強震動予測手法に関するベンチマークテスト：理論的手法の場合（その2）

BENCHMARK TESTS FOR STRONG GROUND MOTION PREDICTION METHODS: CASE FOR THEORETICAL METHODS (PART 2)

久田嘉章 — * 1 永野正行 — * 2
野津 厚 — * 3 宮腰 研 — * 4
中川太郎 — * 5 浅野公之 — * 6
松本俊明 — * 7

Yoshiaki HISADA — * 1 Masayuki NAGANO — * 2
Atsushi NOZU — * 3 Ken MIYAKOSHI — * 4
Taro NAKAGAWA — * 5 Kimiyuki ASANO — * 6
Toshiaki MATSUMOTO — * 7

キーワード：
強震動予測手法，ベンチマークテスト，理論的手法，波数積分法，離散化波数法，薄層法

Keywords:
Strong ground motion prediction, Benchmark test, Theoretical methods, Wave-number integration method, Discrete wave-number method, Thin layer method

Following the 2009 benchmark test, we conducted a subsequent test for the strong motion simulation methods in more complex media, using various theoretical methods (the wavenumber integration method, the discrete wavenumber method, and the thin layer method). All the results show generally good agreements, but the results for damping media show discrepancies, especially in the fling step at very close stations to a surface fault. This is because the frequency-dependent quality factors violate severely the causality condition in the waveforms, especially at lower frequencies.

1. はじめに

近年、強震動予測手法は入力地震動の策定などに応用されているが、同じ震源と計算地点を対象としても、用いた計算手法やモデルにより得られた結果には大きな差異が生じる場合がある。このため著者らは強震動研究の第一線で活躍する研究者・実務者の参加を募り、2009年度より3年計画で同じ条件下で様々な手法・計算コードの結果の相互比較を行い、その適用範囲やばらつきを検討するベンチマークテストを実施している。前報¹⁾の2009年度のステップ1・2に引き続き、本研究では理論的手法により得られた2010年度の成果を報告する。今回はより複雑な震源・地盤モデルを対象としており、結果の差異の検証を行う。なお本テストによる数値解析手法や統計的グリーン関数法に関しては文献^{2), 3)}を参照されたい。

2. 理論的手法による2010年度ベンチマークテスト

表1と表2にステップ3（点震源）とステップ4（面震源）の概要を示す。ステップ3は、地盤の減衰の有無や震源深さ（2 kmと0 km）を変えたT31からT33までの3種のモデルとし、観測点は震央距離が2 kmから100 kmの6点である。一方、ステップ4は横ずれ断層による地中断層を対象とした3種（T41～T43）と地表断層（T44）による合計4種のモデルとした。観測点の震央距離は-100 kmから+100 kmの計12点である。対象振動数はいずれも0-5 Hzである。地盤モデルは、ステップ1・2と同じ2層モデルに加え、工学的基盤を含む4層地盤も対象とした（T31・T32）。地盤減衰（Q値）は、ステップ1・2と同じ振動数fに比例するモデルである。

表1 ベンチマークテスト・ステップ3（縮切:2010/9/1）

モデル名	T31	T32	T33
地盤	4層地盤		2層地盤
減衰(Q値)	あり	なし	
点震源	深さ2 km		深さ0 km (地表)
振動数	0~5 Hz		
出力点	+002, +006, +010, +030, +050, +100 km (計6点)		

表2 ベンチマークテスト・ステップ4（縮切:2010/12/1）

モデル名	T41	T42	T43	T44
地盤	2 層地盤			
減衰(Q 値)	あり			なし
震源	横ずれ断層（上端深さ 2km）			横ずれ断層（上端深さ 0km）
破壊伝播	1km ² 間隔一定	1km ² 間隔ゆらぎ ⁷⁾	連続	
振動数	0～5 Hz			
出力点	±002, ±006, ±010, ±030, ±050, ±100 km（計 12 点）			
提出波形	1 波形	3 波形	1 波形	

