水平梁を有する鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の終局耐力

直交異方性円筒シェル屋根の解析と終局耐力評価式

ULTIMATE STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE CYLINDRICAL
SHELL ROOFS WITH VERTICALLY SUPPORTED EDGE BEAMSAnalyzing procedure of an orthotropic cylindrical shell roof and ultimate strength
evaluating procedures of barrel concrete shells roof with the beams

皆 川 洋 一*

Youichi MINAKAWA

This paper presents an evaluating procedure of ultimate strength of reinforced concrete cylindrical shell roofs with vertically supported edge beams. Differential equations of the roof with orthotropic materials are analyzed by applying the Galerkin's method. And, it is shown that stress resultants of the roof are few affected by a variation of Young's modulus of the shell. This let us evaluate the stress resultants after occurring concrete cracking on the shell. Then, an procedure that evaluates ultimate strength of three typical failure mechanism of the reinforced concrete cylindrical shell roof is shown and is examined by comparing with experimental study.

Keywords : cylindrical shell, orthotropic, concrete shell, stress function, Galerkin's method, ultimate strength

鉄筋コンクリート造円筒シェル, 直交異方性, 円筒シェル屋根, 終局耐力, 降伏耐力

1. 序

鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根はシェルの理論, 解析方法が確立された後, 1930年代に欧米で建設され始めた。1952年にASCEはManual of Engineering Practice No. 31 ("Design of Cylindrical Concrete Shell Roofs")を作成した。このマニュアルは円筒シェル屋根の解析方法を示すとともにいわゆるフーリエ級数の一波近似の弾性解析に基づいた設計表を示しているので, 円筒シェルの設計を容易にした。1955年このマニュアルの邦訳¹⁾が出版され, 我が国に多くの円筒シェル屋根が作られたようである。円筒シェル屋根の実験も同時に遂行されている。弾性解析の変位や応力との比較, 鉄筋コンクリート造円筒シェルを施工するうえの問題点の確認, 円筒シェルに認められる崩壊形状と耐力を検討する目的の実験である。加藤, 榎並, 本岡らのグループの研究成果^{1), 2), 6)}が顕著である。

裾梁の鉛直方向が支持されない円筒シェルは母線方向の端部を支持された梁のように挙動する⁸⁾。本岡⁹⁾はこの円筒シェルの終局耐力を円筒シェルと裾梁が構成する曲線断面をもつ梁として扱う方法を示している。

円筒シェル屋根の耐力や崩壊形は周辺部材の耐力および境界条件に依存して大きく変化する。二方向で支持される円筒シェルは法線方向に分布荷重を受けると荷重を円弧方向膜力のかたちで伝達しようと挙動する。開断面の円筒シェル自体にはこの膜力を吸収する機構は存在しないので, 円筒シェル屋根を計画するとき, 円筒シェルの裾に膜力を吸収し, シェルに推力を与える裾梁を付けるのが一般的な扱いである。裾梁が柱等で鉛直方向に支持される円筒シェル屋根は利用される機会は多いものの終局耐力を算定した報告は存在しないようである。ここでは, 水平梁を有し, 梁下が鉛直方向に支持された鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の終局耐力を評価することを目的として次の解析, 検討を行う。(1) 水平梁を有する直交異方性の円筒シェル屋根の基礎式に対応する汎関数を示し, 得られる基礎式を解析する方法を示す。(2) この異方性の円筒シェル屋根の数値解析を行い, シェルのヤング係数の変化に伴う応力状態の変化を検討する。コンクリートに亀裂が入った後の鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の応力変化を把握する目的の検討である。(3) このシェル屋根の応力状態と, 水平梁を有

* 鹿児島大学工学部建築学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kagoshima Univ., Dr. Eng.

する鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の載荷破壊実験から推察される3つの破壊モードに対応したこの鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の終局耐力を評価する方法を示す。(4) 算定される終局耐力と実験から得られる耐力を比較し、評価方法の妥当性を検証する。

2. 鉛直方向に支持された直交異方性円筒シェル屋根の基礎式

円筒シェルの曲率半径の中心を点 O' とする。円筒シェル中央面の頂部母線の中点に点 O をとり、この母線に沿って O を原点とする x 軸を定める (Fig. 1)。円筒シェル中央面上の任意の点と点 O' を結ぶ直線が円筒シェル頂部母線を含む鉛直面となす角を ϕ とし、円筒シェルの曲率半径を r 、半開角を ϕ_0 とする。円筒シェルの法線方向を中心から外に向かう方向に定める。 x 軸方向、 ϕ 方向、および法線方向の変位をそれぞれ u 、 v および w とする。このときこれらの方向のひずみ、および曲率変化、ねじり率変化として次式を用いる。

$$\epsilon_x = u_{,x}, \quad \epsilon_\phi = \frac{1}{r}(v_{,\phi} + w), \quad \gamma_{x\phi} = \frac{1}{r}u_{,\phi} + v_{,x} \quad (1-1)$$

$$\kappa_x = w_{,xx}, \quad \kappa_\phi = \frac{1}{r^2}w_{,\phi\phi}, \quad \chi = \frac{2}{r}w_{,x\phi} \quad (1-2)$$

ϕ 方向の端部に水平梁としての底が付き、底と円筒シェルの接合部で鉛直方向に支持され、頂部母線および母線二等分線を対称軸とする2軸対称の円筒シェル屋根を考える。円筒シェルは母線方向の端部において法線方向および ϕ 方向に支持され、外力は円筒シェル屋根のふたつの対称軸に関して対称に作用するものとする。水平梁に初等梁理論を適用し、シェルの Poisson 比を 0 とし、この屋根の静的な挙動を支配する汎関数 Π を $1/4$ の部分について表現すると次式のように表される。変関数はシェルの変位 u 、 v 、 w 、水平梁の断面中心における軸方向変位 u_b 、および水平法線方向変位 v_b 、Lagrange の乗数 S_ϕ 、 R_ϕ 、 H_ϕ の 8 個の関数である。曲率およびねじり率変化として (1-2) 式を用いているので、円筒シェルは Donnell タイプの式に基づいて解析する

Fig. 1 Cylindrical Shell Roof Geometry

ことになる。

$$\begin{aligned} \Pi(u, v, w, u_b, v_b, S_\phi, R_\phi, H_\phi) \\ = 4 \int_0^{L/2} \left[\int_0^{\phi_0} \left\{ \frac{1}{2} E_x h \epsilon_x^2 + \frac{1}{2} E_\phi h \epsilon_\phi^2 + \frac{1}{2} G h \gamma_{x\phi}^2 \right. \right. \\ + \frac{h^3}{24} (E_x \kappa_x^2 + E_\phi \kappa_\phi^2 + G \chi^2) - p_g v \sin \phi \cos \phi \\ + w(p_g \cos^2 \phi + p_n) \left. \right\} r d\phi + \frac{1}{2} (EA)_b u_b^2 \\ + \frac{1}{2} (EJ)_b v_b^2 + \left(u_b - u + \frac{1}{2} B_e v_{b,x} \right) S_\phi \\ + (w \cos \phi_0 - v \sin \phi_0) R_\phi + (v_b - w \sin \phi_0 \\ - v \cos \phi_0) H_\phi \left. \right\} dx \quad (2) \end{aligned}$$

