講座

「シンクロトロン放射分光学」

第 1 講 シンクロトロン放射概論

石 井 武 比 古

東京大学物性研究所
東京都港区六本木 7-22-1 (〒203)

(1985年12月28日受理)

Synchrotron Radiation Spectroscopy

I. Properties of Synchrotron Radiation

Takehiko ISHII

The Institute for Solid State Physics,
The University of Tokyo, 7-22-1 Roppongi, Minato-ku, Tokyo 203

(Received December 28, 1985)

§1. 緒 言

すぐれた技術開発が基礎科学研究を著しく進展させ、しっかりした基礎科学に裏打ちされて技術開発が効率よく行われる。基礎と応用のこのしがらみはこの世のなりであり、近年この種の例をみるに事欠かない。シンクロトロン放射の利用によって、真空紫外線からX線領域に至るエネルギーの高い光を利用する科学研究が発展し、今ではその実用化の研究が始まっていることは周知のことである。

シンクロトロン放射は運動エネルギーが 100 MeV のオーダー以上で光速に近い速さで旋回運動または蛇行運動する電子または陽電子の放射する電磁波である。このような電子の運動は典型的には電子シンクロトロンやストーリジリングなどの円形電子加速器の中でみられる。蛇行運動はウィグラヤアンジュレータと呼ばれ円形電子加速器の直線部に挿入して使われる装置（挿入型光源）の中で実現される。現在では、シンクロトロン放射源と言えば、挿入型光源を備えたストーリジリングと考

えてよい。ストーリジリングは一定のエネルギーの電子を一つの閉じた軌道に貯蔵しておく加速器で、主として、軌道を曲げる偏向電磁石と電子を集束させる四極磁石と電子にエネルギーを補給する高周波加速空洞から成る。このため、シンクロトロン放射を用いる物性科学の研究は、それらが従来行われて来た通常の実験室の規模を越えて、一種の巨大科学になった。最先端の基礎科学に利用される質のよい光を作り出すストーリジリングは周長が数 100m 以上に及ぶ大型のものであり、施設の建設経費と管理経費から考えると、今後この分野の研究は、好むと好まざるとにかかわらず、一つの国家的事業にならざるを得ない。一方、マイクロソグラフィのように半導体工業で利用するときには、シンクロトロン放射源をできるだけ小型化する努力がなされており、今後の研究の方向は、大型化と小型化の両極に分化していくであろう。

さて、シンクロトロン放射の特性がはじめて系統的に知られてから30年が経過した¹⁾。実際に本格的な分光実験で最初になされた研究は希ガスの極紫外スペクト

ル測定であった²⁾。それ以来、多くの研究がなされてきたが、この光が有用であるのは、この光が次のようなすぐれた特長を有するからである。

- (1) 極めて輝度が高く、利用できる光強度が大である。
- (2) 広いエネルギー範囲にわたって連続スペクトルを有する。
- (3) 電子軌道の面内に電気ベクトルをもつ偏光である。
- (4) 理論的に精密に予測しうるスペクトルをもつ。
- (5) 短い時間幅のパルス光のくり返しである。

光の性質という点から考えて、シンクロトロン放射を凌駕するものはレーザーをおいて他にない。しかし、レーザー光の利用できない極短波長領域ではシンクロトロン放射がユニークなものである。ことに極紫外領域からX線領域での応用のひろがりの速さには目をみはるものがある。

この特集シリーズではシンクロトロン放射の分光研究への応用が取り上げられる。その中にはシンクロトロン放射を用いる固体分光、光電子分光、原子分子の分光、固体表面研究への応用などが含まれることになるが、本稿では、それらで詳述されるであろう物理学や化学の解説に対する前座として、シンクロトロン放射の一般的な性質について述べることにする。紙面が限られているので、数学的詳細に立入ることはしないで、利用者の立場から知っておいた方が便利であると考えられる項目について、定性的に記述することにする。シンクロトロン放射の特性とかシンクロトロン放射源のことは、利用者にとって、ブラックボックスであることが多い。以下に述べるのがシンクロトロン放射の施設を一つの手段としての暗箱と考える人に少しでも役に立つなら幸である。シンクロトロン放射についてはこれまでに多くの成書³⁾が出されているので、くわしい勉強をされる方はそれらを読まれることをおすすめする。

§2. シンクロトロン放射を用いる分光研究

シンクロトロン放射の応用は、思いつくままに列举すると次のようになり、極めて多岐にわたる。(1) 標準光源：放射の強度分布が理論的に予測しうるので、他に標準光源のない真空紫外からX線領域で標準光源として使用しうる。なお、異なる波長の電磁波の呼称は、人によってまちまちで統一されていないが、本稿では図1に示すようなものを採用する。シンクロトロン放射のスペクトルの例を図2に示す。縦軸に書くべき光強度の表示の仕方には若干の曖昧さがあるので、図2では輝度の形で書いてある。輝度については後に述べる。(2) 超微細転写：超LSIの製造技術に関連してサブミクロン領域の構

図1 電磁波の波長とエネルギーと呼び名

図2 シンクロトロン放射のスペクトル分布

PF: 高エネルギー物理学研究所 2.5 GeV ストリージリング, UVSOR: 分子科学研究所 0.75 GeV ストリージリング, SOR-RING: 東京大学物性研究所 0.4 GeV ストリージリング。

造をもつ回路パターンを光学的に転写するのに利用できる。光の回折によるボケの少なさとフォトレジストに対する吸収能から総合して軟X線が適当で、シンクロトロン放射の好指向性も有用である。このほかに超微細加工に関連した応用には、ゾーンプレートや回折格子などの光学素子の製作がある。(3) X線回折・散乱：X線の回折と散乱に関する物理学の研究、とくにこれまで見ることのできなかつた高次の効果が調べられるようになりつつある。磁気散乱などはそのよい例である。(4) 構造解析：X線による物質の構造解析が著しく進展しつつある。通常の結晶構造解析のほかに、極低温や超高圧下などの極端条件下での実験がすすめられている。そのほか

に生体試料の構造解析に利用される。巨大分子の構造解析や散乱実験を利用した筋肉の運動の解明などが行われている。(5) トポグラフィー：シンクロトロン放射を利用したトポグラフィー実験によって、転位や積層欠陥、磁壁、成長欠陥などの観察がやり易くなった。転位の運動・消長などが動的に観察されている。(6) EXAFS：EXAFS を利用した物質の構造解析や化学変化の追跡はシンクロトロン放射利用の一つの目玉である。(7) 蛍光分析：X線蛍光分析にシンクロトロン放射を利用することによって、元素の検出限界を下げることができ、また、試料の加熱、破壊の防止ができる。分解能やコントラストが上昇し、計測時間が短縮する。(8) 光化学反応：半導体素子の製作にあたっては CVD など素子表面での化学反応が利用されるが、シンクロトロン放射軟X線の照射による化学反応の促進が考えられており、研究が開始された。(9) 照射効果と光生物学：光照射によって細胞が死滅する効果を広い光エネルギー領域で調べる研究が行われている。また、細胞レベルでの光吸収スペクトルの測定が、真空紫外領域でも測定できるようになってきた。(10) 分光研究：これが、本シリーズの主要テーマである。ここでは次回以降にあらわれるテーマへの序論的コメントを与える。

