衝撃波プラズマの分光学

—原子パラメタの測定と熱平衡—

福田 國 彌*・杉 山 征 人*

(昭和46年3月29日受理)

Spectroscopy of Shock Heated Plasma
—Measurement of Atomic Parameters and Thermodynamic Equilibrium—

Kuniya FUKUDA and Ikuto SUGIYAMA

1. はじめに

第7回国際ショック・チューブ・シンポジウム** (1969, Toront) における, 冒頭の招待講演者, A. Hertzberg (Univ. of Washington, Seattle)¹⁾ は, Paul Vieille の最初のショック・チューブ (1899)²⁾ にはじまるショック・チューブ研究の歴史を回想して, その発展途上2つの画期的な段階のあったことを指摘した. すなわち, 1940年代における W. Bleakney 等³⁾ (Princeton Group) は現代(隔膜型)ショック・チューブ実験法を確立し, これによって気体内ショック波伝播の研究の基礎を打ち立てたものであり, 1950年代はじめの O. Laporte と A. Kantrowitz の研究は, ショック・チューブが高温気体研究ととして「すばらしい道具」(“superb tool”)であることを実証し, 以後のショック・チューブ研究の広汎な魅力にみちた領域を開拓したとのべている.

O. Laporte 等 (Univ. of Michigan) は窒素中のショック波で「弱い黄色な閃光」すなわち「光るショック」(“luminous shock”)を観測して以来 (1952)⁴⁾, $H\beta$ 線の stark broadening⁵⁾ や種々の金属の complex spectrum におけるスペクトル線の同定および gf -値の決定⁶⁾を行った. 一方 A. Kantrowitz (Avco Everett 研究所

長) は 1952 年当時 Cornell 大学において E. L. Resler 等とともに隔膜型ショック・チューブ内でショック加熱されたアルゴン・プラズマについて分光学的方法⁷⁾ およびプローブ法⁸⁾ によりショック・プラズマ診断の基礎を与えた. さらに Cornell Group における Petschek 等によるアルゴン・プラズマの電離緩和の研究⁹⁾ はショック・プラズマにおける原子・分子過程¹⁰⁾ の研究の端緒を開いたものである. すなわち 1952 年にはじまるショック・チューブ研究の発展は分光学との結合によって発生したといっても過言ではない.

隔膜型または慣用ショック・チューブ (diaphragm type or conventional shock tube) は 1×10^4 °K 程度までの高温気体を発生する上できわめて再現性が高く, しかも操作が比較的容易であるために, 1950年以後ショック波の構造や超音速気流の研究以外に高温気体ないし弱電離プラズマの研究に広く用いられた. とくにこの型のショック・チューブはいわゆる化学ショック・チューブ (chemical shock tube) として利用され, 分子の回転, 振動の励起, 解離と結合, および化学反応に関する多くの研究があり¹¹⁾, また最近では分子のことなる基準振動モード間や異種分子の振動間での励起エネルギーの移動 (transfer) についての研究等が行われている¹²⁾. これらの研究には, 赤外から真空紫外にわたる領域での高温気体の分光研究として興味あるものが多くあるが¹³⁾, 本稿ではそれらについては触れずより高温のショック・プラズマについて述べる.

次節に少し述べるように, 隔膜型ショック・チューブに種々工夫を加えてより強いショック波を発生し, より

* 京都大学工学部機械教室 (京都市左京区吉田本町)

** アメリカ国内で発生したショック・チューブ・シンポジウムは, 航空宇宙学, 物理化学, 天体物理学, 物理学とくに分光学等の研究者の国際的集団に成長し, 第5回 (1965) 以来国際シンポジウムとなった. 本年1971第8回シンポジウムは London で行われる.

高速の気流あるいはより高温のショック・プラズマをえようとする努力が現在まで行われてきた¹¹⁾. 1950年代前半に Los Alamos Scientific Laboratory で爆発駆動ショック・チューブ (explosion-driven shock tube) を用いて 2×10^4 °K 程度のショック・プラズマあるいは当時の “luminous shock” を発生し, Stark broadening の研究を行ったのは¹⁴⁾, 変形隔膜型ショック・チューブが分光研究に用いられた最初であるが, 一般的には強いショックの発生は超音速流の研究やロケットの大気圏再突入 (re-entry) の研究と強く結びついている.

上述のような隔膜型ショック・チューブによるプラズマ研究の進展と並行して, 1950年初めから放電によるショック・プラズマ発生の試みが行われた. 1951年 R. G. Fowler (Univ. of Oklahoma) にはじまるこの方向の研究は, A. C. Kolb (Naval Research Laboratory, Washington) による T 型電磁ショック・チューブ (electromagnetic T-tube: EMT-tube), いわゆる T-チューブの開発¹⁶⁾ とそれに引続いて H. R. Griem (Univ. of Maryland) との共同のもとで行われた T-チューブ・プラズマの分光研究へと発展し, 1960年代の華々しいプラズマ分光研究となって展開された. すなわち, スペクトル線形理論と観測¹⁷⁾, 前駆電離 (precursor)¹⁸⁾, 局所熱平衡 (LTE: local thermodynamic equilibrium) とプラズマの緩和 (relaxation)¹⁹⁾, T-チューブ・プラズマの真空紫外スペクトル²⁰⁾等が挙げられる.

放電によるショック波発生の試みは種々行われ, また θ -ピンチや直線ピンチ放電でもショック・プラズマの発生することが知られている²¹⁾. 一般に, T-チューブの場合をも含めて放電ショック・プラズマと称されるものが果して真のショック加熱プラズマであるかどうかについては多くの議論がなされたが*, 放電型ショック・チューブでは容易に数万度のきわめて明るいプラズマがえられるためプラズマ分光研究に広く用いられ, いわゆる “laboratory astronomy” と言われた.

以上ごく簡単にショック・チューブ研究と分光研究の歴史的な関連を述べたが, ショック・プラズマの分光研究について述べることはプラズマ分光一般²²⁾について述べることに全く同じになるおそれがある. 本論ではその点を避けることに留意して, ショック・プラズマの分光研究として特徴的なものを述べる. ショック波は本来衝

突過程を通して形成され, ショック・プラズマは衝突支配のプラズマ (collision-dominant plasma) であり熱平衡に近いことが予想される. このことは原子パラメタをきめようとする分光研究にとっては一つの理想的な光源といえる. しかしながら現実のショック・プラズマでどの程度熱平衡が成立しているかはショック・プラズマの発生法と関連する. 2節ではショック波によるプラズマ発生法と Rankine-Hugoniot 関係式, 3節では実在気体効果を取り入れたショック・プラズマ熱平衡の計算, 原子パラメタとプラズマ・パラメタの相関と局所熱平衡の問題, 第4節では衝突輻射モデル (“collisional-radiative model”) によるプラズマ熱平衡計算について述べる. 本論は, ここで終るが続編では, ショック・プラズマにおける電離緩和 (ionization relaxation) の問題, すなわち, ショック波面の直後から衝突を通していわゆる「ショック加熱」がおこり最終的に熱平衡に至る電離緩和の過程とこの非平衡時における輻射過程, および前駆電離 (precursor) と緩和との関連について述べる.

2. ショック・プラズマの発生

2-1. 隔膜型ショック・チューブ

ショック波を発生する標準的な方法として隔膜型ショック・チューブが用いられる. その装置の詳細はここには述べないが, ショック発生の原理をごく簡単に述べる^{3, 11, 23)}.

ショック・チューブは Fig. 1 (a) に示すように, 隔膜 (diaphragm) でへだてられた高圧部 (あるいは駆動部—driver section) と低圧部 (あるいは試料部—test section) から成る. 低圧部をテストガスで適当な圧力 (p_1) で満たし, 高圧部の圧力を上昇させ一定圧力 (p_4) で隔膜を破ると, 高圧部に発生する希薄波あるいは膨張波 (rarefaction or expansion wave) のために低圧テスト・ガスは右の方へ押される. これはテスト・ガスが高速のピストンで押されたのと同様であり, ピストンの前に圧縮波が発生しショック波に成長する. Fig. 1 (b)~(d) にショック波伝播の様子を示す.

Fig. 1 (b) はいわゆる xt -ダイアグラムと呼ばれるもので, ショック波の波面 (太い実線) と希薄波の波面あるいは接触面 (contact surface) の軌跡 (破線), および粒子の流れ (一点鎖線) を示す. (1) はショック波前方の低圧テスト・ガスの領域 (圧力 p_1 , 温度 T_1), (2) は入射ショック領域 (incident or primary shock region), すなわちショック波に取りこまれ断熱圧縮により高温 T_2 , (圧力 p_2) になったテスト・ガスの領域, (3) は高圧駆動

* ここでは, 希薄プラズマと電磁場との相互作用で発生する無衝突プラズマ (collisionless plasma) を意味するのではなく, 衝突過程が支配的なショック・プラズマのことを意味する. 次節に T-チューブでのショック波発生の問題として述べる.

Fig. 1. ショック過程のダイアグラム

ガス内で膨張波が伝播し温度が低下する領域 (T_3, p_3), (4) は駆動ガスが初期の高圧を保っている領域 ($T_4 = T_1, p_4$), (5) はショック・チューブ端で生じるショック波の反射領域 (reflected shock region: T_5, p_5) を示す. (b) 図で時刻 $t = t_0$ (細い実線) における (1), (2), (3) および (4) の領域を考え, 各領域の温度および圧力を定性的に示したものがそれぞれ Fig. 1 (c) および (d) である.

