忘却係数付き逐次最小二乗法による建物動特性の地震時変化の評価

BUILDING DYNAMIC PROPERTY CHANGE UNDER AN EARTHQUAKE EVALUATED BY THE FORGETTING FACTOR RECURSIVE LEAST SQUARES METHOD

池田芳樹 ——— * 1

キーワード：
システム同定, 損傷検知, 忘却係数付き逐次最小二乗法, ARX モデル, 実大鉄骨造建物, 震動台実験

Keywords:
System identification, Damage detection, Forgetting factor recursive LSM, ARX model, Full-scale steel building, Shaking table test

Yoshiki IKEDA ——— * 1

This paper reports a simple damage detection method applied to a building under an earthquake excitation. The structure is modeled as a single-input-single-output ARX model, which means only two measurements in each direction. The model parameters are linearly identified by the forgetting factor recursive least-squares algorithm. When the structure is damaged, its natural frequencies decrease and the corresponding damping ratios increase. The identification can understand the time of damage occurrence directly and the damage level indirectly. The applicability is verified by shaking table tests of a full-scale 4-story steel building at the E-Defense.

1. はじめに

地震直後の建物被災度判定を迅速に進める手段の一つとして、振動計測に基づいて建物動特性を把握する技術が求められている。しかしながら、システム同定や損傷検知といった逆問題で複雑な数値モデルを扱うことは難しく、層剛性や部材損傷の判定には多数の計測点が必要となる。さらに、振動が大きいほど建物は高い非線形性を示すが、特定の同定法や損傷検知法で実建物の多様な非線形性を迅速に評価できるほど、研究開発は進展していない。同定法の適用性と汎用性を考慮すれば、建物動特性の変化を等価線形的に評価する手法は、現実的な被災度判定法として選択の一つと考えられる。

本報告は、忘却係数付き逐次最小二乗法によって建物を1入力1出力系 ARX モデルとして同定し、低次振動モードの振動数と減衰の時間変化を把握する方法を検証している。1入力1出力系は、建物の地震被災度を把握する最低条件であり、振動計測に関する費用軽減を意味する。手法の検証には、独立行政法人・防災科学技術研究所の実大3次元震動破壊実験施設が2007年9月に実施し、実験データを公開している、実大4層鉄骨造建物の震動台実験を用いた¹⁾。

忘却係数付き逐次最小二乗法は、同定時刻に近いデータほど重要視する評価関数を設定しており²⁾、パラメータが変化する非線形システムへの適用性がある。この最小二乗法は7層鉄筋コンクリート造建物の地震記録に適用され、建物動特性の時間変化が推定されたが、推定結果と実現象との対応には踏み込まれておらず、非線形挙動を示す建物への適用性を判断する情報が不足していた³⁾。その後、損傷を模擬する装置を各層に組み入れた3層鉄骨造試験体の震動台実験に適用され、初期値と忘却係数の影響および固有振動数の低下と剛性低下の関係が確認された⁴⁾。元来逐次型であるカルマンフィルタに忘却係数を組み入れた同定法も、1自由度系モデルによる数値解析で固有振動数の変化への追従性の高さが確認された⁵⁾。文献4と5は固有振動数の変化に着目して手法の有効性を検討しており、さらに減衰の変化に着目した検討を加えれば、本手法の建物被災度判定への有効性をより多面的に理解することができる。また、忘却

係数付き一括最小二乗法は免震建物の地震記録に適用され、固有振動数とモード減衰の時間変化が推定された^{6), 7)}が、変化の妥当性は直接検証されておらず、モード特性の振幅依存性の報告にとどまっている。本報告は、同定した固有振動数と減衰を異なる評価法による結果と比較して、同定法の適用性を定量的に評価している。

