分 光 学

第1講 “光はなぜでるか”

尾 中 龍 猛*

(昭和45年11月24日受理)

Spectroscopy

(1) Emission of Light

Ryumyo ONAKA

Institute for Optical Research, Kyoiku University
(400, Hyakunincho 4, Shinjuku-ku, Tokyo)

1. は じ め に

光はなぜでるか？ この題で講座をはじめめることは、筆者にとって誠に気の重いことである。白熱電球がなぜ光るか。それはフィラメントに電流が流れて、ジュール熱によってそれが高温に熱せられるから光るのである。ネオンサインはなぜ赤く光るか。それはネオン管の中で放電が起きて、中のネオンの原子が励起されて、さらにエネルギーの低い状態に遷移し、6000 オングストローム付近の光を出すから赤く光るのである。こういう風に説明するのであったら、一応の説明ができるかも知れない。しかし、ここで求められているのは、もっと基本的なことで、なぜ物が高温になると光るのか、なぜ原子の励起状態から低いエネルギー状態に遷移すると光がでるのか、という問題に答えよというのである。あるいはこれらに一応の説明を与えた場合、たとえば、電子が振動するから光がでるのだと説明した場合には、今度はなぜ電子が振動したら光がでるのだという質問がでるだろう。こうして、どこまでも、なぜ？ なぜ？ という風に追求されたら、どう答えたらよいのであろうか。

物理学は、このような自然現象に説明を与えようとする学問である。しかし、「なぜ？」という問いに対して、物理学は答えることはできるものだろうか。それは次節により基本的な現象にさかのぼって、説明が与えられるに違いない。しかし、最後の所は、自然はそうにな

っている、としか答えられない壁につきあたってしまう。たとえば、なぜ電気というものがあるのか？ なぜ、プラスの電気とマイナスの電気が引き合うのか？ この問いに対しては、おそらく物理学は、答えることはできないであろう。

光がなぜでるか？ この問に対して、われわれはどこまで答えることができるだろうか。筆者は浅学非才で、とてもその究極のところまでは説明できそうにもない。しかし、とにかくこの講を引き受けた以上、できる限りの努力を傾けたい。

2. 光 の 本 性

光がなぜでるか、物がなぜ光るか、という問題の前に、光とは何であるかという問題を考えたい。この問題はおそらく有史以前から人間のいだいていた疑問であったに相違ない。しかし、これが科学上の問題として取り扱われ、論争されるようになったのは、17世紀と言われている。特に有名なのは、ニュートンの粒子説と、ホイヘンスの波動説の対立であった。当時、光の性質について、知られていたもとは、(カッコ内は発見者と発見年代)

1. 直進すること
2. 反射の法則、屈折の法則 (スネル 1618)
3. 白色光が色光の混合であること
(ニュートン 1666)
4. 複屈折 (方解石の二重像) (バルトリヌス 1669)
5. ニュートン環 (フック 1665)

* 東京教育大学光学研究所 (新宿区百人町4丁目400番地)

6. 回折 (グリマルディ 1665)

などであった。ホイヘンスは、これらの現象を矛盾なく説明するには、波動によらなければならないと考え、波動説を強く主張した。波動説では、必ずその媒体が必要であると考えられていた。ホイヘンスら波動説を支持した人達は媒体として、エーテルを考えていた。エーテルは、空間に満ちており、また透明な物質ならどんなにかたい物質の中でも自由に入りこむことのできる流体であると考えられた。そして、流体の中で伝わる波は必ず音波のような疎密波であり、媒体の振動方向は、波の進行方向と一致したものに限られている。そこで光はいわゆる縦波であると考えられていた。

ホイヘンスは、光の直進を説明するために、次のような仮定を設けた。

ある瞬間の波の波面上の各点は、それぞれが波の源となつて、新しい波を発生させている。この新しい波はそれぞれ隣の波と重なり合い、干渉しあうので、その結果それらの包絡線の波面ができる。そしてその波面はちょうど親の波が広がってきたものと全く同じであることを彼は証明することができた。この仮説はホイヘンスの原理として知られている。

一方ニュートンは粒子説を固執した。彼はニュートン環の研究をして、干渉の現象を知っており、グリマルディの回折の実験についても知っていたといわれる。しかしなお粒子説をとったのは、光が直進して、音や水の波のように回折しないこと、波としては縦波しか考えられなかったので、複屈折の現象、光の片寄りについてうまく説明が与えられなかったためと思われる。ニュートン環の干渉については、フィットという言葉を用いて粒子論でそれを説明した。

ニュートンの名声が余り高かったので、粒子説がその後 100 年余りも優勢であったが、19 世紀に入るや否や、ヤングの干渉の実験によって、光が波動現象であることは決定的となり、波動説によってその地位を奪われた。その後フレネルによって、くわしい干渉や回折、光の偏りの解析が行なわれ、光の波動説は不動のものとなった。

光の伝ばん速度については、レーマーやブラッドレーによって、天体の運動を利用して測定され、フィゾーやフーコーによって地上でも測定された。これらの測定の結果 $3 \times 10^8 \text{ m/sec}$ という値が得られた。

一方 18 世紀から 19 世紀にかけて、電磁気に関する研究が急速に進み、エールステッド、アンペア、オーム、ファラデーらによって重要な法則が次々と発見された。特に重要なのは、電流は磁界を作り、磁界の変化が電流を起こす電磁誘導の発見である。ファラデーはこれ

らを電気力線、磁力線という考え方で直観的に説明していたけれども、その後マックスウェルが数式的に取り扱い、四つの微分方程式を導いた。この方程式は今日マックスウェル方程式として、電磁気に関する基本方程式となっている。

マックスウェルはさらに、この方程式を組み合わせで取り扱うと、電磁界に関する波動方程式が得られることから電磁界は波として伝ばんするのではないかと予言した。そして、その時の波の伝わる速さは、電磁単位と静電単位の比で与えられるが、これは実際に計算してみると、 $3 \times 10^8 \text{ m/sec}$ となり、光の速度と一致した。このことから、光は電磁波の一種ではないかという考えが生まれた。電磁波の存在は、その後数年もたずに (1882 年) 実際にヘルツによって、実験的に確かめられた。このことはマックスウェルの方程式の正しいこと、さらに光が電磁波であることを証拠だてたものといつてよい。光が電磁波であるとすれば、それはどんな形の波であるだろうか。そして、どんな場合に電磁波が発生し、どのように伝わっていくだろうか。それがわかればそれが光はなぜ放射されるかという問題の解答であるといつてもよいであろう。

