赤外分光器の分解について

吉 原 邦 夫*

Resolution of Infrared Spectrometer

Kunio YOSIHARA

The resolution of infra-red spectrometer is discussed systematically on the basis of the papers of Strong, Walsh and others published recently.

First, it is proved for thermocouples and bolometers that the sensitivity-to-noise ratio is inversely proportional to the square root of the sensitive area. Next, the Strong's formula for the amount of light which impinges on the detector through the exit slit is derived assuming that there are neither diffraction nor other factors which broaden the width of the spectral line. If the resolution of the spectrometer is kept constant, this amount of light I can be written as

$$I \propto J_{\lambda} h T \frac{A}{f} \frac{d\theta}{d\lambda} \delta\lambda^2$$

where J_{λ} is the spectral energy density at the entrance slit, h the height of the slit, T the transmission factor of the spectrometer, A the area of the collimating mirror, f its focal length, $d\theta/d\lambda$ the angular dispersion of the prism (or the grating) and $\delta\lambda$ the slit width measured in wave-length scale.

Provided that the signal-to-noise ratio is constant, the minimum difference of wave-length $\delta\lambda$ which can be resolved is given by

$$\delta\lambda \propto \left(f / K J_{\lambda} h T A \frac{d\theta}{d\lambda} \right)^{1/2}$$

where K is the sensitivity-to-noise ratio of the detector.

For thermocouple or bolometer sensitive area of which is necessarily limited and very small, this formula becomes

$$\delta\lambda \propto (f/hA)^{1/4} (J_{\lambda} T d\theta/d\lambda)^{-1/2}$$

as was derived by Walsh.

Although the results obtained in this paper are not new, the proof of the theorem concerning the sensitivity-to-noise ratio of the detector, the derivation of the Strong's formula and some part of the following deduction are due to the author's own idea.

1. 緒 言

分光器の分解能は、理論的に言えば Rayleigh の式で与えられるわけであるが、実際には後にも述べるような種々の制約があつて、これより悪くなるのが通例である。殊に赤外分光器においては、スペクトルのエネルギーの微弱なため、又 detector の感度の悪いために更に大きい制限が加わる。このような事実を考慮して、今迄に多くの著者が分光器の分解に関する議論をしている。

ここではそれらの論文をもとにして、特に赤外分光器を念頭に置いて分解能の問題を扱つて見よう。

2. Detector の面積とその感度対雑音比

後に必要でもあり、邦文でこの問題を扱つたものが無

いようなので、まずこれから考えることにする。これについては Jones⁽¹⁾ がその有名な論文で抽象的に論じて、感度対雑音比は detector の面積の平方根に逆比例することを指摘している。ここでは、もつと具体的に例をあげて検討して見よう。

第一に感度とは detector の受光面全体に単位エネルギーが単位時間に入射する時に、detector の生ずる出力電圧と定義する。これは通常 volt/watt で表わす。別に受光面の単位面積に単位のパワーが入る時生ずる電圧と定義することもあるが、分光測光の場合には限られた光束を detector に集中してその全面に当てるから始めの

* 名古屋大学工学部応用物理学教室

定義の方が妥当である。しかし今後の議論はこのような場合にだけ成立することに注意する必要がある。

次に雑音としては実際上の事を考えて、Johnson雑音、いわゆる熱雑音だけを採り上げると、これは detector の電気抵抗の平方根に比例する。

このような場合、detector を n 倍に大きくしたとしよう。(面積は n^2 倍) その大きくするやり方には色々な方法がありうる。

まず熱電対では、一つの熱電対をそのまま n 倍に拡大した時を考える。受光面と共に熱起電線の直径も n 倍となるが、長さはそのままに保つておく。すると受光面よりの輻射損失、線を伝わって逃げる伝導損失は共に n^2 倍となる。従つて、受光面全体に入る光量が同じならば、温度上昇と起電力は $1/n^2$ となる。しかしながら、起電線が太くなるための抵抗は前の $1/n^2$ であり、熱雑音は $1/n$ に減ずる。結局感度対雑音比は $(1/n^2)/(1/n) = 1/n$ となる。これは面積の平方根である。この場合熱起電線の長さを n 倍にしないのは、不自然のようであるが、輻射損失と伝導損失が等しくなくてはならないという Johansen の条件から考えれば必ずしも不自然ではない。

