾性座屈応力度の評価式

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{R^2}$$

に一致する。 η は樹脂サンドイッチ鋼板の座屈強度に対して樹脂層が与える影響の度合いを示すものとなっている。また, 樹脂サンドイッチ鋼板が座屈を起こすときの面外曲げ剛性の見かけ上の低下率と見なすこともできる。本論文では, η を座屈影響係数と呼ぶことにする。この η の値は, 樹脂厚比 β , 鋼板のヤング係数に対する樹脂のせん断弾性係数比 G_c/E_s , 幅厚比 b/T の影響を

受ける。

(10) 式を変形して、

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{(R/\sqrt{\eta})^2} = \frac{1}{R_e^2}$$

とすれば、 R_e は、樹脂サンドイッチ鋼板と同一の座屈強度を与える単一鋼板の幅厚比パラメーター R の値を表している。この R_e を樹脂サンドイッチ鋼板の有効座屈パラメーターと呼ぶこととする。 $\eta < 1$ であるから、樹脂サンドイッチ鋼板の有効幅厚比パラメーターは、樹脂サンドイッチ鋼板の全厚と等しい板厚を有する単一鋼板の幅厚比パラメーターよりも大きくなる。なお、(10) 式で与えられる η は、面内に圧縮力を受ける四辺単純支持された樹脂サンドイッチ鋼板に対する評価式であり、板の支持条件、荷重条件によって異なることとなる。

2.2 後座屈強度

面内圧縮力を受ける4辺を支持された薄板では、座屈荷重よりも大きな荷重を支えることができることは周知のとおりである。この時の面内圧縮力に対する最大耐力を後座屈強度と呼ぶ。

後座屈強度を解析的に求める方法として、塑性関節による板の崩壊メカニズムに基づく方法⁸⁾、弾性大たわみ解析と塑性解析を組み合わせる方法⁹⁾、弾性大たわみ解析と圧縮荷重を受けている辺で生じている最大応力度に対する降伏条件とから求める方法¹⁰⁾等が提案されている。宇佐見ら¹⁰⁾は、第3の方法により面内に曲げと圧縮を受ける矩形板の後座屈強度を求め、圧縮力のみを受ける場合については幅厚比パラメーター R の小さい範囲を除くと Winter の式と良く一致することを報告している。このことから、幅厚比が小さい場合を除けば、「板は、後座屈強度に達する直前まで弾性状態として扱える」と判断することができる。したがって、座屈後の面外変形のモードが大きく変化し、樹脂層のせん断変形の面外曲げ剛性に与える影響に違いが生ずることがなければ、樹脂サンドイッチ鋼板の後座屈強度評価式は、単一鋼板の後座屈強度評価式中の曲げ剛性値を樹脂サンドイッチ鋼板のそれに置き換えることによって得られることになる。

すなわち、単一鋼板の後座屈強度評価式が

$$\sigma_u = f(R)$$

$$R = \frac{b}{T} \sqrt{\frac{12(1-\nu_s^2)\sigma_y}{\pi^2 E_s k_0}}$$

で与えられるものとすれば、

$$\frac{1}{R^2} = \frac{k_0 D_0}{A b \sigma_y} \quad \left(\because D_0 = \frac{E_s T^3}{12(1-\nu_s^2)}, A = bT \right)$$

となり、曲げ剛性 D_0 を ηD_0 に置き換えれば、樹脂サンドイッチ鋼板の後座屈強度評価式として、

$$\sigma_u = f(R_e) \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 $R_e = R/\sqrt{\eta}$

を得る。すなわち、樹脂サンドイッチ鋼板の後座屈強度式は、幅厚比パラメーター R の代わりに、有効幅厚比パラメーター R_e を用いた式となる。

ここで、面内に圧縮力のみを受ける四辺単純支持の単一鋼板の後座屈強度評価式として、有効幅 b_e を与える Winter の式¹²⁾

$$\frac{b_e}{b} = 1.90 \left(\frac{T}{b} \right) \sqrt{\frac{E_s}{\sigma_{max}}} \left\{ 1 - 0.475 \left(\frac{T}{b} \right) \sqrt{\frac{E_s}{\sigma_{max}}} \right\}$$