真空紫外線から軟X線領域での分光研究が紫外可視領域の分光研究に比べて著しく遅れていたのは、一つには、光が空気中を通過せずに測定系を真空中におくため実験がやりにくいこと、二つには、光を通過させる素材がなくレンズを集光素子として使用できないこと、および、反射率が低いので集光鏡や回折格子を斜入射で使用せねばならず利用可能な光束が制限されて明るい分光系が作りにくいこと、その三には、適当な光源がなかったこと等による。この第三の点は最も本質的かつ致命的であった。シンクロトロン放射の利用はこの問題を解決した。現在、研究活動の点でも研究成果の点でも最も活発なのが分光研究の分野であると言ってよいだろう。シンクロトロン放射を利用する分光研究は光電子分光法の導入によって更に発展した。光吸収・反射分光に比べて測定されるパラメータが細分化されたからである。また、研究対象として固体表面が加ったことも研究分野の裾野を広げた。固体表面研究は、表面での原子配列の研究と電子状態の研究に大別されるが、後者にとっては光電子分光が有力な手段であり、その光源としてシンクロトロン放射がよいのである。先に述べた蛍光分析も EXAFS も一種の分光実験を行うものであるが、純粋な応用とは別に、関与する現象そのものの研究は分光研究として重要である。

分光研究は気相ないしは適当に孤立した原子・分子の研究と固体分光とに分れる。光電子分光を含めた気相の分光研究においては、リドベルグ系列と分子軌道準位の同定、電子遷移に付随した振動・回転準位の同定、前期解離状態の同定、イオン化断面積や分岐比の精密測定、イオン化に伴う電子とイオンの同時観測、蛍光スペクトル解析と励起状態の寿命の測定、イオン化断面積の方向依存性の測定、形状共鳴の解析、衝突後相互作用および自動電離その他の多電子励起の解析、原子内電子のスピン状態解析などが主要テーマである。孤立原子の試料として希ガスや金属蒸気が用いられ、分子試料としては、よく知られた単純な原子分子から複雑な多原子分子までいろいろある。固体表面に吸着された分子の研究もよく行われる。光電子分光を含めた固体の分光研究では、スピン状態も含めたエネルギーバンドのマッピングと状態密度の測定、内殻励起子の同定、内殻電子励起スペクトルにあらわれるフェルミ端異常、内殻電子励起—外殻電子励起の共鳴と自動電離、内殻電子励起スペクトルの吸収端構造の解析、磁氣的相転移や構造相転移にもとづく電子状態変化の追跡、価数揺動や電荷密度波など他の物性に関連する多電子効果の解析などがある。固体表面に関連したものでは、吸着原子分子のエネルギー状態解析のほかに真性表面状態の解析、初期酸化と表面反応の解析、吸着に伴う内殻励起多電子効果の変化の追跡、金属—半導体界面の電子状態解析、スピン偏極電子による表面磁性の解析などがある。

解析に用いられるデータは、光吸収スペクトル、光反射スペクトル、光電子収量スペクトル、光電子のエネルギー分布曲線、蛍光スペクトルとその減衰の観測、変調分光スペクトル、光電子のスピン偏極などである。それらの測定方法の詳細にはここではふれない。

§3. シンクロトロン放射の特性

本節では、第1節において簡条書きにしたシンクロトロン放射の特長を定性的に理解することに努める。もっとくわしく勉強される方には Jackson⁴⁾ の教科書がよい手引になる。Schwinger⁵⁾ の論文では放射強度の方向および周波数依存の解析的表現が導入されている。円形電子加速器では磁場によって電子の軌道が曲げられる。この加速器の中で1個の電子が1回転あたりに失うエネルギーは

$$W = \frac{4\pi}{3} \frac{e^2}{\rho} \gamma^4 \quad (1)$$

で与えられる。ここに ρ は電子軌道の曲率半径である。 γ は電子の運動が相対論的であることを反映して入って

くるもので、

$$\gamma = E/m_0c^2 = (1 - \beta^2)^{-1/2} \quad (2)$$

である。ここに E は電子のエネルギー、 m_0 は静止質量、 $c\beta$ は速度 ($=v$)、 c は光速である。極めて高いエネルギーをもつ粒子の運動量は、粒子の静止質量によらないから、磁場の中を運動する荷電粒子の軌道半径も静止質量によらない。陽子は電子(または陽電子)に比べて2000倍ほど静止質量が大きいので、(1)によると放射損失は電子(または陽電子)が陽子より(2000)⁴ 倍ほど大きい。シンクロトロン放射源として電子加速器が用いられるのはこのためである。電子に対しては

$$\gamma = 1957E \text{ (GeV)} \quad (3)$$

である。電子の軌道半径は磁場の強さ B (kG) と電子エネルギー E (GeV) の関数であるから、これを用いて(1)を書き直すと、蓄積電流が J (A) のとき、放射される全出力は

$$P \text{ (kW)} = 2.65E^3JB \quad (4)$$

で与えられる。 $B \sim 10$ kG, $E \sim 1$ GeV, $J = 0.2$ A であったとすると $P \sim 5$ kW となつてかなり大きい。

シンクロトロン放射は発光点から軌道接線方向に放射される。電子は円形軌道を描いて運動していると考えてよいので、光はちょうど回転する水車が水をはくように軌道接線方向にまんべんなくばらまかれる。観測する方向での光の取りこみ角が θ (mrad) のとき、利用できる出力は(4)に因子 $\theta \times 10^{-3}/2\pi$ をかければよいので、

$$P(W) = 0.422E^3JB\theta \quad (5)$$

となる。

一般に発光点から立体角 $d\Omega(\theta, \phi)$ の中に放射される光の強度は、詳しい計算によると、

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e\dot{v}^2}{4\pi c^3} \cdot \frac{1}{(1 - \beta \cos \theta)^3} \left[1 - \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta)^2} \right] \quad (6)$$

で与えられる。ここに θ は図3に示すように軌道接線と観測方向のなす角で、 ϕ は観測方向を xy 面に投影したときにその投影された方向と加速度方向のなす角である。原点を発光点にとり、加速度方向を x 軸、鉛直方向を y 軸にとる。(6)を用いて放射角の平均値を求めると、

$$\langle \theta^2 \rangle^{1/2} \sim 1/\gamma \quad (7)$$

となる。従つて、シンクロトロン放射は、発光点を固定すれば、軌道接線方向の極めて狭い角 $\gamma^{-1} \sim 0.5/E$ (mrad)

図3 電子軌道と速度、加速度および観測方向の関係

中に集中している。放射強度が大きいこととこのように光ビームが広がらず指向性がよいことはシンクロトロン放射の輝度を高くする。輝度は単位立体角あたりに放射される光量で定義されるからである。以上でシンクロトロン放射の性質(1)がやや定量的に述べられた。

