破壊力学手法に基づく繊維補強セメント系複合材料の力学的特性
に関する一考察MECHANICAL PROPERTIES OF FRCC ON THE BASIS
OF FRACTURE MECHANICS

三橋 博三*, 野村 希晶**, 桐 越 一紀***

Hirozo MIHASHI, Noriaki NOMURA and Kazuki KIRIKOSHI

Toughening mechanism and strengthening mechanism of composite materials reinforced with short fibers have been studied on the basis of fracture mechanics. Tension softening diagram is related to the failure properties and some experimental results are shown to discuss how the properties of fibers and matrix influence the tension softening diagram of the concrete. Validity of a simplified technique to determine the tension softening diagram is also discussed. It is concluded that not only the fracture toughness but also the tension softening properties should be evaluated to understand the reinforcing mechanism and to apply the knowledge to the development of new cementitious composite materials.

Keywords : fiber reinforced, fracture mechanics, tension softening, fracture toughness

繊維補強, 破壊力学, 引張軟化則, 破壊靱性

1. 序

コンクリートやモルタルの対引張応力下での補強手段として, 各種繊維材料を用いた繊維補強セメント系複合材料 (FRCC) が開発され実用化も進んでいる。

複合材料の特性は, 混入繊維の剛性・強度, 繊維の径・長さ・形状, 混入量, 混入時の繊維の方向, 繊維-母材界面間の強度など, 種々の要因に支配される。このような FRCC の引張強度推定式として, 複合則に基づく次式が用いられる¹⁾。

$$F_u = \alpha_1 \alpha_2 \sigma_f V_f + F_m^e (1 - V_f) : [V_f < V_f^c] \quad \dots (1)$$

$$F_u = \alpha_1 \alpha_2 F_f V_f : [V_f > V_f^c]$$

ここで, α_1 および α_2 は, それぞれ, 繊維の方向と有効繊維長さの影響を表す実験定数; V_f は繊維の体積率; σ_f は母材ひび割れ時の繊維負担応力; F_f は繊維の引張強度; F_m^e は母材の有効引張強度である。この種の実験式は実用的な反面, その妥当性は実験に用いられた材料および試験の範囲に限られたものになる。また, 複合材料の性能を引き出すためには, その巨視的な挙動を下位概念である微視的な挙動を介して説明すべきだが, この実験式は微視的な挙動およびメカニズムを記述しているわけではない。したがって, 繊維と母材の特性を材料全体

の破壊特性に関係づける一般的なモデルを開発することが重要になってくる。また, 巨視的な挙動の予測および新しい複合材料の設計の基礎になるデータベースを充実させるためには標準試験法を確立することも重要な課題である。このような観点から有用な方法のひとつとして破壊力学のアプローチが挙げられる。破壊力学的手法を用いることにより, 破壊靱性や強度などの巨視的破壊特性と微視的な破壊機構を関係づけることが可能になる^{2), 3)}。

FRCC の力学的特性を把握するうえで, 破壊靱性ばかりではなく, 引張域での応力が最大値に達した後の変形挙動である引張軟化特性も同時に評価する必要がある。これは引張軟化則は単に破壊靱性の評価に用いるばかりでなく, FRCC を用いた部材レベルの力学的特性の予測をも可能性にするからである。引張軟化則に着目した破壊力学概念を FRCC に適用した研究としては, 村上⁴⁾あるいは六郷⁵⁾による鋼繊維補強コンクリートの靱性向上を引張軟化則の変化として示したもの, Li ら⁶⁾の種々の繊維補強モルタルの引張軟化則をモルタルと比較したもの, などが挙げられる。三橋⁷⁾は, 引張軟化特性が全体の力学的挙動に及ぼす影響を考察する一

* 東北大学工学部 助教授・工博

** 東北大学工学部 助手・工博

*** 東北大学工学部 教務技官

Assoc. Prof., Faculty of Engineering, Tohoku Univ., Dr. Eng.
Research Assoc., Faculty of Engineering, Tohoku Univ., Dr. Eng.
Tech. Assistant, Faculty of Engineering, Tohoku Univ.