隔膜両側の高圧駆動部と低圧テスト部の初期圧力比 p_4/p_1 を大きくするほど希薄波ピストンの速さは大きくなり, 低圧部での音速 $a_1 = \sqrt{\gamma_1 p_1 / \rho_1}$ (γ_1 : 比熱比) を超え, はじめ静止していたテスト・ガス粒子 (流れの速さ $u_1 = 0$) はショック波領域に入って超音速流となる (流れの速さ $u_2 =$ ピストンすなわち接触面の速さ). Fig. 1 (b) から理解できるようにショック波の速さ U は当然 u_2 より大きく, $M_1 = U/a_1$ を入射ショック波のマッハ数という. 上記の事柄は次の式で表わされる^{3,11,23});

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \left[1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_4} \cdot \frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_4 - 1} \cdot \frac{(p_2/p_1) - 1}{\sqrt{(\alpha_1 + 1) \{ (\alpha_1 p_2/p_1) + 1 \}}} \right]^{-(\alpha_4 + 1)} \quad (2-1)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + 1} (M_1^2 - 1), \quad (2-2)$$

$$M_1^2 = \frac{\alpha_1 (p_2/p_1) + 1}{1 + \alpha_1}, \quad (2-3)$$

ここに $\alpha_i = (\gamma_i + 1)/(\gamma_i - 1)$ である, さらに駆動ガス, テスト・ガスいずれも polytropic, すなわち内部エネルギー (単位質量当り) が $e = C_v T$ で与えられ, C_v は温度に依らず一定であると考えている. このことはテスト・ガスがショック加熱されたとき粒子の並進の温度 (translational or kinetic temperature) またはガス温度が T_1 から T_2 に上昇するが, 粒子の運動エネルギーが粒子 (原子あるいは分子) の内部エネルギーへ移行しない場合に相当する. 実際の場合とくに強いショック波では粒子の運動エネルギーは内部運動へ移行しいわゆる「実在気体効果」を考える必要がある (3 節参照). なお polytropic ガスではショック領域の温度は

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{[2 + (\gamma_1 - 1)M_1^2][2\gamma_1 M_1^2 - (\gamma_1 - 1)]}{(\gamma_1 + 1)^2 M_1^2} \quad (2-4)$$

で与えられる.

隔膜型ショック・チューブの実験でたとえば, テストガスとして, ヘリウムやアルゴンを用いるとき, マッハ数が比較的小さく励起や電離が起らなければ, 上の取扱いが許される. いまショック波面と共に動く座標系で見ると, 領域 (1) の室温テスト・ガス粒子の熱運動 (相互衝突) はそれほど激しくないが粒子は超音速 $v_1 = u_1 - U = -U$ で運動してショック波面を通過して領域 (2) へ飛び込み, 領域 (2) では亜音速 $v_2 = u_2 - U$ に減速される. この運動エネルギーの減少が領域 (2) の粒子のランダム運動に変わってガス粒子相互の衝突が激しくなり温度, 圧力が上昇する (T_2, p_2). 温度 T_1 と T_2 の 2 つの領域の境界であるショック波面の厚さはショック波を形成するのに必要な衝突数によってきまり, 普通の衝突数は 3~10 と考えられている*. またショック波がテスト・チューブ内を進む場合ショック領域の超音速流と管壁のあいだに境界層が発達しショック領域の構造に影響を与える²⁴.

上記の (2-1)~(2-4) 式から明らかなように高温ショック・プラズマを与えるためには高いマッハ数のショック波を発生する必要がある, そのためにショック・チューブの駆動部の構造に種々の工夫を加え大きな駆動圧 (p_4/p_1) でのショック波発生が試みられている. すなわち駆動部内で酸素素混合気体の爆発を行う爆発駆動型

* ショック波面の厚さや波面自体の構造については文献 (11) p. 249-260 を参照されたい.

(explosion-driven) や内破駆動型 (implosion-driven) ショック・チューブ, 駆動部内で大電流パルス放電を行う放電駆動型ショック・チューブ, 自由ピストン型ショック・チューブ等その他細部の改良を数えると多くの工夫がなされた^{11,12)}.

2-2. 電磁ショック・チューブ

電磁ショック・チューブの種々な型式のものを Fig. 2 に示す. いずれも磁気駆動 (magnetically-driven tube) と呼ばれるように, ロレンツ力あるいは磁気圧により駆動力を上げ高いマッハ数したがって高温のショック・プラズマを発生する.

Fig. 2 (a), (b) は T-チューブと呼ばれるもので, (b) では A. C. Kolb¹⁶⁾ の考案による back strap をそなえている. back strap を流れる電流 I が電極間に作る B フィールドのため放電電流プラズマにロレンツ力が作用して側管(テスト・チューブ)内に跳ね飛ばされ, この放電プラズマがピストンの役目をする. (c) rail accelerator²⁵⁾ と (d) coaxial tube²⁶⁾ は原理的に全く同じであり, 放電電流 I の作る B フィールドの磁気圧が電流シート (current sheet) を図の右方へ押し進める. この電流シートの運動はいわゆる「雪かきモデル」(“snow plough model”)²⁷⁾ で計算される²⁵⁾. さらに (e) Z-pinch^{21,28,29)}, (f) conical tube³⁰⁾, および (g) Philippov's pinch³¹⁾ を駆動部にもつショック・チューブではピンチ効果により発生するプラズマによりショック波を発生させるものである. Z-ピンチでは放電管を包む外側の return conductor と電流シートとの間に発生する B_θ フィールドの磁気圧によりプラズマが管軸上に圧縮される*. コニカル・チューブではこの磁気圧による圧縮がテスト・チューブ内への駆動圧として有効に作用するように工夫したものである.

上記の電磁ショック・チューブのいずれも普通 C = 数 $\sim$ 数 $10 \mu\text{F}$ (low inductance), $V = 10 \sim 50 \text{ KV}$ 程度の電源を三点ギャップスイッチを通して放電させる. また電流は $50 \sim 100 \text{ KHz}$ 程度の ringing frequency をもつ

* Z-ピンチ・チューブ管内初期圧が比較的高い場合は電流シートの前にショック波が発生し, 管軸上にショック加熱プラズマが発生する (収縮機構の解析は Ref. 29). 管内初期圧の低い場合の電流シートの運動とピンチ・プラズマ発生²¹⁾については, 最近著者らのグループで Leontvich-Osovetz 方程式を用いて解析を行い実験結果をうまく説明することができた (発表予定). また Z-ピンチによるレーザ発振が報告³³⁾ されているが, 筆者らのグループでも Ar II 4765 Å と Ar III 3511 Å の発振に成功している.

Fig. 2. 電磁ショックの発生方式

ものが多い. “rail accelerator” 等では放電波形の整形を行っているものもある²⁵⁾. 一般に放電により発生するプラズマは “turbulent” であり, turbulence 発生の機構についての報告もあるが³⁴⁾, とくに初期の電磁ショック・チューブの実験ではテストチューブ内を走る turbulent な駆動プラズマとその前方に発生するショック波との識別を全く意識していないものが多い. Cloupeau 等³⁵⁾ は T-チューブを用いて駆動プラズマとその前面に発生するショック波とが条件により明確に区別して認められることを実験的に明らかにした. T-チューブでは普通の動作条件で管内圧数 Torr で明瞭なショック波の発生が観測されるが 1 Torr 以下になるとショック波の層が薄くなり識別できない³⁶⁾. また明瞭にショック波の発生の見られる場合でも駆動プラズマが turbulent であるためショック波が擾乱をうけて放電ショット毎に異なる複雑な構造をもち, T-チューブでの分光測定はきわめて再現性が悪い.