を用い、 $\sigma_{max} = \sigma_y$ と置けば、(11) 式より樹脂サンドイッチ鋼板の後座屈強度式は、次式となる。

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_y} = \frac{1}{R_e} \left\{ 1 - 0.25 \left(\frac{1}{R_e} \right) \right\} \dots \dots \dots (12)$$

ここで、 $R_e = \frac{R}{\sqrt{\eta}} = 0.526 \left(\frac{b}{T} \right) \frac{\sqrt{\sigma_y/E_s}}{\sqrt{\eta}}$

また、単一鋼板の後座屈強度評価式として、限界幅厚比を超えた部分の断面を無効とみなしての降伏強度

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_y} = \frac{0.861}{R}$$

を用いれば、樹脂サンドイッチ鋼板の後座屈強度は、上式の幅厚比パラメーター R を有効幅厚比パラメーターに置換して

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_y} = \frac{0.861}{R_e} \dots \dots \dots (13)$$

となる。

なお、有効幅厚比パラメーターの概念を用いずに、日本建築学会規準の考え方 ($\sigma = 0.6 \sigma_y$ において弾性座屈曲線と接する接線が σ_y を与える幅厚比 R_b を限界幅厚比

Fig. 6 日本建築学会の限界幅厚比の考え方

Fig. 7 C_1 と樹脂厚比 β の関係

とする—Fig. 6 参照）を直接 (10) 式に適用して限界幅厚比を求め、限界幅厚比を超えた部分の断面を無効とみなして、樹脂サンドイッチ鋼板の後座屈強度を求めると、

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_y} = \frac{C_1}{R}$$

となる。 C_1 は、Fig. 7 のように樹脂厚比 β および樹脂のせん断弾性係数 G_c の影響を受けるが、 β が比較的大きな範囲 ($\beta > 0.02$) を対象として一定値 (Fig. 7 中の点線の値) を C_1 に用いれば、上式は (13) 式に一致することとなる。

3. 実験

2 節では、面内に圧縮力のみを受ける四辺単純支持の樹脂サンドイッチ鋼板に対する座屈強度評価式および終局強度式を提示した。これら評価式の妥当性を検討するために、樹脂サンドイッチ鋼板の面内に圧縮力を作用させる載荷実験を行い、これらの結果と解析結果とを比較検討する。

3.1 概要

実験で信頼できる最小の座屈荷重が得られるようにするためには、座屈モードの波数やアスペクト比に対する影響が小さくなるアスペクト比の大きな供試体で実験を行うのが良い。そこで、実験装置等を考慮した上、供試体のアスペクト比を 3 とした (Fig. 8(a) 参照)。また、供試体の材種、板厚 t 、板幅 b (加力される辺の寸法) の組み合わせは Table 1 とした。なお、樹脂サンドイッチ鋼板の供試体名の頭には V、単一鋼板の供試体名の頭には N を付け、樹脂サンドイッチ鋼板の公称板厚は、 $\langle$ 表層の鋼板 1 の板厚 $\rangle // \langle$ 表層の鋼板 2 の板厚 $\rangle$ で表記している。公称樹脂厚は、1.2 // 1.2 において 0.04 mm、その他はすべて 0.05 mm である。使用した樹脂サンドイッチ鋼板および単一鋼板の機械的性質を Table 2 に示