シンクロトロン放射の方向分布(6)は低速度の電子の放射する光の分布が高速度において相対論的にゆがめられたものである。実際に $\gamma=1$, $\beta=0$ としてみると、(6)は

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\Omega} &= \frac{e\dot{v}^2}{4\pi c^3} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi) \\ &= \frac{e\dot{v}^2}{4\pi c^3} \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (7)$$

となり、これはよく知られた双極子放射の方向分布と同じである。ここに θ は観測方向と加速方向(x 軸)のなす角である。方向分布(7)が相対論的效果のために(6)のようにゆがんでくる様子を図4に示した。

電子と共に動く系からみると電磁波の放射の分布は、電子の速度によらずに、(7)のようになっている。相対論的效果によって光が軌道接線方向に集中してくることは、(6)で示される強度の一般式によらずとも、ローレンツ変換をしてみれば定性的に理解できる。図5に示すように、電子と共に動く系(静止系)からみて進行方向に対して θ_R の角をなす方向に進む光が実験室からみて θ_L の方向に進むものとする、ローレンツ変換によ

図4 シンクロトロン放射の空間分布

図 5 電磁波の放射される方向のローレンツ変換による変化

て次の関係を得る。

$$\tan \theta_L = \frac{\sin \theta_R}{\gamma(\beta + \cos \theta_R)} \quad (8)$$

$\beta \approx 1$ であり γ が大きい量であるから $\beta + \cos \theta_R = 0$ の付近を除いて (8) は小さな量であり、従って θ_L も小さな量である。従って、光は実験系ではたしかに電子の進行方向に近い方向に伝播する。

1 個の電子が空間のある 1 点で放射するシンクロトロン放射は頂角 γ^{-1} の錐体にしかひろがらない。そこで空間のある一点 P でみるとこの放射は電子が軌道上 $\gamma^{-1}\rho$ ぐらいの距離を進む間に放射されたものといえる。時刻 t_1 および t_2 に放射されたシンクロトロン放射が観測点 P に到達する時刻を夫々 t_1' および t_2' とすると、図 6 からわ

図 6 光パルスの放射される時間と観測される時間

かるように、

$$\begin{cases} t_1 = t_1' + R(t_1')/c \\ t_2 = t_2' + R(t_2')/c \end{cases}$$

である。時間 $(t_2' - t_1')$ の間に電子が軌道上を距離 $\gamma^{-1}\rho$ だけ進むものとする、 $t_2' - t_1' = \gamma^{-1}\rho v^{-1}$ である。これは小さい量だから

$$\begin{aligned} R(t_2') &= R(t_1' + \gamma^{-1}\rho v^{-1}) \\ &= R(t_1') + \frac{dR}{dt} \gamma^{-1}\rho v^{-1} \\ &= R(t_1') + \gamma^{-1}\rho v^{-1} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \end{aligned}$$

である。これらを用いると観測点でみるこの放射のパルス幅は

$$\begin{aligned} \Delta t &= t_2 - t_1 \\ &= \gamma^{-1}\rho v^{-1} - \gamma^{-1}\rho v^{-1} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} / c \\ &= \gamma^{-1}\rho v^{-1} (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \end{aligned}$$

である。シンクロトロン放射の進む方向は軌道接線の方向に近いから $\mathbf{n} \parallel \boldsymbol{\beta}$ であり、 $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta} = \beta$ となる。ゆえに、

$$\Delta t = \frac{\rho}{v} \cdot \frac{1}{\gamma} (1 - \beta) = \frac{\rho}{v} \left(\frac{1}{\gamma} \right)^3 \quad (9)$$

となり、因子 γ^{-3} のためにこのパルス幅は極めて短かい。このパルスをフーリエ変換するとシンクロトロン放射のスペクトルが得られるが、パルス幅が極めて狭いので、スペクトルは極めて広い周波数領域にわたって分布することになる。これがシンクロトロン放射の第 2 の性質である。

くわしい計算によるとシンクロトロン放射のスペクトルは、

$$\begin{aligned} \frac{dI(\omega)}{d\Omega} &= -\frac{e^2}{3\pi^2 c} \left(\frac{\omega \rho}{c} \right)^2 \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 \right)^2 \\ &\times \left[K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\gamma^2 \theta^2}{1 + \gamma^2 \theta^2} K_{1/3}^2(\xi) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

で与えられる。ここに $K_{2/3}(\xi)$ と $K_{1/3}(\xi)$ は変形ベッセル関数である。 ξ は次のように定義される。

$$\xi = \frac{\omega \rho}{3c} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 \right)^{3/2} \quad (11)$$

(10) の最後の因子の中の第 1 項は軌道面に電気ベクトルをもつ偏光成分に対応し、第 2 項は軌道面に垂直な方向に電気ベクトルをもつ偏光成分に対応する。

(10) を角度について積分すると放射強度のスペクトルが得られる。結果は、

$$I(\omega) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{e^2}{c} \gamma \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \quad (12)$$

となる。ここに ω_c は

$$\omega_c = 3c\gamma^3/2\rho \quad (13)$$

で定義される。実際には角周波数を用いるより対応する波長であらわした方が便利である。そのときには、

$$\lambda_c = 4\pi\rho/3\gamma^3 = 186/BE^2 \text{ (Å)} \quad (14)$$

となる。切り取り角にして 1 mrad に相当する軌道部分から放出される 1% バンド幅のシンクロトロン放射の強度は、光子数の形で与えると、

$$N = 1.256 \times 10^7 J \cdot \left(\frac{\lambda_c}{\lambda} \right) \int_{\lambda/\lambda_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \quad (15)$$

となる。このスペクトルを我国で現在稼動中の三つのストーリジリングについて示したものが図 2 である。

(10) にあらわれる二つの偏光成分の相対強度を放射の進行の方向と軌道接線の間の角度の関数としてプロットしたものが図 7 である。これをみると、明らかに、軌道

図 7 シンクロトロン放射強度の空間分布

面に電気ベクトルをもつ偏光成分の強度が大であり、シンクロトロン放射が偏光であるという第 3 の性質を示している。またスペクトルが (10) や (12) のように与えられることは、その形状が理論的に完全に予測できるという第 4 の性質を示している。図 6 にみられるシンクロトロン放射の方向分布は、強度の大きい $I_{||}$ 成分の方をみると明らかなように、ガウス分布によく似ている。(10) に従って厳密に計算したものとガウス分布を仮定して得られるものが $\lambda/\lambda_c \leq 30$ くらいまでの領域にかぎれば、あまり差がないことが指摘されている。第 5 の性質については次節でふれる。

ところで、原子のような小さい系でないので、シンクロトロン放射の原理は古典電磁気学で記述できる。それに従って (10) に至る筋道は文献 3 および 4 に詳述されている。ここではそれにはふれず、思想のみ簡単に述べる。運動する点電荷が観測点に時刻 t に作る電磁場は、リエナール・ウィーヘルトのポテンシャル

$$\left. \begin{aligned} \phi(r, t) &= e[1/\kappa R]_{\text{ret}} \\ A(r, t) &= e[\boldsymbol{\beta}/\kappa R]_{\text{ret}} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