筆者等³⁷⁾ は T-チューブの欠点を検討しこれを改良して L 型電極をもつチューブで「きれいなショック・プラズマ」—すなわち, 再現性のよい分光測定のできるプラズマ—をえることに成功した. Fig. 3 (a) で T-チューブの電極近傍 M とテスト・チューブの N の位置 (電極中心軸よりそれぞれ 1.5 cm と 10 cm) にスリットを置き流しカメラでテスト・チューブを走る駆動プラズマの波面(接触面)を観測した. Fig. 3 (b), (c) はそれぞれ M, N の位置での流し写真であるが, 初期の放電プラズマが主プラズマから一部分離し (写真 c) ショック波の中に

Fig. 3. T-チューブのショック・プラズマ

突入しているのが見られる。このような場合ショック波の内部に複雑な構造が現われる（流し写真d）。（e）は写真（d）の理解を助けるための xt -ダイアグラムである。（d）では写真の下線がテスト・チューブ右端の反射板前面に対応し、写真では入射ショック（2）および反射ショック（5）の領域いずれにおいてもガスの発光はほとんど認められない。この実験は純 He ガスを用いて行われ、入射マッハ数約10、領域（2）、（5）の温度はそれぞれ約 1×10^4 、 2×10^4 °K 程度である。反射領域（5）のなかに（原フィルムでは領域（2）でも）明瞭に複雑な光る構造が認められるのは写真（c）の“turbulent”プラズマの先端で分離したものに对应すると考えられる。

つぎに Fig. 4 (a) のように電極を L 字型に改造し、放電電流の 1/4 サイクル程度の時間放電プラズマがテスト・チューブ壁にそった 2 枚の電極間で rail acceleration を受けるようにした。この場合駆動プラズマの前面は Fig. 4 (b) に示すようになかなりよい平面となり、入射および反射ショック領域の複雑な構造は消え、きわめて再現性の高い領域（2）、（5）での分光測定を行うこと

Fig. 4. 改良型 T-チューブのショック・プラズマ

ができた。写真（c）は純 He を（d）は混合気体（He + 0.5 mol% H₂）を用いた場合のものであり、水素を混ぜると反射ショック領域がよく光る。このようにして発生する「きれいなショック・プラズマ」を用いて筆者らは He-H 混合気体の電離緩和の計算と実験を行ったが、この問題は続編で述べる*。

3. 原子パラメタの分光測定とショック・プラズマの局所熱平衡

3-1. ショック関係式と緩和平衡

2 節で述べたように、ショック波面と共に動く座標系でみる時気体が超音速の流れから亜音速の流れに変化する際にショック波が生じる。そのときショック波前方の気体の並進温度（あるいはガス温度） T_1 の平衡分布が波面の背後で温度 T_2 の平衡分布（2 節, Fig. 1 (b), (c) 図参照）になるための必要な衝突数は 3~10 回程度であり、分子の平均自由行程の大きさの程度の中で並進運動の緩和が完了する。ショック波面に厚さがあり構造をも

* He-H 混合気体ショック・プラズマの電離緩和 (Ref. (12). p. 446) については続編で電離緩和一般と関連して述べる。

つことはショック波の前後で温度・圧力が不連続に変わるのではなくて、ショック波自身が一つの緩和過程であることを示している。充分強いショック波では波面の厚さが薄くなるのでこれを無視し以下では気体の流れはショック波面の前後で不連続であると考える。

上述のように並進の自由度は充分薄いショック波面の厚さ内で緩和し波面の背後 (Fig. 1 領域 (2)) で温度 T_2 の Maxwell 速度分布が成立する。このときショック波の前後で、質量、運動量、エネルギー保存式が成り立つ^{3,11,23)};

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2, \quad (3-1)$$

$$p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2, \quad (3-2)$$

$$h_1 + v_1^2/2 = h_2 + v_2^2/2, \quad (3-3)$$

ここで2-1節に与えたように $v_i = u_i - U$ ($i=1, 2$) はショック波面に関する粒子の流れの速さ, suffix 1, 2 は Fig. 1 (b) の領域 (1), (2) にそれぞれ対応する。 ρ は質量密度, h は単位質量あたりのエンタルピーで $h = e + p/\rho$ の関係がある。また、エントロピーは保存されず $ds = s_2 - s_1 > 0$ である。これらの三保存式 (shock relations) およびショック波前後の気体の状態方程式

$$p = \rho RT/M \quad (3-4)$$

を連立し, polytropic の条件 ($e = C_v T$, C_v : 一定) のもとで解くと周知の Rankine-Hugoniot 関係式 (2-1) ~ (2-4) をえる。

実在の気体ではショック波面の直後で Rankine-Hugoniot 関係式が成り立ち、テスト・ガスは (2-4) 式で与えられる温度 T_2 をもつ、すなわちショック波面直後ではテスト・ガスは polytropic と見なされ、波面前後ではガスの組成は変わらず「凍結され」(frozen) ている。波面直後で並進の自由度は緩和を完了し、並進のエネルギー (kT_2) は時間の経過とともに (ガス粒子の流れがショック波面から離れ去るにつれて) 粒子間の衝突を通して粒子 (原子あるいは分子) の内部エネルギーに移行する。分子の場合は回転、振動の励起、解離および化学反応、さらに電子状態の励起、電離と次第にエネルギーの高い状態への緩和が進行する。このような緩和過程がどの程度進行して最終の平衡状態になるかはショック波面直後の温度 T_2 したがってマッハ数の大きさによる。原子の場合はもちろん並進エネルギーは直ちに電子状態の励起と電離に移行する。実在気体の緩和終了後の熱平衡状態を求めるには緩和の進行段階に応じて、エネルギー保存式と状態方程式を作らねばならない。以下ではテスト・ガスが He, Ar 等の希ガスであるとし、ショック

波面直後の温度 T_2 が充分高く電離緩和が生じる場合を考える。

単原子ガスの衝突による電離とその逆過程は、原子-原子衝突 (atom-atom collisions)

および原子-電子衝突 (atom-electron collisions)

があるが、普通 10^4 °K のオーダーの温度にあるプラズマでは電離過程 (3-6) のみを考えてよい*。ショック・プラズマの平衡状態では (3-6) の原子-電子衝突による電離が逆過程の三体結合 (three-body recombination) と平衡しているから、電離度を α とすれば状態方程式は

$$p = (1 + \alpha) \rho RT/M \quad (3-7)$$

となり、括弧内の電離度 α は温度 T , 圧力 p が既知のときには Saha の電離平衡式 (3-2 節参照)

$$\alpha = \left[\frac{h^3 p}{(2\pi m_e)^{3/2} (kT_e)^{5/2}} \frac{u^{\circ}}{u_e u^+} \exp(E_{\infty}^{\circ}/kT) + 1 \right]^{-1/2} \quad (3-8)$$

で表わされる。ここで h, k は Planck および Boltzmann 定数, m_e は電子の質量, E_{∞}° (基底状態を基準にして測る) は原子 A の電離ポテンシャル (ionization potential), $u^{\circ}, u^+, u_e (=2)$ はそれぞれ原子, イオン, 電子の partition function である。

さらに、電離平衡の場合エネルギー保存式 (3-3) は次のように書きかえねばならない:

$$h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 = h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + \alpha (R/M) E_{\infty}^{\circ}. \quad (3-9)$$

ここで h_2 は原子・イオン・電子-混合気体に対するエンタルピーであり、右辺第三項は電離度 α のイオン化を行うに必要なエネルギーである。ショック波面前方のテスト・ガスの圧力 p としては (3-4) 式、波面後方のガスに対しては (3-7), (3-8) 式を用いて、質量、運動量、エネルギー保存式 (3-1), (3-2), (3-9) を連立すれば電離緩和終了時のテスト・ガスの状態がわかる。

ショック波における実在気体効果の一例として He に対する上述の方法の計算結果を Fig. 4 に示す。ショック波前方の温度は $T_1 = 300$ °K, 圧力は $p_1 = 11$ Torr で

* 筆者等はショック・プラズマの電離緩和過程において初期の過程 (3-5) が過程 (3-6) に移行する臨界電子密度 (critical electron density) について計算を行った (Ref. (38)). なお電離過程については4節でやや詳しく論じる。

 Fig. 5. 実在気体の温度・圧力・電離度 ($T_1=300^\circ\text{K}$, $P_1=11$ Torr; He)

あり、ショック波面前後の温度比 T_2/T_1 、圧力比 P_2/P_1 、電離度 α を入射ショック・マッハ数 M_1 に対して求めると Fig. 5 (a)~(c) のようになる。図中の破線は He を完全気体と考えた場合の Rankine-Hugoniot 関係式による値、すなわち「凍結」の場合である。実在気体効果は温度に対して強くあらわれており、熱エネルギーが電離エネルギーに消費されるから、マッハ数 M_1 が大きくなってもショック波背後の温度はそれほど上昇しない。圧力比 P_2/P_1 は、電離を考慮しない組成凍結の場合と電離平衡達成時とであまり差がないことがわかる。なお上の計算ではエンタルピーに電子状態の励起を勘定に入れてないが、これは計算結果には影響を与えない。

3-2. 原子パラメタの分光測定と局所熱平衡

プラズマにおける種々の species—原子、分子、イオン等*—についてスペクトル線の同定と振動子強度の決定を行うことは分光学の基礎研究であるが、ショック・プラズマ、ピンチ・プラズマ、レーザ・プラズマ等各種プラズマ中での原子・分子・輻射過程の研究およびプラズマ診断の基礎として重要である。

基本的な原子パラメタである振動子強度の分光測定の原理は周知のように単純である。すなわち、対象とする Z-species ($Z=\text{I, II, } \dots$ を中性原子、一価電離イオン、 $\dots$ とする) の遷移 $m \rightarrow n$ に対応するスペクトル線の強度は

$$I_{mn}^z = \int_{\nu} I^z(\nu) d\nu = \frac{1}{4\pi} A_{mn} h \nu_{mn} n^z(m) \quad (3-10)$$

で与えられ(光学的に薄いと仮定している)、自然放出の

* プラズマ中で原子の励起状態やイオンを媒介として形成される分子、準分子(quasi-molecule)の問題は興味ある研究課題であるがここでは触れない。

Einstein 係数は

$$\left. \begin{aligned} A_{mn} &= \frac{8\pi^2 e^2 \nu_{mn}^2}{mc^3} \left[\frac{g(n)}{g(m)} \right] f_{nm} \\ &= 7.407 \cdot 10^{-22} \left[\frac{g(n)}{g(m)} \right] \nu_{mn}^2 f_{nm} \\ &= 6.667 \cdot 10^{-1} \left[\frac{g(n)}{g(m)} \right] \lambda_{mn}^{-2} f_{nm} \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