表—1 調査条件

Series	W/C	S/C	Silica-fume	Fiber	Super-plasticizer
MTR-1	0.40	1.5			
MTR-2/Si	0.40	1.5	30 %		
FRM-1/PAN	0.40	1.5		Carbon/PAN 3 %	3 %
FRM-2/PAN/Si	0.40	1.5	30 %	Carbon/PAN 3 %	3 %
FRM-3/pitch/Si	0.40	1.5	30 %	Carbon/pitch 3 %	3 %
FRM-4/PVA/Si	0.40	1.5	30 %	Vinylon 3 %	3 %

方で、いくつかのセメント系複合材料の引張軟化特性を実験により求め、複合材料の設計指標について考察を加えている。

本論文は、短繊維によって補強された FRCC の高靱性化と高強度化について、引張軟化特性と破壊特性の関係に着目して論じるものである。さらに、繊維と母材の特性が材料の引張軟化特性に与える影響を検討する。また、FRCC のような高靱性材料の引張軟化則を決定するための簡易手法である新 J 積分法⁵⁾についても検討を加える。

2. 実験および解析方法

2.1 実験方法

繊維および母材と引張軟化則の関係を調べるために、表—1 に示すような数種類のセメント系複合材料の破壊エネルギー試験を行った。使用した材料は早強ポルトランドセメントと 7 号珪砂である。最大骨材粒径は約 0.42 mm で骨材の 75 % 以上が 0.105 mm から 0.42 mm の範囲にある。水セメント比は 0.40、砂セメント比は 1.5 である。使用した繊維は、PAN 系炭素繊維 (FRM-1, FRM-2)、ピッチ系炭素繊維 (FRM-3)、および高弾性ビニロン (PVA) の 3 種類である。これら、各繊維の長さはすべて 6 mm で、混入率は体積当たり 3 % である。表—2 には、使用した繊維の特性をまとめた。

試験体は 100 mm × 100 mm × 50 mm の形状の CT (Compact Tension) 試験体で、鋼製型枠を用いて製作した。打設後 24 時間で脱型し 47°C の養生槽で 24 時

間湿空養生したのち、7 日間 20°C の水中養生を施した。切欠はダイヤモンドカッターで成形した。載荷は図—1 に示すような wedge-split 型とし、サーボコントロール型の疲労試験機を用いて行った。

2.2 引張軟化則の評価法

CT 試験からは最大荷重以降の下降域を含む荷重-変位曲線が求められるが、これを最適化する引張軟化則を逆解析により決定することができる^{2), 8)}。実験の結果得られる荷重-変位曲線を数値化したものを $F_E(i)$; ($i=1, \dots, r$) と書く。変位としては荷重点変位や開口変位など原理的には任意の位置の変位でよい。また、パラメータ $|x|$ を持つ引張軟化モデルを仮定し、これを用いて計算される同種の荷重-変位曲線を $F_M(i; |x|)$ とすると、次の最小 2 乗法によって引張軟化モデルの形状を表すパラメータ $|x|$ を定めることができる。

$$S(|x|) = \sum_{i=1}^r [F_E(i) - F_M(i; |x|)]^2 \rightarrow \min \dots \dots (2)$$

ここで、 $S(|x|)$ は実験と計算の荷重-変位曲線間の誤差の二乗和である。FRCC のような高靱性材料は引張軟化則の最大開口変位 w_2 が大きく、そのような場合の荷重-変位曲線を計算する方法のひとつを付録に示した。

さて、コンクリートの引張軟化則を、パラメータ F_t , s_1 , w_1 , w_2 によって規定される図—2 のような 2 直線近似モデルで表現すると、式 (2) の $|x|$ は、