3. 電 磁 波 の 発 生

エボナイトの棒を毛皮でこすると、その棒は小さい紙片などを吸い付ける性質を帯びる。これはエボナイト棒の表面に負の電荷がたまつたためと考えられている。それならば電荷がたまると、なぜものを引きつけるのだろうか。電気に関する最も基本的な法則として、電気には正負の 2 種があり、同種の電気は反発し、異種の電気は吸引することが知られている。この力は真空の中でも及ぼし合うことのできる力である。昔はこのような真空中でも力が伝わることは考えにくかったので、エーテルという物質が空間に充満していると考えられたこともあった。しかし今では、ある電気量の電荷があると、その付近にはそれぞれの場所の性質として、電界というもののできていると考えられ、その電界は、そこに単位の正電荷をもってきた時それが受ける力によって表わされるものと考えられている。電界に沿って、線を伸ばしていくと、ある曲線の群ができる。この曲線群のことを電気力線という。電気力線は電界の様子を表わすのに非常に便利である。いつも正の電荷から負の電荷に向かって伸びている。

一方磁石の場合にも、同種の磁極は反発し、異種の磁極は吸引する。この力は磁極の付近の空間にその場所の性質として磁界ができていたためである。電気力線と同

じように磁界に沿った曲線群は磁力線であって、磁界の分布を表わすのに用いられる。

電気、磁気に関する多くの実験的事実、法則を整理、統一して得られたマックスウェルの結論は、電界と磁界が組になって、光速度に等しい速さで空間を伝わって広がっていくということであった。これが電磁波であり、マックスウェルの予言がヘルツによって実証されたことは前に述べた通りである。このことは実験的事実であり、それが誤りであるという証拠は見えなかったことがない。そこで以下では、この事実を前提として話を進めていきたい。

電荷が空間のある点に止まっている時、そのまわりには放射線状に電気力線ができていく。今、電荷は止まっていると考えているので、電界も時間的には変化しない。したがってそれが伝わり広がっていくのを見ることはできない。電荷がゆっくりと（光の速さに比べて）動いていく場合にも、電界はその電荷のまわりでほぼ一様に分布し、電気力線もほぼ真直に放射線状にのびている。

Fig. 1. 電荷が加速度運動をしてAからBまで移った時の電気力線の形、折れ曲った所は光速度Cで広がって行く。

しかし、電荷がある短い時間、何らかの原因で急に加速度運動をしたとしよう。すると、その前後では、電荷のごく近くの場所での電界は変化し、したがって電気力線はその場所で急激に屈折することになる。この屈折した場所は光の速さで外側に広がっていく。電気力線が真直に放射線状にのびているときには、電界はすべて放射線に沿って外側を向いている。しかし電気力線が屈折した場所では、放射線に対して横を向いた電界ができていく。この横向き成分だけを取り出して考えて見ると、電荷からある距離離れた同心円（球）の付近にだけかたまった円（球殻）のような形をした電界の強い部分が光の

速度で外側に向かって広がっていくことになる。

電磁気学の結論によると、電界がある値をもつ空間には、電界の2乗に比例したエネルギーが蓄えられている。したがって、横向き電界が水面の波のように広がっていく場合に、それに伴って、エネルギーが外側に向かって広がっていくことになる。このエネルギーの波はもちろん、電荷が加速度運動をしたことから生じたものである。

さらに、電荷が動くとき、その付近には磁界が作られる。たとえば針金の中を電荷が通る——電流が流れるとき、針金の周囲に同心円を描いて、磁力線ができる。電荷が一定の速さで動いている場合には、磁力線は一様にできていく。しかし電荷がある短い時間加速度運動をすると、磁界の方にも変化を生じ、この変化した磁界は光の速度で広がっていく。

上に述べた電界と磁界は共に光の速度で、電荷のあった場所から広がっていくので、常に一緒になって広がっていく。そして電界と磁界はお互いに垂直になっており（電界は Fig. 1 の紙面上にあり、磁界は紙面に垂直である）、広がる進行方向（放射線に沿った方向）に対して、ともに垂直になっている。

電界と磁界が一緒になって行動し、波のように伝わる時、それを電磁波という。結局

電荷がある加速度をもった運動をすると、電磁波が発生し、電荷を中心として広がっていく*。

上に述べた例では、電荷の加速度運動はある短い時間だけ起きた現象であった。すなわちパルス的であった。そして、電荷からある距離離れた場所で、広がって来た電磁波を受けたとすると、それもパルスのものとして観測される。

もし電荷が空間のある点を中心として前後に絶え間なく振動していたとしよう。振動運動は、正弦波のような加速度運動をすることである。したがってそこからは正弦波の形をした電磁波が、連続的に広がっていくことになる。そして当然電磁波の振動数は電荷の振動数と同じである。

われわれの知っている電波、（ラジオの電波等）はもちろんこのような正弦波の電磁波である。そして、ここで問題にしている光波も、波長が短いという点が違っているだけで、やはり同じ正弦波の電磁波である。したがって

* ここでは詳しくは述べないが、電荷 (e) が加速度

運動 $\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)$ をした場合電磁波として放出される

エネルギーは $\frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2$ に等しい。

て、光が放射されるのは、電荷が光の振動数で振動したために放射されるものと考えてよいだろう。それではそのとき振動している電荷は一体何であろうか。

4. 電 子 の 振 動

物質が光を放射したり、吸収したりするのは、物質の中で電荷が振動するためであるが、電荷を持って振動する物体が電子やイオンであろうということは直ちに考えられる。実際電子は質量が小さく、眼に見える光の放射と関係が深い。正弦波の電磁波を出すとき、電荷を帯びた物体はやはり正弦波のような振動——調和振動をするが、力学の示す所によれば、この振動は物体に加わる力が空間のある点を中心として、常にその点に向かっており、その大きさがその中心点から物体までの距離——変位に比例する場合に起きることが知られている。この力が、物体に加速度を与える原因となる。これを数式で示すと、変位を x 、したがって加速度は d^2x/dt^2 、物体の質量を m とすると、物体を中心に戻そうとする力は x に比例し、中心に向かっていて $-kx$ と書くことができる。 k は力定数と呼ばれる。そこでニュートン力学の第2法則により

