使用中の設備における耐用寿命の不確実性と経済性を考慮した向後の更新発生の見通し

PROSPECT FOR FUTURE RENEWALS OF EQUIPMENT IN USE TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL SERVICE LIFE UNCERTAINTY AND ECONOMICS

高草木 明 — * 1

Akira TAKAKUSAGI — * 1

キーワード:

耐用寿命, 経済寿命, 設備, 更新, 確率密度分布

Keywords:

Physical service life, Economically optimum service life, Building services, Renewal, Probability density function

In this paper, the probability density function of renewal of the equipment in use is shown by dividing the probability density of renewal by the physical service life and that by the economically optimum service life. These differ in the method of renewal assessment, and this category is important in practice. In addition, the probability of being updated collectively by the economically optimum life and the probability density of the update based on the physical service life after the update are shown separately. These life cycle perspectives are intended to provide the basis for FM and building maintenance planning.

1. はじめに

ファシリティマネジメントにおいて、建物や設備に関する長期的な費用支出の見通しは財務管理上重要である。特に、寿命が長いとはいえない設備主要機器(以降、単に設備)の更新は、ライフサイクルコストに占める割合が比較的大きく¹⁾、またその判断に根拠を与えることが容易でない。更新(=寿命到来とする)に関する長期的見通しは、更新判断のために有力な資料となると考えられる。

著者は既報²⁾(以降、単に既報)において、空調機器にしばしば見られる耐用寿命と稼働劣性による経済寿命^{注1)}とが比較的接近している場合で、これらのいずれかに至ったら更新するという方針で更新を繰り返すというライフサイクル更新管理の方策に関する数理モデル^{注2)}を示した。

本技術報告は、既報の設備更新の確率および確率密度の導出について見直し、また、耐用寿命と経済寿命による更新の特殊な場合である「使用中の機器(既報では部位としている)の更新の確率密度」について、既報のように単に更新発生(=耐用寿命到来)の確率密度だけを求めるのではなく、耐用寿命による更新の確率密度と、経済寿命によるそれとを区分した。これらは建物管理の現場で、それぞれの更新評価の手法が全く異なり、この区分は実務上重要である。また、経済寿命により一括で更新される確率と、この更新に端を発するその後の耐用寿命による更新の確率密度を区別した。これらのライフサイクルの見通しは、FMやビルメンテナンスの計画に基礎的資料を提供することを意図している。

2. 既報の理論概要と問題点

筆者による既報の数理モデルの中核となっている「耐用寿命と経済寿命による更新モデル」は、目的とするところは、機器の新設後、何時、どの程度の確率で、その機器の更新が必要になるか、不確実性を確率密度で表した長期的な見通し(寿命到来=更新発生(=更新発生)の確率密度分布)を得ることとしている。

既報でも本論文でも扱う設備(以降、単に設備、単数でも同一設

備複数でもよいとする)の耐用寿命を平均 t_M 、標準偏差 σ の正規分布に従う確率変数とし、その確率密度分布 $f_0(t)$ を次式で表すこととしている。

$$f_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(t-t_M)^2}{2\sigma^2}\right) \quad \dots (1)$$

ただし、 $t > 0$

t_M : 平均寿命, σ : 寿命の標準偏差

初代の設備の更新発生(=耐用寿命到来)の確率密度 $f_1(t)$ は、

$$f_1(t) = f_0(t) \quad 0 < t < t_0 \quad \dots (2)$$

$t = t_0$ において、確率 $R_0(t_0)$ で経済寿命による更新が発生する。

$R_0(t)$ は、耐用寿命を迎えないことについての信頼度関数である。

$$R_0(t) = 1 - F_0(t) = 1 - \int_0^t f_0(x) dx \quad \dots (3)$$

$$R_0(t_0) = \int_{t_0}^{\infty} f_0(t) dt = ROTO \quad \dots (4)$$

ここまでの想定は本論文でもそのまま引き継ぐ。

既報では、2代目以降、第 j 回目 ($j \geq 2$) の更新についての確率密度は次の確率①②③の和となとした。

① $0 < t < (j-1)t_0$ の期間に耐用寿命または経済寿命を迎えて $j-1$ 回目の更新を受け、経済寿命に至る前に耐用寿命で j 回目の更新をされる確率の密度 (A系とする) は、