ここに、 ϕ_0 : 円筒シェルの半開角、 p_g : 円筒シェル射影面における重力の作用方向の分布荷重、 p_n : 法線方向内向きの分布荷重、 $(EA)_b$: 水平梁の軸剛性、 $(EJ)_b$: 水平梁の中央面まわりの曲げ剛性、 E_x : 円筒シェル母線方向ヤング係数、 E_ϕ : シェル円弧方向ヤング係数、 G : シェルの剪断弾性係数、 L : 円筒シェル母線方向長さ、 h : シェル板厚、 B_e : 水平梁のせい。

汎関数の変分式は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \delta \Pi = 4 \left[\int_0^{L/2} \left\{ \int_0^{\phi_0} (-\delta u L_u - \delta v L_v + \delta w L_w) r d\phi \right. \right. \\ + \left[\delta u (N_{x\phi} - S_\phi) + \delta v (N_\phi - H_\phi \cos \phi_0 \right. \\ - R_\phi \sin \phi_0) + \delta w (-V_\phi - H_\phi \sin \phi_0 \\ + R_\phi \cos \phi_0) + M_\phi \frac{1}{r} \delta w_{,\phi} + \delta u_b \{ -(EA)_b u_{b,xx} \\ + S_\phi \} + \delta v_b \{ (EJ)_b v_{b,xxxx} - \frac{1}{2} B_e S_{\phi,x} \\ + H_\phi \} \left. \right\} dx + \int_0^{\phi_0} [\delta u N_x + \delta v N_\phi \\ + \delta w_{,x} M_x - \delta w V_x]_{x=L/2} r d\phi + [\delta u_b N_b \\ + \delta v_b M_b - \delta v_b (M_{b,x} - B_e S_\phi/2)]_{\phi=\phi_0, x=L/2} \left. \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} L_u &= N_{x,x} + N_{x\phi,\phi} / r, \\ L_v &= N_{x\phi,x} + N_{\phi,\phi} / r + p_g \sin \phi \cos \phi \quad (4-1, 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_w &= \frac{1}{r} N_\phi + \frac{h^3}{12} \left(E_x w_{,xxx} + \frac{4}{r^2} G w_{,x\phi\phi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r^4} E_\phi w_{,\phi\phi\phi\phi} \right) + p_g \cos^2 \phi + p_n \quad (4-3) \end{aligned}$$

シェルの断面の合力:

$$N_x = E_x h \epsilon_x, \quad N_\phi = E_\phi h \epsilon_\phi, \quad N_{x\phi} = G h \gamma_{x\phi} \quad (5-1, 2, 3)$$

$$M_x = E_x h^3 \kappa_x / 12, \quad M_\phi = E_\phi h^3 \kappa_\phi / 12, \quad M_{x\phi} = G h^3 \chi / 12 \quad (5-4, 5, 6)$$

$$V_x = M_{x,x} + 2 M_{x\phi,\phi} / r, \quad V_\phi = M_{\phi,\phi} / r + 2 M_{x\phi,x} \quad (5-7, 8)$$

水平梁の断面力:

$$N_b = (EA)_b u_{b,xx}, \quad M_b = (EJ)_b v_{b,xx} \dots \dots \dots (6-1, 2)$$

Lagrange 乗数に対応する付帯条件は次式のように表される。

$$u_b - u + \frac{1}{2} B_e v_{b,x} = 0, \quad w \cos \phi_0 - v \sin \phi_0 = 0, \\ v_b - w \sin \phi_0 - v \cos \phi_0 = 0 \dots \dots \dots (7-1, 2, 3)$$

(3) 式の Lagrange 乗数の物理量の確定, および円筒シェルの面内合応力への応力関数の導入を行い, この変分式を整理する。シェルと梁の接合部 ($\phi = \phi_0$) における条件式から次式が得られる。

$$N_{x\phi} - S_\phi = 0, \quad N_\phi - H_\phi \cos \phi_0 - R_\phi \sin \phi_0 = 0, \\ -V_\phi - H_\phi \sin \phi_0 + R_\phi \cos \phi_0 = 0 \dots \dots (8-1, 2, 3)$$

(8-1) 式から S_ϕ は接合部のシェル面内剪断力であることが分かる。残り 2 式を H_ϕ , R_ϕ について解き次式を得る。

$$H_\phi = N_\phi \cos \phi_0 - V_\phi \sin \phi_0, \\ R_\phi = N_\phi \sin \phi_0 + V_\phi \cos \phi_0 \dots \dots \dots (9-1, 2)$$

H_ϕ , R_ϕ はそれぞれこの接合部における水平力と鉛直方向反力であることが分かる。

円筒シェルの面内方向の釣合式 ((4-1, 2) 式) に応力関数 Φ を導入する。応力関数の定義とこの関数の満足すべき適合条件式は次式のように表される。

$$N_x = \frac{1}{r^2} \Phi_{,\phi\phi}, \quad N_\phi = \Phi_{,xx} + \frac{1}{4} p_\phi r \cos 2\phi, \\ N_{x\phi} = -\frac{1}{r} \Phi_{,x\phi} \dots \dots \dots (10) \\ \frac{1}{E_x r^4} \Phi_{,\phi\phi\phi\phi} + \frac{1}{G r^2} \Phi_{,xx\phi\phi} + \frac{1}{E_\phi} \Phi_{,xxxx} = \frac{h}{r} w_{,xx} \dots \dots \dots (11)$$

(8-1), (9) 式を用いて Lagrange 乗数を消去すると, (11) 式のもとで (3) 式は次式のように表される。

$$\delta \Pi = 4 \left[\int_0^{L/2} \left\{ \int_0^{\phi_0} (\delta w L_w) r d\phi + [\delta u_b L_b^u + \delta v_b L_b^v]_{\phi=\phi_0} \right\} dx + \int_0^{\phi_0} [\delta u N_x + \delta v N_{x\phi} + \delta w_x M_x - \delta w V_x]_{x=L/2} r d\phi + [\delta u_b N_b + \delta v_b M_b - \delta v_b (M_{b,x} - B_e N_{x\phi}/2)]_{\phi=\phi_0, x=L/2} \right] \dots \dots \dots (12)$$

ここに,

$$L_b^u = -(EA)_b u_{b,xx} + N_{x\phi} \dots \dots \dots (13-1) \\ L_b^v = (EJ)_b v_{b,xxx} - \frac{1}{2} B_e N_{x\phi, x} + N_\phi \cos \phi_0 - V_\phi \sin \phi_0 \dots \dots \dots (13-2)$$

3. 鉛直方向に支持された梁を持つ直交異方性円筒シェル屋根の解析

この直交異方性円筒シェルを持つ屋根を解析する手法として, 変位成分を Fourier 級数を用いて仮定し, (12)

式に Galerkin 法を適用する方法を用いる。応力関数 Φ , および円筒シェルの法線方向変位 w , 梁の変位 u_b , v_b を次式のように仮定する。

$$\Phi(x, \phi) = \sum_{k=1,3,\dots}^{N_k} \Phi_k(\phi) \cos \frac{k\pi x}{L} \dots \dots \dots (14-1)$$

$$w(x, \phi) = \sum_{k=1,3,\dots}^{N_k} \sum_{m=1}^{N_m} w_{km} \cos \frac{m\pi\phi}{2\phi_0} \cos \frac{k\pi x}{L} \dots \dots \dots (14-2)$$

$$u_b(x) = \sum_{k=1,3,\dots}^{N_k} u_{bk} \sin \frac{k\pi x}{L}, \\ v_b(x) = \sum_{k=1,3,\dots}^{N_k} v_{bk} \cos \frac{k\pi x}{L} \dots \dots \dots (14-3, 4)$$