で与えられる。これを用いると電場と磁場は夫々

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{n} \times \mathbf{E} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

で与えられる³⁾。ここに、 R は電荷から観測点までの距離で、添字 “ret” は括弧の中の量を遅れた時刻

$$t' = t - R(t')/c \quad (18)$$

で求めることを意味する。また κ は次のように定義される。

$$\kappa = \frac{dt}{dt'} = 1 + \frac{1}{c} \frac{dR}{dt'} = 1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta} \quad (19)$$

$\mathbf{n}$ は電荷から観測点に向う方向の単位ベクトルである。(16) は運動する電荷が観測点に時刻 t に作る場は、この時刻より R/c だけ過去のポテンシャルがきめていることを示す。(16) を (17) に代入して、(18) を満足するすべての t' について積分すれば、長い計算のちに電場が

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, t) &= e \left[\frac{\mathbf{n}}{\kappa R^2} + \frac{1}{c\kappa} \frac{d}{dt'} \left(\frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{\kappa R} \right) \right]_{\text{ret}} \\ &= e \left[\frac{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta})(1 - \beta^2)}{\kappa^3 R^2} \right]_{\text{ret}} \\ &\quad + \frac{e}{c} \left[\frac{\mathbf{n}}{\kappa^3 R} \times \{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\} \right]_{\text{ret}} \end{aligned}$$

$$= e \left[\frac{(n-\beta)(1-\beta^2)}{(1-n\beta)^3 R^2} \right] + \frac{e}{c} \left[\frac{n \times \{(n-\beta) \times \dot{\beta}\}}{(1-n\beta)^3 R} \right]_{\text{ret}}$$

で与えられることがわかる。このうち第一項の速度だけによる項は本質的に静電場であり R^{-2} に従って減衰する。これは電磁波を与えるものではない。第二項は加速度に比例し、変動する場、すなわち電磁波を与える。結局、電磁波としての電場は

$$E(r, t) = \frac{e}{c} \left[\frac{n \times \{(n-\beta) \times \dot{\beta}\}}{(1-n\beta)^3 R} \right]_{\text{ret}} \quad (20)$$

で与えられる。放射されるエネルギーはポインティングベクトル $S = (c/4\pi) |E|^2 n$ を用いて記述される。実験室系で観測される単位立体角あたりの出力は

$$\frac{dP}{d\Omega} = R^2 S \cdot n \frac{dt}{dt'} = (1-n\beta) R^2 S \cdot n$$

であるので、結局

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c} \frac{|n \times \{(n-\beta) \times \dot{\beta}\}|^2}{(1-n\beta)^5} \quad (21)$$

となる。これを具体的に角度をパラメタとして書下したものが (6) である。

一方フーリエ変換によって得られた放射のスペクトル分布は、長い計算ののちに、

$$\begin{aligned} \frac{dI(\omega)}{d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t'} \left[\frac{n \times \{(n-\beta) \times \dot{\beta}\}}{(1-n\beta)^3} \right]_{\text{ret}} dt' \right|^2 \\ &= \frac{e^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i\omega(t' + R(t')/c)] \right. \\ &\quad \times \left. \frac{n \times \{(n-\beta) \times \dot{\beta}\}}{(1-n\beta)^3} dt' \right|^2 \\ &= \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} n \times (n \times \beta) \right. \\ &\quad \times \exp \left[i\omega \left(t' - \frac{R}{c} \sin \frac{v t'}{\rho} \cos \theta \right) \right] dt' \left. \right|^2 \quad (22) \end{aligned}$$

となることがわかる。(22) の積分を具体的に実行して (10) が得られる。

§4. ストリージング

4.1 ストリージングの構成

次にストリージングについての主要な知識をごく定性的に述べる。図8にストリージングの構造を示す。このストリージングは、東京大学物性研究所の 0.38 GeV のリングである。このリングは SOR-RING と名

図8 SOR-RING の構成

B: 偏向電磁石, Q: 4極電磁石, RF: 高周波加速空洞。

付けられている。極めて単純な構造をもっており、現在稼動中の他のリングに比べると古い設計であるが、ストリージングの本質を知るのには十分である。

ストリージングは別の加速器（入射器）であらかじめ加速された電子を一定のエネルギーに貯蔵しておく仕掛である。構成は次のようになっている。

(i) 偏向電磁石

直流の磁場を発生する双極電磁石で、電子がこの中を走るとき、この磁場で軌道が曲げられてシンクロトロン放射が発生する。この磁場の強さを変えると電子のエネルギーが変わる。

(ii) 四極電磁石

電子ビームはいくつかの原因によってひろがろうとするので、それを集束させるために4極電磁石が用いられる。軌道面内で動径方向 (x 方向) で集束作用をもたせるようにしたものと軌道面に垂直な方向で集束作用をもたせたものの2種がある。一つの方で集束作用をもたせるとこれに垂直な方向では発散作用をもつ。普通は動径方向について記述して集束磁石 (F_Q) と発散磁石 (D_Q) とよんでいる。

(iii) 高周波加速空洞

電子がシンクロトロン放射を放射して失うエネルギーを補って電子を一定軌道に保持するために必要な加速電極をもつ空洞でこの加速電極には極めて速く変化する高周波電場を印加する。(4) で与えられる放射パワーを補うだけの出力は最低限必要である。図8の SOR-RING には1個の高周波加速空洞があるが、もっと出力の大き

リングでは2個またはそれ以上の高周波加速空洞を備えている。

(e) パルス偏向電磁石

入射器であらかじめ加速されストーリジリングまで転送されて来た電子の軌道を曲げてリング内に送りこむための電磁石で、打込みの時に短い時間だけ動作する。

(f) 蹴り出し電磁石

ストーリジリング内に送りこまれた電子は最初から平衡軌道にのるのではなく、リング内にある速い立上り時間を持つパルス電磁石によって軌道修正されて平衡軌道にのる。このための電磁石は“蹴り出し”電磁石(Kicker)と呼ばれている。一般に複数個用いられる。

(g) 補正用電磁石

電子の軌道をわずかに修正して電子をよい平衡軌道に保つための補正用のコイルや電磁石が備えられている。それらは偏向電磁石の磁場をわずかに補正するコイル、電子軌道の位置(とくに上下の位置)を微小調整する電磁石(ステアリング磁石)、電子ビームの集束の状態を補正する六極電磁石などである。

(h) モニタ

ストーリジリング内にはいろいろなモニタが備えられている。電子ビームの形状や大きさを測定するビームモニタ、蓄積電流の大きさを測定する電流モニタ、真空槽内の圧力を測る真空ゲージなどである。ビームモニタは電子ビームの状態を診断して制御の便をはかるのに必要である。電氣的に計測するものと外部からシンクロトロン放射の観測を通して光学的にモニタするものがある。電流モニタには、電子ビームを電氣的に直接観測するタイプと、SOR-RINGの場合のように、シンクロトロン放射による光電流を測る間接的なものがある。