表3 4層地盤の物性値（2層地盤モデルは3層目以深のみ使用）

地盤層	層厚 D(m)	P波速度 Vp(m/s)	S波速度 Vs(m/s)	密度 ρ(kg/m ³)	Q値*	
					Qs	Qp
1	200	1,600	400	2,000	20f	20f
2	400	2,600	1,000	2,400	30f	30f
3	1,000	4,000	2,000	2,600	40f	40f
4	∞	6,000	3,464	2,700	70f	70f

注*: fは振動数(Hz)

¹⁾ 工学院大学建築学部 教授
(〒163-8677 東京都新宿区西新宿1-24-2)
²⁾ 東京理科大学理工学部建築学科 教授
³⁾ 御港湾空港技術研究所
⁴⁾ 御地域地盤環境研究所
⁵⁾ ㈱フジタ
⁶⁾ 京都大学防災研究所
⁷⁾ 工学院大学大学院工学研究科建築学専攻

¹⁾ School of Architecture, Kogakuin Univ.
²⁾ Tokyo Univ. of Science
³⁾ The Port and Airport Research Institute
⁴⁾ Geo-Research Institute
⁵⁾ Fujita Corporation
⁶⁾ Disaster Prevention Research Institute, Kyoto Univ.
⁷⁾ Graduate School of Engineering, Kogakuin Univ.

ステップ3の震源モデルと観測点、および座標系を図1～図3に示す。震源は座標原点の直下に深さ2 km (図2、T31～T32) と、地表0 km (図3、T33) に位置し、モーメント・テンソル成分が M_{xy} のダブルカップル震源である。断層パラメータは、 $\text{strike}=0^\circ$ 、 $\text{dip}=90^\circ$ 、 $\text{rake}=0^\circ$ 、地震モーメントは $M_0=10^{18}\text{Nm}$ とした。モーメント・レート関数はガウス型分布関数⁴⁾を用いる。

$$\dot{M}(t) = M_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad \dots(1)$$

ここで、 t は時刻(s)、 σ は標準偏差、 μ はピーク時刻であり、ここでは、 $\sigma=0.2(\text{s})$ 、 $\mu=4\sigma=0.8(\text{s})$ とする。図1には、地震モーメントで基準化したモーメント・レート関数と1回積分したモーメント関数、およびモーメント・レート関数の振幅スペクトルを示す。

観測点は図2と図3に示すように、Y軸から反時計回りに角度 $36.87^\circ = \tan^{-1}(3/4)$ の軸上に震央距離が2, 6, 10, 30, 50, 100 kmの計6点とする。一例として、10 kmの点の座標値は(X, Y, Z)=(6, 8, 0) (km)であり、ここでは+010と表記する。提出する波形は0.01秒刻みで、図2に示すRadial, Transverse, UDの3成分とした。

同様に、ステップ4の震源モデルと観測点、および座標系を図4と図5に示す。図4はすべり関数とその振幅スペクトルであり、強震動予測レシビ⁵⁾による中村・宮武型関数⁶⁾を用いた。パラメータは、 $F_{\max}=6\text{ Hz}$ 、 $t_d \approx 0.05305\text{ s}$ 、 $t_r \approx 0.6667\text{ s}$ 、 $t_s=1.0\text{ s}$ 、 $V_m \approx 5.168\text{ m/s}$ である。図1のガウス型関数に比べてすべりの継続時間は1秒とほぼ同じであるが、すべり速度は短時間で最大値に達し、より多くの高振動数成分を含んでいる。

図5に示すように、断層震源モデルのパラメータは断層長さ8 km、断層幅4 km、 $\text{strike}=90^\circ$ 、 $\text{dip}=90^\circ$ 、 $\text{rake}=180^\circ$ 、すべり量=1 mである。破壊開始点は図5に示す位置とし、破壊伝播速度(V_r)を3 km/sとする。断層の深さは上端深さ2 kmの地中斷層であらT41～T43 (図5)と、上端深さ0 kmの地表斷層であるT44とした。断層面の積分に関して、T41、T42では小断層を1km²間隔とし、その中心に点震源を置くモデルとした。この場合、ほぼ等しい時間間隔による点震源の破壊により、人工的な卓越周期が生じる場合がある。このため、T42では文献⁷⁾による方法で破壊開始時間にゆらぎを導入した。すなわち、小断層 ij の破壊開始時間 t_{ij} を、

$$t_{ij} = \frac{\eta_{ij}}{V_r} + \varepsilon_{ij}, \quad (w/2V_r > \varepsilon_{ij} > -w/2V_r) \quad \dots(2)$$