(ν_{mn} in sec^{-1} , λ_{mn} in cm).

f_{nm} は吸放振動子強度 (absorption oscillator strength) で放出振動子強度 f_{mn} と

$$g(n)f_{nm} = g(m)f_{mn} \quad (3-12)$$

の関係にある。ここに $g(n)$, $g(m)$ は n および m 準位の統計的重率をあらわす。

いま Z-species (数密度 $n^z \text{ cm}^{-3}$) の準位 m にある粒子数 $n^z(m) \text{ cm}^{-3}$ が Boltzmann 分布をしていれば

$$n^z(m) = \frac{n^z}{u^z(T)} g(m) \exp\left(-\frac{E_m^z}{kT}\right) \quad (3-13)$$

で与えられるから (m 準位のエネルギー E_m^z は基底状態から測る), Z-species の粒子数 n^z と Boltzmann 温度 T がわかっていればスペクトル線強度 I_{mn}^z の絶対測定を行うことにより振動子強度 f_{nm} または $g_n f_{nm}$ を決定することができる;

$$I_{mn}^z = \left(\frac{2\pi e^2 h}{mc^3} \right) (\nu_{mn})^3 n^z \frac{g(n)f_{nm}}{u^z(T)} \exp\left(-\frac{E_m^z}{kT}\right). \quad (3-14)$$

(3-13), (3-14) 式で $u^z(T)$ は Z-species の partition function である。さらに基準スペクトル線 (既知 f_{nm} または $g_n f_{nm}$) を用いて同じ species の他のスペクトル線 $p \rightarrow q$ の振動子強度 f_{qp} あるいは $g(q)f_{qp}$ を相対強度から求めることができる;

$$\frac{I_{pq}^z}{I_{mn}^z} = \left(\frac{\nu_{pq}}{\nu_{mn}} \right)^3 \cdot \left[\frac{g(q)f_{qp}}{g(n)f_{nm}} \right] \cdot \exp \left(-\frac{E_p - E_m}{kT} \right). \quad (3-15)$$

つぎに一価電離プラズマ (singly ionized plasma: 中性原子 $Z=I$, 一価電離イオン $Z=II$ のみを含む) を考え, このプラズマで Saha-Boltzman 平衡が成り立っているとすると, $n^I = n^0$, $n^{II} = n^+$ と書きかえて Saha 式は

$$S^0(T) = \frac{n^+ \cdot n_e}{n^0} = \frac{2 u^+(T)}{u^0(T)} \left(\frac{2 \pi m_e k T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{E_\infty^0 - \Delta E^0}{kT} \right) \quad (3-16 a)^*$$

あるいは書き直して

$$\left. \begin{aligned} S^0(T) &= \frac{n^+ \cdot n_e}{n^0} = \frac{2 u^+(T)}{u^0(T)} \tilde{S}^0(T) \\ \tilde{S}^0(T) &= \frac{(2 \pi m_e k T)^{3/2}}{h^3} T^{3/2} \exp \left(-\frac{E_\infty^0 - \Delta E^0}{kT} \right) \\ &= 2.4125 \cdot 10^{15} \cdot T^{3/2} \exp \left(-\frac{E_\infty^0 - \Delta E^0}{kT} \right), \\ &T \text{ in } ^\circ K \end{aligned} \right\} \quad (3-16 b)$$

さらに Boltzmann 分布 $n^0(j) = n^0 [g(j)/u^0(T)] \cdot \exp(-E_j^0/kT)$ が成り立つとすると次の modified Saha 式が成り立つ;

$$\left. \begin{aligned} S_j^0(T) &= \frac{n^+ \cdot n_e}{n^0(j)} = \frac{2 u^0(T)}{g(j)} \tilde{S}_j^0(T) \\ \tilde{S}_j^0(T) &= \frac{(2 \pi m_e k T)^{3/2}}{h^3} \cdot T^{3/2} \cdot \exp \left(-\frac{I_j^0 - \Delta E^0}{kT} \right), \end{aligned} \right\} \quad (3-17)$$

ここに $I_j^0 = E_\infty^0 - E_j^0$ で中性原子 j -準位からのイオン化ポテンシャルを示す ($E_\infty^0 = I_1^0$ は原子の基底状態からのイオン化ポテンシャル). さらにイオン化ポテンシャルの低下 $\Delta E^0 \equiv \Delta E^z (Z=1)$ は

$$\Delta E^z = 1.44 \cdot 10^{-7} (Z/\rho_0) \text{ in eV} \quad (3-18)^*$$

で与えられ Debye 半径 ρ_D は

$$\rho_D = \left[\frac{kT}{4 \pi e^2 \{n_e + \Sigma (Z-1)^2 n^z\}} \right]^{1/2} \text{ in cm} \quad (3-19)^*$$

* (3-16 a), (3-18), (3-19) 式の導出は Ref. (12) Unsöld, Griem, あるいは Cooper 等の書物を参照されたい. これらの式の数値表は例えば Drawin²⁹⁾ のもので与えられる. 一価電離プラズマでは $n^z (Z=2) = n^+ = n_e$ で $\rho_D \approx 5 \sqrt{T/n_e} \text{ cm}$, $\Delta E^0 \approx 3 \cdot 10^{-8} \sqrt{n_e/T}$ (n_e in cm^{-3} , T in $^\circ K$); $n_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^4 \text{ }^\circ K$ で $\Delta E^0 \approx 0.03 \text{ eV}$ 程度となる. なお (3-16 a) 式は (3-8) 式と全く同じものであることを注意しておく.

である. ただしプラズマの電離度が大きくないかぎり $\Delta E^0 \approx 0$ とみなしてよい*.

さらに一価電離プラズマの準中性条件 (quasi-neutral condition): $n^+ = n_e$ が成り立つ.

このような Saha-Boltzmann 平衡の成り立つ一価電離プラズマでは同種 species 内でのスペクトル線対の相対強度 (3-15) ばかりでなく, それぞれ異種 species に属する線対の相対強度も与えられる;

$$\frac{I_{jk}^0}{I_{mn}^0} = \frac{1}{2} n_e \left(\frac{\nu_{jk}}{\nu_{mn}} \right)^3 \cdot \left(\frac{g(k)f_{kj}}{g(n)f_{nm}} \right) \cdot [\tilde{S}_j^0(T)]^{-1} \cdot \exp \left(\frac{E_m^+}{kT} \right), \quad (3-20)$$

ここに E_m^+ はイオンの基底状態から測った m 準位のエネルギーである. (3-20) 式を用い, $n_e = n^+$ および Saha-Boltzmann 温度 T が既知ならば, 原子の基準スペクトル線 $j \rightarrow k$ を用いてイオン線 $m \rightarrow n$ の f あるいは gf 値を求めることができる.

一般に gf 値⁴⁰⁾ の決定は単純な場合を除いて理論計算⁴¹⁾, 実測⁴²⁾ いずれにしても難しい課題である**. 実験的な測定では King の吸収法⁴⁴⁾ や Roschdestwensky の “Hook” 法⁴⁵⁾ は低温度の光源を用いるため低い準位間の遷移の測定に限られるがよい f (あるいは gf) 値を与える. 一般に高励起準位やイオン準位に関連したものは低電流アーク⁴⁶⁾, スパーク⁴⁷⁾, 大電流高温アーク⁴⁸⁾ 等を用いて測定されるが, プラズマの不安定性, 不均一性, 熱平衡からのズレ等多くの問題がある. これに対してショック・プラズマのスペクトル光源としての魅力は次の点にあると考えられる; すなわち, 3-1 節に述べたように (i) プラズマ・パラメタ (温度 T と粒子密度: 一価電離プラズマでは n^0 と $n^+ = n_e$) がショック・マッハ数を測定することにより計算できる, (ii) ショック波は衝突により発生しかつ緩和平衡に到達するから熱平衡に近いプラズマが発生すると考えられる, (iii) 比較的長時間 (10~数 100 μsec), 比較的大きな空間領域に様なプラズマを作ることができる (境界層の影響には注意).

Michigan Group⁶⁾ では隔膜型ショック・チューブを用いてテスト・ガス Ne に少量の CsNO_3 (suspended dust), $\text{Cr}(\text{CO})_6$, $\text{Si}(\text{CH}_3)_4$, Hg 等 (室温で蒸気圧大) を混入し, $5 \sim 10 \times 10^8 \text{ }^\circ K$ の温度にショック加熱して発生する金属原子スペクトル線の相対および絶対強度を測定し, スペクトル線の同定と gf 値の決定を行いかなり信頼すべき結果をえている. この場合, 既知 gf 値をもつ

** 最近のレーザ研究の発展と関連して, 希ガス等の多くのスペクトル線の gf 値について理論計算と実測および比較が行われているが⁴²⁾, 何れのデータを採用するか否かには慎重な検討を必要とする.

多くのスペクトル線の相対強度から求めるスペクトル温度*と3-1節の方法により計算される実在気体温度(この場合 heat bath Ne の温度)との比較検討を詳細に行っている. このスペクトル温度は広義の意味で以下に述べる局所熱平衡(LTE: local thermodynamic equilibrium)と関連する重要な問題である.