(i) 直線部

隣り合う二つの偏向電磁石の間を直線部と言う。4極電磁石や高周波加速空洞はじめ各種モニタや補正装置などはすべて直線部に入れられる。最近のリングの設計では、直線部を長くしておいて、そこに挿入型光源が入れられるようにする。そのためリングのサイズは大型化する傾向にある。

(j) 真空槽

電子は超高真空の中に蓄えられる。そうでないと気体分子と衝突して失われてしまうからである。電子を貯蔵しておく容器を真空槽、真空チェンバー、ドーナツなどと呼ぶ。リングの数ヶ所に排気ポートをつけてイオンポンプで排気する。ゲッターポンプを併用することもあるが、こちらは常時動作させているわけではない。粗い排気にはターボモレキュラポンプが用いられる。偏向電磁

石部では真空チェンバーの中に排気素子を入れておき偏向電磁石の磁場を利用した排気を行う。これは分布排気系と呼ばれる。真空チェンバーは何らかの形で焼出しができるようになっていなくてはならない。またチェンバー内をアルゴンイオンの放電によって清浄化できるようにしてあることが望ましい。エネルギーが高くかつ大出力のリングではシンクロトロン放射によるチェンバーの過熱を防止するため水冷できるようにしてある。

(k) ビームチャネル

ストーリジリングから光を取り出し実験ステーションまで導いてくる真空チェンバーを、ビームチャネルと呼ぶ。低エネルギーのリングではこの部分はせいぜい差圧排気系やバルブがある程度で簡単な構造をしているが、高エネルギーリングになると、シンクロトロン放射による過熱防止と放射線のシールドのため系は複雑になる。バルブの数も多くなり、かつ、そのうちのあるものは、シンクロトロン放射の吸収板(過熱防止用、水冷)、ビームシッター(放射線防止用)などと共に遠隔操作となり、そのための制御系が必要となる。

(l) 放射線防護隔壁

高エネルギーのリングでは放射線の発生が大きく、運転中はリングに近づけない。また、放射線が実験室に入るのを防ぐ隔壁が作られている。これは簡単に“シールド”と呼ばれることが多い。実験中にリングに近づくことのできる低エネルギーリングの場合でも、リングの一部に鉛を積んで、放射線を防ぐようにしてあることが多い。X線を取り出す高エネルギーのリングの場合には、光がでているときに実験者がX線にさらされるのを防ぐため、測定中は実験ステーションに近づけないようにしてある。

(m) ビーム輸送系

入射器からリングまで電子を転送するラインをビームトランスポートと呼ぶ。ここには、電子軌道を曲げる偏向電磁石と集束用の4極電磁石、補正用電磁石、それに若干のモニタが置かれている。

(n) コントロール

主リングの各電磁石、蹴り出し電磁石、高周波加速系、ビーム輸送系の各要素などは中央のコントロール室で一括して監視・制御されている。多くはコンピューターによる制御方式が採用されている。

以上がストーリジリングの構成の概略である。次にその動作に注目しよう。リングに打込まれた電子のうち中心軌道(closed orbit)上をきちんと運動しているものはわずかしかない。打込みのときの電子の位置や運動量が理想値から若干ずれていることがありうるし、磁場の強

さが各磁石間で完全にそろっていないし、各磁石が完全に理想位置に並べられていることもあり得ない。そして電子は残留気体中の分子や他の電子と散乱もするであろう。これらがすべて電子の軌道を変化させる働きをする。それに何よりもシンクロトン放射が発生するとその分だけエネルギーを失って電子軌道が変化せざるを得ない。このような状況下で電子をリング内に閉じこめて貯蔵しておくためには、失ったエネルギーを補強することのほかに、電子を常に理想軌道にもどすような復元力が働いていなくてはならない。ストレンジリングの電磁石系はこのような復元力が働くように作られている。そのために加速器内の電子は中心軌道のまわりを振動する。電子は偏向電磁石の作る磁場の中を円弧を描いて運動し、その時電磁波を放出してエネルギーを失い、偏向電磁石をはなれて直線部を運動し、そこで4極電磁石で軌道修正され次の偏向部に入る。これをくり返した後高周波加速電極間の電場で加速されてエネルギーを補給されてまた偏向部に入っていく。一般に中心軌道以外は軌道は完全に閉じているわけではない。

4.2 電子のダイナミクスとシンクロトン放射

(A) ビームサイズとエミッタンス

ストレンジリングの中では、多数の電子が運動している。それらの電子は中心軌道のまわりで振動している。つまり中心軌道から少しづれたところを中心軌道に対してある傾きをもって運動している。このような電子が多数運動しているのだから、電子は進行方向に垂直な面内である広がりをもって分布する。電子ビームの断面の大きさを普通ビームサイズと呼んでいる。ビームサイズは軌道上の異なる場所では異っている。ビームサイズは光を利用する側からみれば輝度に関係していて大変重要な量である。

今電子の位置の中心軌道からのズレを動径方向に x 、それと垂直な方向に y としよう。中心軌道上の適当な点に参照点を固定し、そこから軌道に沿って着目する電子までの距離を s とする。

$$x' = dx/ds, \quad y' = dy/ds \quad (23)$$

と定義すると (x, x') , (y, y') の描く曲線はこの位相空間内で一つの閉曲線を作る。 x' および y' は、電子軌道の中心軌道に対する傾きをあらわす。これはシンクロトン放射の発散のもう一つの原因になり得る。最近設計されるシンクロトン放射源では、この傾きはシンクロトン放射の自然のひろがり角 γ^{-1} より小さいから輝度を考えるときには、少くとも鉛直方向に関しては、重要ではない。

実際光を発して軌道変化した電子は高周波加速空洞を

図 9 電子軌道に沿った位相楕円とビームサイズの変化。 s 軸についての定量性は無視してある。真中がビームサイズ。

B: 偏向電磁石, Q: 集束電磁石。

通過する時受ける力によって軌道回復かさらに減速するかする。このとき横方向の振動と縦方向の振動が生ずる。横波モードはベータトン振動と呼ばれ縦波モードはシンクロトン振動と呼ばれる。電磁波は光子の形で発射されるのでこの発光過程は全くランダムに起る。だから軌道の変化もランダムで電子の存在する位置は多分ガウス分布になるであろう。このガウス分布の幅、つまり中心軌道からのズレの標準偏差がビームサイズの目安と考えてよい。このビームの幅は図9に示すように軌道上の各点で異っており、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x(s) &= \sqrt{\varepsilon_x \beta_x(s)}, \\ \sigma_y(s) &= \sqrt{\varepsilon_y \beta_y(s)} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

のように与えられる。ここに $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ はエミッタンスと呼ばれる量でシンクロトン放射光源の特性を示す一つの重要なパラメータである。一般に、ベータトン振動の振幅は水平面内の成分 (x 成分) の方が大きい。そのことは図9にもみられている。水平方向の振動と鉛直方向の振動の間には結合があり、このため鉛直方向の振動の振幅も大きくなる。つまりこの振動の結合は縦方向のビームサイズをひろげる効果をもつ。