す。ここに示す樹脂サンドイッチ鋼板に対する降伏応力度および引張強さは、樹脂を含む実測断面面積を用いて算定している。また、樹脂のせん断弾性係数は、樹脂サンドイッチ鋼板に対して行った 3 点曲げ試験 (試験片寸法 30×150 mm、支点間距離 100 mm) の結果から算定している (Appendix-1 参照)。供試体の 4 辺単純支持の条件を実現させるため、Fig. 8(b) のように短辺では、 $r=2$ mm の半円形の溝によって、また長辺では、小口が半円形加工された 2 枚の平鋼で供試体を挟んで支持した。変位制御による載荷は、装置上部の載荷用ねじ (H. T. B. M24) を回転させ、押し出すことによって行った。計測は、鋼板の面外変位と載荷方向の変位測定 (Fig. 8(b))、ならびに、Fig. 8(a) の中の I に示す位置でひずみ度の測定を行っている。

3.2 実験結果

Table 3 に結果の概要を示す。座屈は、1 例を除き、すべて半波の波数が 3 の座屈モードで生じたが、供試体 V 1025-1 では、半波の波数が 4 の座屈モードとなった。(10) 式と実験結果とを比較するには、固有値としての座屈荷重を実験値から推定する必要がある。ここでは、 $P-\delta^2$ 法^{6),14)} と Southwell の方法^{14),15)} の 2 つの方法を用いて推定した。1 例を Fig. 9 と Fig. 10 に示す。Fig. 9 では、横軸に供試体中央の面外変形量 w を全厚 T で除した値 w/T の 2 乗を、また縦軸には、圧縮荷重を樹脂を含む断面面積で除した値 σ をとり、 $p-\delta^2$ 法により座屈応力度を推定している。また、Fig. 10 では、Fig. 9 と同じ供試体について、 w/T と w/T を σ で除した値との関係を求め、Southwell の方法に基づいて $w/T=0$ 近傍の曲線の傾き (図中の破線の傾き) の逆数から推定している。なお、破線の x 軸切片の値は、推定される面外初期たわみ量を表している。このようにしてそれぞれの供試体に対する $p-\delta^2$ 法による座屈応力度および

Fig. 8 供試体と載荷装置の概要

Table 1 供試体の板幅 b と幅厚比 b/T

b/T	樹脂サンドイッチ鋼板				単一鋼板	
	0.27//0.27	0.4//0.4	1.0//1.0	1.2//1.2	1.2	2.0
25			50	60		50
50			100	120		100
75	60	60				
100		80	200	240		200
125			250			
150	90	120				
200	120	160			240	

Table 2 樹脂サンドイッチ鋼板と単一鋼板の機械的性質

供試体	Y.P (t/cm^2)	T.P (t/cm^2)	EL. (%)	G_c/E_s	β (公称)
0.27//0.27	3.38	3.52	28.5	9.18×10^{-6}	0.0847
0.4//0.4	3.46	3.76	31.8	4.65×10^{-6}	0.0588
1.0//1.0	2.54	3.51	43.9	4.52×10^{-6}	0.0244
1.2//1.2	1.59*	3.09	47.1	7.23×10^{-6}	0.0164
1.2mm	1.58*	2.94	54.6		
2.0mm	2.66	3.62	46.3		