このとき, 変分式 ((12) 式) の $x=L/2$ (シェルの母線端部) における項はゼロとなる。(14) 式を (11) 式へ代入して, 応力関数が定められる。ここでは円筒シェルの剪断応力が方向に依存しない¹⁵⁾ ように剪断剛性係数として, (16) 式を仮定する。 ϕ に関して対称な変形を考えているので, 次式の応力関数が得られる。

$$\Phi(x, \phi) = - \sum_{k=1,3,\dots}^{N_k} \left\{ r^2 \frac{E_\phi k^2 \mu^2}{(\tau/h)} \left(A_k \cosh k\alpha\phi \cdot \cos k\beta\phi + B_k \sinh k\alpha\phi \sin k\beta\phi + \sum_{m=1}^{N_m} w_{km} s_{km} \cos \frac{m\pi\phi}{2\phi_0} \right) \cos \frac{k\pi x}{L} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

ここに,

$$G = (E_x + E_\phi)/4 \dots \dots \dots (16)$$

$$\rho^2 = E_x/E_\phi, \quad \mu = \pi\tau/L \dots \dots \dots (17-1, 2)$$

$$s_{km} = 1 / \left\{ \left(\frac{m\pi}{2\phi_0} \right)^4 / \rho^2 + 4 k^2 \mu^2 \left(\frac{m\pi}{2\phi_0} \right)^2 / (1 + \rho^2) + k^4 \mu^4 \right\} \dots \dots \dots (17-3)$$

$$\alpha = \mu(1 + \rho) \sqrt{\frac{\rho}{2(1 + \rho^2)}}, \quad \beta = \mu(1 - \rho) \sqrt{\frac{\rho}{2(1 + \rho^2)}} \dots \dots \dots (17-4, 5)$$

(8-1), (9) 式を用いて Lagrange 乗数を消去して整理すると, 汎関数 Π の変分 $\delta \Pi$ は次式のように表される。

$$\delta \Pi = 4 \int_0^{L/2} \left\{ \int_0^{\phi_0} (\delta w L_w) r d\phi + [\delta v_b L_b^v]_{\phi=\phi_0} \right\} dx = 0 \dots \dots \dots (18)$$

付帯条件式は次の 4 式である。

$$-(EA)_b u_{b,xx} + N_{x\phi} = 0, \\ u_b - u + \frac{1}{2} B_e w_x / \sin \phi_0 = 0 \dots \dots \dots (19-1, 2) \\ w \cos \phi_0 - v \sin \phi_0 = 0, \\ v_b - w \sin \phi_0 - v \cos \phi_0 = 0 \dots \dots \dots (19-3, 4)$$

ここに, (19-1) 式は梁の軸方向の釣合式, (19-2, 3, 4) 式は (7-1, 2, 3) 式に演算を加えた式であり, これらと

同値である。(19-4) 式を用いて (18) 式の v_b を消去する。このとき (18) 式の変分式は次式のように表される。

$$\delta \Pi = 4 \int_0^{L/2} \left\{ \int_0^{\phi_0} (\delta w L_w) r d\phi + [\delta w L_w^v / \sin \phi_0]_{\phi=\phi_0} \right\} dx = 0 \dots\dots\dots (20)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに, } L_w &= \frac{1}{r} \Phi_{,xx} + \frac{h^3}{12} \left(E_x w_{,xxxx} + \frac{4}{r^2} G w_{,xx\phi\phi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r^4} E_\phi w_{,\phi\phi\phi\phi} \right) \\ &\quad + p_g (2 + 3 \cos 2 \phi) / 4 + p_n \\ L_b^v &= (EJ)_b w_{,xxxx} / \sin \phi_0 - \frac{1}{2} B_e N_{x\phi,x} \\ &\quad + N_\phi \cos \phi_0 - V_\phi \sin \phi_0 \end{aligned}$$

(20) 式に Galerkin 法を適用するとき、円筒シェルの方線方向の釣合式と水平梁の釣合式とは連成する。以上の手続きを用いて、円筒シェルと水平梁の連成系へ Galerkin 法を適用して解析するための基礎式を得る。

未知係数と条件式を確認する。未知係数は w_{km} が $N_k \times N_m$ 個、および (19) 式の A_k, B_k がそれぞれ N_k 個、 u_{bk} が N_k 個の計 $N_k \times (N_m + 3)$ 個である。条件式は (20) 式に Galerkin 法を適用して得られる $N_k \times N_m$ 個、および (19-1, 2, 3) 式をそれぞれ Fourier 級数展開して得られる $3N_k$ 個であり、未知係数と一致する。

4. 鉛直方向に支持された梁を持つ鉄筋コンクリート造 円筒シェル屋根の終局耐力

裾梁の下が鉛直方向に支持され屋根に鉛直方向の分布外力を受ける円筒シェル屋根の3つの崩壊形を考える。母線中央断面の鉄筋が降伏する曲げ型の崩壊形、円筒シェルと妻壁の接合部、および裾梁（水平梁）が剪断力によって破壊する崩壊形、および円筒シェルの隅点から45度方向でシェル中央母線に向かう線分、および裾梁（水平梁）が剪断力によって破壊する崩壊形である。これらは水平梁の剛性や配筋量の異なる9個の供試体の実験から得られた知見である^{17), 19)}。ここでは妻壁は推力による水平力に対して十分な耐力を有するものとする。

4.1 母線を二等分する断面上の鉛直軸周りの曲げモーメントによる降伏

鉛直方向に支持された円筒シェルの母線二等分線においてシェル屋根を切断して考える。屋根、および外力はこの切断線に関して対称であるから、シェルの母線方向膜力 N_x 、裾梁の軸力、および底の軸力の切断面での合力はゼロに成っている。引張りコンクリートに亀裂が入った鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根を考えると、円筒シェル中央部が圧縮力を負担し、裾梁および底の主筋、円筒シェルの裾梁に近い位置に配筋された母線方向鉄筋が引張力を負担している。円筒シェル頂部母線の一方に作用している鉛直軸周りのモーメントに対する円筒

シェル屋根の曲げ耐力 M_{uz} はこれら引張鉄筋が降伏する時に負担する張力が鉛直軸周りにつくるモーメントとして定義される。円筒シェルの母線方向の中立軸位置を $\phi_n (= \phi_0/2)$ とし、裾梁、および底の鉄筋量、および円筒シェル頂部母線と鉄筋の重心の水平面への射影面での距離をそれぞれ A_b, C_b , および A_e, C_e とすると、この曲げ耐力 M_{uz} は次式のように表される。

$$M_{uz} = r^2 p_x \sigma_{syx} |\cos \phi_n - \cos \phi_0 - (\phi_0 - \phi_n)| \\ + A_b \sigma_{sy} c_b + A_e \sigma_{sy} c_e \dots \dots \dots (21)$$