位相空間 (x, x') および (y, y') に描かれる閉曲線は実は楕円である。これは粗っぽく考えて、次のように理解できる。電子の軌道断面内のある領域に電子がガウス分布しているとみてよいときには、この分布と電子の運動方程式を合せて、電子の軌道をさめる軌道方程式を作ると、それは一般に

$$\frac{\zeta^2}{\sigma_\zeta^2} - 2r \frac{\zeta \zeta'}{\sigma_\zeta \sigma_{\zeta'}} + \frac{(\zeta')^2}{\sigma_{\zeta'}^2} = (1-r^2) \quad (\zeta = x, y) \quad (25)$$

のような形になっている。図9にみられるようにこの楕

図10 新提案の 1 GeV リングの電磁石格子のベータ関数と分散関数

円は場所ごとに変わるが、その面積は軌道のどの部分をとっても一定で保存量である。これがエミッタンスである。エミッタンスが小さいほどビームの傾きもビームサイズも小さくなるわけで、光源としての輝度が高くなるから、最新のシンクロトロン放射光源は低エミッタンスになるように設計される。ビームサイズが軌道に沿ってどのように変化していくかを知る一つの目安は、(24)からわかるように $\beta_x(s)$ および $\beta_y(s)$ を眺めることである。この量はベータ関数とか振幅関数とか呼ばれるが、電磁石による集束の条件によって定まる。つまり、リングは電磁石の同等な配置のくり返しによって構成されるから、ベータ関数は電磁石配置の単位格子についてみておけば十分である。図10にそのような例を示した。

(B) チューンと分散関数

電子がリングを一周する際にベータatron振動を何回するかというのがまた重要な量である。これは通常 ν_x および ν_y と書かれ、チューンと呼ばれる。 ν_x とか ν_y は明らかに集束電磁石の磁場強度や高周波電場の強さなどできる。それらを適当に設定して、 ν_x や ν_y をきめることは「動作点 (operating point) を選ぶ」というように表現される。高周波加速の問題をはなれても電磁石の据付誤差とか作りの悪さ (理想からのズレ) とか諸々の要因によって振動が誘起される可能性があることは先に述べた。重要なことは、この振動が共鳴を起して成長することがないようにすることである。例えば ν_x, ν_y およびその結合値が整数値や半整数値をとるような動作点は絶対に避けなくてはならない。

運動している電子の運動量が変化すると、軌道の周長が変化する。言いかえると、運動量が変化すると平衡軌道の位置が変わる。従って運動量にばらつきがあるとそれによるビームのひろがりが生ずる。このことを考慮に入れると、ビームサイズは (24) ではなくって、次のようになる。

$$\sigma_x(s) = \sqrt{\varepsilon_x \beta_x(s) + [\eta(s) \Delta p / p_0]^2} \quad (26)$$

ここに $\eta(s)$ は軌道の場所ごとに変わる量で分散関数と呼ばれる。また p_0 は中心軌道の運動量である。このようにビームサイズの中に $\Delta p / p_0$ の項が入ってくるのは、軌道方程式の中に $[1/\rho(s)] \cdot \Delta p / p_0$ という項があらわれることによっている。 $\Delta p = 0$ の時の解がベータatron振動を与える形式になっている。図10にはベータ関数のほかに分散関数の例も示されている。

(C) パンチ

高周波加速空洞には交流の加速電圧がかかっている。その周波数は電子がリングを一周する回転周波数の整数倍にとられている。即ち、

$$\omega_{rf} = 2\pi h / T_0, \quad T_0 = L / c \quad (27)$$

で、 L は周長である。この整数 h のことを調和数 (harmonic-number) と呼ぶ。電極にかかる高周波電圧がちょうどよい具合になっている時には、中心軌道にのって電極を通過する電子は、シンクロトロン放射を発生して失ったエネルギー分を過不足なく補給されて、またもとの中心軌道に乗って回転する。加速電極に到達する電子はいろいろあるわけで、ちょうどよい電圧がかかる前後にも来ているし、エネルギーがちょうどよい値の上下にあるものが来ることも当然ある。ちょうどよい電圧のかかる以前はこれより高い電圧がかかっていたとし、そこに来た電子では加速がすすみ、逆に後からやってきた電子は加速が不足する。逆電場のときは減速されて軌道が大きく変り、その電子は、リング内にうまく補足されない。このようにして電子はちょうどよい軌道に乗って走るものを中心にして前後に振動 (シンクロトロン振動) しつつ一塊になって運動する。高周波の周波数が (27) のように与えられるからこのような電子の集団は軌道の全周中に h 個存在する。このような一塊の電子群をパンチという。

シンクロトロン放射を観測するとき、観測ラインから各パンチの通過が見えるときのみ光がやってくる。従ってシンクロトロン放射はパルス光のくり返しである。これが第一節に述べた性質の 5 番目のものである。パルスの幅は数百 psec である。適当に工夫すると、軌道の全周上に一個のパンチしか乗っていない状態を実現することができる。この状態を単パンチモードという。単パンチモードでの運転は、時間分解したスペクトルを測定するのに好都合である。単パンチを実現するには、入射器側の電子パルスと受入れリング側の高周波電場の位相を同期させておき、はじめから特定のパンチにのみ入射する方法と、入射は多パンチで行い入射後に別の高周波電

場をかけて不要なパンチをふるい落とす方法がある。前者の方が能率がよく、蓄積電流も大きい。

(D) 寿命と不安定性

電子が残留気体中の分子によって散乱されたとする。これは電子の軌道を大きく変え、その電子はリング内の安定軌道にのりきれず振り落とされる。振り落ちが全くないとする、電子はいつまでも回りつづけるから一度リング内に蓄積された電流は永久に減衰しない。真空チェンバー内の残留気体の分子との散乱は電流の寿命をきめる大きな要因となる。従って、真空チェンバー内の圧力を極めて低くすることが必須である。

残留気体との相互作用のもう一つの効果はイオンの捕獲である。電子のまわりに陽イオン（イオン化された気体分子）がいて、これらのイオンが電子に引きつけられて電子をつつまこむ。電子はこのようなイオンの衣をひきつれて運動することになり軌道に大きな影響があらわれる。結果として寿命が短くなったり、ビームにゆらぎが起る。電子ビームがゆらぐと、観測している光の強度がゆらぐことになる。イオン捕獲を避けるには、真空チェンバー内の圧力を下げるのがまず必要であるが、そのほかに、電子ビームの代りに陽電子ビームを用いるのが効果的である。陽電子は陽イオンを捕獲しないからである。我国では、高エネルギー物理学研究所で、PF リングを用いて陽電子の蓄積に成功している。

電子同志の散乱も寿命に影響を与える。この効果はタウシエック効果と呼ばれ、低エネルギーのリングほど影響が大きい。タウシエック効果は真空度が良くなって残留気体の効果が無視できるようになった時、最終的に蓄積電流の大きさを決定する要因となる。新しい光源は低エミッタンスに設計されるから電子の密度が高くこの問題は大変重要である。具体的に述べると、0.38 GeV の SOR-RING では電流の寿命は 200 mA のとき 240 分であるのに、2.5 GeV の PF リングでは 100 mA で 35 時間である。