とする。ここで、 η_{ij} は震源から小断層中心点までの距離、 V_r は破壊伝播速度、 w は小断層の幅である。 ε_{ij} はランダム数であり、3セット発生させることとする。一方、T43、T44では連続な破壊伝播とし、断層面上の積分点をできるだけ密に置くこととした。

観測点は破壊伝播の影響を考慮するため、波形伝播の前方側(+)と後方側(-)に-100 kmから+100 kmまで計12点とし、提出波形の3成分はNS、EW、UDとした(表3)。

3. ベンチマークテストの参加者と用いた手法

2009年度と同様に本ベンチマークテストの参加は公募とし、提出締切はステップ3は2010年9月、ステップ4は同年12月とした。表4にベンチマークテストの参加者や手法の一覧を示す。参加は5チームであり、使用した手法は波数積分法、離散化波数法、薄層法

図1 ステップ3で使用するガウス分布型のモーメント・レート関数(左)とフーリエ振幅スペクトル(右)

図2 地中震源と4層地盤モデル (T31・T32)

図3 地表震源と2層地盤モデル (T33)

図4 ステップ4で使用する中村・宮武型⁶⁾のすべり速度関数(右)とフーリエ振幅スペクトル(左)

図5 鉛直右横ずれ断層(地中斷層モデル、T41～T43) 地表斷層モデル(T44)は断層上端を地表面とする

であった。各手法の詳細は前報¹⁾を参照されたい。表4の0～6 Hz等の記述は、各参加チームの計算した振動数であり、「－」は不参加である。一方、モーメントレイト関数やすべり関数のモデル化は、中川は三角形関数の組み合わせで近似したが、他は連続関数をソフトに組み込んで用いている。なお、離散化波数法で必要な空間の繰り返し間隔Lは、仮想震源からのP波が解析対象の時間ウインドウの範囲に到達しないように決定している。例えば野津の場合、 $L \geq \alpha \times Tw + \Delta$ (α は最速のVp；Twは提出する時間ウインドウ； Δ は震源から最も遠い観測点)として、T31とT32では $\alpha=6$ km/s、Tw=500s、 $\Delta=100$ kmより、L=3, 100 kmとしている。

無減衰の地盤を対象として波数積分を実行する際、極や分岐点での発散を避けるための工夫が必要になる。このため永野はQ=5000、宮腰・浅野はQ=9999という大きなQ値による近似解を用いた。一方、野津はPhinneyの方法により振動数を複素数化している。その際、振動数の虚数は、 $-\pi/T$ であり(Tは継続時間)、例えば震央距離100 kmの場合、T=655.36秒と十分に長い時間を用いている。一方、久田と中川は大きなQ値とPhinneyの方法を併用しており、その際、久田はQ=9999、中川はQ=1000とした。Q=1000というやや大きめのQ値は滑らかな非積分関数になるため、数値積分の計算時間は早い、遠方では減衰の影響が混入する場合がある。

ステップ4のT43、T44では連続な面積分を行う必要がある。ステップ4では最も高い振動数が5 Hz、破壊伝播速度が3 km/sであるため、破壊の連続性を確保するには、波長に相当する600 mの10分の1程度の高密度の積分点を分布させる必要がある。このため、永野は小断層サイズを50 mとして、その中心に積分点を配置した。一方、久田は小断層サイズを500 m、中川は1 kmとし、各小断層の長さ・幅方向にそれぞれ6点のガウス積分点を配置した。

最後にT33やT44では地表震源を扱う必要があり、波数積分法や離散化波数法では、被積分関数が収束せず積分が困難になる。このために様々な対処方法が提案されている。最も簡単な対処法として宮腰と中川は震源深さを50 mで近似した。一方、久田は被積分関数の漸近解を導入し収束を早める方法(漸近解法)を用いている⁸⁾。なお薄層法(永野)では特別な対処方法は不要である。