ここに、 p_x ：円筒シェルの母線方向の鉄筋比、 σ_{syx} ：母線方向鉄筋の降伏強度。

圧縮応力の中心は円筒シェル頂部にあるものと考えられる。椀梁、および底の各鉄筋の断面積をそれぞれ a_{bi} , a_{ei} とし、水平射影面での圧縮応力中心からこれら鉄筋までの距離を c_{bi} , c_{ei} とすると、 A_b , C_b , および A_e , C_e は次式のように表される。

$$\begin{aligned} c_b &= \sum_i a_{bi} c_{bi} / \left(\sum_i a_{bi} \right), & A_b &= \sum_i a_{bi}, \\ c_e &= \sum a_{ei} c_{ei} / \left(\sum a_{ei} \right), & A_e &= \sum a_{ei} \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

この曲げ耐力 M_{uz} が直交異方性の円筒シェル屋根の解析から得られる合応力 M_z との間に次の関係が成立する。

$$M_{uz} \geq M_z \dots \dots \dots (23)$$

この曲げモーメントに起因する終局耐力は上式において等号が成立するとして得られる。

4.2 円筒シェルと妻壁との接合部でのせん断力による降伏

円筒シェルコンクリートに妻壁と θ_c の角度を成して円筒シェル頂部に向かう亀裂が多数入っているものと仮定する。円筒シェルの母線方向鉄筋と、妻壁と角度 θ_a に配筋された鉄筋(斜め筋)が引張力を負担し、コンクリートは亀裂方向に圧縮力を受けるトラスとしての応力を考える (Fig. 2)。座標 ϕ の増分 $d\phi$ 部分において、円筒シェルの母線方向鉄筋の引張合力を dT_x 、斜め筋の引張合力を dT_a 、コンクリートストラッドの圧縮合力を dC_r 、円筒シェル端部の剪断力を dQ_{ues} とすると、水平面の釣合いは近似的に次式のように表される。

Fig.2 Equilibrium of Stresses at the Shell End

$$\sum X=0: dT_x + dT_d \sin \theta_d - dC_r \sin \theta_c = 0 \quad (24-1)$$

$$\sum Y_\phi=0: dQ_{ues} - dT_d \cos \theta_d - dC_r \cos \theta_c = 0 \quad (24-2)$$

ここに、 $dT_x = p_x h \sigma_{syx} r d\phi$ 、 $dT_d = p_d h \sigma_{syd} \sin \theta_d r d\phi$ 、 p_d ：円筒シェルの斜め筋の鉄筋比、 σ_{syd} ：斜め筋の降伏強度。

斜め筋は円筒シェル母線端部における ϕ の区間 $[\phi_0 - \Delta\phi_d, \phi_0]$ に配筋されているものとする。このとき、斜め筋の全断面積は $p_d h r \Delta\phi_d \sin \theta_d$ と表される。円筒シェル頂部母線の片方のシェル端部が負担する母線と直交する方向の剪断力の水平方向成分 H_{ues} は次式のように表される。

$$H_{ues} = \int_0^{\phi_0} \frac{dQ_{ues}}{d\phi} \cos \phi_0 r d\phi \quad (25)$$

これを算定して円筒シェルの母線中央の一方のシェルが負担できる水平耐力 H_{ues} として、次式を得る。

$$H_{ues} = p_x h \sigma_{syx} r \frac{\sin \phi_0}{\tan \theta_c} + p_d h \sigma_{syd} r \sin \theta_d \cdot \left(\cos \theta_d + \frac{\sin \phi_d}{\tan \theta_c} \right) 2 \cos \left(\phi_0 - \frac{\Delta\theta_d}{2} \right) \sin \frac{\Delta\theta_d}{2} \quad (26)$$

角度 θ_d 、 θ_c を近似的に $\pi/4$ として上式を評価し、次式を得る。

$$H_{ues} \approx T_{ux} \frac{\sin \phi_0}{\phi_0} + T_{ud} \frac{2\sqrt{2}}{\Delta\theta_d} \sin \frac{\Delta\theta_d}{2} \cos \left(\phi_0 - \frac{\Delta\theta_d}{2} \right) \quad (27)$$

ここに、 $T_{ux} = p_x h \sigma_{syx} r \phi_0$ 、 $T_{ud} = p_d h \sigma_{syd} r \Delta\theta_d / \sqrt{2}$ (26)、(27) 式として表現される水平力のうち、第1項および第2項はそれぞれ円筒シェルの母線方向鉄筋、および隅角部の斜め筋の効果を表す。

4.3 円筒シェルの隅角部の斜張力による降伏

隅角部から妻壁と角度 θ_c をなす方向にコンクリートの亀裂が入っているとして、この亀裂線にある鉄筋の応

Fig.3 Equilibrium of Stresses at Diagonal Line from the Corner

力の母線と直交する方向の水平方向力を算定する (Fig.3)。

$$\sum Y_\phi=0: dQ_{uds} - dT_\phi - dT_d \cos \theta_d = 0 \quad (28)$$

ここに、 $dT_\phi = p_\phi h \sigma_{sy\phi} r \tan \theta_c d\phi$ 、 $dT_d = p_d h \sigma_{syd} r \cos \left(\theta_d + \theta_c - \frac{\pi}{2} \right) d\phi / \cos \theta_c$ 、 $dH_{uds} = dQ_{uds} \cos \phi$ 、 p_ϕ ：円筒シェルの円弧方向の鉄筋比、 $\sigma_{sy\phi}$ ：円弧方向鉄筋の降伏強度。

T_ϕ は区間 $[0, \phi_0]$ の鉄筋が負担する応力、斜め筋の配筋位置を考慮して、 H_{uds} を得る。

$$H_{uds} = p_\phi h \sigma_{sy\phi} r \sin \phi_0 + p_d h \sigma_{syd} r \cos \theta_d \cdot \frac{\sin(\theta_d + \theta_c)}{\cos \theta_c} 2 \cos \left(\phi_0 - \frac{\Delta\theta_d}{4} \right) \sin \frac{\Delta\theta_d}{4} \quad (29)$$

角度 θ_d 、 θ_c を $\pi/4$ として、上式を評価して次式を得る。

$$H_{uds} \approx T_{u\phi} + T_{ud} \frac{2\sqrt{2}}{\Delta\theta_d} \sin \frac{\Delta\theta_d}{4} \cos \left(\phi_0 - \frac{\Delta\theta_d}{4} \right) \quad (30)$$

ここに、 $T_{u\phi} = p_\phi h \sigma_{sy\phi} r \sin \phi_0$

(29)、(30) 式の第1項、第2項はそれぞれ円筒シェル円弧方向鉄筋、および斜め筋が負担する水平力である。

4.4 裾梁および底の剪断破壊時の耐力

水平力を受ける裾梁、および底の剪断破壊時の剪断応力度を「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説」^[21] に基づいて算定する。

$$\tau_u = k_u k_p (180 + \sigma_B) \frac{0.12}{M/Qd + 0.12} + 2.7 \sqrt{p_w \cdot s_{sy}} \quad (31)$$

ここに、 σ_B ：コンクリート圧縮強度。

この終局剪断強度は国内外で報告された約1200個の梁の実験から得られた平均的な終局剪断強度であるという。不合格率5%の上限値は(31)式の算定値の2.1倍の値を取ると算定されている。裾梁、および底の剪断耐力は次の仮定のもとで算定する。