図—1 載荷方法

図—2 引張軟化則の 2 直線モデル

表—2 使用した繊維の特性

Fiber	Type	length (mm)	Young's Modulus (MPa)	strength (MPa)	Elongation
Carbon	PAN	6.0	235000	4217	1.8
Carbon	pitch	6.0	33000	790	2.4
PVA	Vinylon-AA	6.0	39500	1834	6.7

$$|x| = [F_t, s_1, w_1, w_2] \dots (3)$$

と書ける。こうして得られる2直線近似引張軟化モデルのパラメータから、単位面積のひび割れ領域が進展するために必要なエネルギーである破壊エネルギー G_f は、引張軟化曲線の囲む面積として次式で求められる。

$$G_f = (F_t w_1 + s_1 w_2) / 2 \dots (4)$$

2.3 引張軟化則の簡易評価法

上に述べた引張軟化則を求める最適化手法は、パラメトリックに設計された材料の引張軟化則を求めるうえで、有効な方法であるが、非線形問題を解く必要がある点が実用上の難点である。これに対し、実験的に引張軟化則を求める方法として、Li^[9]によって開発された J 積分に基づく引張軟化則評価手法と、この改良版である六郷ら^[10]の新 J 積分法がある。これらを概説する。まず結合力モデルの J 積分を算出すると、切欠先端の伝達応力 (σ)-開口変位 (w) 関係と J 積分は次の関係にある。

$$J(w) = \int_0^w \sigma(w) dw \dots (5)$$

したがって、伝達応力 (σ)-開口変位 (w) 関係、すなわち引張軟化則は次式で与えられる。

$$\sigma(w) = \frac{\partial J(w)}{\partial w} \dots (6)$$

実験的に J 積分は、切欠長さのわずかに異なる2体の試験体の荷重-荷重点変位を記録して次式で求められる。

$$J(d) = \frac{1}{B(a_2 - a_1)} \int_0^d [P_1(\Delta) - P_2(\Delta)] d\Delta \dots (7)$$

ここで、 a_1 、 a_2 は切欠長さ ($a_1 < a_2$)、 $P_1(\Delta)$ 、 $P_2(\Delta)$ はそれぞれの荷重-変位曲線である。実験時に、荷重-変位曲線とともに荷重-開口変位曲線を記録しておくことで、変位と開口変位は実験的な関数関係 $w(\Delta)$ として求められるから、式(7)を開口変位 w の関係に直し、式(6)を適用できる。

この方法は、実験的に引張軟化則を求める妥当な方法であるが、2体の試験体を必要とすることや、わずかな切欠長さの差を持つ試験の結果がバラツキの影響を受けやすい点が難点である。それに対し、六郷らの新 J 積分法^[10]は、一方の切欠長さを仮想的にリガメント全体を貫いているものと考え、 $P_2(\Delta) = w(\Delta) = 0$ と見なして Li らの方法を適用したもので、1体の試験体で引張軟化則が求められるようになっている。本論文では、この六郷らの方法によって FRCC の引張軟化則を求め、最適化による方法と比較検討する。

図—3 モルタルの荷重変位曲線

図—4 繊維補強モルタルの荷重変位曲線

3. 結果および考察

実験によって得られた各シリーズの荷重-変位曲線を図—3と図—4に示した。これらは、各シリーズについてそれぞれ3本の荷重-変位曲線を数値化した後に平均化したものである。これらの図では、繊維補強モルタルの横軸がモルタルの10倍になっていることに注意する必要がある。各シリーズについて、それぞれ3本の荷重-変位曲線を用いて求めた引張軟化則モデルのパラメータの平均値を表—3に、またその引張軟化則そのものを図—5に示す。全般にこの実験の範囲では、繊維の混入によって通常モルタルに比べて30~40倍以上高い靱性を確保するようになったといつてよい。ところで、荷