表4 参加者・手法等の一覧

参加チーム	久田	永野	野津	宮腰・浅野	中川*
手法	波数積分法	3次元薄層法	離散化波数法	離散化波数法	波数積分法
ソフト	自作	自作	自作	O.Coutant**	久田
T31	0～6.25 Hz	0～6 Hz	0～5 Hz	—	0～3.125 Hz
T32			—	0～10 Hz	
T33			—	0～50 Hz***	0～6.25 Hz
T41			—	—	
T42			—	—	
T43			—	—	
T44			—	—	

注*：中川は久田と同じ手法・ソフトを用いた。

注**：Bouchonの手法によりO.Coutant氏がプログラム開発。

注***：T33+100kmは0～10Hzで計算。

4. ベンチマークテスト結果の比較検討

4.1 ステップ3 (点震源)

波形の比較に際して使用したフィルターは、0～5 Hzは値が1、5～6 Hzは線形に1から0となるローパスフィルターである。一方、誤差の評価は前法¹⁾と同様に、最大・最小の振幅値の比較と、

RMS(Root Mean Square)を用いた。RMSでの参照波形は参加チームの平均値としており、この値が小さいほど一致度が良いことになる。

結果は膨大であるため、代表例のみ示す。図6はT31(4層地盤・減衰あり、地中震源)の震央距離100 kmにおける速度波形3成分の比較である。最も遠方で複雑な波形であるが、参加チームの結果は非常に良好であり、RMSは0.023から0.115である。

同様に図7は、T31の震央距離10 kmにおける比較であり、やはり各波形はほぼ完全に一致している。一方、図には波形の初動部と尾部を拡大し、重ね合わせて表示しているが、薄層法(永野)を除き、基線にずれが現れている。すなわち、野津と久田・中川の結果は波形尾部で基線がずれ、かつ久田・中川には初動の到達前にも基線ずれが生じ、因果性を満足していない。これは振動数比例のQ値という、振動数が0で減衰が無限大になるという物理的にありえない条件設定によると思われる。実際、参考として図8に、表3のQ値を振動数に依存しない一定値として計算した結果を示すが、基線ずれは生じない。基線のずれ幅はごく微小であるため、実用上は大きな問題はないが、振動数比例のQ値を用いる場合、低振動数の結果には注意が必要である。一方、薄層法に基線ずれが生じなかった理由は、地盤の下部に粘性境界を用いており、低振動数側での効果が表れにくかったためと考えられる。

次に、図9はT32(4層地盤・減衰なし)による震央距離100 kmにおける速度波形の比較である。減衰のあるT31(図6)と比べて、波形の振幅が大きく、継続時間も非常に長くなっている。参加5チームの結果はほぼ一致しているが、RMSは0.014から0.199とやや大きめである。特に中川の後続波形の振幅がやや小さいが、これは無減衰を近似するQ値(=1000)が小さく、遠方場で表面波に減衰効果が表れたためである。

最後に図10はT33(2層地盤・減衰なし、地表点震源)による震央距離100 kmにおける速度波形の比較である。RMSは0.159から1.075とやや大きい。久田と永野は地表震源をそのまま評価しているため、一致は良好である。一方、震源深さを50 mで近似した宮腰と中川では表面波である後続波形がやや小さな値となっている。中川はさらにQ値による減衰効果が表れているため、最も小さな振幅となっている。

4.2 ステップ4 (面震源)

図11と図12は2層地盤の地中断層モデルであるT41～T43による震央距離が-010 kmにおける速度波形(NS成分)と、そのフーリエ振幅スペクトルの比較である。図の左から久田、永野、中川の結果を示し、波形は上からT41、T42(乱数3パターン)、T43の順に基線をずらして示している。まずT41とT42の比較に関して、T41では破壊伝播速度が3 km/sが1 km間隔で破壊するため、図12には約3 Hzに人工的な大きな卓越振動数が現れている。一方、T42ではこの卓越周期は回避されているが、結果は大きくばらついており、3つの乱数では安定的な結果が得られていない。本研究の趣旨とは異なるが、破壊伝播の不規則性による強震動への影響を評価するには数多くの乱数による計算を行い、統計処理が必要になる。