$$f_{jA}(t) = \int_0^t f_{j-1}(x) f_0(t-x) dx \quad \dots (5)$$

ただし、 $t > t_0$ において、 $f_0(t) = 0$

② $0 < t < (j-1)t_0$ の期間に耐用寿命または経済寿命を迎えて $j-1$ 回目の更新を受け、その後、 t_0 以上の耐用寿命を持ち、経済寿命(年齢 t_0)で j 回目の更新をされる確率の密度は、

$$f_{jE}(t) = f_{j-1}(t-t_0) \times ROTO \quad \dots (6)$$

③ $t = (j-1)t_0$ において、経済寿命を迎え更新され、その後、

*1 日本メックス(株) 博士(工学)
(〒104-0042 東京都中央区入船3-6-3)

*1 Advisor, Nihon MECCS Co. Ltd., Dr. Eng.

年齢が t_0 に至る前に耐用寿命を迎えて j 回目の更新を受ける確率の密度 (B 系とする) は、

$$f_{jB}(t) = ROTO^{(j-1)} \times f_0(t - (j-1)t_0) \quad \cdots (7)$$

ただし、 $t > t_0$ において、 $f_0(t) = 0$

以上の①～③の和が j 回目の更新の確率密度分布である。

- ④ $t = (j-1)t_0$ において、経済寿命を迎え更新され、その後、 $t = jt_0$ まで耐用寿命に至らず、経済寿命として j 回目の更新を受ける確率は、

$$R_j = ROTO^j \quad \cdots (8)$$

上記①で、「 $t > t_0$ において、 $f_0(t) = 0$ 」としたことによって、経済寿命による更新(放置すれば t が t_0 を超える)を除外して耐用寿命による更新に限定し、②では、 $ROTO$ (耐用寿命が経済寿命 t_0 を超える確率) を乗じたことにより経済寿命による更新に限定している。式(4)(5)(6)により数値計算した耐用寿命と経済寿命の、初代から 4 代目の途中までの時系列的発生確率の密度分布を図 1 に、更新各代に関わる確率を表 1 に示す。ここで、耐用寿命 $t_M = 15$ 年、標準偏差 $\sigma = 3$ 年の正規分布、経済寿命 $t_0 = 17$ 年とする。この想定値は既報と同じであり、本論文の以降の計算例に共通とする。

図 1 は、新たに計算し直したが實際上、既報の図の再掲である。表 1 の確率は既報には示していないが、更新の種類の構成割合を示すとともに各代毎に、確率密度の積算値と、一括して行われる経済寿命による更新の確率との和が確率 1 に近い値となることを確認することで理論展開の整合性のチェックともなる。表 1 の計算結果を見ると、確率の和が 2 代目～4 代目と進むにつれ確率 1 との差が拡大している(既報の計算例では 3 代目までとしていた。しかし 4 代目で急拡大している)。よって確率密度を求める理論に瑕疵があったと考えられる。次節に、この問題について検討し改善モデルを示す。

図 1 初代から 4 代目までの更新の確率密度分布(既報による)

表 1 更新に関わる確率

($F1A$, $F2A$ などは(5)式、 $F2E$ などは(6)式 $F2B$ などは(7)式に基づく。式(10)参照)

初代	$F1A=0.7475$	$R1=0.2536$	$F1A+R1=1.0011$
2代目	$F2A=0.5594$	$R2=0.0643$	$R2A=0$
	$F2E=0.1894$		$R2B=0.0643$
	$F2B=0.1895$		$F2A+F2E+F2B+R2=1.0013$
3代目	$F3A=0.7196$	$R3=0.0163$	$R3A=0$
	$F3E=0.2379$		$R3B=0.0163$
	$F3B=0.0481$		$F3A+F3E+F3B+R3=1.0219$
4代目	$F4A=0.8261$	$R4=0.0041$	$R4A=0$
	$F4E=0.2549$		$R4B=0.0041$
	$F4B=0.0122$		$F4A+F4E+F4B+R4=1.0973$