1. シェル中央母線の一方の屋根を水平に置かれたスパン L 、梁せい $r \sin \phi_0$ の梁として(31)式の補正係数 k_u 、 k_p を定める。引張鉄筋の断面積は裾梁と水平梁の主筋の断面積とする。
2. この屋根の弾性解析から得られる合応力に基づいて、上記の換算梁の M/Qd を定める。
3. 剪断補強筋比 p_w は水平梁のみで算定する。
4. 得られたコンクリートの破壊時の剪断応力度に水平梁のコンクリートの断面積を乗じた次式に基づいてこの梁の剪断耐力を算定する。

$$Q_{ue0} = \tau_u h_e B_e \quad (32)$$

ここでは、裾梁と水平梁をひとつの梁に置換して評価したが、両者のせいが異なり別個に耐力を評価する方が適切であると判断される時はそれらの和をとるものとする。

る。

4.5 鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の終局耐力評価

1. 母線中央断面の鉄筋が降伏する曲げ型の崩壊形

この崩壊形ではシェルの N_x および水平梁の断面力がつくる鉛直軸まわりの曲げモーメントを円筒シェル屋根が負担できる荷重の限界値として、4.1に示した方法を用いてこの終局耐力は評価できる。算定される終局耐力を W_{ub} と表す。

2. 円筒シェルと妻壁の接合部、および水平梁が剪断力によって破壊する終局耐力評価

この終局耐力は、弾性解析から算定される円筒シェル母線端部における母線と垂直な方向の水平力 H_{es} と水平梁の水平方向剪断力 Q_{eb} との和で表される水平力 H_{eg} (円筒シェル屋根中央母線の一方で定義される) が4.2で示した同一の位置における終局時の水平力 H_{ues} 、および梁の終局時の剪断力 Q_{ueb} ((32) 式) の和に等しいとして評価される。すなわち、次式において等式が成立する荷重の限界値として終局耐力は求められる。

$$H_{eg} = H_{es} + Q_{eb} \leq H_{ues} + Q_{ueb} \quad \cdots \cdots (33)$$

ここに、

$$H_{es} = \int_0^{\phi_0} |N_{x\phi}(L/2, \phi) \cos \phi + V_x(L/2, \phi) \sin \phi| r d\phi \quad \cdots \cdots (34-1)$$

$$Q_{eb} = -(EJ)_b v_{b,xxx}(L/2) \quad \cdots \cdots (34-2)$$

(33) 式を用いて算定される終局耐力を W_{ue} と表す。

4.6 円筒シェルの隅点から45度方向の斜張力、および水平梁が剪断力によって破壊する終局耐力評価

この終局耐力は、弾性解析から算定される円筒シェルの隅角部から45度方向の断面に作用する水平力 H_{eds} と水平梁の水平方向剪断力 Q_{eb} との和 H_{dg} が同一位置における4.3に示した水平耐力 H_{uds} 、および梁の終局時の剪断力 Q_{ueb} の和に等しいとして評価される。次式において等式が成立する荷重の限界値として終局耐力は求められる。

$$H_{dg} = H_{eds} + Q_{eb} \leq H_{uds} + Q_{ueb} \quad \cdots \cdots (35)$$

ここに、

$$H_{eds} = \int_0^{\phi_0} N_{x\phi}(L/2 - r(\sin \phi_0 - \sin \phi), \phi) \cdot \cos \phi r d\phi \quad \cdots \cdots (36)$$

(35) 式を用いて算定される終局耐力を W_{ud} と表す。

5. 鉛直方向に支持された水平梁を有する直交異方性円筒シェル屋根の数値解析

水平梁の剛性が異なるふたつの円筒シェル屋根モデルを用いて、解の収束性の検討、直交異方性の円筒シェルの剛性が変化したときの応力の変化を検討する。ここで採用するふたつの円筒シェル屋根モデルM3, M5の寸法^{17), 20)}をTable 1に示す。モデルM3は水平剛性の大きな水平梁を持ち、M5は剛性の小さな裾梁を有する。

Table 1 Cylindrical Shell Roof Models

Roof Specimen	Radius r cm	Angle ϕ_0 radian	Length L cm	Thick h cm	Height B_e cm	Thick h_e cm
M3	127.4	$\pi/6$	200	1.70	27.0	3.2
M5	127.4	$\pi/6$	200	1.90	4.0	6.7
M8	127.4	$\pi/6$	200	1.72	4.0	8.2

5.1 直交異方性円筒シェル屋根の解の収束性

ふたつの円筒シェル屋根モデルM3およびM5を用いて、解の収束性を検討する。 N_k と N_m は独立に数を選ぶことができる。ここでは、 $N_m = N_k + 1$ とし、 N_k ($N_k = 1, \dots, 13$) をパラメータとし、 $p_g = 3.925 \text{ t/m}^2$, $E_x = 205 \text{ t/cm}^2$, $E_\phi = E_b = 210 \text{ t/cm}^2$ (E_b : 水平梁のヤング係数) の屋根を解析して収束性を検討する。鉄筋の剛性は後述するひとつの例外を除いて無視し、コンクリートの剛性のみを用いた。例外は断面の小さなM5の梁の軸剛性として鉄筋の剛性を考慮した点にある。M5の裾梁の鉄筋量 A_b はTable 4に示されている。

モデルM3, およびM5の屋根中央点の鉛直方向変位 W_c と母線方向のFourier級数展開の項数 N_k との関係をFig. 4にそれぞれ記号○, および□を付けて示す。両方のモデルにおいて、 $N_k = 2$ のもとで得られる変位は収束した値との差が5%以内である。鉛直方向変位 W_c 、母線の二等分線における水平梁間の距離の変化 D_h 、円筒シェル頂部母線の一方における N_x および水平梁の断面力がつくる鉛直軸周りの曲げモーメント M_z 、水平梁の端部剪断力 Q_{eb} 、円筒シェル頂部母線の一方における円筒屋根端部の水平力 H_{eg} 、および隅点から45度方向断面の水平力 H_{dg} をTable 2に示す。Table 2-1はモデルM3, Table 2-2はモデルM5に対応する。

5.2 円筒シェルのヤング係数の変化に伴う変位および応力の変化

水平梁のヤング係数、および円筒シェルのヤング係数を一定として得られるモデルM3, M5の母線二等分線

Fig. 4 Convergence of Center Deflections of Roof

Table 2-1. Convergence of Deflections & Stress Resultants (M3)

Nk	Nm	Wc (mm)	Dh (mm)	Mz (tcm)	Qeb (t)	Heg (t)	Hdg (t)
1	2	2.28	1.28	272.6	1.32	4.28	4.01
2	3	1.77	1.33	264.1	1.60	4.73	4.36
3	4	1.82	1.36	268.1	1.73	4.90	4.49
4	5	1.76	1.37	269.5	1.81	4.97	4.56
5	6	1.76	1.38	270.9	1.87	5.00	4.62
6	7	1.74	1.39	271.8	1.91	5.01	4.66
7	8	1.73	1.40	272.6	1.95	5.02	4.70
8	9	1.72	1.41	273.1	1.99	5.03	4.73
9	10	1.71	1.41	273.6	2.02	5.03	4.76
10	11	1.71	1.41	274.0	2.05	5.03	4.78
11	12	1.70	1.42	274.3	2.07	5.04	4.80
12	13	1.70	1.42	274.5	2.10	5.04	4.82
13	14	1.70	1.42	274.3	2.12	5.03	4.85