次に熱電対の大いさを増すのに次のようなやり方もある。即ち始めと同じ大きさの熱電対を縦横に n 行 n 列に並べ、(Fig. 1) これを全部直列につなぐ。

Fig. 1

この場合、一つの熱電対にあたる光量は前の $1/n^2$ となり、起電力についても同じであるが、全部が直列になっているから、全起電力は前の $(1/n^2) \times n^2 = 1$ 倍で前と変わらない。そのかわり、電気抵抗は n^2 倍、従つて熱雑音は

n 倍となり、感度対雑音比は $1/n$ となる。

又この図で、横の行は並列につなぎ、それらを縦に直列につなぐと、温度上昇は $1/n^2$ で、起電力は直列にしたもののみ加算されるから、 $1/n^2 \times n = 1/n$ となるが、今度は電気抵抗が前と同じとなり、感度対雑音比は $1/n$ となる。

同様に、熱電対を縦に一列に並べて何倍かし、直列につないだ場合、又横に一列に並べて並列につないだ場合も、感度対雑音比は面積の平方根に逆比例することは容易に証明できる。

次にボロメーターの場合を考える。この場合ボロメ

ーターを流れる電流を I 、抵抗を R 、その温度係数を α 、光のあたつたための温度変化を ΔT とすれば、出力電圧は $\frac{I}{2} R \alpha \Delta T$ となる。 I はなるべく大きい方がよいが、余り大きくするとジュール熱のため破損するから適当な値にきめておく。そこでボロメーターの縦横をそれぞれ n 倍すると、これにかかる電圧は n 倍してもよい。何となれば、このようにしてもボロメーターの単位面積あたり発生するジュール熱は前と同じで、温度も同じとなり始めと同じ条件で働くからである。この時は電流は前の n 倍、抵抗は同じである。しかし単位面積あたりの光量が $1/n^2$ となるから温度上昇は前の $1/n^2$ である。これより上の出力電圧の式を用いると、その大いさは前の $n \times 1 \times (1/n^2) = 1/n$ となる。抵抗は同じだから、熱雑音は変わらず、感度対雑音比は $1/n$ となる。

次にボロメーターの中は同じで、縦にだけ n 倍する。すると前と同じ理由で電圧は n 倍にでき、抵抗が n 倍となるから電流は変らない。又面積が n 倍となるから、光量が同じならば温度上昇は $1/n$ である。従つて上式から出力電圧は $1 \times n \times (1/n) = 1$ 倍となり、一方抵抗が n 倍で、雑音が $\sqrt{n}$ 倍だから、感度対雑音比は $1/\sqrt{n}$ で面積の平方根に逆比例する。

更にボロメーターの幅だけ n 倍にすると、電圧は前と同じで電流は n 倍、抵抗は $1/n$ となる。よつて出力電圧は $n \times (1/n) \times 1/n = 1/n$ であるが、雑音が $1/\sqrt{n}$ となるから求める比はやはり $1/\sqrt{n}$ である。

以上で Jones の結論が実際に成立することが分つた。但、上述の議論は若干の仮定を含んでいる。例えば熱電対の場合はかなり無理な設計をしているし、ボロメーターの場合は輻射損失のみを考えて、伝導損失を無視している。しかし、これらをよく検討して見ると気がつくことであるが、実際の場合は面積を増すと、上述の割合よりもつと感度対雑音比は悪くはなつても、よくはならないであろう。

以前には熱電対をいくつか直列につないで見掛上感度をよくした型のものがしばしば使用されたが、現在のように増巾法が発達して熱雑音が問題にされるようになると、むしろエレメントは一つでも、その面積が小さい方が却つて有利であることが結論される。

3. Strong の式

次に分光測光の場合、出射スリットを出て detector に入る光量を計算する。これには Strong の計算したよく知られた式がある。それを以下導出する。

通常光源からの光は集光鏡 M_1 で入射スリット S 上に集められる。(Fig. 2) この時コリメーター鏡 M_2 が定ま

ればスリットとコリメーターとの距離は M_2 の焦点距離 f となり、スリットよりコリメーターを見る立体角 ω は定まる。すると集光鏡を最も有効に使用するには、それが ω を全部充すようにすべきであるから、その位置及び大きさは図のようになる。しかも光源よりこの鏡を見る