表—3 推定された引張軟化則モデルパラメータ

Series	E (MPa)	G_f (N/m)	F_t (MPa)	s_1 (MPa)	w_1 (mm)	w_2 (mm)
MTR-1	28600	60	3.3	0.32	0.02	0.12
MTR-2/Si	30000	41	7.6	0.62	0.01	0.03
FRM-1/PAN	13200	2410	6.8	0.36	0.56	2.90
FRM-2/PAN/Si	30600	2080	6.3	0.52	0.51	1.87
FRM-3/pitch/Si	24400	1110	3.7	0.49	0.42	1.38
FRM-4/PVA/Si	26300	1430	3.8	0.43	0.55	1.86

図—5 推定された引張軟化則モデル

重-変位曲線から推定される見かけの曲げ強度の特性とは全く違った傾向が軟化開始応力 (F_t) に認められる。また、同じ母材であっても、混入する繊維によって荷重-変位曲線や最大荷重の大きさは全く異なっているが、その原因は荷重-変位曲線そのものからは探ることができない。まさにこの点が、破壊力学手法に基づいて、FRCC の力学的特性を論ずる重要なポイントとなる。

シリカフェームを混入したモルタル (MTR-2/Si) はこれらの中で最も高い F_t を有しており、この値は未混入モルタルのそれに比べて 2.3 倍にも達している。このことは、微細構造の緻密さが F_t の値に大きく関与していることを示している。しかしながら、このモルタルの破壊靱性は逆に全シリーズで最も小さくなっている。一方、シリカフェームを混入しない PAN 系炭素繊維補強モルタル (FRM-1/PAN) は、低弾性ではありながら、最も高い靱性と、その母材の約 2 倍にも達する F_t 値を示している。同程度の最大開口変位 (w_2) を有する場合には、 F_t の増大が FRCC の最大曲げ荷重を引き上げるための最も効率のよい方法といえる⁷⁾が、FRM-1/PAN のような軟化開始応力の著しい増大は、鋼繊維補強の場合には得られない⁵⁾ことから、母材内に分散した繊維の太さが重要な因子となっていることがわかる。

FRM-1 とその母材が同じ MTR-1 を比較すると、繊維を混入した場合の方が F_t は大きくなっている。これに対して、FRM-2, 3, 4 のそれぞれとその母材が同じである MTR-2 を比較すると、逆に繊維を混入した場合の方が F_t は小さくなっている。これは、混入する繊維が微視的破壊機構に対して 2 つの作用を有するためと考えられる。すなわち、繊維と母材の剛性の差異が大きくなると、繊維は専らひび割れの抵抗機構 (アレスタ) として働く。これが、FRM-1 の F_t が大きくなった理由である。その一方で、特に繊維の剛性がそれほど高くない場合には、母材中に埋め込まれた繊維はある種の欠陥としても振舞うと考えられる。したがって、FRM-2, 3, 4 の F_t が MTR-2 のそれより小さくなり、特に、相対的に剛性の小さい FRM-3/pitch-Si と FRM-4/PVA-Si ではその傾向が顕著になっている。

さらに図—4 を見ると、繊維の混入により F_t 増大のほかにも、開口変位 w の大幅な増大と、引張軟化則の第 1 軟化勾配が著しく緩やかになり 2 直線引張軟化モデルの前半部分が規定する破壊エネルギー³⁾が全体の破壊エネルギーの中で大きな割合を占めるように変化している点が注目される。 w の増大は、ひび割れ面に介在する繊維によって応力が伝達され変形抵抗が増大する、いわゆ