3. 既報の理論の改善

式(5)において、「 $t > t_0$ において、 $f_0(t) = 0$ 」という条件(経済寿命による更新を除外)を外し、 $f_{jA}(t)$ を求め、これから次式の、経済寿命で j 回目の更新を受ける確率密度 $f_{jAE}(t)$ (これは A 系で、 $f_{jA}(t)$ に含まれている) を差し引く。

$$f_{jAE}(t) = f_{j-1}(t - t_0) \times ROTO \times FjA \quad \cdots (9)$$

ここで、

$$j = 2, 3, 4, \cdots \quad \text{確率 } F1A, F2A, F3A \text{ などは次式による。}$$

$$FjA = \int_0^{jt_0} f_{jA}(t) dt \quad \cdots (10)$$

$$f_{jAD}(t) = f_{jA}(t) - f_{jAE}(t) \quad \cdots (11)$$

式(11)の $f_{jAD}(t)$ は、耐用寿命で j 回目の更新を受ける確率密度である。式(9)の FjA は、 j 代目の設備が $t = jt_0$ までに更新される確率である。この更新には、耐用寿命による更新も含まれているから、これに更に $ROTO$ (耐用寿命に至らず、経済寿命として更新される確率) を乗じた式(9)は、 $0 < t < (j-1)t_0$ の期間に $j-1$ 回目の更新を受け、その後、 t_0 以上の耐用寿命を持ち、経済寿命で j 回目の更新を受ける ($ROTO$ で経済寿命に限定) 確率の密度と考えられる。式(6)にはこの FjA が乗じられていない。式(6)の確率密度は、式(5)の確率密度 ($t > t_0$ において、 $f_0(t) = 0$ という条件で経済寿命による更新を除外) から独立しているという考え方によったからである。

式(7)は文献 3 に示されている「事後保全(耐用寿命による更新に対応)と予防保全(経済寿命 t_0 による更新に対応)を併用した場合に、故障確率密度関数 $f_0(t)$ の設備を、定期的に周期 t_0 毎に取り換えたときの故障確率密度関数 $f_P(t)$ 」の数理を用いている。文献 3 から当該部をそのまま引用すると、

$$f_P(t) = \sum_{j=0}^{\infty} ROTO^j f_m(t - jt_0) \quad \cdots (12)$$

ここに

$$\begin{aligned} f_m(x) &= f_0(x) & (0 \leq x \leq t_0) \\ f_m(x) &= 0 & (x < 0 \text{ または } x > t_0) \end{aligned}$$

である。

$j=1$ (更新モデルとしては初代) のとき、式(1)の確率密度 $f_0(t)$ の $[t=0 \rightarrow t=t_0]$ の積分値に、次の $j=2$ の寿命到来、すなわち更新(2代目)の起点となる $t = t_0$ における一括取り換え確率(更新割合) $ROTO$ を加えると、

$$\int_0^{t_0} f_0(t) dt + ROTO = 1 \quad \cdots (13)$$

となる。

$t = jt_0$ ($j = 2, 3, \cdots$) における j 回目の定期一括取り換えの割合 $ROTO_j$ は、1 代前の確率密度より、

$$\begin{aligned} ROTO_j &= \int_{jt_0}^{\infty} ROTO^{(j-1)} f_0(t - (j-1)t_0) dt \\ &= ROTO^{(j-1)} \int_{jt_0}^{\infty} f_0(t - (j-1)t_0) dt \\ &= ROTO^j \quad \cdots (14) \end{aligned}$$

となる（これは式(8)と同じ）。これによって式(7)が得られている。
 しかし、文献3の事後保全・予防保全併用モデルでは式(5)で表されるような確率密度が考えられていない。この場合、 $t = j \ t_0$ で集中的に経済寿命により更新される割合 Rj は、

$$Rj = RjA + RjB = \int_{j \ t_0}^{\infty} f_{jA}(t) dt + \int_{j \ t_0}^{\infty} f_{jB}(t) dt \quad \cdots (15)$$