Fig. 2

角をできるだけ大きくしなくてはならないから、光線の邪魔をしない範囲で傾きの角度が定まる。鏡の焦点距離はきまつているから光源の位置は自ら定まる。(図のP点)これ以上光を集めることはできない。集光鏡の焦点距離を短かくすれば、光源の位置は例えばP'に来て、より多くの光を集めることができるように見えるが、このようにするとスリット上の光源の像が拡大され暗くなるから、簡単な計算より分るように利益は得られない。結局コリメーターがきまれば、集光鏡はどのような焦点距離のものを用いても同じことになる。のみならず取差があると輝度が減少するから、大気吸収を考えなければむしろ或程度焦点距離の長いものの方がよい。

であるから以後スリット上には光源と同じ大いさの像ができていものとする。

λ と $\lambda + d\lambda$ の波長の間の連続光源よりの光の輝度を J_λ $d\lambda$ 入射スリットの巾を d 、高さを h 、コリメーターの有効面積を A 、その焦点距離を f とする。するとコリメーターに入る光量は ω が余り大きくないとして $J_\lambda d\lambda h d \frac{A}{f^2}$ である。この光は鏡で反射されたり、プリズムを通つたりする間に又その面での反射によつて多少の損失を受けるから、これを示す因子を T として、出射スリットに向う時には $T J_\lambda d\lambda h d \frac{A}{f^2}$ となる。

出射スリットに入る光量を計算するため、これを含むスペクトルの像面上に λ の増す方向に X 座標をとる。

(Fig. 3)

Fig. 3

座標 x と波長 λ とは一対一に対応する。今簡単のため通常の Littrow 型分光器を考えるとコリメーター鏡と telescope mirror とは同じものだからスペクトルは拡大縮小されない。従つて x と $x + dx$

の間のスペクトル強度を J_x とすれば

$$Thd \frac{A}{f^2} J_\lambda d\lambda = J_x dx$$

$$\therefore J_x = Thd \frac{A}{f^2} J_\lambda \frac{d\lambda}{dx} \quad (1)$$

Fig. 3 で実線の矩形を出射スリット、点線の矩形を或波長の入射スリットの像とする。但し回折等の無い理想的な場合を考えるものとする。出射スリットの中心位置の座標を x_0 、入射スリット像の中心を x とする。これらはスリットの無限に狭い場合の夫々の位置に相当し、 x_0 は分光器の波長目盛に印された波長に相当する。

光源が連続であるから、点線で表わしたような入射スリットの像が相重なつて並んでいるわけである。それ故出射スリットより出てゆく光量は、入射スリットの像と出射スリットとが重なる部分(図の斜線の部分)の光量を種々の x (即ち種々の波長)について加え合せれば得られる。これを I とすれば

$$I = 2Thd \frac{A}{f^2} \int_{x_0-d}^{x_0} J_\lambda \frac{d\lambda}{dx} \left\{ d - (x_0 - x) \right\} \frac{1}{d} dx$$

ここで、通常そうであるように、出射スリットの巾は入射スリットの巾に等しいとしてある。2 という因子は x が x_0 を過ぎると対称的に減じてゆくから、積分範囲を半分にしたかわりに二倍したことを示す。 J_λ と $\frac{d\lambda}{dx}$ はこの範囲で一定と仮定すると

$$I = 2Thd \frac{A}{f^2} J_\lambda \frac{d\lambda}{dx} \left[dx + \frac{1}{2} (x_0 - x)^2 \right]_{x_0-d}^{x_0}$$

$$= Thd^2 \frac{A}{f^2} J_\lambda \frac{d\lambda}{dx}$$

プリズム、又は回折格子の角分散を $\frac{d\theta}{d\lambda}$ とすれば、 $dx = f d\theta$ より

$$I = Thd^2 J_\lambda \frac{A}{f^3} \frac{1}{d\theta} \quad (2)$$

これを Strong の式と言い、屢々引用されるものである。これで見ると、 I は f の三乗に逆比例し、角分散に逆比例するのであるが、実際には分解と関聯して考えねばならないのでやや異つた式となる。即ち焦点距離を長くすればスペクトルの像がひろがるからスリット巾を増して前と同じ条件になるし、又分散 $d\theta/d\lambda$ が増せばスリット巾を増しても分解は変らない。それ故分解一定という条件では

$$d = \text{const.} \cdot f \frac{d\theta}{d\lambda}$$

となる。この const. は分光器の性質によらないが、スリットの波長巾 $\Delta\lambda$ に比例するから、結局

$$d \propto f \frac{d\theta}{d\lambda} \delta\lambda$$

においてよい。これを(2)式に代入して

$$I \propto J \lambda h T \frac{A}{f} \frac{d\theta}{d\lambda} \delta\lambda^2 \quad (3)$$