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad (4-1)$$

となる。この微分方程式の解は

$$x = x_0 \sin \omega t \quad (4-2)$$

の形をしている。実際に (4-2) を (4-1) に代入して見ると

$$-m\omega^2 x_0 \sin \omega t = -kx_0 \sin \omega t$$

すなわち

$$k = m\omega^2 \quad (4-3)$$

であれば (4-1) 式は満足されることを示している。ここで ω は角振動数と呼ばれるもので、振動の周期を T とすると、 $\omega = 2\pi/T$ である。あるいは振動数を f とすると、 $f = 1/T$ であるから $\omega = 2\pi f$ である。

(4-2) 式は振動している物体の変位が正弦波形になっていることを示している。

(4-3) 式を変形すると

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{あるいは} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4-4)$$

を得る。振動数は物体の質量が小さくなればなる程大きくなる。

原子の中では、電子は原子核の周囲を回転しているが、電子を原子核に結びつけているものは、電子の持つ ($-e$) という電荷と原子核のもつ ($+Ze$) という電荷である。ここで e は電気素量 1.6×10^{-19} クローンで、 Z

は原子核のもつプロトンの数である。最も簡単な原子、水素原子をとって考えると、 Z は1である。水素原子の半径は 5.3×10^{-11} メートルであるから、電子と原子核の間の引力は、クローンの法則によって

$$F = 9 \times 10^9 \frac{q, q'}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ ニュートン}$$

となる。電子は回転運動をしており、上の力はもちろんそれを起こす求心力になっているが、円運動は互いに垂直の方向の調和振動に分解できるから、調和振動として考えると

$$F = kr = 5.3 \times 10^{-11} k$$

であるから

$$k = \frac{8.2 \times 10^{-8}}{5.3 \times 10^{-11}} = 1.5 \times 10^{+3} \frac{\text{ニュートン}}{\text{メートル}}$$

となる。電子の質量は 9.1×10^{-31} kg であるから

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{1.5 \times 10^{+3}}{9.1 \times 10^{-31}} = 1.7 \times 10^{+33}$$

$$\omega = 4 \times 10^{16}, \quad f = 7 \times 10^{15} \text{ (1/秒)}$$

となる。光の速度は毎秒 3×10^8 メートルであるから、波長は

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{7 \times 10^{15}} = 4 \times 10^{-8} \text{ メートル} = 40 \text{ nm (ナノメートル)}$$

となる。実際の可視光線は $400 \sim 700 \text{ nm}$ であるから、上の値はこれより1桁小さいが、これは実際の水素の共鳴線の波長 121 nm に比べると、それ程ひどい相違ではなく古典的な推定値であるから止むを得ない。とにかく、電子の振動は非常に速く、その振動数は毎秒 10^{15} 程度であり、ちょうど可視光付近の光の吸収、放射と関係があることがわかる。

電子ではなく、イオンの振動になると、質量が電子の数千倍ないし数万倍程度となる。(水素の原子核プロトンの質量は電子の質量の1836倍であり、ふつうの原子やイオンの原子核にはプロトンやそれと同じ質量の中性子(ニュートロン)が数十個入っている)。振動数は(4-4)式で見られるように質量の平方根に逆比例するから、イオンの振動による光の振動数は、電子の振動するものの100倍程度小さく、波長は100倍ぐらい大きい。これはちょうど赤外線に相当する。したがって、赤外線の吸収や放射は、イオンの振動によって起こることがわかる。

5. 放 射 と 吸 収

今までは、電荷をもった粒子が振動すると、光の放射

や、吸収が起きることを述べて来た。しかしその間の区別については余りはっきり述べなかった。

電荷が加速度運動（振動）をすると、電磁波が放出される。逆に電荷がある場所に止まっているところへ、電磁波がやってくると、電磁波によって、その場所に電界ができるので、電荷は力を受け、ニュートンの力学第2法則によって加速運動をはじめる。このとき、電荷をになっている粒子は運動のエネルギーを獲得するが、そのエネルギーは電界からもらったものであり、したがって電磁波はエネルギーを失って弱くなる。これが電磁波—光の吸収である。

電荷を帯びた粒子と、空間に充満した電磁波—電磁界を同時に考えて見よう。初めの例では、電磁界はなくて、荷電粒子が振動していた場合で、この時は荷電粒子の振動から、エネルギーが電磁波となって放出される。後者の例では、静止していた荷電粒子に電磁波が吸収され電磁界からエネルギーが移る。さらに一般的な場合、すなわち荷電粒子が振動しており、そこへ電磁波がやって来た場合を考えて見ると、荷電粒子の振動の強さと、電磁波の強さの相対的な関係によって、電磁波が吸収されたり放射されたりする。

ブンゼン灯の中に少量の食塩を入れると、黄色の焰となる。これを小型の分光器で見ると、黄色のスペクトル線が見られる。古典的な考え方によれば、これはナトリウム原子の中で電子が振動し、黄色の光—電磁波を放出していることを示したものである。ところで、このブンゼン灯の後に、明るい白熱電球を置き、焰の中を通ってきた光を小型分光器で見ると、さきほど黄色に光っていた部分が、今度はかえって黒くなって、まわりより暗くなっていることがわかる。これは光—電磁波が強いときには電子の振動によって吸収が起きることを示している。

6. 共 鳴

荷電粒子、たとえば原子内の電子が調和振動するとき、その電子は空間のある点（原子核）に結び付けられ、その中心からの距離に比例した引力を受けている。そして、その引力の定数と粒子の質量によって決まる振動数をもって振動する。ところで、光—電磁波は外部から与えられるものであるから、その振動数は必ずしも電子の振動数と同じになる場合ばかりではない。今、光の角振動数を ω とし電子の自由振動数を ω_0 とした時、この電子に光が当たった場合はどうなるであろうか。

電子は変位に比例する引力を受けるとともに、電界から $-eE$ (E は電界の強さ) という力を受ける。したが

って (4-1) 式に対応して

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \underset{\text{復元力}}{kx} - \underset{\text{電磁波から受ける力}}{eE} \quad (6-1)$$