* 0.2% オフセット耐力

E_s 鋼のヤング係数

G_c 樹脂のせん断弾性係数

β 樹脂厚比

Table 3 実験結果の概要

試験体名	鋼材	T	b/T	σ_y	R	λ	λ_e	σ_{cr1}/σ_y	σ_{cr2}/σ_y	σ_u/σ_y	Temp.
N2005-1	2.0mm	2.03	24.4	2.66	0.46	0.87	0.87	←	←	0.802	
N2010-1			48.8		0.91	1.73	1.73	←	←	0.738	18.0
N2020-1		2.05	97.6		1.88	3.57	3.57	0.307	0.311	0.469	20.8
N1224-1	1.2mm	1.93	103.6		1.99	3.78	3.78	0.273	0.280	0.463	
		1.16	206.9	1.58	2.99	5.68	5.68	0.108	0.101	0.293	20.2
V1206-1	1.2 // 1.2	2.42	24.8	1.59	0.36	0.68	1.31	←	←	0.907	
V1212-1			49.6		0.72	1.37	2.28	0.593	←	0.857	17.2
V1224-1			99.2		1.44	2.74	3.65	0.563	←	0.760	
V1005-1	1.0 // 1.0	2.03	24.7	2.54	0.45	0.86	1.73	0.327	0.271	0.422	20.2
V1010-1			49.3		0.90	1.71	3.19	0.227	0.269	0.432	
V1020-1			98.5		1.80	3.42	5.32	0.680	←	0.684	17.8
V1025-1			123.2		2.28	4.33	6.22	0.281	0.381	0.477	21.9
V0406-1	0.4 // 0.4	0.93	64.5	3.46	1.38	2.62	5.25	0.108	0.125	0.266	
V0408-1			86.0		1.83	3.48	6.58	0.126	0.129	0.268	
V0412-1			129.0		2.76	5.24	8.78	0.092	0.099	0.272	20.5
V0416-1			172.0		3.67	6.98	10.53	0.081	0.096	0.268	21.0
V0306-1	0.27 // 0.27	0.65	92.3	3.38	1.95	3.71	6.71	0.149	0.152	0.278	
V0309-1			138.5		2.92	5.55	8.66	0.167	0.180	0.264	
V0312-1			184.6		3.90	7.41	10.36	0.092	0.102	0.222	18.5
								0.113	0.100	0.194	
								0.047	0.065	0.128	
								0.022	0.024	0.106	
								0.030	0.032	0.155	
								0.041	0.042	0.144	

T: 全厚 (実測値) b/T: 幅厚比 λ : 幅厚比パラメーター $b/T \cdot E/\sigma_y$
 λ_e : 有効幅厚比パラメーター $\lambda \sqrt{\eta}$ R: 0.526 λ σ_y : 降伏応力度 (N/cm²)
 σ_{cr1} : P- δ^2 法による座屈応力度 (N/cm²) σ_{cr2} : Southwell 法による座屈応力度 (N/cm²)
 σ_u : 最大荷重時の平均応力度 (N/cm²) Temp.: 実験室内気温 (°C) ←: σ_u に同じ

Fig. 9 P- δ^2 法による座屈応力度

Fig. 10 Southwell 法による座屈応力度

Fig. 11 載荷方向の荷重-変位関係

Southwell の方法による座屈応力度を求め、表中に σ_{cr1} , σ_{cr2} として示している。 σ_{cr2} に比べ σ_{cr1} の方がやや低めとなっているが大きな差は認められない。なお、表中の幅厚比パラメーター R および λ は、次式によって算定された値であり、 $R=0.526 \lambda$ の関係がある。

$$R=0.526 \left(\frac{b}{T} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E_s}}, \quad \lambda = \left(\frac{b}{T} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E_s}}$$

ここに、記号は、(10) 式参照

樹脂サンドイッチ鋼板による供試体の λ_e は、1.31 から 10.53 の範囲にある。

Fig. 11 に、載荷方向の荷重-変位関係を、それぞれ樹脂を含む断面面積および供試体長さで除した平均応力度、平均ひずみ度で示す。図中には、 σ_u , σ_{cr1} , σ_{cr2} と計算に

Fig. 12 座屈応力度と幅厚比パラメーターの関係

よる初期剛性を破線で示してある。載荷方向の荷重－変形関係に大きな性状の差は認められない。

Fig. 12 に幅厚比パラメーター λ と σ_{cr1}/σ_y の関係を示す。図には、弾性座屈していると思われる $\sigma_{cr1}/\sigma_y < 0.6$ の結果のみを示した。全厚が小さく、樹脂厚比が大きい樹脂サンドイッチ鋼板ほど、座屈応力度の低下が大きいことが認められる。図中の実線は、単一鋼板の弾性座屈曲線ならびに (10) 式による樹脂サンドイッチ鋼板の座屈曲線である。単一鋼板では、弾性座屈曲線とはほぼ一致しており、 $P-\delta^2$ 法により推定した固有値としての座屈荷重が妥当であることを示している。樹脂サンドイッチ鋼板においても、実験値と (10) 式とはほぼ一致していると思われるが、ばらつきがやや大きい。そこで、横軸を有効幅厚比パラメーター $\lambda_e (= \lambda/\sqrt{\eta})$ に関する対数軸、縦軸を σ_{cr1}/σ_y に関する対数軸として実験値をプロットした Fig. 13 によって、(10) 式の妥当性を検討する。(10) 式による値は、図中に実線で示している。樹脂サンドイッチ鋼板 0.4 // 0.4 および 0.27 // 0.27 対