爆発あるいは放電駆動型のように高いマッハ数のショック波を発生する隔膜型チューブや電磁ショック・チューブでは $1 \sim 5 \times 10^4$ °K 程度(ショック反射領域も含む)の電離度の高いプラズマがえられる. この場合にも, (i) 観測マッハ数から3-1節, Fig. 5 に示したように計算される実在気体温度 T_2 や粒子数とくに電子数 n_e (電離度 α) が現実のプラズマで発生しているかどうか, また, (ii) プラズマ内の各 species—原子およびイオン—の準位の分布密度はどのようにになっているか, という問題は原子パラメタ測定上の基本問題**であると同時にプラズマ中の原子・分子過程と関連して重要な問題である.

ショック波ではその波面の直後では並進温度(ガス温度) T_2 が上昇し, つぎに電子状態の励起と電離がおこって緩和過程が進行すると温度 T_2 はやや下降して緩和完了時には電子温度 T_e と等しくなる(緩和過程では T_2 は T_e よりやや低い)***. すなわち上の(i)の問題点を明らかにするために緩和平衡時の電子温度 T_e と電子密度 n_e (いわゆるプラズマ・パラメタ)がさまざまな方法で測定された; すなわち, 線スペクトル対連続スペクトル相対強度から T_e , (3-20)式の原子・イオン・スペクトル線対から T_e あるいは n_e (一方の既知量から他方)^{18, 49, 50}, スペクトル線プロファイルから n_e (T_e よりも n_e に敏感)^{17, 20, 50}, 二波長 Mach Zehnder 干渉計^{50, 51}, Gerardo-Verdeyen 型レーザ干渉計³⁸)等による n_e , レーザ光散乱からの n_e と T_e ⁵² 等が測定された. これらの測定の原理や具体的方法についてはここでは述べないが, 上記の分光学的測定の基礎には Saha-Boltzmann 分布あるいは LTE の仮定があり(ii)の問題と強く関連している. ここで, 簡単のために一価電離プラズマを考えて LTE の定義を述べると, 原子の i 準位から電子・原子

* (3-14) 式で $\log[I_{mn}^2/(g(n)f_{nm}\nu_{mn}^3)]$ を E_n^2 に対して plot するいわゆる Boltzmann plot から, 直線の傾き $(1/T)$ としてスペクトル温度あるいは Boltzmann 温度が求まる.

** 原子パラメタの測定とプラズマ・パラメタの測定とは相互に関連して分離することはできない.

*** ショック・プラズマではこのようにガス温度と電子温度が等しくなると考えられるが, 放電プラズマでは一般にガス温度が電子温度よりかなり低い場合が多い. なお, 希ガスの電離緩和過程については Ref. (38) を参照されたい.

衝突によるイオン化の割合($n^0(i)$ の減少の割合)と電子・イオン三体結合による i 準位生成($n^0(i)$ の増加)の割合が平衡にあるとき i 準位は LTE にあると定義する(4節(ii)の過程および(4-15)式参照). この場合 $n^0(i)$ と n^+ , n_e は modified Saha 式(3-17)を満足する. さらに(3-20)式の強度比を導くときには原子の j 準位の LTE とイオンの m 準位の Boltzmann 分布(イオンの基底状態に対する)を仮定している.

Griem 等¹⁸) は T-チューブ内で発生する He プラズマについて He I 5876 Å 線 (3^3D-2^3P) と He II 4686 Å 線 ($n=4-3$) に(3-20)式を適用して求めたスペクトル温度 T_{spect} が3-1節の計算で求めた温度 T_2 の約2倍になることから, その原因としてショック・プラズマからの輻射のためにショック波面前方のテスト・ガス中に電離層が発生するとした. すなわち前駆電離(precursor)の存在を提唱した. この実験では駆動放電プラズマとショックプラズマとの電離が明確でないという難点はあるが, 前駆電離は以後多くの研究者によってその成因, 構造が検討された(続篇で詳論する). また McWhirter 等⁵³) は同様の実験を行い $T_{\text{spec}} > T_2$ となるのは He II 4686 Å 線の上位準位が基底状態とのあいだで Boltzmann 分布にないためであるとした. 最近 Lie 等⁵²) は n_e , T_e を同種実験で He プラズマからのレーザ散乱を測定して求め(この場合 LTE の仮定なし), 上記スペクトル線対からも同時に温度 T_{spect} を求め, 両者が実験誤差の範囲で近似的に一致することを示した(プラズマ・パラメタ: $n_e \approx 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $T_e \approx 4 \text{ eV}$).

上述のように実験的にある準位が LTE にあるかどうかを説明することはかなり困難であるが, 理論上では Wilson⁵⁴)および Griem¹⁹) が LTE に対する“validity criterion”を示した. いま水素原子($Z=1$)の i 準位が LTE にあるときは上に述べた LTE の定義から

$$n^0(i)n_e S(i, c) = (3 \text{ 体再結合による } n^0(i) \text{ の増加の割合}) \quad (3-21)$$

が成立する. ここに原子-電子衝突による i 準位からの電離断面積を $\sigma(i, c)$ とするとき対応する速度係数(rate coefficient)は $S(i, c) = \langle v\sigma(i, c) \rangle$ で与えられる⁵⁵).

$\langle \rangle$ は電子の Maxwell 速度分布についての平均を示す. したがって $S(i, c)$ は T_e の関数である. また $\sigma(i, c)$ したがって $S(i, c)$ は, $E_{ic} (= I_i^0: i \text{ 準位からのイオン化ポテンシャル})$ が小さくなるほど大きくなる.

i 準位の緩和時間は $1/[n_e S(i, c)]$ と考えてよいから n_e が大きくなるほどまた i 準位が高いほど緩和時間は短くなる. したがって, n_e , T_e が与えられたとき(3-21)式

すなわち LTE を満足する最低の準位 n が存在し、 n より高い準位はすべて LTE となる。一方この n 準位より下方にある準位 h はコロナ平衡 (corona equilibrium) にあると考えるとよいから

$$n^0(h) \sum_{g < h} A_{hg} = \left\{ \begin{array}{l} g \text{ 準位 } (g < h) \text{ から電子・原子衝突} \\ \text{励起により } n^0(h) \text{ の増加する割合} \end{array} \right\} \quad (3-22)$$

とすることができる。すなわち h 準位からの de-excitation は自然放出のみよるとしている (光学的に薄いプラズマを仮定している)。Griem¹⁹⁾ は LTE criterion として (3-21), (3-22) 式から

$$n_e n_0(n) S(n, c) \geq 10 n^0(n) \sum_{g < n} A_{ng} \quad (3-23)$$

を与え、次の式をえた*;

$$n_e \geq 7 \times 10^{18} \frac{Z^7}{n^{17/2}} \left(\frac{kT}{Z^2 E_H} \right)^{1/2} \text{ cm}^{-3}, \quad (3-24)$$

ここに $E_H (= E_\infty^0)$ で水素のイオン化ポテンシャル、かつ (3-24) 式は水素様イオン (hydrogen-like atom; 核荷電 $+Ze$) に対するものとして書かれている。水素に対してはもちろん $Z=1$ である。

以上の Griem の計算はごくあらひ近似²⁾ (order estimation) であるが、プラズマ・パラメタ n_e, T_e が与えられると一応 LTE にある最低準位について見当をつけることはできる。しかしながら筆者らが行っているショック・プラズマの電離緩和の分光観測やその他各種プラズマの分光測定を行う場合、プラズマ内の各 species の準位の状態についてさらに詳しい知識をえることが望まれる。以下ではプラズマ中の原子・分子過程をさらに詳細に取扱ったものとしてプラズマの衝突・輻射モデルについて述べる。

4. プラズマの衝突輻射モデルと準定常解

原子 A, イオン A^+ , 電子 e から成る光学的に薄い一価電離プラズマの電離過程を記述する rate equations は

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \langle v_e \rangle) = \left(\frac{\partial n_e}{\partial t} \right)_{\text{coll, rad}} \quad (4-1)$$

$$\frac{\partial n(i)}{\partial t} + \nabla \cdot (n(i) \langle v_i \rangle) = \left(\frac{\partial n(i)}{\partial t} \right)_{\text{coll, rad}} \quad (4-2)$$

$i=1, 2, 3, \dots$

で与えられる⁵⁰⁾。ここで $n(i)$ は i 番目の準位にある原子の数密度であり $\langle v_e \rangle, \langle v_i \rangle$ は電子および i 準位

* 以上の説明は Griem の取扱いをさらに簡略化して述べたものである。

原子の平均速度である。右辺の添字 coll, rad は粒子間の衝突および光との相互作用をあらわす。左辺の第二項は考えている体積内への粒子の流入をあらわし、その領域の膨張、圧縮あるいは粒子の拡散等が関係する。

電子の平均運動エネルギー kT_e が励起準位 ($i \geq 2$) と基底準位 ($i=1$) のエネルギー差 $E_{i1}^0 = E_{i \geq 2}^0 - E_1^0$ にくらべて充分小さいときには、励起準位 i と自由電子の間で準定常状態が達成される緩和時間 τ_i は基底状態の緩和時間 τ_1 にくらべて遙かに短い^{57, 58)}。したがって、

$$\frac{\partial n(1)}{\partial t} \gg \frac{\partial n(i)}{\partial t}, \quad i \geq 2 \quad (4-3)$$