もし電界の強さ E が角振動数 ω の正弦振動をしているとすると $E = E_0 \sin(\omega t)$ と書かれるので

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = -eE_0 \sin(\omega t) \quad (6-2)$$

となる。電子の運動にわずかな摩擦があると仮定すると長い時間たった後では、計算は省略するが

$$x = - \left(\frac{eE_0}{m} \right) \frac{\sin(\omega t - \alpha)}{\omega^2 - \omega_0^2} + T \quad (6-3)$$

となる。ここで T は過渡的に現われる項で、長い時間の後では消えてしまう。 ω_0 は前の約束によって、電子の自由振動の角振動数であり、 $\omega_0^2 = k/m$ である。また α は $(\omega^2 - \omega_0^2)$ の値と、摩擦の大きさによって決まる位相のずれである。

電子の振動の振幅は、したがって $|(eE_0/m)/(\omega^2 - \omega_0^2)|$ で与えられる。この式からわかるように ω が ω_0 より非常に小さいときには振幅は $eE_0/m\omega_0^2$ という一定値に近く、 ω が ω_0 よりはるかに大きい時は $1/\omega^2$ に比例して減少していく。 ω がどちらの方からでも ω_0 に近づく、振幅は大きくなり、 $\omega = \omega_0$ の所で非常に大きくなる。この現象は共鳴と呼ばれる。(6-3) 式から見ると、共鳴の時、振幅は無限大になるように見えるが、実際には電子の運動には多少摩擦があるために無限大にはならないで、ピークの形が多少丸くなる。

ω が次第に大きくなり、 $\omega = \omega_0$ で共鳴の生じた時、 α (位相のずれ) は $\pi/2$ (90°) になる。共鳴点の前後で位相角の符号が変わるので、位相は急激に π (180°) 変化する。 ω が ω_0 から離れるにしたがって α は 0 に近づく。

以上に述べて来た振幅の変化を図示すると Fig. 2 の

Fig. 2. 自由角振動数 ω_0 をもつ振動子に角振動数 ω の光が入射した時の振動子の振幅 x

ようになる。\$\omega\$ の小さい所、振幅が \$\omega\$ によらない振動数の光に対しては電子は光を受けて、自分の固有振動数ではなく光の振動数で振動し、その結果入射光と同じ振動数の光を放射する。この現象は散乱と呼ばれている。上空の空気の分子の中の電子が、太陽の光を受けて散乱した光によって、空が青く見えることはよく知られている。散乱光の強さは、電子の振幅が一定であっても、\$\omega\$ の4乗に比例するので、短波長の光（紫や青）の散乱は長波長の光（赤い光）より強く、その結果、空が青く見えるのである。

\$\omega = \omega_0\$ の所、では振幅が非常に大きくなる。したがって、この光の吸収や放射は他の振動数の光よりも著しく強い。ナトリウムを含むブンゼン灯の焰から、黄色の光が強く放射され、または白熱ランプの光を強く吸収するのは、ナトリウム原子の中での電子の自由振動数（共鳴振動数）がちょうど黄色の光の振動数と同じだからである。そこで、このような場合は光の共鳴放射、共鳴吸収と呼ばれる。

7. 共 鳴 線 の 幅

前節では電子が振動するときの摩擦、すなわち電子の運動に対する抵抗は非常に小さいとした。その結果共鳴の起きたところ、\$\omega = \omega_0\$ では、電子の振動の振幅は摩擦の影響が無視されたときには無限大になった。しかし、実際には、電子の運動には必ず抵抗がある。その抵抗は、ガス体の中の原子や分子のように、それらが自由に飛行できる状態では小さい。しかし液体や固体の中では、他の原子や分子が近くにあり、それらに電荷をもった電子や原子核があるので、今考えている電子が振動すると、その電界は他の電子や原子核をゆり動かす結果となる。そのために電子はエネルギーを消費する。これが電子運動の抵抗として現われる。

自由な原子や分子の中での電子にも多少は摩擦がある。その最も重要なものは、電子の振動は、一種の加速度運動であるから、必然的に電磁波を放射する。その結果電子はエネルギーを失う。これが電子運動に対する摩擦、抵抗となって現われる*。

振動する電子——今後これを振動子と呼ぶ——の運動に抵抗がある場合、摩擦力としてそれを表わすと、運動の向きと逆方向に、速さに比例した力が働くことにな

* この考え方は古典的な考え方で、量子論的な考え方と混同してはいけない。後で述べるように量子論では原子の中で電子が回転運動をしていてもそれだけでは電磁波は放射されない。古典的な電子振動は量子論ではエネルギー準位間の遷移に対応している。

る。そこで (6-1) 式と同様にニュートン力学の第2法則より

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -a \frac{dx}{dt} - kx - eE_0 \sin(\omega t) \quad (7-1)$$

摩擦力 復元力 電磁波から受ける力

を得る。この微分方程式の解は

$$x = \frac{-eE_0 \sin(\omega t - \alpha)}{\sqrt{a^2 \omega^2 + m^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}} + A e^{-(a/2m)t} \sin(\omega' t - \varphi) \quad (7-2)$$

となる。右辺第1項は外部から来た電磁波によって強制的に動かされた定常的な解で、第2項はある瞬間に振動していても次第に減衰していく解である。ここで \$\omega'^2 = (k/m) - (a^2/4m^2)\$ であり、位相角 \$\alpha\$ は \$\tan \alpha = a\omega/(k - \omega^2 m)\$ で与えられる。\$\omega_0\$ は前と同様 \$\omega_0^2 = k/m\$ である。

(7-2) 式からわかるように、定常解の振幅は \$\omega = \omega_0\$ の所で無限大にはならないで \$-eE_0/a\omega\$ という値をもつ。そこで共鳴線はある幅をもつことになる。一般にこのような分布の幅は、その最大値の1/2の値を示す \$\omega\$ の幅を用いて表わされ、半値幅と呼ばれる。