Fig. 5-1. Stress Resultants N_x , N_ϕ Distribution of Model Roofs

上の N_x , N_ϕ , 母線端部における $N_{x\phi}$ をそれぞれ Fig. 5-1, 5-2 (たて軸の単位を ton/cm に訂正する) に示す。水平梁の小さな M5 の N_x は母線二等分線上において, M3 の 2 倍程度の値を示す。また, M5 の母線方向の中立軸 ($N_x=0$) は $\phi=21$ 度近傍にあり, 水平梁に近い部分のシェルもスラストに起因する鉛直軸まわりの曲げモーメントの引張力を負担する。母線端部における $N_{x\phi}$ は $\phi=23$ 度近傍において M5 の方が M3 より 70% 程度大きな値をとる。すなわち, 水平梁の剛性が小さな円筒シェル屋根モデル M5 において剛性の大きな M3 より大きな面内力 N_x , $N_{x\phi}$ が発生する。一方, 円筒シェル屋根端部における水平力のうち水平梁が負担する割合は, M3 および M5 においてそれぞれ約 40% および 5% であることが Table 2 から判る。

ヤング係数 E_ϕ , E_θ を一定とし, 母線方向のヤング係数 E_x と E_ϕ との比 E_x/E_ϕ を 0.28 から 1.38 と変化させたときの屋根の中央点鉛直方向変位 W_c , 水平梁間の水

Table 2-2. Convergence of Deflections & Stress Resultants (M5)

Nk	Nm	Wc (mm)	Dh (mm)	Mz (tcm)	Qeb (t)	Heg (t)	Hdg (t)
1	2	4.49	2.75	284.3	0.14	4.46	4.01
2	3	3.89	2.91	277.8	0.17	4.97	4.31
3	4	3.99	3.01	285.0	0.19	5.19	4.43
4	5	3.98	3.07	288.7	0.20	5.29	4.51
5	6	3.99	3.11	291.6	0.21	5.34	4.57
6	7	4.00	3.14	293.7	0.22	5.37	4.61
7	8	4.00	3.17	295.2	0.23	5.39	4.65
8	9	4.00	3.18	296.4	0.24	5.40	4.68
9	10	4.01	3.20	297.3	0.25	5.41	4.71
10	11	4.01	3.21	298.1	0.26	5.42	4.73
11	12	4.01	3.22	298.7	0.27	5.43	4.75
12	13	4.01	3.23	299.3	0.28	5.43	4.77
13	14	4.02	3.24	299.7	0.30	5.43	4.81

Fig. 5-2. Stress Resultant $N_{x\phi}$ Distribution of Model Roofs

平方方向変位 D_h , および端部の合応力の変化を検討する。 $p_g=3.925 \text{ t/m}^2$, $N_k=9$, $N_m=10$ とした。円筒シェル屋根モデル M3 の W_c とヤング係数比の関係を Fig. 6-1 に記号○を付けて示す。同じモデル M3 の曲げモーメント M_z , 端部水平力 $H_{e\theta}$ とヤング係数比の関係を Fig. 6-2 にそれぞれ記号●, ■を付けて示す。モデル M5 に対する同様な関係を Fig. 7-1, および Fig. 7-2 に同一の記号を付けて示す。ヤング係数の比の影響が大きな M5 において $E_x/E_\phi=0.336$ の時, シェル中央点変位は等方性の時の 2.27 倍に増加するものの, 屋根母線中央の曲げモーメント M_z , および屋根の端部の水平力 $H_{e\theta}$ はそれぞれ等方性のそれぞれの 0.92 倍, および 0.95 倍の値をとる。M3 はここに示したヤング係数比の変化に対して, 曲げモーメント M_z , および水平力 $H_{e\theta}$, はそれぞれ等方性のそれぞれの 0.97 倍, および 0.99 倍の値をとる。これらの量その他, M3 および M5 における水平梁の変位 D_h , 水平力 $H_{e\theta}$ と H_{dg} , 円筒屋根端部の水平力

Fig. 6-1 Center Deflection vs Young Modulus Ratio (M3)

Fig. 6-2 Stress Resultant vs Young Modulus Ratio (M3)

Fig. 7-1 Center Deflection vs Young Modulus Ratio (M5)

Fig. 7-2 Stress Resultants vs Young Modulus Ratio (M5)

H_{es} を構成する 3つの成分 H_{es} (円筒シェルの負担する (34-1) 式で表現される水平力), ΔH_{es} (円筒シェルの換算剪断力の水平成分: (34-1) 式の第 2 項), 梁の端部剪断力 Q_{eb} とヤング係数の比との関係を Table 3-1, および Table 3-2 に示す。変位, 合応力の項の小カッコ内の値は等方性とみなす ($E_x/E_\phi = 0.98$) の値との比である。水平梁の剛性が大きい M3 モデルは剛性の小さい M5 より変位, 応力とも変化が小さい。 ΔH_{es} は水平力 H_{es} の 1.5 % 程度の量である。このヤング係数比が小さ

くなると母線方向に伝達される応力は小さくなり曲げモーメント M_z , および水平力 H_{es} , H_{dg} はいずれも小さくなる。しかしながら, このヤング係数比が 0.3 となってもこれらの合応力の変化は, この比の影響が大きな M5 においても, 10 % 以内と判断される。すなわち, ここで扱う円筒シェル屋根において, 円筒シェルの母線方向, 円弧方向のヤング係数が変化しても屋根の合応力に及ぼす影響は小さい。

また, Table 3-1, および Table 3-2 に示されたモデ

Table 3-1 Deflections & Stress Resultants influenced by Young Modulus Ratio of Shell (M3)

$E_x(E_x/E_\phi)$ t/cm ²	E_ϕ t/cm ²	W_c mm	D_h mm	M_z t·cm	H_{es} ton	ΔH_{es} ton	Q_{eb} ton	H_{eg} ton	H_{dg} ton
58(0.28)	210	2.79(1.63)	2.07(1.47)	265(0.97)	2.84	-0.03	2.16	4.98(0.99)	4.69(0.99)
79(0.38)	210	2.56(1.49)	1.93(1.37)	267(0.97)	2.89	-0.03	2.13	4.99(0.99)	4.71(0.99)
100(0.48)	210	2.36(1.38)	1.81(1.28)	268(0.98)	2.92	-0.03	2.11	5.00(0.99)	4.72(0.99)
121(0.58)	210	2.20(1.28)	1.71(1.21)	270(0.99)	2.95	-0.03	2.08	5.01(1.00)	4.73(0.99)
142(0.68)	210	2.05(1.20)	1.62(1.15)	271(0.99)	2.98	-0.03	2.06	5.02(1.00)	4.74(1.00)
163(0.78)	210	1.93(1.12)	1.54(1.09)	272(0.99)	3.01	-0.03	2.05	5.02(1.00)	4.75(1.00)
184(0.88)	210	1.81(1.06)	1.47(1.04)	273(1.00)	3.03	-0.03	2.03	5.03(1.00)	4.75(1.00)
205(0.98)	210	1.71(1)	1.41(1)	274(1)	3.04	-0.03	2.02	5.03(1)	4.76(1)
226(1.08)	210	1.62(0.95)	1.35(0.96)	274(1.00)	3.06	-0.03	2.01	5.03(1.00)	4.76(1.00)
247(1.18)	210	1.54(0.90)	1.30(0.92)	275(1.00)	3.07	-0.03	1.99	5.04(1.00)	4.76(1.00)
268(1.28)	210	1.47(0.86)	1.25(0.89)	275(1.01)	3.08	-0.03	1.99	5.04(1.00)	4.76(1.00)
289(1.38)	210	1.40(0.82)	1.21(0.86)	276(1.01)	3.09	-0.03	1.98	5.04(1.00)	4.77(1.00)