図—6 新 J 積分により求められた引張軟化則

るブリッジングに起因するものと考えられ、後述する破面の変化となって現れている。一方、繊維混入による第1軟化勾配の緩和現象は、第1軟化勾配を規定する破壊過程には、微細ひび割れの発生だけではなく、複数の微細ひび割れが成長・連結し連続ひび割れが生成される過程が含まれていることを意味している。それは次のような理由による。即ち、微細ひび割れの発生は骨材-母材間の界面から始まると考えられるが、いったん形成された微細ひび割れが母材内に連結・成長する際には母材内の繊維に遭遇するはずであり、母材-繊維間の付着部分を通過して進まなければならない、それが微細ひび割れ領域の拡大を導き、進展の抵抗力を上げるものと考えられる。その結果、2直線引張軟化モデルの第1軟化勾配が繊維の混入によって緩やかに変化し、FRCCに高靱性を付与するものと考えられる。第2軟化勾配の伝達応力レベルは第1軟化勾配のそれと比べて極めて低いので、この材料の靱性を高めるメカニズムが繊維のブリッジング効果のみとは考えにくく、むしろ荷重-変位曲線の延性にブリッジングが寄与していると考えるのが妥当である。

もちろん、第1軟化勾配の特性は2直線引張軟化モデルについての性質であるから、それは平均的な意味での特性を指すものであり、上述の議論は、厳密には、第1軟化勾配部分が微細ひび割れの発生と連結・成長の機構に基づく変形特性に近似的に対応するという意味である。

破断後の破面を観察すると、一般にモルタルは比較的平坦な破面をもち、繊維補強モルタルは粗い破面になっている。特に、PAN系炭素繊維とビニロン繊維の場合には、繊維の端部が破断面に数多く現れる。したがって、繊維の抵抗機構による粗い破面は、ひび割れの枝分かれ

や曲がり進みにより生じると考えられ、これが最大開口変位 w_2 の値を大きくしていると思われる。繊維と母材間での剛性や強度の違いは付着劣化を引き起こし、これもまた w_2 を増大させる要因になると考えられる³⁾。

本実験結果に新 J 積分法を適用して求めた引張軟化則を図—6に示す。この図と最適化手法で求めた引張軟化則(図—5)を比較すると、繊維補強モルタルに関しては、両者は非常によく調和した結果を示している。ただし、プレーンモルタルの軟化開始応力 F_t は新 J 積分法による結果が異常に高い。これは、もともと J 積分法による軟化開始応力の値は荷重-変位曲線のピーク付近の形状に鋭敏なためである。即ち、繊維補強モルタルに比べ相対的に脆性なプレーンモルタルのような材料では得られた軟化開始応力の値は、信頼性に欠ける結果となり易い。また本論文では、新 J 積分法を用いる際に Li ら⁹⁾が施したような関数近似をデータ処理に用いていないので、引張軟化則の形状は生の荷重-変位曲線の影響で凹凸のあるものになっているが、ここに用いられたように十分に大きな破壊プロセスゾーンを形成するFRCCの引張軟化則の簡易評価法として新 J 積分法が定性的かつ定量的に十分信頼できるものであるといえる。

一方、逆解析に基づくパラメータ推定法において、あらかじめ仮定した2直線モデルのFRCCに対する引張軟化則モデルとしての妥当性は、図—5と図—6の調和性により裏付けられたと考えられる。

4. 結 論

繊維補強セメント系複合材料(FRCC)の高靱性化および高強度化を評価するために破壊エネルギー試験を行い、あわせてこれらの材料の引張軟化特性を求めた。さ

らに引張軟化則のパラメータから繊維混入による補強のメカニズムの説明を試み、以下の結論を得た。

1. 繊維補強モルタルの引張軟化挙動の特性から、第1軟化勾配部分が微細ひび割れの発生だけの物理現象に支配されているわけではなく、微細ひび割れが連続ひび割れに連結・成長する過程をも含むと考えることの妥当性が示された。
2. 引張軟化則を比較的簡便に求める新 J 積分法をFRCCに適用した結果は、最適手法による結果と調和的であることから、この方法は本研究の対象とした程度の高靱性材料に対しては実用的な簡易評価法として用い得ることを明らかにした。

謝 辞

本研究を実施するに際し、試料の御提供を頂いた旭化成カーボンファイバー（株）、呉羽化学工業（株）、藤沢薬品工業（株）、前田製管（株）ならびにユニチカ（株）の各社に、記して謝意を表します。