2. 忘却係数付き逐次最小二乗法

建物を1入力1出力系 ARX モデルで表現し、そのパラメータを以下に示す忘却係数付き逐次最小二乗法で推定した。

$$\text{評価関数} \quad J_N = \sum_{k=1}^N \rho^{N-k} (y_k - z_k^T \theta)^2 \quad (1)$$

$$\text{推定値} \quad \hat{\theta}_N = \left(\sum_{k=1}^N \rho^{N-k} z_k z_k^T \right)^{-1} \sum_{k=1}^N \rho^{N-k} z_k y_k \quad (2)$$

$$\text{アルゴリズム} \quad \hat{\theta}_N = \hat{\theta}_{N-1} + \frac{P_{N-1} z_N}{\rho + z_N^T P_{N-1} z_N} (y_N - z_N^T \hat{\theta}_{N-1}) \quad (3)$$

$$P_N = \frac{1}{\rho} \left(P_{N-1} - \frac{P_{N-1} z_N z_N^T P_{N-1}}{\rho + z_N^T P_{N-1} z_N} \right) \quad (4)$$

ここに、 y_k は離散時刻 k の出力、 z_k は観測から構成される回帰ベクトル、 θ_N は時刻 N のパラメータベクトル、 ρ ($0 < \rho \leq 1$) は忘却係数と呼ばれる重み係数、 P_N は時刻 N までの推定誤差の共分散行列である。忘却係数の最適値を求める一般的な方法はないが、0.95 から 0.999 の範囲で選択される場合が多い^{3), 8)}。1.0 は重みがないことを意味する。式(1)で新しい観測に古い観測よりも重みを付け、式(3)で直前の推定値を更新するため、非線形システムに対応できると考えられる。実際には、ARX モデルのパラメータから評価したモードの固有振動数と減衰比⁹⁾を用いて、特性変化を評価した。

3. 検証に利用した震動台実験

対象建物は4階建の純ラーメン構造で、柱は角型鋼管、梁はH型钢鋼、柱梁接合部は通しダイアフラム形式、柱脚は露出形式である。1階に床はなく、2~4階はデッキプレートに鉄筋コンクリートスラブを打設した合成デッキスラブになっている。架構は短辺方向が1ス

¹⁾ 鹿島建築設計本部構造設計統括グループ チーフエンジニア・博士 (工学)
(〒107-8502 東京都港区赤坂6-5-30 KI ビル)

¹⁾ Chief Engineer, Structural Engineering Dept., Architectural Design Division, Kajima Corporation, Dr. Eng.

パン 6m, 長辺方向が 2 スパン 10m で, 高さは 14.4m である。ALC 版の外壁が, 長辺方向の 1 構面を除く 3 構面に取り付けられている。

1995 年兵庫県南部地震 JR 鷹取駅の記録による震動台実験では, 記録の NS 成分は長辺方向に, EW 成分は建物短辺方向に, UD 成分は上下方向に入力された。加振レベルは原波に対する倍率で表現され, 原波入力 (100%加振) では震動台上の最大加速度は水平 2 方向とも約 8.5m/s^2 であった。本検討では, 加振直前の微動部分を除いて表 1 に示す実験データを用いた。

紙面の制約から, 本報告は長辺方向の同定結果を示す。長辺方向の層間変形角は, 20%加振時に 0.0053rad で $1/200$ を超えていた。層間変位-層せん断力の関係から 1~3 層で履歴ループを描く非線形性が若干認められたが, 鋼部材の歪は弾性範囲内にあったため, この非線形性は非構造部材などの影響と報告されている¹⁰⁾。40%以上の加振では, 構造部材は塑性域の挙動を示していた¹¹⁾。40%加振時には長辺方向の最大層間変形角は 1 層で最大になり, $1/100$ を僅かに超えていた。60%加振では 1 層と 2 層でさらに塑性化が進み, 最大層間変形角は 40%加振と同じ層で生じていた。その時の長辺方向 1 層の最大変形角は約 $1/50$ である。60%加振後には, 1 層柱脚の僅かな局部座屈および 2 階と 3 階の床スラブの亀裂も確認された。100%加振で 1 層柱の局部座屈に伴う耐力低下があり, 公開データの 18 秒以降で倒壊に至った¹²⁾。