が成立し、(4-2) において $\partial n(i)/\partial t$ は $i=1$ を除いてすべて 0 と置くことができる。したがって新しい rate equations の組はつぎのようになる。

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\nabla \cdot (n_e \langle v_e \rangle) + \left(\frac{\partial n_e}{\partial t} \right)_{\text{coll, rad}} \quad (4-4)$$

$$\frac{\partial n(1)}{\partial t} = -\nabla \cdot (n(1) \langle v_1 \rangle) + \left(\frac{\partial n(1)}{\partial t} \right)_{\text{coll, rad}} \quad (4-5)$$

$i \geq 2$ に対しては

$$0 = -\nabla \cdot (n(i) \langle v_i \rangle) + \left(\frac{\partial n(i)}{\partial t} \right)_{\text{coll, rad}} \quad (4-6)$$

(4-4), (4-5), (4-6) を加えれば衝突、輻射による遷移に対応する項は消えて次式をえる;

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\frac{\partial n(1)}{\partial t} - \nabla \cdot (n_e \langle v_e \rangle) + \sum_i n(i) \langle v_i \rangle \quad (4-7)$$

または

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\left(\frac{\partial n(1)}{\partial t} \right)_{\text{coll, rad}} - \nabla \cdot (n_e \langle v_e \rangle) + \sum_{i \geq 2} n(i) \langle v_i \rangle \quad (4-8)$$

すなわち電子数の時間変化は粒子相互の衝突および光との相互作用による基底状態の原子数の減少割合と粒子束の流れの発散の和に等しい。粒子束の流れがないときには* (4-8) は簡単に、

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\left(\frac{\partial n(1)}{\partial t} \right)_{\text{coll, rad}} = -\frac{\partial n(1)}{\partial t} \quad (4-9)$$

* この条件は放電プラズマなどのように電位差による電子、イオンの流れがあるとき⁵⁹⁾には成立しない。またレーザのような capillary discharge ではプラズマ内でのイオンの管壁方向への流れは無視できず、管壁での再結合 (wall recombination) を考慮しなければならない。筆者らの研究室では壁方向へのイオンの拡散を free fall model⁶⁰⁾ と ambipolar model⁶¹⁾ を仮定して計算を行い、LTE の検討等を行っている。(発表予定)

となり、基底状態の原子数の時間変化は電子数の時間変化に等しい。

このプラズマ中での素過程としてはつぎのようなものが考えられる。

- (i) 電子衝突による i 準位から j 準位への励起 (excitation) およびその逆過程 (de-excitation);

反応係数 $S(i, j)$, $S(j, i)$ の関係は詳細平衡から求められる。すなわち

$$n^E(i)n_eS(i, j)=n^E(j)n_eS(j, i) \quad (4-11)$$

$n^E(i)$, $n^E(j)$ は平衡時の i , j 準位の原子数密度で Boltzmann 分布にあるから結局 $S(j, i)$ は

$$S(j, i)=\frac{g(i)}{g(j)} \exp \left[-\frac{E_i^0-E_j^0}{kT} \right] \cdot S(i, j) \quad (4-12)$$

で与えられる。

- (ii) 電子衝突による i 準位からの電離 (ionization) およびその逆過程 (三体衝突再結合; three body recombination);

反応係数 $S(i, c)$, $R(c, i)$ の関係は詳細平衡より

$$n^E(i) \cdot n_e^E \cdot S(i, c)=n^E(c) \cdot (n_e^E)^2 \cdot R(c, i) \quad (4-14)$$

で与えられる。ただし $n(c) (=n^+)$ は $\mathbf{A}^+$ イオンの数密度である。この場合は n_e^E , $n^E(c)$, $n^E(i)$ の間に modified Saha 式 (3-17) が成立するから

$$S(i, c)=\frac{n^E(c) \cdot n_e^E}{n^E(i)} R(c, i)=\frac{2 n^0(T)}{g(i)} \bar{S}_i^0(T) R(c, i) \quad (4-15)$$

となる。

- (iii) j 準位から i 準位への輻射の自然放出 (spontaneous emission) を伴う遷移;

遷移の確率 A_{ji} は Einstein の A 係数で (3-11) 式で与えられる。逆過程は輻射の誘導吸収による励起 (photo excitation) であるが、プラズマが光学的に薄い場合には考慮する必要がない。

- (iv) 準位 i への輻射再結合 (radiative recombination);

この反応係数を $\beta(i)$ とする。逆過程は光電離 (photo ionization) であるが (iii) と同様考慮に入れない。

プラズマの主要な素過程が (i)~(iv) で表わされるとすれば*, $i \geq 2$ に対する rate equations は

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial n(i)}{\partial t} \\ &= -n(i) \left[n_e \left\{ \sum_{j \neq i} S(i, j) + S(i, c) \right\} + \sum_{j < i} A_{ij} \right] \\ &\quad + n_e \sum_{j \neq i} n(j) S(j, i) + \sum_{j > i} n(j) A_{ji} \\ &\quad + n_e n(c) [n_e S(c, i) + \beta(i)] \end{aligned} \quad (4-18)$$

と書ける。(4-18) は $n(i)$ ($i \geq 2$) に関する無限次元の連立一次方程式である。イオン化ポテンシャルの低下 (3-18) により不連続とみなせる最大の準位 l をとすれば、(4-18) は $n(i)$ ($l \geq i \geq 1$) に関する $(l-1)$ 個の連立一次方程式となる。したがって $n(1)$ をパラメタとすれば $n(i)$ ($l \geq i \geq 2$) は

$$\frac{n(i)}{n^E(i)} = r_0(i) + r_1(i) \frac{n(1)}{n^E(1)} \quad l \geq i \geq 2 \quad (4-19)$$

の形に書けるであろう。(4-19) を (4-18) に代入すれば $(l-1)$ 個の $n(1)$ に関する一次方程式の組をうる。 $n(1)$ はパラメタであるから $n(1)$ の係数および定数項を 0 と置けば $r_0(i)$, $r_1(i)$ ($l \geq i \geq 2$) についてそれぞれ $(l-1)$ 個の連立方程式がえられこれは一意的に解ける。このようにして求まった $r_0(i)$, $r_1(i)$ は $S(i, j)$, $S(i, c)$, $S(c, j)$, A_{ij} , $\beta(i)$, および n_e を含み, n_e , T_e をパラメタにしてきまる係数である。

一方基底状態 ($i=1$) の rate equation (4-9) はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(1)}{\partial t} &= -\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\left(\frac{\partial n(1)}{\partial t} \right)_{\text{coll, rad}} \\ &= -n(1)n_e \left\{ \sum_{j \geq 2} S(1, j) + S(1, c) \right\} \\ &\quad + n_e \sum_{j \geq 2} n(j) S(j, 1) + \sum_{j \geq 2} n(j) A(j, 1) \\ &\quad + n_e n(c) [n_e S(c, 1) + \beta(1)] \end{aligned} \quad (4-20)$$

(4-19) で表わされた $n(i)$ ($l \geq i \geq 2$) を (4-20) に代入すれば $n(1)$ の変化は

* この他に原子-原子衝突, 原子-イオン衝突, イオン-イオン衝突による励起, 電離およびその逆過程, 電荷移動 (charge transfer) などの素過程が考えられる。特にプラズマが光学的に厚いときの光電離, 光励起の過程は重要である。この取り扱いについては文献 (62), (63) を参照されたい。

Fig. 6. 光学的に薄い水素プラズマの $n^+/n^0(1)$ 対 n_e 曲線

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(1)}{\partial t} &= -\frac{\partial n_e}{\partial t} \\ &= [S^{\text{CR}} \cdot n(1) + \alpha^{\text{CR}} n(c)] n_e \\ &= \gamma^{\text{CR}} n(c) \cdot n_e \end{aligned} \quad (4-21)$$

の形で表わされる。ここで γ^{CR} は collisional-radiative decay rate, $S^{\text{CR}}, \alpha^{\text{CR}}$ はそれぞれ collisional-radiative ionization coefficient, collisional-radiative recombination coefficient である。

このようにプラズマの温度が基底状態と励起状態のエネルギー差にくらべて低い ($E_{j=2}^0 - E_1^0 \gg kT_e$) とときには非平衡プラズマの第一近似解として基底状態の密度分布の変化は (4-21) で、基底状態に対する励起状態の分布密度数は (4-19) で与えられる。これをプラズマの衝突輻射モデルに対する準定常解 (quasi-steady-state solution) という。水素様原子の場合、 $S^{\text{CR}}, \alpha^{\text{CR}}, \gamma^{\text{CR}}$ の値は Bates ら⁵⁸⁾ が、 $r_0(p), r_1(p)$ の値は McWhirter¹⁴⁾ らが計算している。しかしながら彼らの値は電子-原子衝突断面積の値として古い値を使用しておりその出典も明らかでない*。ともかくこれらの係数が既知ならば非平衡