付 録

著者らは先に、巨視ひび割れ伸展線上（リガメント）に軟化領域が進展しゆく場合の荷重-変位曲線を求める離散解析手法を定式化した²⁾。しかし、繊維補強コンクリートのように極めて変形能が高い場合には、その引張軟化則も最大開口変位が大きなものになり、軟化領域がリガメント上を進展し切った後も繊維の存在のためにしばらく荷重を保持しつつ変形することが予想される。したがって、軟化開始応力に達した節点を次々に進展させるアルゴリズムだけでは最大荷重後の荷重-変形曲線を完全には追跡できない。そこで、先の定式化に軟化進行過程の新たなアルゴリズムを追加し、繊維補強コンクリートのような変形能の大きい材料の荷重-変位曲線をシミュレートできるようにする。

切欠を有する構造物の切欠と巨視ひび割れ伸展線上（リガメント）を付図-1のように離散化した場合、離散化点には引張軟化則モデルに従う結合力 $|p|$ が作用し、その点の開口変位が $|w|$ で表されるものとする。この時、 $|p|$ と $|w|$ は次の関係にある。

$$|w| = [F]|p| + |C|q + |D| \quad (1)$$

ここに、 $[F]$ ： p による撓性行列、すなわち F_{ij} は j 点にのみ単位結合力をかけた時の i 点の開口変位、 q ：破壊進行の主なる外乱であるところの集中外力、 $|C|$ ： q による撓性ベクトル、すなわち C_i は単位集中外力をかけた時の i 点の開口変位、 $|D|$ ：自重など集中外力以外の一定値の荷重によって生じる撓性、すなわち付加的開口変位、である。式（1）をひび割れの撓性方程式と呼ぶ。

引張軟化の現象は、上式に結合力-開口変位間の構成関係 $\sigma_i = \sigma_i(w_i)$ として導入される。 σ_i は離散化点には力 p_i として作用するので、

$$p_i(w_i) = A_i \sigma_i(w_i) \quad (2)$$

と変換する。ここで、 A_i は離散化結合点の支配面積である。

先の定式化によれば、軟化開始応力 F_i に達する離散化節点が切欠先端からリガメント上に進行し、最後の離散化節点 n に達した時点で、引張軟化挙動の計算は打ち切られる。この状態からさらに軟化挙動が進むとすれば、それは、最後の離散化節点が F_i に達した後に、軟化状態にある離散化節点で伝達応力が次

付図-1 離散化されたりガメント

第に減少しそれに伴って開口変位が増大する過程ととらえることができる。離散化モデルに当てはめてみると、これは、切欠側から応力伝達がまだ可能な離散化節点の伝達応力を0に開放してゆくと同時に、その離散化節点の開口変位を最大開口変位 w_i にすることに相当する。

付図-1のように、応力伝達が可能な k から n までの離散化節点のうち、切欠に最も近い離散化節点 k について、その伝達応力を0に解放し、開口変位を最大開口変位 w_i にした状態を考える。この場合、切欠部分で伝達応力が働かない、離散化節点 k で、開口変位量は最大開口変位 w_i 、伝達応力は開放、離散化節点 k より前方のリガメント部分では、伝達応力と開口変位の関係は引張軟化則に従う、ということなので、ひび割れの撓性方程式における境界条件と拘束条件は、次のように書ける。

$$\text{境界条件 } p_j = 0; j = 1, 2, \dots, k \quad (3)$$

$$w_k = w_i \quad (4)$$

$$\text{拘束条件 } p_j = A_j \sigma_j(w_j); j = k+1, \dots, n \quad (5)$$

これを撓性方程式（1）に代入し、 $(k-1)$ 行で分解した後、 $|C|$ と $|F_{ik}|$ を交換すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} w_k \\ w_{k+1} \\ \vdots \\ w_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_k & F_{k,k+1} & \cdots & F_{k,n} \\ C_{k+1} & F_{k+1,k+1} & \cdots & F_{k+1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_n & F_{n,k+1} & \cdots & F_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ A_{k+1}\sigma_{k+1} \\ \vdots \\ A_n\sigma_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} D_k \\ D_{k+1} \\ \vdots \\ D_n \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 w_i と σ_i が1次関数で記述されるモデルであるとし、これを次のように書くことにする。

$$w_{k+i} = \beta_{k+i} X_{k+i} + \alpha_{k+i}; i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (7)$$