同定の入力は震動台中央の長辺方向加速度, 出力は屋上階中央の長辺方向加速度とした。実験の計測サンプリング振動数は 1000Hz であるが, 10 離散時刻ごとに選択して 100Hz にして用いた。

表 1 同定に利用した JR 鷹取波による振動台実験

試験番号	加振レベル	同定開始時刻
2007-0920-010-1M	5%	15.0s
2007-0924-014-1M	20%	12.0s
2007-0925-019-1M	40%	12.0s
2007-0925-021-1M	60%	12.0s
2007-0927-013-1M	100%	12.0s

4. 同定方針

一般に, パラメータ推定とモデル次数の決定は互いに独立ではなく^{2), 13)}, 最近ではバイズモデルに基づく ARX モデルの次数決定法も提案されている¹⁴⁾。実建物の振動記録は多くのモード成分や物理的意味が見つけにくい信号を含むため, そのまま同定法を適用するとモデル次数がかなり高くなることが知られている。したがって, 最適なモデル次数を得るためには試行錯誤が必要で, これは計算労力の増加を意味する。また, ARX モデルで複数モードを同時に同定すると, 振動数ごとに異なる重みが評価誤差に間接的に与えられる性質がある⁸⁾。本検討では, 非線形性を有する建物を等価線形的にモード同定しており, 厳密なモデル次数の決定が重要な意味をもちにくい。そこで実用性に配慮して, 同定前にバンドパスフィルタでモード成分を抽出する信号処理をした上で, ARX モデル次数を仮定した。すなわち, パラメータ推定をモデル次数決定から独立させた。1 次モードの同定では $0.5\sim 2.0\text{Hz}$ の成分を通すフィルタを, 2 次モードの同定では $3.0\sim 5.0\text{Hz}$ の成分を通すフィルタを用いた。各モード同定で, モデル次数は自己回帰項で 2, 外生入力項で 2 とした。外生入力項は, 直達項 (0 次遅れの項) を含んでいる。

θ_N の初期値は, 5%加振で $\rho=1.0$ の場合の同定開始 40 秒後の値とした。これは, 大地震の経験前に小地震による同定が実施されて

いることを意味する。1 次モード同定の初期パラメータは, 固有振動数 1.34Hz , 減衰比 4.2% , 刺激関数 1.16 に対応している。 P_0 は対角行列とし, その値が大きいとパラメータ収束が速くなるため¹³⁾, 対角成分を 1.0×10^4 とした。加速度の単位は m/s^2 である。

5. 同定結果

忘却係数を 1.00, 0.98 および 0.95 の 3 つに設定して, 40%加振時に 1 次モードを同定した結果を図 1 に示す。図 2 は, 図 1 の同定に対応する入力加速度と出力加速度である (公開データ)。振動数, 減衰とも忘却係数 1.00 では一定値に収束する傾向を示し, 係数が小さくなるほど時間変化が大きくなっている。減衰比には負となる時間帯がある。減衰は振動数に比較して変化が大きく, モード同定の性質と整合している。19 秒付近に振動数の低下と減衰の増加があり,

図 1 40%加振時の建物の 1 次モードの変化

図 2 40%加振時の同定に用いた入力と出力 (長辺方向)

建物振動が大きい時刻に対応している。図3は60%加振時の変化であり、忘却係数と同定結果の変化幅の関係や19秒付近の同定値の急変は、40%加振と同様の傾向を示している。

振動数評価の妥当性を検証するために、層間変位-層せん断力の関係から最小二乗法によって1秒ごとに層の等価剛性を算定し、4質点1本棒せん断振動型モデルを介して1次固有振動数を計算した。図1と図3の上図には、その値を評価した最終時刻に□で示している。層せん断力は、それより上の階の平面中央における計測加速度と重量¹⁰⁾の積を合算して求め、層間変位も平面中央付近の計測を用いた。15秒以前および32秒では、層間変位-層せん断力関係の乱れから剛性評価が難しかったため、振動数を図示していない。大きさと形状の異なる履歴ループの断片が混在した時間帯では、等価剛性の評価誤差が大きくなる可能性がある。そこで、19秒前後では各層の履歴形状が整うような時間帯で等価剛性を再評価し(表2)、その値を図1と図3の上図に△として加えた。同定結果は△に対してやや適合性が高く、時間全体では等価剛性から評価した振動数の変化によく対応している。