Table 3-2 Deflections & Stress Resultants influenced by Young Modulus Ratio of Shell (M5)

$E_x(E_x/E_\phi)$ t/cm ²	E_ϕ t/cm ²	W_c mm	D_h mm	M_z t·cm	H_{es} ton	ΔH_{es} ton	Q_{eb} ton	H_{eg} ton	H_{dg} ton
58(0.28)	210	10.41(2.60)	7.51(2.35)	265(0.89)	4.84	-0.06	0.26	5.04(0.93)	4.28(0.91)
79(0.38)	210	8.41(2.10)	6.17(1.93)	276(0.93)	4.98	-0.06	0.25	5.17(0.96)	4.42(0.94)
100(0.48)	210	7.09(1.77)	5.27(1.65)	283(0.95)	5.07	-0.06	0.25	5.26(0.97)	4.51(0.96)
121(0.58)	210	6.13(1.53)	4.63(1.45)	287(0.97)	5.13	-0.06	0.25	5.31(0.98)	4.58(0.97)
142(0.68)	210	5.41(1.35)	4.15(1.30)	291(0.98)	5.17	-0.06	0.25	5.35(0.99)	4.62(0.98)
163(0.78)	210	4.85(1.21)	3.77(1.18)	294(0.99)	5.19	-0.06	0.25	5.38(0.99)	4.66(0.99)
184(0.88)	210	4.39(1.09)	3.46(1.08)	296(0.99)	5.21	-0.07	0.25	5.40(1.00)	4.68(1.00)
205(0.98)	210	4.01(1)	3.20(1)	297(1)	5.23	-0.07	0.25	5.41(1)	4.71(1)
226(1.08)	210	3.69(0.92)	2.98(0.93)	299(1.00)	5.24	-0.07	0.25	5.42(1.00)	4.72(1.00)
247(1.18)	210	3.42(0.85)	2.80(0.87)	300(1.01)	5.25	-0.07	0.25	5.43(1.00)	4.73(1.01)
268(1.28)	210	3.18(0.79)	2.64(0.82)	301(1.01)	5.26	-0.07	0.25	5.43(1.00)	4.75(1.01)
289(1.38)	210	2.97(0.74)	2.49(0.78)	302(1.01)	5.26	-0.07	0.25	5.44(1.00)	4.75(1.01)

ルM3, M5の変位, 合応力を比較して, 次のことが言える。剛性の大きな水平梁を持つM3は屋根中央点変位, および水平変位から判断するとM5の2倍以上の剛性を有する。曲げモーメント M_z , 母線端部の水平力 H_{es} の値を比較すると, M3の方が小さな値を示す。しかしながら, これらM3の M_z , H_{es} の値は梁の小さなM5の対応する合応力のそれぞれ0.98倍, 0.93倍であり, これら合応力の相違は屋根の剛性や円筒シェルの膜応力の大きさと比較して小さいと判断される。

6. 鉛直方向に支持された水平梁を有する鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の終局耐力

水平梁を有する鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根に外力が作用し, シェルに亀裂が発生し, 母線方向と円弧方向の剛性比が変化しても, 水平梁のコンクリートに亀裂が発生し剛性が低下しても, シェル屋根の合応力の変化は大きくないことが5.2の検討から予測される。ここでは, 解析から算定されるシェル屋根の合応力とその合応力を算定した部分の鉄筋コンクリート造断面が有する耐力を等値して得られる終局耐力を数値解析する。モデルは実験結果が報告されている3つの供試体(M3, M5, M8^{17), 19)})を採用する。これらの特徴を示す。供試体M3は剛性の大きな水平梁を有する。供試体M5, M8はほぼ同じ寸法の剛性の小さな裾梁を有している。供試体M5は円筒シェルの隅角部に斜め筋を配し, M8はシェルの母線方向鉄筋量を増して, シェル屋根母線端部のコ

Table 5 τ_u (Concrete Shearing Strength) of Horizontal Beam

Roof Model	k_u	k_p	F_c kg/cm ²	M/Qd	p_t %	p_w %	σ_{sy} t/cm ²	τ_u kg/cm ²
M3	0.72	0.78	388	0.60	0.58	0.32	2.0	59.8
M5	0.72	0.81	428	0.80	0.86	0.00	2.0	46.1
M8	0.72	0.81	398	0.80	0.89	0.00	2.0	44.0

ンクリートの剪断耐力を確保したモデルである。梁の引張鉄筋量はほぼ同じである。これら3供試体のコンクリートの圧縮強度 F_c , 円筒シェルの x, ϕ 方向の鉄筋比 p_x, p_ϕ , これら方向鉄筋の降伏強度 $\sigma_{sx}, \sigma_{s\phi}$, 水平梁の配筋量 (裾梁部 A_b : 底部分 A_e), この鉄筋の降伏強度 σ_{sy} 等を Table 4 に示す。

6.1 水平梁コンクリートの終局剪断強度

円筒シェルの寸法は Table 1 の値を用いると, (31) 式から水平梁のコンクリートの終局剪断強度 τ_u は Table 5 のように算定される。「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説」²¹⁾ に示されたコンクリートの終局剪断強度の実験値と算定式を示す図を観察すると, 分布荷重の供試体の剪断強度は平均値より高い傾向を示している。ここで対象としている屋根の水平梁に作用する水平力は分布荷重の形式をとるので, Table 5 の値 τ_u は実際の屋根の水平梁のコンクリートの剪断耐力の下限値を示すものと予測される。

6.2 鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の耐力と崩壊形状

鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の3つの崩壊形に

対応する終局耐力, 終局耐力評価方法を4.5に示した。円筒シェルのヤング係数を $E_x=205$ t/cm², $E_\phi=210$ t/cm² として, 得られた合応力に基づいて, 耐力評価に用いる合応力を算定する。

5.2の検討から鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の母線方向と

Table 4 Material Properties of the Shell Roof Models

Roof Specimen	Concrete Strength F_c t/cm ²	Steel Ratio p_t %	Steel Yield σ_{yx} t/cm ²	Steel Ratio p_ϕ %	Steel Yield $\sigma_{y\phi}$ t/cm ²	Steel Ratio p_d %	Steel Yield σ_{yd} t/cm ²	angle $\Delta\phi_d$ Radi.	Steel Sec. A_e cm ²	Steel Yield σ_y t/cm ²	Steel Sec. A_b cm ²
M3	0.388	0.474	1.60	0.355	1.60	0			0.283	3.87	0.848
M5	0.428	0.318	3.10	1.260	2.70	1.211	2.70	0.43	0	3.26	1.272
M8	0.398	0.870	2.10	1.391	2.10	0			0	3.50	1.272

A_e : Steel Sectional Area of Eaves, A_b : Steel Sectional Area of Edge Beam, Both have Yield Strength σ_y .