Fig. 13 座屈応力度と有効幅厚比パラメーターの関係

する実験値のばらつきは、他の供試体と比べて大きい、それは 1.2 // 1.2, 1.0 // 1.0 に比べ、板厚が薄いため初期不整、測定誤差等の影響を受けやすいためと思われる。この点を考慮すれば、実験値と (10) 式とは概ね良く一致していると判断できる。なお、図中の破線は、実験値から最小 2 乗法により求めた回帰曲線である。

最大平均応力度 σ_u (後座屈強度) と幅厚比パラメーターの関係を Fig. 14 に示す。図中の破線は、Winter の式に基づく (12) 式、また、実線は、日本建築学会規準の限界幅厚比に基づく後座屈強度 (13) 式である。破線、実線とも幅厚比パラメーターの大きい範囲ではあまり差はなく、単一鋼板の後座屈強度は、実線の評価とほぼ一致している。樹脂サンドイッチ鋼板の後座屈強度は、単一鋼板に比べて低く、樹脂厚比が大きいほど後座屈強度の低下は大きい。これは、座屈強度の場合と同じ傾向を示している。供試体 0.4 // 0.4 に対する結果と (13) 式による評価とを比べると実験値の方が低い。これらの値は、0.4 mm の単一鋼板を 2 枚重ねた場合の終局強度 (図

Fig. 15 最大平均応力度と有効幅厚比パラメーターの関係

Fig. 14 最大平均応力度と幅厚比パラメーターの関係

Fig. 16 最大荷重時におけるひずみ度分布の比較

中の1点鎖線の)の値か、それより低い値であり、初期不整による影響と考えるのが妥当と思われる。Fig. 15は、Fig. 13と同様に後座屈強度を有効幅厚比パラメータとの関係で示した図である。実験値は、有効幅厚比の比較的小さい範囲では、破線で示した(12)式に、また有効幅厚比パラメータの大きい範囲では、0.4//0.4の実験結果を除けば、実線で示した(13)式に良い一致を示している。

Fig. 16は、最大荷重時の幅方向のひずみ度分布を比較したものである。(a)図では、ほぼ有効幅厚比パラメータ λ_c が等しい供試体について、(b)図では、幅厚比パラメータ λ が等しい供試体について比較している。有効幅厚比パラメータが等しければ、ひずみ度分布もほぼ等しくなっており、この図からも有効幅厚比パラメータの有効性が認められる。

4. 座屈影響係数 η の特性

3節の実験により、有効幅厚比パラメータを用いて与えられる樹脂サンドイッチ鋼板の弾性座屈強度式(10)式および後座屈強度式(12)、(13)式の妥当性が示された。ここでは、有効幅厚比パラメータを定義づける座屈影響係数 η の特性を考察する。

Fig. 17は、弾性座屈係数 η に及ぼす樹脂層のせん断弾性係数 G_c の影響を示す図である。縦軸は、座屈影響係数 η 、横軸は、鋼の縦弾性係数 E_s ($=E_s/(1-\nu_s^2)$)に対する樹脂層のせん断弾性係数 G_c の比 G_c/E_s である。