1次モードの減衰は、表2の時間帯Bで評価した。粘性減衰は、Bouc-Wenモデルで同定した層の粘性減衰¹⁵⁾と時間帯Bの等価剛性から、4質点1本棒せん断振動型モデルの固有値解析を介して求めた。40%加振で4.0%、60%加振で4.6%である。履歴減衰は、時間帯Bで建物が共振状態に近いと判断して、図4の履歴ループから求めた。1次モード減衰を算定する目的で、図4は透過振動数0.5~2.0Hzのバンドパスフィルタに通されている。各層のポテンシャルエネルギーは、等価剛性 k と変位の最大片振幅の平均 a から $ka^2/2$ で評価した(表3)。1次モードの履歴減衰は、40%加振で9.0%、60%加振で13.2%である。図1と図3の下図には、粘性減衰と履歴減衰の和を△で図示している。調和加振時ではない履歴曲線から等価粘性減衰を求める近似を考えれば、同定結果と評価値は対応していると考えられる。

図5は、 $\rho=0.98$ の場合で1次モードの固有振動数と減衰比の変化を4つの震動台実験と比較している。加振レベルが大きくなるほど固有振動数は小さくなる傾向にあるが、倒壊に至った100%加振では同定結果の変化が著しく大きく、他の加振とは明らかに傾向が異なっている。同一の加振では19~22秒で固有振動数が低下する傾向にあり、40%と60%の加振の19秒付近で塑性域に入っていることに対応している。20%加振では、低下した固有振動数が30秒以降に戻る現象が見られる。減衰比では、19~20秒と32秒前後で加振レベルによる差異が明瞭になっており、その時間帯では加振レベルが大きくなるほど減衰比が大きくなる傾向にある。21~30秒の時間帯では、加振レベルによる減衰比の違いはあまり見られない。減衰比の変化は、層間変位と層せん断力による履歴ループの大きさと対応が見られた。100%加振で倒壊直前の19秒で、固有振動数と減衰比の急激な変化が見られるが、実現象との関係が見出せず、100%加振に対する手法の適用性はないと考えている。

図6は、2次モードで加振レベルの違いを比較している。2次振動数も1次振動数と同様に加振レベルが大きくなるほど小さくなる傾向にある。減衰比の大小関係は22~28秒の時間帯で加振レベルとの関係が認められるものの、継続時間全体では加振レベルとの関係はそれほど明確ではない。この適用例では、2次モードの減衰比の変化を損傷と関連付けることは難しい。

図3 60%加振時の建物の1次モードの変化

表2 各層の履歴形状が整うような時間帯における等価剛性の評価

加振レベル	評価時間帯 s	等価剛性 kN/mm			
		1層	2層	3層	4層
40%	A 17.72-18.38	32.19	28.23	26.28	24.17
	B 18.38-19.42	28.16	26.85	25.84	23.66
	C 19.42-20.33	31.22	26.79	24.88	23.28
60%	A 17.75-18.40	30.21	26.58	25.07	23.72
	B 18.40-19.54	21.98	22.97	23.73	22.69
	C 19.54-20.42	28.81	25.37	23.79	22.65

図4 表2時間帯Bにおけるフィルタ処理後の層間変位-層せん断力関係

表3 表2の時間帯Bで履歴減衰の評価に用いた諸定数

加振レベル	評価項目	1層	2層	3層	4層
40%	履歴ループ面積 kNmm	18870	12450	5800	1590
	ポテンシャルエネルギー kNmm	13880	11060	6730	2630
	減衰定数%	10.8	9.0	6.9	4.8
60%	履歴ループ面積 kNmm	53360	30420	11610	2590
	ポテンシャルエネルギー kNmm	25620	18900	10750	4000
	減衰定数%	16.6	12.8	8.6	5.1