となる。これを式(7)の $ROTO^{(j-1)}$ と置き換え次の式(16)とする。
 すなわち、 $t = (j-1) \ t_0$ において、経済寿命を迎え更新され、その後、年齢が t_0 に至る前に耐用寿命を迎えて j 回目の更新を受ける確率の密度（B系）は、

$$f_{jB}(t) = R_{j-1} \times f_0(t - (j-1) \ t_0) \quad \cdots (16)$$

以上により式(5)の $f_{jA}(t)$ 、ただし耐用寿命に限定する条件を外す、および式(9)の $f_{jAE}(t)$ 、更に式(16)の $f_{jB}(t)$ により、更新の正しい確率密度が得られる。
 また、 $t = (j-1) \ t_0$ において、経済寿命を迎え更新され、その後、 $t = j \ t_0$ まで耐用寿命に至らず、経済寿命として j 回目の更新を受ける確率は、式(14)で得られる。確率密度分布を図2に、更新に関わる確率を表2に示す。表1に示した確率より格段に改善されている。小数点以下3位以下のばらつきは計算間隔 $\Delta t (=0.01$ とした) による数値積分の誤差であると考えられる。

図2 初代から4代目までの更新の確率密度分布
 (本論文で導出した数値による)

表2 更新に関わる確率

初代	$F1A=0.7475$		$R1=0.2536$	
				$F1A+R1=1.0011$
2代目	$F2A=0.6935$	$F2AE=0.1313$	$R2=0.1183$	$R2A=0.0540$
		$F2AD=0.5622$		$R2B=0.0643$
	$F2B=0.1895$			$F2A+F2B+R2=1.0013$
3代目	$F3A=0.8471$	$F3AE=0.0885$	$R3=0.0660$	$R3A=0.0360$
		$F3AD=0.7586$		$R3B=0.0300$
	$F3B=0.0884$			$F3A+F3B+R3=1.0015$
4代目	$F4A=0.9121$	$F4AE=0.0563$	$R4=0.0398$	$R4A=0.0231$
		$F4AD=0.8558$		$R4B=0.0167$
	$F4B=0.0493$			$F4A+F4B+R4=1.0012$

4. 使用中の設備における向後の更新発生の見通し

4.1 初代設備

式(1)で表される耐用寿命分布(確率密度)を持つ設備が現時点で

使用開始から t_c 年経過し(年齢 t_c)、使用継続中であるとする。向後の寿命の密度分布 $f_1(t)$ は、

$$f_1(t) = f_0(t + t_c) / (1 - F_0) \quad \cdots (17)$$

但し、
$$F_0 = \int_0^{t_c} f_0(t) dt \quad \cdots (18)$$

この設備には経済寿命 t_0 があるものとする。一般に、 $t_0 > t_M$ である場合が多い。初代設備の寿命の確率密度分布 $f_1(t)$ において、 $0 < t < t_0$ である。 $f_0(t)$ 、 $f_1(t)$ 、 t_c 、 t_0 の関係を図3(説明図)に示す。

図3 $f_0(t)$ 、 $f_1(t)$ 、 t_c 、 t_0 の関係説明図

初代設備が $t_c < t < t_0$ で更新される確率 $F1A$ は、

$$F1A = \int_{t_c}^{t_0} f_1(t) dt \quad \cdots (19)$$

である。
 初代設備の内、放置すれば t_0 を超える寿命を持つ確率、すなわち、 $t = t_0$ において経済寿命により更新される確率を $R1$ (図3の斜線部の面積) とする。

$$R1 = \int_{t_0}^{\infty} f_1(t) dt \quad \cdots (20)$$

である。
 以降、使用開始から t_c が経過した現時点を $t = 0$ とする。

4.2 2代目設備

4.2.1 寿命 t_{1A} +寿命 t_m の確率密度分布

確率密度分布 $f_1(t)$ ($0 < t < t_0$)を持つ初代の寿命 t_{1A} に、寿命 t_m (いずれも確率変数、 t_m は初代から2代目への時間経過を意味し、式(1)の正規分布に従うとする)を加えた2代目の設備(確率(割合) $F1A$ で発生した更新に由来、以降便宜的にA系とする)の寿命 ($t_{2A} = t_{1A} + t_m$)の確率密度 $f_{2A}(t)$ は、次式の畳み込みによって求められる。

$$f_{2A}(t) = \int_0^t f_1(x) f_0(t-x) dx \quad (0 < t < t_0 + t_x) \quad \cdots (21)$$