一方、T41(1 km間隔の点震源の集合)とT43(連続面震源)では、同じ破壊伝播速度(Vr=3 km/s)であるが、大きく異なる性状を示している。特に前者は後者より1 Hz程度以上の高振動数において一桁

図6 T31 の速度波形（震央距離 100 km, 4 層地盤・減衰あり。各チームの波形は基線をずらせ表示。図中の数字は振幅の最大・最小値）

図7 T31 による Radial 成分の速度波形、および波形の初動部と尾部の拡大（震央距離 10 km, 4 層地盤・減衰あり）

図8 Q 値の違いによる速度波形の比較（震央距離 10 km, 4 層地盤。図中の Qf は振動数依存 Q, Const-Q は表 3 の値による一定 Q）

図9 T32 による速度波形（震央距離 100 km, 4 層地盤・減衰なし）

図 10 T33 による速度波形（震央距離 100 km、2 層地盤、減衰なし、地表点震源のモデル）

図 11 T41、T42、T43 による速度波形 NS 成分（震央距離 10 km、2 層地盤・減衰あり・鉛直横ずれ断層のモデル）

左から久田、永野、中川、波形は上から T41、T42 の乱数 3 パターン、T43 の順で基線をずらして表示

図 12 T41、T42、T43 による速度フーリエ振幅スペクトル比較（震央距離 10 km、2 層地盤・減衰あり・鉛直横ずれ断層のモデル）

程度大きな振幅を示している。いずれの場合でも参加 3 チーム間の結果は非常に良く一致している。

最後に図 1 3、図 1 4 は T44 の震央距離 2 km 地点の速度波形と変位波形の 3 成分である。課題は減衰無しであるが、比較のために久田のソフトを用いて振動数比例型の Q 値による結果も示している。速度波形(図 1 3)では各参加チームの結果は良く一致しているが、中川の結果には高振動数のノイズが現れている。これは断層震源の連続破壊を評価する際の小断層のサイズが 1 km に対して、分布させたガウス積分点が 6 点とやや粗いためである。

一方、図 1 4 の変位波形では、観測点は地表断層の近傍であるためフリングステップ（地表断層のすべりによるステップ関数状の永久変位）が現れている。参考のために静的グリーン関数を用いた結果も併せて表示している（図の static）。ここで静的グリーン関数の結果とは、次式で与えられる表示定理の第 2 項を意味する⁸⁾。

$$U_k(\omega) = \int_{\Sigma} \{T_{ik} - T_{ik}^S\} D_i(\omega) d\Sigma + \int_{\Sigma} T_{ik}^S D_i(\omega) d\Sigma \quad \cdots (3)$$

ここで、 ω は円振動数、 U_k は観測点の k 方向変位、 Σ は断層面、 D_i は断層すべりの i 方向成分、 T_{ik} は動的グリーン関数、 T_{ik}^S は静的グリーン関数 ($\omega=0$) の応力テンソルである。(3) 式で静的グリーン関

数を第 1 項から引き、第 2 項で加えている理由は以下の理由による。すなわち、動的グリーン関数に含まれる特異性（観測点が断層面の極近傍における発散など）は全て静的グリーン関数に含まれるため、まずは第 1 項で特異性を除去し、断層面での効率的な数値積分を実施し、第 2 項で厳密な評価値を加えることで、断層面極近傍の強震動を厳密かつ効率的に計算するためである⁸⁾。図 1 4 に示される Static は、(3) 式の第 2 項、すなわち震源すべり関数と静的グリーン関数の合積であり、特に永久変位の値は厳密に求められている。

図 1 4 より参加チームの結果は良好に一致し、静的グリーン関数による永久変位の値にも一致している。一方、振動数比例の Q 値を導入した結果は、波形が大きく傾斜しており、永久変位の評価に失敗している。これは先に説明したように極低振動数で精度の悪さにより基線ずれが生じているためである。よって極低振動数の成分をフィルターで除去すると、厳密な値とはならないが永久変位の値は改善される。なお、ステップ関数状の永久変位の評価法として、低振動数成分を用いずに、波形の因果性から計算する方法⁹⁾が知られている。但し、永久変位の立ち上がりが滑らかな場合、低振動数が卓越するため、永久変位の値を過小評価する場合があることが指摘されている⁹⁾。振動数比例型 Q 値は、一般に高振動数の地震波形の