振動のエネルギーは振幅の2乗に比例するので、エネルギーとしての半値幅を求めると、

$$\omega^2 - \omega_0^2 = \pm \frac{a\omega}{m}$$

$$\omega - \omega_0 = \pm \frac{a\omega}{(\omega + \omega_0)m} \div \pm \frac{a\omega}{2\omega m} = \pm \frac{a}{2m}$$

$$\text{半値幅 } \Delta = 2|\omega - \omega_0| = \frac{a}{m}$$

となる。振幅が (7-2) 式で示されるような共鳴線の形をローレンツ形という。

電子が加速度運動をするために放出されるエネルギーは \$2e^2/3c^3 \cdot (d^2x/dt^2)^2\$ に等しい。これに相当する \$a\$ の値は \$(2e^2/3c^3)\omega_0^2\$ に等しいので、共鳴線の幅は \$2e^2/3c^3 \cdot \omega_0^2/m\$ となる。ナトリウム焰からでる黄色の光の場合波長は約 600nm であるから、\$\omega_0\$ は \$3 \times 10^{15}/\text{秒}\$ である。

Fig. 3. ローレンツ形のスペクトル線

他の定数値も代入すると

$$\Delta = 5 \times 10^7 / \text{秒}$$

となる。外からの電磁波がないときある瞬間に振動していても (7-2) 式第2項で見られるように $t = m/a = 1/\Delta$ たつと振幅の2乗は $1/e$ になる。この時間を減衰時間 (τ_0) と呼ぶと

$$\tau_0 = 2 \times 10^{-8} \text{ 秒}$$

となる。したがって、この振動子では、はじめに電子が振動していても大体 10^{-8} 秒程度の時間がたつと、光を出すことによって減衰してしまう。光を出して減衰する現象によって生じた共鳴線の幅 Δ は、振動子の自分自身の性質から生じたもので自然幅と呼ばれる。 Δ の大きさは $10^7/\text{秒}$ 程度であるが、 ω_0 が $10^{15}/\text{秒}$ 程度の量であるから相対的には 10^8 分の1程度の大きさで、非常に小さい。スペクトル線の波長幅にすれば、 600nm ($6000\text{\AA}$) の 10^8 分の1は $0.00006\text{\AA}$ に過ぎないので、普通の分光器では、観測にかからない程小さい。実際に観測されているスペクトル線の幅は他の原因によるものである。

8. 古典論と量子論

今までは光の放射や吸収を古典的な考えに基づいて述べて来た。しかし、光の放射も吸収も、原子的な規模において行なわれる現象であるから、これを古典的な方法で十分正確に取り扱うことはもともと無理である。しかし、一方量子論は、光の放射や吸収を正確に取り扱うことはできても、それを直観的に理解することはなかなかむずかしい。そして、その理論的記述には、かなりむずかしい数学的取り扱いを必要とするので、本講座の目的からもはずれている。そこで、今まで述べてきた古典的取り扱いを頭に描きながら、それがどう量子論と違うか、どんな点で修正しなければならないかを考えていきたいと思う。

本講で取り扱う光の放射や吸収は、原子や分子によってなされる現象であるから、原子や分子の構造とは密接に関係しており、それに触れないですます訳にはいかない。しかし、第2講以下で、原子、分子の構造については、詳しい説明があるはずであるから、非常に簡単な場合だけを取り上げることにする。

原子は原子核と電子からできている。普通原子核のまわりを電子が回転しており、原子核の持つ正の電荷と電子のもつ負の電荷の間に作用するクーロンの引力と、電子の回転による遠心力がつり合っていると考えられている。実際この考え方によって、ニールス・ボーアは、水素原子のスペクトルを見事に説明した。

しかし、原子核のまわりで電子が回転しているという

考え方は、そのままでは正しくない。もし回転しているとしたら、加速度運動をしていることになり、前に述べたように、電子は電磁波を放射して、エネルギーを失い、たちまち中心に落ち込んでしまうからである。そこで、ボーアは仮定をおいた。電子は原子核のまわりを回転するが、光は放射しない。したがって、電子の回転はいつまでも続く。このような電子の定常的な回転軌道にはいくつかの種類があり、それらは量子条件という条件を満たすものだけが存在している。そして、ある定常軌道から、他の定常軌道に移るとき、光が放射されたり吸収されたりする。その際、原子のもつエネルギーと光——電磁波のもつエネルギーの総和は、エネルギー保存則によって、一定に保たれるから、電子が高いエネルギーの定常軌道から低いエネルギーの定常軌道に移る際には光を放射し、低いエネルギーの定常軌道から高いエネルギーの定常軌道に移るときは、光を吸収する。この際光は量子として放射または吸収されるので、個々の原子はアインシュタインの光子のエネルギー

$$E = h\nu = \hbar\omega \quad (8-1)$$

をもっている。ここで h はプランクの定数、 $\hbar$ はそれを 2π で割った値である。 ν はもちろん光の振動数、 ω は光の角振動数である。原子の定常状態のエネルギーが最初 W_i であり、遷移の後で W_f となった時、 $W_f > W_i$ ならば光の吸収が起こり、

$$W_f - W_i = h\nu_{ab} \quad (8-2)$$

逆に $W_f < W_i$ ならば、光の放射が起こる。

$$W_i - W_f = h\nu_{em} \quad (8-3)$$

以上がボーアの考え方であった。量子条件として、電子の角運動量がプランク定数の $1/2\pi$ の整数倍であるということを仮定し（この整数のことを量子数という）、水素のスペクトル線の波長が、非常に正確に計算され、実験と完全に一致した。

しかし、ボーアの考え方では、水素以外の原子のスペクトルはうまく説明できなかった。そして、これらが完全に説明できるようになったのは、量子力学の出現後のことである。

量子力学においても、原子のエネルギーは、ある不連続な値をとり、永い間あるエネルギー準位に止まっている。そして異なる定常状態との間で遷移が起きるとき、光の吸収、放射が行われ、光の振動数は (8-2)、(8-3) で与えられる。この振動数は、古典的な振動子の振動数に対応するものである。原子のエネルギー準位にはいろいろな高さのものがあ、それらの間隔は一定ではない。そこでそれらの間の遷移に対応する古典的な振動子の振動数にもいろいろな値をもったものがある。すなわ

量子力学的な原子の作用を古典的に考えるには、それらを何種類かの振動子に置きかえて考えると都合がよい。またエネルギー準位間の組み合わせによって、その間に遷移の起こり易いものと、起こりにくいものがある。その起こり易さを古典的に表現するには、各振動子にそれぞれ振動子強度という値をもたせて、その性質を表わすと都合がよい。