ただし、 t_x は、現時点から初代設備で長寿命のものが年齢 t_0 (経済寿命)を迎え更新されるまでの時間である。図4は初代から2代目への確率密度(A系)の説明図である。

$$F2A = \int_0^{t_0 + t_x} f_{2A}(t) dt \quad \cdots (22)$$

$$R2A = \int_{t_0+t_x}^{\infty} f_{2A}(t) dt \quad \dots (23)$$

図4 初代から2代目への確率密度 (A系) の説明図

4.2.2 経済寿命到来の確率密度 $f_{AE}(t)$

確率 $F2A$ で発生する寿命到来には、 $t_0 < t < t_0 + t_x$ において経済寿命を超えるものが含まれている。 $t=0$ が設備使用スタートであるから、 $t=t_0$ から経済寿命到来が始まり、 $t=t_x$ から使用スタートしたものが経済寿命を迎える $t=t_0+t_x$ までつづく。

確率 $F2A$ で発生する寿命到来を、経済寿命によるものと耐用寿命によるものとに分ける。ファシリティーマネジャーが、経済寿命到来を判断するための管理と耐用寿命到来を判断するための状態監視とは全く異なるので、これらの発生に関わる別々の確率的見通しの計画は必要性が高い。

$t_0 < t < t_0 + t_x$ において、それぞれの確率密度を $f_{2AE}(t)$ 、 $f_{2AD}(t)$ とする。

$$f_{2A}(t) = f_{2AE}(t) + f_{2AD}(t) \quad \dots (24)$$

$$f_{2AE}(t) = f_1(t) \times R1 \times F2A \quad (t_0 < t < t_0 + t_x) \quad \dots (25)$$

式(25)で $R1$ は、初代設備の内、放置すれば t_0 を超える寿命を持

図5 $f_1(t-t_0)$ 、 $f_{2A}(t)$ 、 $f_{2AE}(t)$ 、 $f_{2AD}(t)$ の関係の説明図

つ確率であり、 $t=t_x$ においてこの確率で経済寿命による更新が発生している。この更新に由来する2代目の内、 $F2A$ の割合が、当該の経済寿命到来の占める割合 (確率) である。

$$F2AE = \int_{t_0}^{t_0+t_x} f_{2AE}(t) dt \quad \dots (26)$$

$$F2AD = F2A - F2AE \quad \dots (27)$$

ここで、

$$f_{2AD}(t) = \begin{cases} f_{2A}(t) & (0 < t < t_0) \\ f_{2A}(t) - f_{2AE}(t) & (t_0 < t < t_0 + t_x) \end{cases} \quad \dots (28)$$

図5は、 $f_1(t-t_0)$ 、および $f_{2A}(t)$ 、 $f_{2AE}(t)$ 、 $f_{2AD}(t)$ の関係の説明図である。

4.2.3 $t=t_x$ における経済寿命での更新に由来する2代目の更新の確率密度 $f_{2B}(t)$

初代の経済寿命による一括更新 (確率 $R1$) に由来する2代目を前節と同じように B 系と呼ぶことにする。

$t_x < t < t_0 + t_x$ における更新は耐用寿命によるものに限られる。求める確率密度を $f_{2B}(t)$ とすれば、

$$f_{2B}(t) = R1 \times f_0(t-t_x) \quad (t_x < t < t_0 + t_x) \quad \dots (29)$$