図5 1次モードの4つの震動台実験による比較 (忘却係数 0.98)

図6 2次モードの4つの震動台実験による比較 (忘却係数 0.98)

6. まとめ

忘却係数付き逐次最小二乗法に基づいて建物を1入力1出力系ARXモデルとして同定し、低次振動モードの振動数と減衰の時間変化から簡易に建物被災度を把握する方法を、実大4層鉄骨造建物の震動台実験データで検証した。適用例では、等価線形評価した1次と2次モードの固有振動数が低くなり、1次モードの減衰比が高くなる時刻で、層間変位-層せん断力の関係が大きな履歴ループを描いていた。1次固有振動数の変化は、履歴ループから最小二乗法近似した等価剛性を用いて計算した固有振動数の変化とよく対応していた。建物が最も大きな履歴ループを描く時間帯では、同定した1次モード減衰比も、実験から近似評価した値との対応が見られた。2次モードでは、固有振動数の変化は損傷と関係していたが、減衰比には明瞭な対応は認められなかった。また、建物が倒壊した実験では、手法の適用性は認められなかった。

本手法によって損傷位置の特定はできないが、ねじれ振動が小さく水平2方向が独立に扱える場合には、1入力1出力系の限られた観測でも建物損傷の発生時刻と大まかな地震被災度を把握できる可能性がある。

参考文献

- (独) 防災科学技術研究所データ公開システム「ASEBI」より課題「鉄骨造建物実験研究 完全崩壊再現実験」(<https://www.edgrid.jp/data/0703>)
- 中溝高好：信号解析とシステム同定，コロナ社，1988.3
- Loh, C.-H. and Lin H.-M.: Application of Off-line and On-line Identification Techniques to Building Seismic Response Data, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol.25, No.3, pp.269-290, 1996.3
- 濱本卓司，森田高市，相馬澄子：逐次最小二乗法による多層建築物の地震損傷追跡，日本建築学会構造系論文集，第603号，pp.39-46，2006.5
- 桐田史生ほか3名：建築物の地震損傷検知のための適応回帰型システム同定，日本建築学会構造系論文集，第619号，pp.65-72，2007.9
- 中村充，竹脇出：地震観測結果に基づく免震建物モダパラメータの時間変性評価，日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿)，B-2構造II，pp.675-676，2005.9
- Takekaki I. and Nakamura M: Temporal Variation of Model Properties of a Base-isolated Building during an Earthquake, *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A*, Vol.11, No.1, pp.1-8, 2010
- 足立修一：ユーザのためのシステム同定理論，計測自動制御学会編，コロナ社，1993.7
- Şafak E.: Adaptive Modeling, Identification, and Control of Dynamic Structural System. 1: Theory, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.115, No.11, pp.2386-2405, 1989.11
- 吹田啓一郎ほか5名：震動台実験の概要と弾性応答特性-実大4層鉄骨造建物の完全崩壊実験 その1-，日本建築学会構造系論文集，第74巻，第635号，pp.157-166，2009.1
- 山田哲ほか3名：振動台実験における弾塑性応答特性と崩壊メカニズムの形成-実大4層鉄骨造建物の完全崩壊実験 その2-，日本建築学会構造系論文集，第74巻，第644号，pp.1851-1859，2009.10
- 島田侑子ほか6名：震動台実験における倒壊挙動-実大4層鉄骨造建物の完全崩壊実験 その3-，日本建築学会構造系論文集，第75巻，第653号，pp.1351-1360，2010.7
- 相良節夫ほか3名：システム同定，計測自動制御学会編，コロナ社，1987.11
- Saito T. and Beck J.L.: Bayesian Model Selection for ARX models and its Application to Structural Health Monitoring, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol.39, No.15, pp.1737-1759, 2010.12
- 池田芳樹：実大4層鉄骨造建物の震動台実験を利用した非線形履歴システム同定法の検証，日本建築学会技術報告集，第17巻，第34号，pp.895-898，2010.10

[2011年6月14日原稿受理 2011年8月26日採用決定]