このように考えると、振動子の振動数と、ボーアの原子模型の電子の回転数との間には、関係がないように見える。すなわち、ボーアの原子では、各エネルギー準位にある電子が、それぞれ自分独特の回転数をもっている。放射、吸収される光の振動数は、それらの準位のエネルギー差で決まる値であるから、各準位の電子の回転数とは関係がないように見える。しかし実際には、隣り合った二つの準位間の遷移に対応する光の振動数は、必ず関係準位における電子の回転数の中程の値をもっており、準位が高くなっていくと、隣り合った準位での回転数がお互いに接近してくるに伴って、両者の間の遷移に対応する振動子の振動数もこれと同じになってくるのである。この事実は、量子論と古典論を対応させる一つの原理となったもので、対応原理と呼ばれている。

水素原子の場合、ボーア模型での電子の回転数と、それらの間の遷移による光の振動数、および振動子強度*を示すと Table 1 となる。

Table 1.

量子数 (n)	電子の回転 数 ν (毎秒)	遷 移	振 動 数 (毎秒)	振動子 の強度*
1	6.6×10^{15}	$n=1 \rightarrow n=2$	2.5×10^{15}	0.42
		$n=1 \rightarrow n=3$	2.9×10^{15}	0.08
		$n=1 \rightarrow n=4$	3.1×10^{15}	0.03
2	8.3×10^{14}	$n=2 \rightarrow n=3$	4.6×10^{14}	0.42
3	2.5×10^{14}			
4	1.0×10^{14}	$n=2 \rightarrow n=4$	6.2×10^{14}	0.10

* $s \rightarrow p$ 遷移だけ取り扱った (s, p 電子については第2講を参照せられたい)。—— で印された振動数は遷移の前後における電子の回転数の中間にあることに注意。

9. 遷 移 の 誘 導

量子論によれば、他に全く作用するものがなければ原子は定常状態にあり、一定のエネルギーを保ったままの状態に永く保存される。したがって、遷移も起こらない。そこへ電磁波がやってくると、はじめて電子と電磁

* 振動子の強さは連続状態を含めてすべての相手方に対するものの総和をとると1になる。

波との間に相互作用を生じて、定常状態間に遷移が誘導される。もちろん、古典的な取り扱いの所で述べたように、その際原子と電磁場を含めた全体の系では、エネルギーが保存されるので、放射や吸収される光の振動数は、それにプランク定数をかけたものが、ちょうど遷移の起きる定常状態の間のエネルギー差に等しくなければならない。そして、最初に高いエネルギー状態にあって、それから低いエネルギー状態へ移る場合には光を放射し、逆の場合には光を吸収する。光の吸収の場合にはそこに光——電磁波がやって来ていなければ、遷移が起き得ないのは当然であるが、光の放射の場合にも、そこに電磁波がやって来ていないと、遷移は誘導されない。このことは、一寸不思議な事のように思われる。

実際、ある原子を高いエネルギー状態——励起状態にしておくと、それは自然に遷移を起こして低いエネルギー状態に移り、光を放射する。われわれが普通見ている光はすべて、このように自然に遷移を起こして放射された光である。電燈でも、ローソクでも、真暗な所で点灯することができるのはそのためである。これは自発遷移と呼ばれている。

自発遷移は一見量子論の教える所と矛盾しているように見える。量子論によれば、外界から作用がなければ定常状態にいつまでも止まっていなければならないからである。しかし、われわれが、空間には電磁波が全くないと考えていても、量子力学の教える所によれば、実際には零点振動と呼ばれる電磁界ができたり消えたりしている。この電磁界は平均すると零になってしまうが、いつでもできたり消えたりして、揺動しながら存在している。そこで励起原子は、この揺動による電磁波によって誘導されて、遷移を引き起し、光を放射するのである。

最近レーザーというものが開発され、分光学の研究にも用いられている。このレーザーの光は普通の光と全く違った性質をもっている。その理由は、レーザー光は自発遷移による光ではなく、誘導遷移による光だからである。

レーザー管の中では、まず非常に沢山の励起原子が作られる。励起された原子の数が、励起されない原子（あるいは励起エネルギーのより近い状態の原子）より多いということが、レーザー発振に不可欠の条件である。

励起原子が沢山作られている状態で、たまたまある原子が自発的に遷移を起こし、光を出したとしよう。その光は周囲にある同種の原子に当たるであろう。そこでもし光の当たった原子が、低いエネルギー状態にあったとしたら、その原子は光を吸収して励起状態に移るであろう。また光の当たった原子が励起状態にあったとした

ら、それは遷移を起こして光を放射するであろう。この時は前の原子からやって来た光と、後の原子の放射した光とによって、光の強さが2倍になったことになる。このような変化は次々に他の原子に伝わっていく。励起原子の数は、励起されていない原子の数より多かったので、光は吸収されるより放出される場合が多い。したがって、この変化が連鎖反応を起こすと、光はどんどん増幅され非常に強くなる。

さらに重要なことは、このように誘導によって遷移が起きた場合、沢山の原子からでる光が、すべて同じ位相をもって同じ方向に進む波である点である。レーザー光が干渉性の光であるというのは、このような事情によっている。

原子や分子から光が放射される場合、自発的なものと誘導されたものがあるということは、1916年アインシュタインによって考え出されたものである。それは量子力学が誕生する10年近く前のことであった。そのまた十数年前に、プランクは、黒体放射に関する実験とよく合う式は、 T という温度平衡にある空洞では、光の密度が

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (9-1)$$

であることを発見した。そして、この式を理論的に導出するのに、エネルギーは連続的なものとしてではなく、量子として分布していなければならないことを結論したことはよく知られている。アインシュタインは、原子のある二つのエネルギー準位と、放射場との間で熱平衡が成立している時、吸収には誘導吸収、放射には自発放射と誘導放射とがあり、自発放射の確率を A 、誘導放射、誘導吸収の確率をともに B とすると、二準位間の遷移の振動数 (ν) の光の密度が

$$\rho(\nu) = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (9-2)$$

で示されることを発見した。(9-1) 式と (9-2) 式は同じ形をしており、それらの比較から A/B の比が求められた。すなわち

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \quad (9-3)$$

である。 A はアインシュタインの自発放射係数、 B は誘導放射係数と呼ばれている。

10. 遷移 確 率

前にも述べたように原子がそれ自身だけ空間におかれたとき、原子はそのエネルギーが時間的に変化しない——定常状態に止まっている。そこへ光——電磁波がやってくると、その電磁場と原子の間に力が作用し、原子