* 最近 Drawin^{56, 57, 62)} は各反応係数に対する近似式⁵⁵⁾を使って原子-原子衝突の影響、および光学的に厚い場合も含めて再計算している。筆者らの研究室でも水素原子に対して最近の原子・電子衝突断面積の実験値を用い $r_0(p), r_1(p)$ を求めているが、彼らの値より1オーダー程度小さい $r_1(p)$ の値をえている。

プラズマの中性原子の占有密度分布が計算される。特に (4-21) において $\partial n(1)/\partial t = 0$ と置けば定常状態の電離度 $n(c)/n(1)$ が n_e, T_e をパラメタにして求まる。第6図は水素に対するもので⁵⁴⁾、図から明らかなように高電子密度では $n(c)/n(1)$ は n_e に反比例しプラズマは LTE 状態にある。低電子密度ではコロナ近似が成立し $n(c)/n(1)$ は n_e に無関係である。定常状態では一般には不等式

$$\frac{\alpha^{\text{CR}}}{S^{\text{CR}} n_e} = \frac{n(1)}{n_e n(c)} \geq \left(\frac{h^2}{2\pi m_e k T_e} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_\infty^0}{k T_e} \right) \quad (4-22)$$

が成立し、とくに LTE のとき等号が成立する。

5. む す び

電離を伴うような強いショック波背後のプラズマがショック波直後の並進エネルギーのみが緩和した状態から3節で述べた Saha 平衡に達するまでの電離緩和過程では種々のエネルギー転換機構が考えられる。この非平衡状態では電子には原子、イオンとの弾性衝突によってエネルギーが与えられるから原子温度は電子温度よりもやや高くなるのが特徴的である。さらに実際のプラズマでは輻射や管壁方向への熱伝導によるエネルギー損失、ショック波領域(2), (5)の圧縮, 膨張, プラズマ粒子の拡散, 高温プラズマあるいは駆動放電プラズマからの輻射の影響, プリカーサーなども考慮しなければならない。このようにショック波プラズマの緩和機構を複雑にする要因は多数存在するが、これらについてはプラズマの準定常解を適用して求めた緩和過程の計算例とともに続編で述べる。

附 記

この稿を終えてのち、3月28日 Laporte 教授長逝の報を受けた。とくにこの稿と関連が深いというだけでなく、わが国の分光学の発展とともに歩んでこられたときえ思われる教授の逝去に対し深く哀悼の意を表する次第である。

文 献

- 1) Abstract, 7th International Shock Tube Symposium, 1969, Toronto, Univ. of Toronto.
- 2) P. Vieille: *Compte Rendus*, **129** (1899).
- 3) N. Bleakney and R. J. Emrich: *High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion*, vol. 8 Sec J (Princeton Univ. Press, Princeton, N. J., 1961).
- 4) R. N. Hollyer, Jr. A. C. Hunting, O. Laporte, E. H. Schwarz, and E. B. Turner: *Phys. Rev.*, **87**, 911 (1952).
- 5) E. B. Turner: "The Production of Very High Temperature in the Shock Tube with an Ap-

- plication to the Study of Spectral Line Broadening", Ph. D. Thesis, Univ. of Michigan (1956); O. Laporte: Combustion and Propulsion, Third AGARD Colloquium (Pergamon Press, 1958).
- 6) Y. W. Kim and O. Laporte: Proceedings of 6th International Shock Tube Symposium, 1967, Freiburg; L. R. Doherty: "The Measurement of Absolute Spectral Line Strengths with the Shock Tube" Ph. D. Thess, Univ. of Michigan (1962); T. D. Wilkerson: "The Use of the Shock Tube as a Spectroscopic Source with an Application to the Measurement of gf-values for Lines of Neutral and Singly Ionized Chromium", Ph. D. Thesis, Univ. of Michigan (1961); G. Charatis: "Shock Tube Determination of Chromium gf-values" Ph. D. Thesis, Univ. of Michigan (1961); W. A. Brown: "Oscillator Strengths of Lead Spectral Lines" Ph. D. Thesis, Univ. of Michigan (1964).
 - 7) E. L. Resler, S. C. Lin, and A. Kantrowitz: J. Appl. Phys. **23**, 1390 (1952); H. E. Petschek, P. H. Rose, H. S. Glick, A. Kane, and A. Kantrowitz: J. Appl. Phys. **26**, 83 (1955).
 - 8) S. Lin, E. L. Resler, and A. Kantrowitz: J. Appl. Phys. **26**, 95 (1955).
 - 9) H. E. Petschek: "Approach to Equilibrium Ionization behind Strong Shock Waves in Argon" Ph. D. Thesis, Cornell Univ. (1955); H. E. Petschek and S. Byron: Ann. Phys. (N. Y.) **1**, 270 (1957).
 - 10) For example, Atomic and Molecular Processes (Ed: D. R. Bates) (Academic Press, 1962); Advances in Atomic and Molecular Physics (Ed: D. R. Bates) vol. 1-6 (Academic Press, 1965-1970).
 - 11) 倉谷健治, 土屋莊次: 衝撃波の化学物理 (裳華房, 1968).
 - 12) Shock Tube; Proceedings of 7th International Shock Tube Symposium 1969, Toronto (Ed: I. I. Glass) (Univ. of Toronto Press, 1970).
 - 13) For example, IR Spectroscopy of the transfer of vibration excitation in CO_2 , $\text{CO}_2\text{-N}_2$, and $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{-H}_2\text{O}$; R. L. Taylor and S. Bitterman: Rev. Modern Phys. **41**, 26 (1969); Ref. (12), p. 577. VUV Spectroscopy; N_2 Vibration relaxation; J. P. Appleton and M. Steinberg: J. Chem. Phys. **46**, 1521 (1967); J. Appleton; Proceedings 6th International Shock Tube Symposium 1967, Freiburg. H_2 Dissociation; W. S. Watt and A. L. Myerson: loc. cit.
 - 14) G. Shreffler and R. H. Christian: J. Appl. Phys. **25**, 324 (1954).
 - 15) R. G. Fowler, J.S. Goldstein, and B. E. Clotfelter: Phys. Rev. **82**, 879 (1951); R. G. Fowler and B.D. Fried: Phys. Fluids, **6**, 767 (1961).
 - 16) A. C. Kolb: Phys. Rev. **107**, 345 (1957).
 - 17) A. C. Kolb and H. R. Griem: Phys. Rev. **111**, 514 (1958); H. R. Griem, A. C. Kolb, and K. Y. Shen: Phys. Rev. **116**, 4 (1959); Astrophys. J. **272** (January, 1962).
 - 18) E. A. McLean, C. E. Fanoff, A. C. Kolb, and H. R. Griem: Phys. Fluids, **3**, 843 (1960); W. Wiese, H. F. Berg, and H. R. Griem: Phys. Rev. **120**, 1079 (1960); Phys. Fluids, **4**, 250 (1961).
 - 19) H. R. Griem: Phys. Rev. **128**, 997 (1962); Phys. Rev. **131**, 1170 (1963).
 - 20) Resonance line shape in VUV; R. C. Elton and H. R. Griem: Phys. Rev. **135**, 1550 (1964); R. Linker and H. R. Griem: Phys. Rev. **143**, 66 (1966); R. C. Elton: J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **8**, 393 (1968); J. D. E. Fortna, R. C. Elton, and H. R. Griem: Phys. Rev. **2**, 1150 (1970). Presursor VUV radiation; J. R. Greig and G. Palumbo: Phys. Fluids, **12**, 1211 (1969). VUV absorption of rare gas in shock regions; H. E. Blackwell, G. S. Bejwa, G. S. Shipp, and G. L. Weissler: J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer, **4**, 249 (1964).
 - 21) H. Zwicker and U. Schumacher: Z. Phys., **183**, 453 (1965); K. Ishii, H. Suemitsu, and K. Fukuda: Japanese J. Appl. Phys. **5**, 1235 (1966); K. Ishii: J. Phys. Soc., Japan, **26**, 188 (1969).
 - 22) L. H. Aller: Astrophysics (The Ronald Press Co., 1953); A. Unsöld: Physik der Sternatmosphären (Springer-Verlag, 1955); W. Finkelburg und H. Maecker: Elektrische Bogen und thermische Plasma (in Handbuch der Physik, Bd. XXII, Springer-Verlag, 1956). S. S. Penner: Quantitative Molecular Spectroscopy and Gas Emissivities (Addison-Wesley Pub. Co., 1959); Stellar Atmospheres (Ed: J. L. Greenstein) (The Univ. of Chicago Press, 1960); H. R. Griem: Plasma Spectroscopy (McGraw Hill, 1964); J. Cooper: Rep. on Progress in Phys. **29**, Part 1, 35 (1966); Plasma Diagnostics (Ed: Lochte-Holtgreven) (North-Holland Pub. Co., 1968); W. Neuman; Spektroskopische Methoden der Plasmadiagnostik (in Ergebnisse der Plasma Physik und Gaselektronik, Bd. I) (Ed: R. Rompe und M. Steebeck) (Akademie-Verlag, 1969), etc.
 - 23) R. Courant and K. O. Friedrichs: Supersonic Flow and Shock Waves (Interscience Pub., 1948).
 - 24) H. Mirels: Phys. Fluids, **6**, 1201 (1963); AIAA Journal, **2**, 84 (1964); Phys. Fluids, **9** 1907 (1966).