Fig. 17 樹脂のせん断弾性係数 G_c が座屈影響係数 η に与える影響

Fig. 18 幅厚比 b/T が座屈影響係数 η に与える影響

Fig. 19 樹脂厚比 β が座屈影響係数 η に与える影響

この図より樹脂サンドイッチ鋼板の座屈応力度は、樹脂のせん断弾性係数 G_c に大きく依存していることが認められる。これは、樹脂層がせん断変形を起こすと、樹脂を挟むそれぞれの鋼板(鋼板1、鋼板2)内に中立軸が移動し、その結果として面外曲げ剛性が低下するためである。 G_c/E_s が小さいほど中立軸の移動量は大きくなる。樹脂サンドイッチ鋼板の3点曲げでは、支点間距離が小さいほど曲げ剛性が低下するが、板座屈においては、幅厚比が小さいほど η の値が小さくなる。Fig. 18は、幅厚比が η に及ぼす影響を示した図である。幅厚比が大きくなるほど、 η の値は増加し、 $\eta=1$ に漸近する。 G_c/E_s の η に及ぼす影響の差は、幅厚比が大きいほど大きく、幅厚比が小さい場合には G_c の影響は小さい。Fig. 19は、 η と樹脂厚比の関係を示している。樹脂厚比が大きいかほど η は低下し、特に樹脂のせん断弾性係数が小さいほど顕著となる。 $G_c \neq 0$ であれば、 $\beta=0$ において $\eta=1$ となっているが、樹脂層が無く2枚の鋼板がそのまま重ねられている場合を想定すれば、 $\beta=0$ かつせん断弾性係数 $G_c=0$ となるので、 η の値は1とならず1/4となる。

η は、単一鋼板の座屈強度に対する等厚の樹脂サンドイッチ鋼板の座屈強度の比を与えるものであるが、終局強度においては、ほぼ $\sqrt{\eta}$ が、単一鋼板に対する樹脂サンドイッチ鋼板の終局強度比を表す。したがって、幅厚比、樹脂厚比、せん断弾性係数等が及ぼす樹脂サンドイッチ鋼板の終局強度への影響は、座屈強度に対する影響と定性的には同じと考えられる。

5. 結論

本研究では、面内に圧縮力のみを受ける樹脂サンドイッチ鋼板に対し、樹脂層のせん断変形を考慮した板座屈解析を行い、弾性座屈強度式を導くとともに、有効幅厚比の概念を導入し、後座屈強度を与える式を提唱した。さらに、有効幅厚比パラメータが1.3から10.5の樹脂サンドイッチ鋼板の供試体による実験を行い、これら提唱した強度式の妥当性を確認した。その結果、次の点

が明らかになった。

(1) 面内に純圧縮力を受ける4辺単純支持され、また樹脂厚比 β が $\beta^3 \equiv 0$ とみなせる樹脂サンドイッチ鋼板の弾性座屈強度は、(10)式で評価できる。

(2) 樹脂サンドイッチ鋼板の後座屈強度は、有効幅厚比パラメーターを用いて導かれる(12)または(13)式で評価できる。

(3) 樹脂サンドイッチ鋼板の座屈応力度および後座屈強度は、幅厚比の他、樹脂厚比、樹脂のせん断弾性係数比の影響を受ける。

(4) 樹脂サンドイッチ鋼板の弾性座屈強度、後座屈強度は、同一厚さの普通鋼板に比べ低く、その低下率は樹脂厚比が大きいくほど、また幅厚比が小さいほど大きい。

(5) 樹脂層のせん断弾性係数が及ぼす影響は、幅厚比が大きいくほど大きい。

6. あとがき

3節の実験は、建設省新素材総プロの一環である制振鋼板利用技術小委員会構造グループ((社)鋼材倶楽部、ステンレス協会、亜鉛鉄板会)の研究活動の一部として行われたものであり、同委員会の合意を得て本論文に掲載した。関係各位の御厚意に謝意を表する。

Appendix-1

文献1)によれば、3点曲げを受ける樹脂サンドイッチ鋼板のスパン中央の変位は、次式で与えられる。(記号は、Fig. aを参照)