円弧方向のヤング係数比の変化は合応力の変化へ及ぼす影響は小さいことが示されたので、弾性時の応力を用いる。亀裂が発生した後の実際の応力は E_x/E_0 が小さくなり、母線方向に伝達される応力が弾性時より小さくなる応力となるものと予測されるので、弾性時の応力に基づいて、耐力を評価すると耐力をいくぶん小さく評価するものと思われる。

得られた合応力を利用して算定される鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の3つの崩壊形に対応する終局耐力、最小の耐力と実験値の最大耐力との比を Table 6 に示す。3つの崩壊形に対応する耐力のうち最小値を与える終局耐力はM3、およびM5は W_{ub} (母線中央線の曲げモーメントによる破壊)、M8は W_{ue} (円筒シェル母線端部における剪断破壊) である。

6.3 理論解析から得られる剛性および耐力と実験の荷重変位曲線との比較

理論から得られる等方性弾性の剛性と 6.2 で得られる耐力の最小値を用いて、完全弾塑性のバイリニア曲線として定められる全荷重-円筒シェル中央点変位曲線と実験から得られた対応する曲線を示す。円筒シェル屋根供試体M3, M5, M8に対応する全荷重-円筒シェル中央点変位曲線をそれぞれ Fig. 8, 9, 10 に示す。実験値は記号○の付いた破線、ここで得られた理論値は実線を用いて表されている。弾性時の剛性は水平梁の剛性が大きなM3, および梁の剛性が小さなM5, M8の実験時の剛性と良く符号する。曲げ崩壊型と判定されるM3およびM5は実験時において最大荷重以降も靱性のある荷重変位挙動を示している。理論解析された耐力は厳密に定義すれば曲げモーメントに対する降伏耐力であり、M3およびM5の供試体の実験の最大耐力のそれぞれ93%, および77%耐力となる。

一方、M8は円筒シェル端部の剪断力で破壊したと判定され、実験時の最大耐力はシェル端部のコンクリートが剪断破壊する直前に観測された耐力である。この剪断破壊後の円筒シェル屋根は脆性的な荷重変位挙動 (Fig. 10) を示した。理論解析されたM8の耐力は実験の最大耐力の71%耐力を示している。このとき、(33)式に示された終局水平耐力のうちコンクリート終局剪断強度が関係する Q_{ueb} は1.4t, 円筒シェル端部のトラス効果 H_{ues} は2.0tである。6.1に示したようにコンクリートの終局剪断強度は低めの値であることを考慮すれば、理論解析された耐力はこの円筒シェル屋根の下限値であると考えられる。

7. まとめ

- 鉛直方向に支持された水平梁を有する直交異方性円筒シェル屋

Fig. 8 Total Load-Center Deflection Curves of Roof Model (M3)

Fig. 9 Total Load-Center Deflection Curves of Roof Model (M5)

Fig. 10 Total Load-Center Deflection Curves of Roof Model (M8)

Table 6 Yielding Strengths of Cylindrical Shell Roof Specimens

Roof Model	E_x t/cm ²	$E\phi$ t/cm ²	T_u kg/cm ²	W_c mm	W_{ub} ton	W_{uc} ton	W_{ud} ton	$\min W_u$ (Ratio) ton (W_u/W_{exp})	W_{exp} ton
M3	205	210	60	1.71	10.17	12.93	12.95	10.17(0.93)	10.93
M5	205	210	46	4.01	8.83	9.38	12.92	8.83(0.77)	11.44
M8	205	210	44	4.36	11.24	6.25	9.63	6.25(0.71)	8.84

根の解析方法を示し、鉛直方向外力のもとでの解析例を示した。

2. 円筒シェルの母線方向と円弧方向のヤング係数の比の変化がこの鉛直方向に支持された水平梁を有する円筒シェル屋根のいくつかの断面の合応力の変化に及ぼす影響はわずかである。

3. 鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根に亀裂が発生しても、円筒シェル屋根の崩壊断面位置の合応力の変化に及ぼす影響は小さいと判断されるので、弾性時の合応力に基づいて鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の3種類の崩壊形に対応する終局耐力を算定する方法を示した。

4. 実験結果が報告されている同一の円筒シェルを持ち水平梁の寸法や配筋量の異なる3つの鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根供試体に対して、弾性解析、および終局耐力を算定した。

5. 模型屋根の破壊実験から示される静的な荷重-変位挙動と比較し、実験時の弾性挙動、および終局耐力の下限値を正確に算定できることを示した。

参考文献

- 1) 加藤 渉, 榎並 昭, 本岡順二郎: シャーレン (曲板) 屋根の終局荷重設計法に関する実験的研究 (その3), 日本建築学会論文集, 第54号, pp. 333~336, 昭和29年
- 2) 加藤 渉, 倉田 博, 細谷隆二, 榎並 昭, 西村敏雄: シャーレン (曲板) 屋根の終局荷重設計法に関する実験的研究 (その4), 日本建築学会論文集, 第54号, pp. 329~332, 昭和29年
- 3) 坪井義勝, 青木 繁, 酒井 康, 川口 衛: 水平力を受ける円筒殻の実験的研究, 日本建築学会論文報告集, 第54号, pp. 345~348, 昭和29年
- 4) 横尾義貴ほか訳: 円筒シャーレの設計, 丸善, 昭和30年
- 5) 内藤多仲, 谷資 信: 並列円筒殻の実大試験, 日本建築学会関東支部第17回研究発表会 (1955)
- 6) 加藤 渉, 榎並 昭, 本岡順二郎ほか: シャーレン屋根の崩壊機構に関する研究 (その4), 日本建築学会関東支部第19-20回研究発表会, 1956

- 7) 岡本 剛: 異方性円筒シャーレの近似解法, 日本建築学会関東支部第23回研究発表会, pp. 57~64, 1958
- 8) 日置興一郎: 円筒曲版の梁理論による実用計算について, 日本建築学会論文報告集, 第58号, pp. 57~62, 第59号, pp. 82~93, 昭和33年
- 9) 本岡順二郎: 円筒長形曲板の破壊機構に関する実験的研究, 日本建築学会論文報告集, 第69号, pp. 377~380, 昭和36年10月
- 10) Timoshenko and Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells, McGRAW-Hill, 1959
- 11) W. Flügge: Stresses in Shells, Springer-Verlag, 1960
- 12) 加藤 渉, 西村敏雄: 曲板構造の設計, 彰国社, 昭和38年
- 13) 田中弥寿雄: 連続円筒殻の応力解析, 日本建築学会論文報告集, 第108号, pp. 15~20, 昭和40年
- 14) Gioncu: Thin Reinforced Concrete Shells, JOHN WILEY & SONS, 1979
- 15) D. Darwin and D.A. Pecknold: Nonlinear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete, Proc. ASCE, Vol. 103, EM2, pp. 229~241, 1977
- 16) 原 道也, 真下和彦, 森崎 進: 対称および非対称荷重をうける放物筒形シェルに関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 2988~2989, 昭和59年10月
- 17) 皆川洋一, 桑水流秀一郎: 鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の実験的研究, 日本建築学会中国・九州支部, 8-1, pp. 261~264, 平成2年3月
- 18) 皆川洋一: 水平梁を有する鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の降伏耐力, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造I, pp. 1687~1688, 1992年8月
- 19) 皆川洋一, 秦 秀樹, 洲上勝志: 鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根模型の載荷破壊実験の報告, 日本建築学会中国・九州支部, 9-1, pp. 473~476, 平成5年3月
- 20) 皆川洋一: 水平梁を有する鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の降伏耐力, 日本建築学会中国・九州支部, 9-1, pp. 477~480, 平成5年3月
- 21) 日本建築学会: 鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説, 1988年

(1993年2月10日原稿受理, 1993年5月27日採用決定)