この式を見ても分るように、 I を増すために f を短かくした時はこれに反比例して有利となるが、角分散の方はこれが大きい程有利となる。実際、現在は detector の感度の向上と、増巾法の進歩とのためにプリズム分光器でも簡単な気体ならば微細構造も測定できるようになったが、昔は回折格子のような分散の大きいものを使用せねばならなかった。

(3)式は detector が光電管などのような受光面が相当にひろく、光の当て方が critical でないものについてはそのまま成立つが、熱電対やボロメーターのように狭い受光面 (1 mm^2 又はそれ以下) に正確に光を集中しないと出力の激減するものについては異なる考えが必要である。

この場合光を集中させるのに通常楕円面鏡を用いるが、まず簡単のため球面鏡を用いたとし、鏡から detector までの距離は鏡から出射スリットまでの距離に比してずっと小さいとする。この条件は像を相当縮小するのであるから大抵の場合成立つと考えてよい。そしてこの縮小率は像のぼけない程度で可能な限度まで持つて行つてあるものとする。今コリメーター鏡の f を $1/n$ に減ずると出射スリットより出る光束の角度は n 倍にひろがる。これを全部集めようとすれば前の n 倍の直径の鏡を用いねばならないが、たゞそうした鏡を用いると取差のため像がぼけて光を有効に受光面に集中できなくなる。これを避けるためには鏡の焦点距離も n 倍にし、スリットの像、従つて detector も鏡から n 倍の距離にずらせばよい。この時は detector から鏡を見る角度は前と同じになるから収差は前の場合と同程度になり明瞭な像を生ずるので光を全部有効に受光面に集中できる。しかしながらこのようにすると像の大きさは前の n 倍(面積は n^2 倍)となる。但、分解を前と同じにするためにスリット巾は $1/n$ としてよいから、生じた像の面積は結局前の n 倍となり detector もこれに応じて大きいものを用いなくてはならない。前節に述べたところにより、この場合 detector の感度対雑音比は $1/\sqrt{n}$ となるので、(3)によつて detector に入る光は n 倍でも S/N は $n/\sqrt{n} = \sqrt{n}$ 倍にしかならない。 A, h についても同様で

$$S/N \propto J \lambda T \left(\frac{hA}{f} \right)^{1/2} \frac{d\theta}{d\lambda} \delta\lambda^2 \quad (4)$$

が成立つことになる。

楕円面鏡の場合は事情が複雑となるが、光束の角が n 倍になった時、鏡の位置とスリット(鏡より遠い方の焦点)の位置とを固定し、鏡に近い方の焦点を鏡より n 倍の位置にずらすように別の鏡を用いれば、上述と似たような考察が或程度通用する。従つて(4)はやはり近似として成立つと思われる。

更に以上においては、光束のひろがつた時像のぼけるのを構わずたゞ大きな鏡を用いるよりも、像を(従つて detector も)大きくしてもぼけを除いた方が有利であると仮定した。実際にこの何れがよいかは疑問のあるところで、正しい判定には複雑な計算が必要である。ことに交流増巾の場合 detector を大きくしたため時定数が長くなる恐れがある時はなおさらである。ここでは、ぼけを除いた場合の方が取扱いが簡単であるからこれを採用したのであつて、従つて(4)式の $1/2$ という指数は一つの目安にすぎない。ただ、熱電対やボロメーターの場合は(3)式で与えられるよりも、 f を小さく(又は A, h を大きく)することにより得られる効果は相当に少いことは確かである。

(detector の大きさによる時定数の変化は熱電対の場合は熱の伝導損失のため複雑であるが、ボロメーターの場合は伝導損失は通常小さいと考えられるので比較的簡単である。即ちその厚さは同じで面積を n 倍にすれば、熱容量も n 倍になるけれども、輻射損失も n 倍になるから時定数は変らない。但し厚さを同じままにして面積を n 倍にするとボロメーターが破損しやすくなる場合は、厚さも同時に増さなくてはならないので事情が異なつて来る)

Walsh⁽⁴⁾ は次節に述べるように分解の見地からやや異なる考察をした。

4. 分 解

detector の感度対雑音比を K とすれば、 I なる強さの光が入射した時のその信号対雑音比 S/N は IK である。

(3)よりこの場合は

$$S/N = \text{const} \cdot K J \lambda T \frac{A}{f} \frac{d\theta}{d\lambda} \delta\lambda^2 \quad (5)$$