この式は $t=t_x$ における更新 (確率 $R1$) を起点とした2代目の耐用寿命の確率密度分布である。この確率密度の説明図を図6に示す。

$t_x < t < t_0 + t_x$ において耐用寿命により更新される確率 $F2B$ 、および $t=t_0+t_x$ で経済寿命により更新される確率 $R2B$ は次のようになる。

$$F2B = \int_{t_x}^{t_0+t_x} f_{2B}(t) dt \quad \dots (30)$$

$$R2B = \int_{t_0+t_x}^{\infty} f_{2B}(t) dt \quad \dots (31)$$

図6 $t=t_x$ における更新を起点とする2代目の耐用寿命の確率密度分布の説明図

4.3 3代目設備

4.3.1 3代目 A 系の更新の確率密度

$0 < t < t_0 + t_x$ で寿命を迎えた 2 代目設備を継いだ 3 代目が、
 $0 < t < 2 t_0 + t_x$ において再度寿命を迎えて更新される確率の密度分布 $f_{3A}(t)$ は以下になる。

$$f_{3A}(t) = \int_0^t f_2(x) f_0(t-x) dx \quad \cdots (32)$$

ここで、

$$f_2(t) = f_{2A}(t) + f_{2B}(t) \quad (t_x < t < t_0 + t_x) \quad \cdots (33)$$

$f_0(t)$ は式(1)による。

この寿命分布には、 $t_0 + t_x < t < 2 t_0 + t_x$ において経済寿命を迎えるものが含まれている。 $t = t_x$ が実際の 2 代目設備使用スタートであるとすれば、 $t = t_0 + t_x$ から 3 代目の経済寿命到達が始まる。この確率密度を $f_{3AE}(t)$ とする。

$$f_{3AE}(t) = f_2(t - t_0) \times ROTO \times F3A \quad \cdots (34)$$

ここで、 $f_2(t - t_0)$ は、 $f_2(t)$ を経済寿命 t_0 だけ時間経過させたものである。 $F3A$ は、A 系 3 代目の更新の占める割合であり、 $ROTO$ は、耐用寿命が経済寿命 t_0 を超える確率で、これらの積は A 系の更新で経済寿命による更新が占める割合である。 $ROTO$ は次式による。

$$ROTO = \int_{t_0}^{\infty} f_0(t) dt \quad \cdots (35)$$

$f_{3A}(t)$ は、経済寿命による更新によるもの $f_{3AE}(t)$ と、耐用寿命による更新によるもの $f_{3AD}(t)$ とに分けられる。

$$f_{3AD}(t) = f_{3A}(t) - f_{3AE}(t) \quad \cdots (36)$$

である。

確率 $F3A$, $F3AE$, $F3AD$, $R3A$ はそれぞれ次式による。

$$F3A = \int_0^{2 t_0 + t_x} f_{3A}(t) dt \quad \cdots (37)$$

$$F3AE = \int_0^{2 t_0 + t_x} f_{3AE}(t) dt \quad \cdots (38)$$

$$F3AD = F3A - F3AE \quad \cdots (39)$$

$$R3A = \int_{2 t_0 + t_x}^{\infty} f_{3A}(t) dt \quad \cdots (40)$$

4.3.2 3 代目 B 系の更新の確率密度

2 代目の内、 $t = t_0 + t_x$ において集中的に経済寿命で更新され、それを継いだ 3 代目が、 $t_0 + t_x < t < 2 t_0 + t_x$ において耐用寿命を迎え更新される確率の密度は、

$$f_{3B}(t) = R2 \times f_0(t - t_0 - t_x) \quad (t_0 + t_x < t < 2 t_0 + t_x) \quad \cdots (41)$$

となる。

ここで、 $t = t_0 + t_x$ において集中的に経済寿命で更新される 2 代目設備の割合 $R2$ は、

$$R2 = R2A + R2B \quad \cdots (42)$$

3 代目の更新の確率密度 $f_3(t)$ は、

$$f_3(t) = f_{3A}(t) + f_{3B}(t) \quad (t_x < t < 2 t_0 + t_x) \quad \cdots (43)$$

である。

次節 4 代目の B 系確率密度計算に必要な $R3$ は、次式による。

$$R3 = R3A + R3B \quad \cdots (44)$$

4.4 4 代目設備

4 代目は 3 代目の場合と同じように、更新の確率密度分布 $f_{4A}(t)$, $f_{4AE}(t)$, $f_{4AD}(t)$, $f_{4B}(t)$, $f_4(t)$ および確率 $F4A$, $F4AE$, $F4AD$, $R4A$, $F4B$, $R4B$, $R4$ を求めることができる。ここで $R4$ は、5 代目について考えていないので、 $t = 3 t_0 + t_x$ において経済寿命に至った設備を更新することではなく、この値を計算する必要はないが、確率の構成を調べるため敢えて加えている。