電子ビームにゆらぎを起させる原因のもう一つに、隣り合うパンチ間の相互作用がある。明らかにこれは単パンチ運転のときには起らない。電子ビームの不安定性の解決はシンクロトロン放射源の研究の重要なテーマで現在活発な研究が続けられている。

(E) 輝度

光を利用する立場からは、光源の輝度が高いことが望まれる。光学系には反射鏡や回折格子、スリットなどの素子がある。これらの素子の有効面積をはみ出した光は利用することができない。無駄の少ない光は特定の方向に集中した指向性の良いものということになる。スリッ

トをできるだけ多くの光が通過するようにするために反射鏡で幅広い光束を集光したとする。これは光源の実像をスリット面上に作ることに相当する。絞りこみの角度が小さいと、スリット面上にできる実像の大きさが大きくなり、光がスリットの開口幅をはみ出して、無駄がでる。絞りこみの角度が大きいと、実像は小さくなるが、発散が大きくなって、光がスリットの後方にくる光学素子の有効面からはみ出し、無駄がでる。結局、望ましい光源は、光源自身のひろがり小さく、発する光の発散が小さいものである。そこで輝度を次のように定義する。光源の単位面積あたり単位立体内に放出される単位バンド幅をもつ単位時間あたりの光子数。これはブリリアンス (brilliance) と呼ばれる。光源全体から単位立体角内に放出される単位バンド幅をもつ単位時間あたりの光子数をブライトネス (brightness) と呼ぶ。これらの値が高いほどよい光源と言える。

一つの光学素子を通過する光線の中心光路からのズレと中心光路に対する傾きを (x, x') , (y, y') のように位相空間で描いてみるとこの場合も位相楕円体ができ、その体積は保存される。従って最も能率のよい光源と光学系は、両者のエミッタンスが一致しているものである。但し、光源側のエミッタンスは純粋に電子ビームのエミッタンスのみで考えるのではなく、シンクロトロン放射固有の光の発散も考慮に入れたエミッタンスを考える必要がある。先に電子ビームのエミッタンスについて述べたとき、鉛直方向についてはビームの傾きを気にする必要はないことを示唆した。しかし水平方向についてはそうはいかない。というのは、水平方向では発光点が軌道に沿って動くので位相空間の楕円体の中心は常に原点にあるわけではなく、軌道の上で発光点を動かしたとき楕円体の中心も動く。観測方向から眺めると平均的エミッタンスはその分だけ大きくなる。この問題を定性的にこれ以上述べることは意味がないので、くわしくは成書を参考にされ度たい。幸いなことに多くの光学系では鉛直分散一集束方式がとられている。

§5. 挿入型光源

図11に示すように極性が交互に反転している磁石の組を沢山並べる。この磁石群の作る磁場の中で電子を磁場に垂直な方向に走らせると電子は蛇行運動する。このような装置をストーリジリングの直線部に挿入すると、蛇行運動する電子からシンクロトロン放射が発せられる^{3,6)}。図12に示すように、磁場の強さがかなり高く、一つのうねりと次のうねりのところから発せられるシンクロトロン放射の重畳があまりない場合には、電子の進行

図11 ウィグラーまたはアンジュレータ

図12 ヴィグラーとアンジュレータの電子軌道

する前方から眺めたときにみえる光はうねりの山の頂上と底の付近からくるものだけである。このとき得られる放射は、通常の偏向電磁石からのシンクロトロン放射を $2N$ 倍したものである。 N は極性の反転した隣り合う 2 対の磁極を 1 周期としたときの周期の総数である。この装置では $2N$ 個の磁極が通常の偏向電磁石 $2N$ 個分に相当する放射を生むという意味でストーリージリングより少くも $2N$ 倍程度輝度が高くなっている。磁石群の両端には、電子の軌道を直線部での軌道にスムーズに接続するようにするため、補正磁石が置かれている。

この装置はウィグラーと呼ばれるものである。磁極には、永久磁石、常伝導電磁石、超伝導磁石が用いられる。永久磁石を用いるのは簡単でよい。磁場の強度は磁極間隔を変えることにより調整する。この場合の材料としては、 SmCo_5 合金がよく知られているが、最近鉄とネオジュームの合金でこれよりも強い磁石が開発された（商品名ネオマックス）。永久磁石を並べる場合に、図11に示したように隣り合う 1 対の磁石の間に横向きの磁石を入れて磁束をかせぐ工夫がなされる。ウィグラーからの放射スペクトルは本質的には通常の偏光電磁石の部分からのシンクロトロン放射のスペクトルと同じである。但し、一般に磁場が強くなっているので、スペクトル分布は短波長側にのびている。磁場の強い超伝導磁石を少数個並べてスペクトルを短波長側に拡大する目的で作られるウィグラーをとくに波長域拡大装置（wavelength shifter）と呼ぶ。ウィグラーからの光は直線部に隣り合う偏向電磁石のところから取り出される。そこまでは電

子と光が同じ方向に進行して来るが、偏向部で電子は曲げられて光のみが実験系の方に直進してくる。

図12に示したもう一つの場合では、磁場の強度が弱くなって電子軌道のうねりが極めて小さくなっている。放射される電磁波が電子軌道の前方向からみてすべて γ^{-1} のひろがりの中に入ってしまうくらい軌道の脈動が小さかったとしよう。そのときは発散角の中に光が集中しているので干渉が起る。このようになっているときにこの装置をアンジュレータと呼ぶ。このときにどのような放射が得られるかを考えてみる。

まず作られる磁場は、かなりよい近似で

$$B_y = B_0 \sin(2\pi z/\lambda_w) \quad (28)$$

のように正弦波状に変動している。ここに λ_w はアンジュレータの磁極格子の単位周期の長さである。 z は波の進行方向の座標である。この磁場のもとでの運動方程式の解は中心軌道のまわりの調和振動となる。答を書くと

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\lambda_w K}{2\pi\gamma} \sin \frac{2\pi c}{\lambda_w} t, & y &= 0, \\ z &= \beta^* c t - \frac{\lambda_w K^2}{16\pi\gamma^2} \sin \frac{4\pi c}{\lambda_w} t \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

となる。ここで振動数 $2\pi c/\lambda_w$ には $c\beta^* \simeq c$ という近似が入っている。 $c\beta^*$ は波の進行方向での平均速度である。即ち

$$\langle \dot{z} \rangle = \beta c \left(1 - \frac{1}{4} \frac{K^2}{\gamma^2} \right) \equiv \beta^* c$$