実際の測定にあつては、この S/N が相当大きくなければスペクトルの満足な記録はできない。そこで S/N を一定に保つた時どの程度までの波長差を分解できるか考えて見る。今、回折現象等を無視すれば、出射スリット面上の入射スリット像は単色光に対しては Fig. 3 のように正しく矩形となるから、プリズムと鏡を回転してスペクトルを移動させた時出射スリットより出る光の強さは Fig. 4(a) のように三角形形状に変化する。この三角形

Fig. 4

の底辺の長さは $2d$ である。二つのスペクトル線が接近して存在する時、その中心間の距離が d 以上ならば (b) 図のように合成したものの強度は中央が凹むから区別できるが、 d に等しくなると (c) 図のように梯形となり一本の線と区別できない。 d より小さい場合はなおさらである。

それ故分解可能の極限は、距離 d までであると考えられるが、これはちょうど

スリットの巾にあたる、スリット巾が波長巾 $\delta\lambda$ に相当するならば、 $\delta\lambda$ が分解可能な最小の波長差である。(5) 式の $\delta\lambda$ はこの意味であるから $S/N = \text{一定}$ の条件では

$$\delta\lambda \propto \left(f / K J \lambda h T A \frac{d\theta}{d\lambda} \right)^{1/2}$$

この式についても前と同じように、光電管などにはそのまま適用できるが、熱電対などの場合は

$$K \propto (f/hA)^{1/2}$$

であることが推論されるから結局

$$\delta\lambda \propto (f/hA)^{1/4} \left(J \lambda T \frac{d\theta}{d\lambda} \right)^{1/2} \quad (6)$$

となる。この式によれば、コリメーターの焦点距離を短かくして光を強く集め性能を高めようとするのは、分解の点よりすれば殆んど無意味に近いことが分る。例えば分解を2倍にしようとするれば、焦点距離を $1/16$ にしなくてはならない。このような分光器を設計しようとする人は居ないであろう。実際に研究室に用いられている分光器を見ても、 f は Perkin Elmer の 27cm より Leitz などの 81cm のものまで色々あるが、外の条件が同じならば、 $\delta\lambda$ の比は約 1-3 倍にしか過ぎない。のみならず分光器が大きければ A 、 I も従って大きくなるから事実上の性能は殆んど変わらないであろう。

又、コリメーター鏡の直径を大きくしたり、スリットの長さを増したりする試みについても同じであつて、要するにそうした簡単なことで分解を増そうとするのは殆んど無駄だということになる。

して見ると分解を良くするには、(1) detector の性能を向上させて、その固有の感度対雑音比を大きくする。(2) 強力な光源を用いる。(3) 分散 $d\theta/d\lambda$ を大きくする。の外は無い。(1)については、現在特に熱起電力の大きい物質や特に抵抗の温度係数が大きくて雑音の少ない物質の得られる見込が少い限り飛躍的な性能向上は望めないが、これに向つて努力が続けられていることは事実である。detector の形状を小さくすることは、直接感度対雑音比を大きくする点でも、熱容量が小さくなり従つて時定数が短くなる結果交流増巾の場合は事実上感度がよくなるという点でも考慮に値するが、技術的な困難は別にしても、出射スリットよりの光束を有効に集中できる非球面鏡が簡単にできなければやはりその効果は少い。

(2)については Strong 等が特に意を用いたもので、V形のタングステン・リボンや安定なカーボンアーク等に関する論文⁽⁸⁾⁽⁹⁾があるが、これらは確かにグローバーに比して強力ではあつても、装置が大掛りになるため十分実用的とはいわれないうのである。しかしこの方向の研究は大切である。

(3)は Walsh⁽⁴⁾が着目した点であつて、その結果は彼の double pass⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ 又は multiple pass の分光器となつて現われた。