のエネルギーは定常的ではなくなって、他のエネルギー準位へ遷移を起こす。したがって初め n という準位に原子があったとすると、電磁場が入射した瞬間から、ある確率でもって、他の準位 m に移っていく。この移る速度はもちろん入射した電磁場の強さに比例するが、その他に、関係する二つの準位の性質にもよっている。

遷移の速さは、量子論では、時間を含む摂動論によって計算される。電界はもちろん正弦波であるが、 $E_x(\nu) = E_x^0(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ で与えられるとしよう。方向性をもたない電磁界密度 $\rho(\nu)$ があった時、 x 軸を向いている電界強度の2乗の時間的平均値は $E_x^2(\nu) = (4\pi/3)\rho(\nu)$ である。また x 軸を向く電界と原子との相互作用によるエネルギーは $E_x \cdot \sum_j e_j x_j$ で与えられる。 e_j は電子や原子核のもつ電荷（電子の場合は $-e$ 、原子核の場合は $+ze$ ） x_j はそれらの荷電粒子の x 座標である。 $\sum_j e_j x_j$ は原子の双極子能率の x 成分 μ_x で、定常状態にある原子では平均値（同じ状態間の行列要素）として零であるが、二つの定常状態の間の行列要素は零でないこともある*。これを $\mu_{x,nm}$ としよう。原子が初め n 番目の定常状態（エネルギー W_n ）にあり、電磁波が作用しはじめてから t 秒後にそれが m 番目の状態エネルギー W_m にある確率振幅を $a_m(t)$ とすると、摂動論による詳しい計算は省略するが、

$$a_m(t) = \mu_{x,nm} E_x^0 \left\{ \frac{1 - \exp\{i/\hbar \cdot (W_m - W_n + h\nu)t\}}{W_m - W_n + h\nu} + \frac{1 - \exp\{i/\hbar \cdot (W_m - W_n - h\nu)t\}}{W_m - W_n - h\nu} \right\} \quad (10-1)$$

で与えられる。この式の右辺の第1項は $h\nu = W_n - W_m$ の時分母が零になって、大きな値をとり、第2項は逆に $h\nu = W_m - W_n$ の時大きな値をとる。すなわち第一項は初めの状態のエネルギー W_n が終りの状態のエネルギー W_m より大きいので、光の放射を示し、第2項は逆に吸収を示す。そして分母が零になる時だけ大きな値をもつことは、原子系と、電磁場との系全体でのエネルギー保存の法則を示している。

遷移の速さは (10-1) 式の確率振幅の絶対値の2乗を時間 t で割ったもので与えられる。 $W_n > W_m$ の時は放射だけが起こり第1項をとり計算すると、その結果は

$$\frac{|a_m(t)|^2}{t} = \frac{4\pi}{\hbar^2} (\mu_{x,nm})^2 E_x^2(\nu_{nm})$$

* 量子論では、物理学的な量はすべて行列要素で与えられる。定常状態での物理量は同じ状態間 ($n=m$) の行列要素で与えられ、これが平均としての観測値を与える。

$$= \frac{8\pi^3}{3h^2} (\mu_{xnm})^2 \rho(\nu_{nm}) \quad (10-2)$$

これが、 x 軸を向いた電界成分による誘導放射の確率である。したがって、アインシュタインの B 係数は

$$B_{n \rightarrow m} = \frac{8\pi^3}{3h^2} \{(\mu_{x,nm})^2 + (\mu_{y,nm})^2 + (\mu_{z,nm})^2\} \quad (10-3)$$

となる。自発放射の確率は A/B の比が (9-3) 式で与えられているので、直ちに

$$A_{nm} = \frac{64\pi^4 \nu_{nm}^3}{3hc^3} \{(\mu_{x,nm})^2 + (\mu_{y,nm})^2 + (\mu_{z,nm})^2\} \quad (10-4)$$

として求められる。 μ として、(電子の電荷) $\times$ (原子の半径) をとって、 $\mu = 5 \times 10^{-18}$, ν として可視光 $\nu_{nm} = 10^{15} \text{ sec}^{-1}$ を入れると、 $A \sim 10^8 \text{ sec}^{-1}$ を得る。すなわち普通の原子の励起状態では、自発遷移によって 10^{-8} 秒位で、より低い準位に落ちてしまうことがわかる。

A の逆数は遷移の寿命である。ある準位からより低い準位に対する遷移の確率を加え合わせたものは全遷移確率であり、そのまた逆数をとると、考えている準位の寿命を得ることができる。

また A と 8. に述べた振動子強度 f_{nm} との間には

$$A_{nm} = \frac{2e^2 \omega_{nm}^2}{mc^3} f_{nm} \quad (10-5)$$

という関係がある。

11. スペクトル線の自然幅

量子論の帰結には、古典的な考え方では到底理解できないことがいくつかある。その一つにハイゼンベルグによって唱えられた不確定性原理というものがある。これは、ある二つの物理的な量、たとえばある粒子の位置とその粒子の持つ運動量の間には、それらを観測した時同時にははっきりと確定した値を得ることはできないという関係があるというのである。位置と運動量とは、物質の波動性を考えると、その不確定性を説明することができ、両者の不確定さの程度をそれぞれ Δx , Δp とすると、その積 $\Delta x \cdot \Delta p$ は大体プランクの定数 h の程度の量である。

不確定関係にある他の物理量に、エネルギーと時間がある。これらの不確定さ ΔE と Δt との間にも、同様に

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h \quad (11-1)$$

という関係が成立している。そこで原子や分子が、あるエネルギーの状態にあるといっても、もしその状態にある時間、すなわちその状態の寿命が有限であるとする、 Δt が有限な値となり、したがって $\Delta E = h/\Delta t$ もまた有限な値をもつことになる。もちろん寿命が無限に長