以降、計算式のみ示す。

$$f_{4A}(t) = \int_0^t f_3(x) f_0(t-x) dx \quad (t_x < t < 3 t_0 + t_x) \quad \cdots (45)$$

$$f_{4AE}(t) = f_3(t - t_0) \times ROTO \times F4A \quad \cdots (46)$$

$$f_{4AD}(t) = f_{4A}(t) - f_{4AE}(t) \quad \cdots (47)$$

$$f_{4B}(t) = R3 \times f_0(t - 2 t_0 - t_x) \quad (2 t_0 + t_x < t < 3 t_0 + t_x) \quad \cdots (48)$$

$$f_4(t) = f_{4A}(t) + f_{4B}(t) \quad \cdots (49)$$

$$F4A = \int_0^{3 t_0 + t_x} f_{4A}(t) dt \quad \cdots (50)$$

$$F4AE = f_3(t - t_0) \times ROTO \times F4A \quad \cdots (51)$$

$$F4AD = F4A - F4AE \quad \cdots (52)$$

$$R4A = \int_{3 t_0 + t_x}^{\infty} f_{4A}(t) dt \quad \cdots (53)$$

$$F4B = \int_{2 t_0 + t_x}^{3 t_0 + t_x} f_{4B}(t) dt \quad \cdots (54)$$

$$R4B = \int_{3 t_0 + t_x}^{\infty} f_{4B}(t) dt \quad \cdots (55)$$

$$R4 = R4A + R4B \quad \cdots (56)$$

図 7 は、初代から 4 代目までの更新の確率密度分布の計算結果である。

計算のための想定値は、設備耐用寿命の平均値 $t_M = 15$ 年、耐用寿命が従う正規分布の標準偏差 $\sigma = 3$ 年、経済寿命 $t_0 = 17$ 年（以上、図 1、図 2 と同じ）、使用中の設備の現時点での年齢 $t_C = 12$ 年、経済寿命 t_0 と使用中の設備の現時点での年齢 t_C との差 $t_x = 5$ 年 である。

表 3 は、初代が使用中の場合の初代から 4 代目までの各代における、上記の想定による更新に関わる確率の計算例である。

5. まとめ

建物管理において、先々の設備機器等の更新発生の見通しを立てることは、予算計画のためにきわめて重要である。筆者の既報²⁾ が計画系論文報告集に掲載されたのは 1992 年のことである。その後、パソコンの高性能化が著しく進み、更新理論に不可欠の畳み込み演

図7 初代（使用中）から4代目までの更新の確率密度分布

表3 初代から4代目までの各代における更新に関わる確率

初代	$F1A=0.6993$		$R1=0.3014$		$F1A+R1=1.0006$	
2代目	$F2A=0.5346$	$F2AE=0.1128$	$R2=0.2411$	$R2A=0.1647$	$F2A+R2B+R2=1.0010$	
		$F2AD=0.4218$		$R2B=0.0769$		
	$F2B=0.2253$					
3代目	$F3A=0.7225$	$F3AE=0.1392$	$R3=0.0986$	$R3A=0.0374$	$F3A+F3B+R3=1.0013$	
		$F3AD=0.5833$		$R3B=0.0611$		
	$F3B=0.1802$					
4代目	$F4A=0.8723$	$F4AE=0.1995$	$R4=0.0549$	$R4A=0.0299$	$F4A+F4B+R4=1.0008$	
		$F4AD=0.6728$		$R4B=0.0250$		
	$F4B=0.0737$					

算が実務に供するに足るスピードで可能となった。また、寿命についての実態データの蓄積が、BIMMS データ（建築保全センター）やプロパティマネジメントを行っている不動産管理会社の修繕工事記録データの分析による寿命推定⁴⁾などとして目覚ましく進展している。筆者は、このような状況に鑑み、更新理論を“技術”としてレトロフィットをはかることは意義が認められ得ると考えた。既報の理論展開を見直し、更新発生率の確率密度と更新に関わる確率をファシリティマネジメントに供する基礎資料として提示した。