ただし、

$$X_{k+i} = A_{k+i} \sigma_{k+i} \quad (8)$$

このとき、式（6）に式（7）を代入して書き換えて w_{k+i} を消去でき、次式になる。

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_k & F_{k,k+1} & \cdots & F_{k,n} \\ C_{k+1} & \bar{F}_{k+1,k+1} & \cdots & F_{k+1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_n & F_{n,k+1} & \cdots & \bar{F}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{k+1} \\ X_{k+2} \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix}$$

$$\times \begin{Bmatrix} q \\ X_{k+1} \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} D_k - w_2 \\ D_{k+1} - a_{k+1} \\ \vdots \\ D_n - a_n \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

ここで,

$$\bar{F}_u = F_u - \beta_i; i = k+1, \dots, n \dots\dots\dots (10)$$

この式が応力伝達をする節点を解放させることによるひび割れの離散化方程式であり、未知量 $[q X_{k+1} \dots X_n]^T$ を解として求めることができる。また、指標 k を進めながら解くことにより荷重-変位曲線を数値的に求めることができる。

参考文献

- 1) Bentur, A. and Mindess, S., : Fiber Reinforced Cementitious Composites, Elsevier Applied Science, 1990.
- 2) 野村希晶, 三橋博三, 鈴木 篤, 和泉正哲: 非線形破壊力学手法に基づく高強度コンクリートの脆性化機構の考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 416 号, pp. 9~16, 1990.
- 3) 野村希晶, 三橋博三, 和泉正哲: コンクリートの引張軟化挙動と破壊エネルギー吸収機構に関する一考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 438 号, pp. 9~14, 1992.
- 4) 村上 聖, 岸谷孝一, 平居孝之: コンクリートの破壊力学に関する研究, その 3 調合因子がひび割れ抵抗性に及ぼす影響, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 386 号, pp. 1~6, 1988.
- 5) 六郷恵哲, 岩佐正徳, 鈴木泰生, 小柳 治: 各種コンクリートの破壊力学パラメータ, コンクリート工学年次論文報告集, 11-1, pp. 247~252, 1989.
- 6) Li, V.C., Chan, C.M. and Ward, R.J., : A Novel Testing Technique for Post-peak Tensile Behavior of Cementitious Materials, Fracture Toughness and Fracture Energy; Test Methods for Concrete and Rock, (ed. H. Mihashi, et al.), pp. 183~195, Balkema, 1989.
- 7) 三橋博三: セメント系複合材料設計への破壊力学の応用, コンクリート工学年次論文報告集, 12-1, pp. 1175~1180, 1990.
- 8) Roelfstra, P.E. and Wittmann, F.H., : Numerical Method to Link Strain Softening with Failure of Concrete, in Fracture Toughness and Fracture Energy (ed. F.H. Wittmann), Elsevier Applied Science, pp. 163-175, 1986.
- 9) Li, V.C., Chan, C.M. and Leung, C.K.Y., : Experimental Determination of the Tension Softening Relations for Cementitious Composites, Cement and Concrete Research, 17, pp. 441~452, 1987.
- 10) 六郷恵哲, 岩佐正徳, 瀬古繁喜, 小柳 治: J 積分法を用いた曲げ試験によるコンクリートの引張軟化曲線の定量化, 第 43 回セメント技術大会講演集, pp. 398~403, 1989.

(1992 年 10 月 10 日原稿受理, 1993 年 4 月 6 日採用決定)