ければ、 Δt は無限大であるので、 $\Delta E = 0$ 、すなわち、エネルギーの値は正確に決まった値をとり得ることになる。

ところで前に述べたように、原子や分子がある励起状態にあると、自発放射によって一般にはそれより低いエネルギー状態へある時間の間に遷移する。したがって励起状態の寿命は一般に無限に長いものではなく、有限な値をもっており、多く場合その寿命は 10^{-8} 秒程度である。したがって、 $\Delta t \approx 10^{-8}$ 秒の程度と考えてよい。すると (11-1) 式より

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{h}{\Delta t} = \frac{6.6 \times 10^{-27} \text{ エルグ秒}}{10^{-8} \text{ 秒}} \\ &= 10^{-19} \text{ エルグ} = 10^{-7} \text{ eV} = 10^{-8} \text{ cm}^{-1} \quad (11-2) \end{aligned}$$

を得る。

各準位のエネルギー値に、 10^{-8} cm^{-1} 程度の不確定さがあるとすると、それらの準位の差に対応しているスペクトル線のエネルギー値にも、同じ程度の不確定さを生ずる結果となる。たとえば可視光線をとって見ると、光のエネルギーは $14,000 \text{ cm}^{-1} \sim 30,000 \text{ cm}^{-1}$ 程度であるから、 10^{-8} cm^{-1} の不確定さは、スペクトル線に割合として 10^{-8} 程度の幅、すなわち波長として 10^{-5} nm ($10^{-4} \text{ \AA}$) 程度の幅を与えることになる。

不確定性原理から生じた、このスペクトル線の幅は、古典論において光の減衰によって生じた幅に対応するものであって、同様にスペクトル線の自然幅と呼ばれる。(p. 23 参照)

自然幅をもつときのスペクトル線の形は、量子論においても古典論と同じように、ローレンツ形となることが示される。

量子論における自然幅は、エネルギー準位の寿命から生じたものである。ところでエネルギー準位には、寿命の長いものも短いものもある。一番低いエネルギー準位、原子の基底状態は、それ以下のエネルギー準位がないので、自発放射によって遷移するわけにはいかない。すなわち寿命は無限に長い。したがって基底状態のエネルギー値には不確定さはなく、 $\Delta E = 0$ である。励起状態では、それより低いエネルギー状態があるので、難易さの相違はあるにしても、ある時間たてば、自然に光を出して、より低い状態に移ってしまう。この自然遷移の難易さは、(10-4) 式で与えられたアインシュタインの A 係数で示される。より低いエネルギー準位がいくつかある場合には、それらの和をとると、全遷移確率が得られ、その逆数とその準位の寿命となる。

スペクトル線の幅には、エネルギー準位の寿命によって決まる自然幅の他に、いろいろな原因によって生ずる

幅がある。それらの中で最も重要なものはドブラー効果によるものである。すなわち、原子や分子が気体として光を放射したり、吸収したりする場合、個々の原子、分子はいろいろな方向を向いて飛び交っている。これらの速度は、温度によって違うが、1自由度あたりの運動エネルギーが $(1/2)kT$ (k はボルツマンの常数) 程度である。したがって、平均の速度は

$$v = \sqrt{\frac{kT}{2M}} \quad (11-2)$$

となる。実際に計算して見ると、 v は常温で、 10^5 cm/sec 程度の量である。

列車がすれ違う時、気笛の音が高い音から急に低い音に変わるのは、音波に対するドブラー効果の例であるが、光を出している原子や分子が観測者に向かって高速に近づいている時、または遠ざかっているときには、光に対してもドブラー効果が現われ、スペクトル線の波長は

$$\lambda' = \lambda \left(1 \pm \frac{v}{c} \right) \quad (11-3)$$

となる。ここで λ は発光原子が観測者に対して静止している時の波長、 λ' は運動している時の波長でプラス符号は遠ざかる時、マイナス符号は近づいている時である。 v は発光原子の速度で 10^3 メートル/秒 程度であるので、波長はその光速度分の一、すなわち 10^{-5} 程度変化することになる。

原子分子にはいろいろな方向に飛んでいるものがあるので、ドブラー効果による波長の増減にもプラス、マイナス両側にいろいろな値をもったものが分布している。これらの効果が総合された結果、スペクトル線は幅を持ち、その幅は波長の 10^{-5} 程度の大きさとなる。

ドブラー効果によるスペクトル線の幅を、前に述べた自然幅と比べて見ると、自然幅は波長の 10^{-8} 程度であったので、ドブラー幅の方が自然幅より 10^3 倍も大きいことがわかる。スペクトル線の幅を論ずる場合、ドブラー効果が最も重要であるのはこの理由によっている。

ドブラー効果によって幅を生じたスペクトル線の形は、ガウス形で

$$I(\lambda) = I_0 \exp \left\{ -\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{(0.6\Delta)^2} \right\}$$

で表わされる。 I_0 はスペクトル線の中心波長 λ_0 での光

Fig. 4. スペクトル線の形
実線ローレンツ形
破線ガウス形

の強さである。また Δ は半値幅である。

ガウス形と、自然幅による形、ローレンツ形とを比較して見ると、Fig. 4 のようになる。ローレンツ形では、中心部では割合にとがった形であるが、両側に長くすそを引いている。これに対し、ガウス形は、中央部で、頭が丸くなっているが、両側では急激に落ち、余りすそは引かない。

スペクトル線の幅にはこれらの他に、原子や分子が衝突したり、近づいたりした場合に、相互に及ぼし合う力によって生じた幅などがある。また外から電界や磁界が作用したような場合には、スペクトル線自身が分裂するので、幅をもったように見える場合もある。

12. お わ り に

以上、原子や分子について、それらから光が放射されたり、それらによって吸収されたりする現象を古典的な考え方と、量子論的な取り扱い方法について述べて来た。

光の放射、吸収はいずれにしても、原子や分子内の構造と関係している。本講座では、次号以下原子、分子の構造について述べられるはずであるから、これらの講座の終わった後、もう一度光の問題を考えてみると、また違った意味で理解が進められるかと思う。

簡単な原子や分子ではなく、固体や液体に光が照射された場合には、反射や分散、電子とイオンの混った複雑な問題などを取り扱うことになる。これらについては、またその講座で取り扱いたいと思う。