Fig. a 三点曲げ試験

$$u = \frac{I_p^3}{3 D_{11}} \left[1 + f_v C_v \right]$$

$$C_v = \left[1 - \frac{\tanh(\xi l_p)}{\xi l_p} \{ (q-1)(\cos(\xi l_p) - 1)^2 + 1 \} \right]$$

$$(\xi l_p)^2 = \left(\frac{12 l_p}{3 T} \right)^2 \frac{G_c \varphi_v}{E_s}$$

ここに、

$$D_{11} = \frac{E_s T^3}{12} \{ 1 - (1 - \tilde{E}) \beta^3 \}, \quad \beta = t_c / T$$

$$f_v = \frac{9(1+\beta)^2}{(1-\beta)^2}, \quad \tilde{E} = E_c / E_s$$

$$\varphi_v = \frac{1-\beta^3}{\beta(1-\beta)^4}, \quad q = \frac{\tanh(\xi l_t)}{\tanh(\xi l_p)}$$

実験に使用した樹脂のせん断弾性係数は、上式を用いて次の手順で算定した。すなわち(1)樹脂サンドイッチ鋼板の3点曲げ試験の結果から(a)式を用い C_v を算出、(2)(b)式より ξl_p を算出、(3)さらに(c)を用い、 G/E を求める。この時、(b)式は、双曲線関数を含むので、 ξl_p に関する C_v の数値表を用意している。

参考文献

- 1) 吉田総仁, 本屋敷洋: 樹脂サンドイッチ鋼板の3点曲げの弾塑性解析, 塑性と加工, Vol. 30, No. 340, pp. 716~722, 1989. 5
- 2) 牧野内昭武: 弾塑性有限要素法による板材の平面ひずみU曲げの解析, 塑性と加工, Vol. 27, No. 301, pp. 301~306, 1986. 2
- 3) 牧野内昭武, 吉田 茂, 小川秀夫: 弾塑性有限要素法による樹脂複合鋼板の曲げ形成過程のシミュレーション, 塑性と加工, Vol. 29, No. 330, pp. 755~763, 1988. 7
- 4) 長井弘行, 塩田俊明, 西川 宙, 杉山茂好: 制振鋼板製屋根の強度と熱変形, CAMP-ISIJ, Vol. 1. 2, p. 351, 1989
- 5) 建設省建築研究所: 制振鋼板利用ガイドライン, pp. 56~57, 1991. 3
- 6) 川井忠彦, 大坪英臣: 平板の幾何学的非線形問題の一解法, 日本造船学会論文集, 第126号, pp. 235~244, 1969
- 7) Hardbord, R., Kroplin, B.: Finite-Elementt-Methode zur nicht-linearen, Beulberechnung von Schalentragwerken, Der Stahlbau, pp. 314~320, pp. 384~388, 1977. 10/12
- 8) 加藤 勉: 面内圧縮を受ける板の塑性崩壊について, 日本建築学会論文報告集, 第107号, pp. 37~42, 1965
- 9) 田中義照, 遠藤久芳: 防撓材の局部座屈を伴う防撓材の圧縮強度, 日本造船学会論文集, 第164号, pp. 456~467, 1988
- 10) Tutomu Usami: Post-Buckling of Plates in Compression and Bending, ASCE, ST 3, pp. 591~609, March, 1982
- 11) 上田幸雄, Sherif M. H. Rashed, 白点 基: 大たわみを伴う矩形板の組合わせ荷重に対する有効幅, 日本造船学会論文集, 第159号, pp. 425~438, 1986
- 12) G. Winter: Strength of Thin Steel Compression Flanges, Trans. of ASCE, Vol. 112, pp. 527~554, 1947
- 13) 若林 實偏著: 鉄骨構造学詳論, 丸善, 12章, 1985
- 14) 吉識雅雄: 圧縮を受ける矩形平板の座屈限界の決定法の一試案, 応用力学, 第一巻, 第三号, pp. 193~199, 1948
- 15) S. P. Timoshenko, J. M. Gere: Theory of Elastic Stability, 2nd Edition, McGraw-Hill, Chapter 3, Chapter 7, 1936

(1992年9月3日原稿受理, 1993年1月27日採用決定)