確率密度と確率の計算は、BASIC/98⁵⁾による筆者の自家製、数値計算間隔は全て $\Delta t=0.01$ である。計算時間は一般的なデスクトップパソコンを使い、図5の場合で15分程度であり保全計画等の実務への利用を考えても問題ないと思われる。

謝辞

NTT ファシリティーズ総合研究所 EHS&S 研究センターの大島一夫センター長には更新理論のレトロフィットという企図に支持いただき数式一々について吟味していただいた。氏に深甚の謝意を表する。

注

1) 既報 2) では、経済寿命について Terborgh による稼働劣性の想定に基づく旧 MAPI 方式によることとし、さらに空調設備の更新では建築の余寿命を考慮する必要があるとし、建築の余寿命の約数であることを経済寿命の条件としている。

2) 既報では、空調設備について機器等部位の更新、およびシステムの更新について経済性からの評価手法を総合的に検討した。本論文は耐用寿命と経済寿命が接近している機器で、いずれかに至ったら更新するという方策で更新を繰り返す場合の更新モデル(確率密度分布)の見直しを行い、修正モデルを導いた。このモデルを使った部位の更新評価の理論およびシステムの更新評価の理論については修正すべき点は見いだせなかった。既報では更新モデルとして3代目までの確率密度を示したが本論文では4代目まで計算している。

また、既報 2) については、下記の修正が必要である。

(1) 26 頁の図-3 のタイトルから「密度」を削除。これに関する記述における式(10)について $f_j(t)$ を「更新確率 $F_j(t)$ 」とする。

(2) 27 頁の図-4 から $t=17$ における $R(t_0)$, $t=34$ における $[R(t_0)]^2$ を表すそれぞれの縦棒を削除。これに関する式(13)についての記述における④の3行目から「の密度」を削除、また、「 $t=j t_0$ において:」に続く「 $f_j(t)=$ 」を削除。

(3) 27 頁の図-6 のタイトルから「密度」を削除。28 頁の図-7 から $t=5$ における $Rc(t_{xm})$, および $t=22$ における $Rc(t_{xm}) [R_0(t_0)]$ を表す縦棒を削除。これに関する式(17)について「 $t=(j-1)t_0+t_{xm}$ において:」に続く「 $f_j(t)=$ 」を削除。

これらの要修正箇所は、用語の混乱によるもので、この既報の理論展開にはほとんど関係しない。本論文で扱う既報の問題点は本論文第2節に指摘した点にある。

参考文献

- 1) 建築保全センター：平成 31 年版建築物のライフサイクルコスト第 2 版，2019. 5
- 2) Takakusagi, A. : THEORETICAL STUDY ON EVALUATION OF RENEWAL PLAN OF AIR-CONDITIONING SYSTEM, Journal of Architecture and Planning, Environmental Engineering (Transaction of AIJ), No. 435, pp. 23-31, 1992. 5 (in Japanese)
高草木明：空調設備の更新に関する理論的研究，日本建築学会計画系論文報告集 NO. 435, pp. 23-31, 1992. 5
- 3) 市田嵩：改訂保全性工学入門，pp. 208-217，日科技連，1976 年
- 4) Itaya, T. and Komatsu, Y. : CALCULATION OF THE RELIABILITY AND ESTIMATION OF THE MOST SUITABLE RENEWAL CYCLE OF PARTS AND EQUIPMENT IN BUILDINGS BASED ON LONG-TERM RECORDS OF THE REPAIR WORKS ON BUILDINGS, Journal of Architecture and Planning (Transaction of AIJ), Vol. 82, No. 741, pp. 2939 -2948, 2017. 11 (in Japanese)
板谷敏正・小松幸夫：長期間の工事履歴に基づく部位・設備ごとの信頼度の算定およびこれを活用した最適な更新周期の推計，日本建築学会計画系論文集 第 82 巻 第 741 号, pp. 2939-2948, 2017. 11
- 5) BASIC/98 Ver. 5.1, Windows10 対応，電脳組，2016. 2

[2020 年 1 月 31 日原稿受理 2020 年 4 月 22 日採用決定]