K はアンジュレータからの放射を議論するときあらわれる極めて重要なパラメータで、

$$K = \frac{e}{mc^2\beta} \frac{\lambda_w B_0}{2\pi} \quad (30)$$

で与えられる。実際には $K \simeq 0.93 B_0 (\text{Tesla}) \times \lambda_w (\text{cm}) \simeq B_0 (\text{KG}) \lambda_w / 10$ である。 K は磁場の強さによってきまるパラメータであるが、 K/γ は放射のひろがりを示す一つの目安となる。(29)を用いて、軌道のうねりの節の部分の傾き $[x/\dot{z}]_{x=0}$ を計算してみると、高次項を無視しかつ $\beta^* \sim 1$ とすると、傾き角 $\alpha = K/\gamma$ となっている。シンクロトロン放射が軌道接線の方向にでてくることを考えると $K = \alpha\gamma \gg 1$ のときにはウィグラーモードになると考えてよいであろう。

ところで問題はアンジュレータからどんな光が発せられるかである。まず電子と共に運動する系（静止系）から眺める。(29)をローレンツ変換すると静止系での運動は

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\lambda_w K}{2\pi\gamma^*} \sin \frac{2\pi c}{\lambda_w} \gamma^* \left(\bar{t} + \beta^* \frac{\bar{z}}{c} \right) \\ \bar{z} &= \frac{\lambda_w K^2}{16\pi\gamma^*} \sin \frac{2\pi c}{\lambda_w} \gamma^* \left(\bar{t} + \beta^* \frac{\bar{z}}{c} \right) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

となる。ここに $\gamma^* = (1 - \beta^{*2})^{-1/2}$ である。 $\bar{x}$ と $\bar{z}$ の振幅の比は $A_{\bar{x}}/A_{\bar{z}} = K/8 \ll 1$ となるから $\bar{z}$ の振動を $\bar{x}$ の振動に比べて無視する。そうすれば残りは x 方向の調和振動のみである。この調和振動子からの放射は静止系の中で $\sin^2 \theta$ の方向依存性をもって伝播する。これを実験室系から眺めたものがアンジュレータからの放射であると考えてもよいであろう。換言するとアンジュレータの中の光の干渉効果を次のように見做すのである。アンジュレータでは軌道の各うねりから出るシンクロトロン放射は互に完全に位相関係が一致し、光が干渉するというより、それらは一つの発光体に集約されてしまい、一つの電氣的調和振動子が光速に近い速さで運動しているようにみえ、スペクトルは発光が双極子放射であるから線状である。実験室系からみた基本周波数は

$$\omega_1 = \frac{\tilde{\omega}}{\gamma^*(1 - \beta \cos \theta_L)} \quad (32)$$

である。ここに θ_L は観測の方向を与える極角である。静止系での放射の方向 θ_R と実験室系での観測方向 θ_L の間には (8) で与えられるような関係 ($\tan \theta_L = \sin \theta_R / \gamma^*(\beta^* + \cos \theta_R)$) があるので実験室系からみると放射は軌道的前方に鋭く集中していることになる。スペクトル線の波長は、計算をすすめると、

$$\lambda_n = \frac{\lambda_w}{2n\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta_L^2 \right) \quad (33)$$

となる。 n は高調波を示す指数である。ここで興味のあることは、基本波をとった場合でも、静止系では単色であっても実験室系では単色光にならないということである。 θ_L が変ると λ_n は変るからである。つまり観測する方向によってスペクトルは変る。

以上の議論は、単純化がすぎているようにもみえる。例えば K が 1 に比して小さくない場合のことは考えられていない。そのときは静止系での運動は 8 の字形のリサージュの図形のような形をしている。その問題を解いて (22) に入れて放射スペクトルを求めると、結果は $\theta_L = 0$ の方向に対し、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI(\omega)}{d\Omega} \Big|_{\theta_L=0} &= \frac{N^2 e^2 \gamma}{c} F_n(K) \\ F_n &= \frac{K^2 n^2}{(1 + K^2/2)^2} \left[J_{(n+1)/2} \left(\frac{nK^2}{4 + 2K^2} \right) - J_{(n-1)/2} \left(\frac{nK^2}{4 + 2K^2} \right) \right]^2 \quad n: \text{奇数} \\ F_n &= 0 \quad (n: \text{偶数}) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

ここで強度は N ではなく N^2 に比例しているので通常の偏光部に比べて強度が桁違いに強くなる。また既に見てきたように指向性が極めて高いので輝度に直すと更に桁違いに大きくなる。この光が水平面に電氣ベクトルをもつ偏光であることも容易に想像できるであろう。このようにアンジュレータからの光は通常のシンクロトロ

図13 アンジュレータ放射のスペクトルの例 (T. Sshii and G. Isayama, Tech. Report ISSP, Univ. Tokyo, Series A No. 1607, 1985)

ン放射と若干異なるところがあるので、これを区別して、アンジュレータ放射と呼ぶことがある。(34)によると偶数次の高調波はあらわれない。しかし電子軌道にひろがりをもたせると偶数次のスペクトル線も出現してくる。また、スペクトル線に幅が生ずる。アンジュレータからのスペクトルの例を13図に示した。適当な磁石の組合せによって磁場中の電子の運動がスパイラルになるようにしたもの（ヘリカルウィグラーまたはヘリカルアンジュレータという⁷⁾。そこでの電子の運動は螺旋状で、得られる光は円偏光である。

アンジュレータに適当に共鳴装置を付加すると自由電子レーザーの発振を起させることが可能であり、既に長波長領域では発振に成功している。問題は反射光学系素子で、短波長領域でこれをどのように開発していくかが今後の成否の鍵をにぎっている。

謝 辞

本稿は森多美子、小林洋子、磯山悟朗、坂本活一、生天目博文の各氏の絶大な助力なしには完成し得なかったことを付記し、感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) D. H. Tomboulion and P. L. Hartman, Phys. Rev. **102** (1956) 1423.
- 2) R. P. Madden and K. Codling, Phys. Rev. Letters **10** (1963) 516.
- 3) C. Kunz (ed.), "Synchrotron Radiation Techniques and Applications" (Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1979).
H. Winick and S. Doniach (ed.), "Synchrotron Radiation Research" (Plenum Press, New York, 1980).
F. C. Brown, "Solid State Physics" vol. 29 ed. by H. Ehrenreich, F. Seitz and D. Turnbull (Academic Press, New York and London, 1974).
A. A. Sokolov and I. M. Ternov, "Synchrotron Radiation" (Academie-Verlag, Berlin, 1968).
E. E. Koch (ed.), "Handbook on Synchrotron Radiation" vol. 1a and 1b (North-Holland Publishing Co., Amsterdam, New York and Kondon, 1983).
佐々木泰三編「シンクロトロン放射とその利用—物理学論文選集 204」(日本物理学会, 1979).
- 4) J. D. Jackson, "Classical Electrodynamics" (Wiley, New York, 1962).
- 5) J. Schwinger, Phys. Rev. **75** (1949) 1912.
- 6) 北村英男, 「光学」 **13** (1984) 2, 日本物理学会誌 **36** (1981) 279.
H. Motz, J. Appl. Phys. **22** (1951) 527.
H. Winick and R. H. Helm, Nucl. Instr. & Meth. **152** (1978) 9.
- 7) B. M. Kincaid, J. Appl. Phys. **48** (1977) 2684.