図 1 3 モデル T44 による速度波形（震央距離 2 km、2 層地盤・減衰なし・鉛直横ずれ地表断層のモデル）
図は左から NS、EW、UD 成分。波形は上から久田、永野、中川、久田による f 依存 Q、の順で基線をずらして比較。

図 1 4 モデル T44 による変位波形（震央距離 2 km、2 層地盤・減衰なし・鉛直横ずれ地表断層のモデル）
図は左から NS、EW、UD 成分。波形は久田、永野、中川、久田による f 依存 Q、久田による static、を重ねて比較。

解析から得られており、低振動数での妥当性はあまり検証されていない。今後は物理的に妥当性があり、かつ低振動数まで使用可能な Q 値のモデル化が必要になることが分かった。

5. まとめ

強震動予測手法のうち、平行成層地盤を対象とした様々な理論的手法（波数積分法、離散化波数法、薄層法）を用いてベンチマークテストを実施した。その結果、どの手法を用いても実用上は同等の結果を得ることを確認した。但し、振動数比例型の Q 値を用いる場合、低振動数で物理的な妥当性に乏しいため、速度波形において基線ずれが生じ、地表断層近傍のフリグステップの評価にも影響する場合がある。また地表震源・地表断層を対象にした場合、ごく浅い震源深さで近似すると表面波を過小評価する場合があることに注意が必要であることを確認した。

最終年となる 2011 年度は現実の震源・地盤モデルを用いたベンチマークテストを実施し、得られた計算結果や各種データは順次下記 HP に公開していく予定である。

<http://kouzou.cc.kogakuin.ac.jp/test/home.htm>

謝辞

本研究は文部科学省科学研究費、および工学院大学・都市防災研究センターによる助成を頂いています。

参考文献

- 1) 久田嘉章, 永野正行, 野津 厚, 宮腰 研, 強震動予測手法に関するベンチマークテスト：理論的手法の場合（その 1）, 日本建築学会技術報告集, 第 17 巻, 第 35 号, pp. 43-48, 2011
- 2) 加藤研一, 久田嘉章, 川辺秀憲, 大野晋, 野津厚, 野畑有秀,

森川淳, 山本優, 強震動予測手法に関するベンチマークテスト：統計的グリーン関数法の場合（その 1）, 日本建築学会技術報告集, 第 17 巻, 第 35 号, pp. 49-54, 2011

- 3) 吉村智昭, 永野正行, 久田嘉章, 青井 真, 早川 崇, S. O. Citak, 松島信一, 川辺秀憲, 上林宏敏, 強震動予測手法に関するベンチマークテスト：数値解析手法の場合（その 1）, 日本建築学会技術報告集, 第 17 巻, 第 35 号, pp. 67-72, 2011
- 4) Day, S. M., J. Bielak, D. Dreger, S. Larsen, R. Graves, A. Pitarka, K. B. Olsen, Tests of 3D Elastodynamic Codes, Final Report to Pacific Earthquake Engineering Research Center, Lifelines Program TASK 1A01, pp. 1-24, 2000
- 5) 地震調査研究推進本部・地震調査委員会, 震源断層を特定した地震の強震動予測手法（「レシビ」）, 2008
http://www.jishin.go.jp/main/chousa/09_yosokuchizu/g_furoku3.pdf
- 6) 中村洋光, 宮武 隆, 断層近傍強震動シミュレーションのための滑り速度関数の近似式, 地震, 第 53 巻, 第 1 号, pp. 1-11, 2000
- 7) 入倉孝次郎, 震源のモデル化と強震動予測, 地震, 第 46 巻, pp. 495-512, 1994
- 8) 久田嘉章, 成層地盤の解析手法, 地盤震動 —現象と理論—, 日本建築学会, pp. 84-102, 2005
- 9) 勝倉裕, 渡辺孝英, 林 康裕, 田中貞二, 地震動の加速度記録より因果性を考慮して得られる変位の Drift 成分に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 397 号 pp. 42-47, 2010

[2011 年 6 月 20 日原稿受理 2011 年 8 月 9 日採用決定]