- 25) C. T. Chang and O. Kofoed-Hansen: Plasma Physics, **10**, 137 (1968); C. T. Chang and M. Popovic, Ref. (12), p. 517.
- 26) D. W. Koopman: Phys. Fluids, **10**, 1651(1964); J. Keck: Phys. Fluids Suppl. **7**, s16 (1964); A. Dattner: loc. cit. s41; L. Lindberg and C. J. Jacobsen: loc. s44.
- 27) M. Rosenbluth: Magnetohydrodynamics p. 57 (Ed: Landshoff) (Stanford Univ. Press, 1957); Los Alamos Report, No. 1850 (1954).
- 28) I. K. Kurchatov: J. Nuclear Energy **4**, 193 (1957); H. Zwicker: Z. Phys. **117**, 54 (1964); **178**, 189 (1964); **183**, 453 (1965); W. Böttcher et al: Z. Naturforsch. **18a**, 580 (1964); D.D. Burges and J. E. Jenkins: Brit. J. Appl. Phys. **18**, 1281 (1967).
- 29) J. E. Allen: Proc. Phys. Soc. **B70**, 24 (1957); J. D. Jukes: A.E.R.E. Rep. GR/R 2293 (1958); S. Kuwabara: J. Phys. Soc. Japan, **18**, 713 (1963).
- 30) V. Josephson: J. Appl. Phys. **29**, 30 (1958); B. Campbell, H. K. Messerle, S. Ludvik, and A. D. Stokes: AIAA Journal, **6**, 1579 (1968); S. Ludvik and H. K. Messerle: Ref. (12), p. 201; Y. Nakagawa and D. C. Wisler: Ref. (12), p. 620.
- 31) V. V. Zhurin and V. A. Sulyeav: Eng. J. III, **4**, 645 (1963); V.V. Zhurin, V.A. Sulyeav, and V. M. Rukovokii: Eng. J. III (1963); N. V. Philippov, T. I. Philippova, and V. P. Vinogradov: Nucl. Fusion Suppl. Pt. **2**, 577 (1962); N. V. Philippov and T. I. Philippova: Rep. I.A.E. 913 (I. V. Kurchatov Inst. Moscow, 1965).
- 32) M. A. Leontovich and S. M. Osovets: J. Nuclear Energy, **4**, 209 (1957).
- 33) V. M. Likhachew: Soviet Phys. Tech. Phys. **14**, 246 (1969); R. Illingworth: J. Phys. D. Appl. Phys. **3** (1970).
- 34) R. M. Smy: Rev. Sci. Inst. **36**, 1334 (1965); J. P. Barach and R. E. Vermillion: Phys. Fluids, **8**, 1976 (1965); J. C. Camm and R. H. Rose: Phys. Fluids, **6**, 663 (1963).
- 35) M. Cloupeau: Phys. Fluids, **6**, 679 (1963); P. Jeamair, H. Klingenberg and H. Reichenbach: Z. Naturforsch. **18a**, 318 (1963); P. Jeamair: Phys. Fluids, **6**, 1028 (1963).
- 36) K. Fukuda, K. Ishii, R. Okasaka and T. Fujimoto: J. Phys. Soc., Japan, **20**, 2309 (1965).
- 38) K. Fukuda, R. Okasaka, and T. Fujimoto: Ref. (12), p. 446; 福田国弥, 藤本 孝, 岡阪 令: 核融合研究. **19**, 199 (1967); 福田国弥, 岡阪 令, 藤本 孝, 杉山征人: ショック・チューブ・シンポジウム, p. 41 (東大宇宙航空研, 1970).
- 39) H. W. Drawin and P. Felenbok: Data for Plasmas in Local Thermodynamic Equilibrium (Gauthier-Villars, Paris, 1965).
- 40) L. Bearman: Zahlenwerte und Funktionen **I. 1**, p. 260 (Landolt-Börnstein, Springer-Verlag, 1950); C. W. Allen: Astrophysical Quantities (Athlone Press, 1955); L. Goldberg, E. A. Müller, and L. H. Aller: Astrophys. J. Suppl. No. 45, **V**, 1-138 (1960); C. H. Corliss and W. R. Bazman: Experimental Transition Probabilities for Spectral Lines of Seventy Elements (NBS Monograph 53, 1962); W. L. Wiese, M. W. Smith, and C. M. Glennon: Atomic Transition Probabilities, Vol. I. H-Ne, Vol. II. Na-Ar (NSRDS-NBS 4, 1966, 1970).
- 41) H. A. Bethe and E. E. Salpeter: Quantum Mechanics of One- and Two-electron Atoms (Springer-Verlag, 1957); D. R. Hartree: The Calculation of Atomic Structure (John-Wiley, 1957). Coulomb approximation; D. R. Bates and W. Damgaard: Phil. Trans. Roy. Soc., London (A) **242**, 10 (1942); R. H. Garstang: Monthly Notices Roy. Astron. Soc. **114**, 118 (1954).
- 42) Ar I and II, calc.; R. H. Garstang and J. Van Blerkom: J. Opt. Soc. Am. **55**, 1054 (1965); P. D. Johnston: Proc. Phys. Soc. **92**, 896 (1967); Statz et al: J. Appl. Phys. **36**, 2278 (1964). Exp.; B. D. Adcock and W. E. G. Plumtree, J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer, **4**, 29 (1964); J. Chapelle et al: J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer, **8**, 1201 (1967); B. Wende: Z. Phys. **213**, 341 (1964).
- 43) A. G. Mitchell and M. W. Zemansky: Resonance Radiation and Excited Atoms (Mc-Millan, 1934); Ref. (6), L. R. Doherty: Ph. D. Thesis, Univ. of Michigan.
- 44) R. B. King: Absolute f-values for Lines of Fe, Ap. J. **95**, 78 (1942).
- 45) R. Ladenburg and S. Levy: Z. f. Phys. **65**, 616 (1930); H. Kopferman and R. Ladenburg: Naturwiss., **19**, 513 (1931); Yu I. Ostrovskii and N. P. Penkin: Optika i Spectrosk. **3**, 193 (1957) —Alkaline earth and Na.
- 46) L. S. Ornstein and Brickman. Physica. **1**, 797 (1934); C. W. Allen and A. S. Asaad: A.S. M.N.A.S. **117**, 36 (1957).
- 47) J. H. Enns and R. A. Wolf: J. Opt. Soc. Am **39**, 4 (1949).
- 48) W. Lochte-Holtgreven: Rep. on Progress in Phys. **XXI**, 312 (1958); Optical Spectroscopic Measurements of High Temperature, p. 115 (Ed: P. J. Dickerman) (Univ. of Chicago Press, 1961).
- 49) S. Costa and G. Tondello: Ricerca Sci. **35**, 949 (1965); T. N. Lie, A. W. Ali, E. A. McLean,

- and A. C. Kolb: Phys. Fluids **10**, 1545 (1970).
- 50) E. A. McLean and S. A. Romsden: Phys. Rev. **140**, A1122 (1965).
- 51) R. A. Alpher and D. R. White: Phys. Fluids, **1**, 458 (1958); A. F. Berg, A. W. Ali, R. Linke and H. R. Griem: Phys. Rev. **125**, 199 (1962).
- 52) General theory; E. E. Salpeter: Phys. Rev. **120**, 1528 (1960); H. Z. Kunze: Chap. 9 in Plasma Diagnostics (Ed: W. Lochte-Holtgreven) Ref. (22). Numerical Calculation; W. H. Kegel: Institute für Plasma Physik, Garching bei München, Report No. IPP 6134 (March 1965); T. N. Lie, M. J. Rie, and E. A. McLean: Ref. (12), p. 506; Phys. Fluids **13**, 2492 (1970).
- 53) K. K. Eckerle and R. W. P. McWhirter: Phys. Fluids. **9**, 81 (1966); R. C. Isler and D. E. Kerr: Phys. Fluids. **8**, 1176 (1965).
- 54) R. J. Wilson: J. Quant. Spectrosc. Transfer, **2**, 447 (1962).
- 55) H. W. Drawin: Rep. EUR-CEA-FC-383 (1967).
- 56) H. W. Drawin: Z. Phys. **225**, 470 (1969); Rep. EUR-FC-510 (1969).
- 57) H. W. Drawin: J. Quant. Spectrosc. Transfer, **10**, 33 (1970).
- 58) D. R. Bates, F. R. S., A. E. Kingston and R. W. P. McWhirter: Proc. Roy. Soc. **267**, 297 (1962).
- 59) K. Bergstedt: Z. Natursforsch. **24**, 299 (1969); F. C. Hoh and B. Lehnert: Phys. Fluids **3**, 600 (1960).
- 60) L. Tonks and I. Langmuir: Phys. Rev. **34**, 876 (1929).
- 61) W. Schottkey: Phys. Zeitsch. **25**, 635 (1924); A. von Engel: Ionized Gases 2nd ed. Oxford (1965).
- 62) H. W. Drawin: Z. Phys. **225**, 483 (1969).
- 63) D. R. Bates, F. R. S., A. E. Kingston and R. W. P. McWhirter: Proc. Roy. Soc. **270**, 155 (1962).
- 64) R. W. P. McWhirter and A. G. Hearn: Proc. Roy. Soc. **82**, 641 (1963).