この方法によれば分散を比較的容易に数倍にすることができ、実際に発表されたスペクトルの記録もその性能を証明している。(邦文では例えば工藤・宮崎の論文⁽¹²⁾) この場合注意すべきことは、第一に(6)式より明らかなように S/N 一定の条件では $\delta\lambda$ は分散の平方根に逆比例するから、分散が n 倍になつても分解は $\sqrt{n}$ 倍にしかならないということである。発表されたデータも略々これを裏書きしている。第二に光を何度もプリズムを通すようにすると、鏡面及びプリズム面での反射損失、プリズム及び大気吸収による損失が次第に顕著になり(6)式の T が小さくなるので分散の増加による利益が或程度減殺される。第三に何度も光を往復させると光束がコリメーターに対して次第に軸外れの度が増し収差が著しくなり、これを避けようとする光束を断続するのが非常に困難となる。第四に multiple pass ではスリットの像の曲りが甚しくなるので、光をうまく断続するに射入スリットの方を直線状にし、出射スリットの方を曲げなくてはならない。すると出射スリットよりの光を detector の上に集めにくくなる。

このような種々の理由により現在までには quadruple pass までのものしか作られていないようである。(市販で

は double pass まで) これより分解を上げるには回折格子, 特にエシェットの方が得策なのであろう。

5. 回折等を考慮した場合の分解

前節の議論は回折はなく光学系の完全な理想な場合であつた。これらの存在する実際の場合については、現にあげた文献に論じられているが、結果が一般に複雑なので Brodersen⁽⁶⁾ による簡略な形を引用することにする。それによると分光器のスリット巾を無限に小さくした時にも次のような原因で出射スリットを出る光は無限小の波長巾とならない。

(1)回折 (2)スリットの曲りの不一致 (3)収差 (4)光学面の理想的でないこと (5)プリズム材質の不均一, 又は回折格子の ruling の不完全 (6)光学系の調整の不完全 (7)スペクトルの自然巾・

この有限な巾のスペクトルの形をガウスの正規曲線で表わせると仮定すれば、その半値巾は以上の原因による巾の和として書くことができる。これを d_0 とする。本節では便宜上波長のかわりにその逆数の波数を取り、Fig. 3 の X 座標に λ でなく ν を対応させる。そして d_0 も波数の目盛で測るとする。そこでスリット巾の有限なとき実際の幾何学的なスリット巾 (今迄の d) を波数で測つて d_g とすれば、出射スリットを出る光は、通常 Fig. 4 (a) のような三角形に近いと考えてよいが、ただその半値巾が d_g でなく、次の式できまる有効巾 d_{eff} (cm^{-1}) を持つようになる。

$$d_{\text{eff}}^2 = d_0^2 + d_g^2$$

即ち、等価的には出射スリットを出る光は実際のスリット巾 d_0 より大きく d_{eff} にひろがると考えてよい。 d_{eff} が d_0 により変る有様は Fig. 5 に示してある。 d_g が d_0 より大きい時は d_{eff} d_g であつて前節の議論はそのまま成立つ。 d_g が d_0 に等しいか、小さい所では d_{eff} は d_g に殆んどよらない。これは d_0 よりスリットを狭くしても信号が弱くなり、

Fig. 5

S/N が悪くなるだけで分解は増さないことを意味する。これを改善するには d_0 自身を小さくする外はない。 d_0 は上述のように色々の原因によるから簡単に数式化できないであろうが、少くとも分解をよくすれば小さくなることは確かである。このようにして前節の終の結論はやはり殆んど変更されない。即ち、まず detector の性能を向上させることと、光源を強力にすることによつて d_g が d_0 に等しいかそれ以下になつても S/N が十分な大きさにたるようにし、同時に分散をよくすることで d_0 を小さくする以外に分解を増す手段は存在しない。

6. 結 び

以上 Strong の式をもとにして分光器の分解を取扱つた。最後の結論は分り切つたことでしかないが、途中の式によつて分光器のどういう因子が分解にどのような影響を及ぼすかを知ることが大切である。

なお、上に導いた式はすべて新しいものではないが、第一節の感度対雑音比に関する定理の証明、Strong の式の導き方、及び Walsh の式の導き方の一部は著者の考えによるものであることをお断りしておく。

又、Golay による multi-slit の方法は分解を改善するというより明るくすることが主眼と考えられるのでここでは触れなかつた。

文 献

- (1) J. Strong : *Phys. Rev.* **37**, 1661 (1931)
- (2) J. Strong : *J. Opt. Soc. Am.* **39**, 320 (1949)
- (3) G. W. King and A. G. Emslie : *J. Opt. Soc. Am.* **41**, 1 (1951)
- (4) A. Walsh : *J. Opt. Soc. Am.* **42**, 96 (1952)
- (5) S. Brodersen : *J. Opt. Soc. Am.* **43**, 877 (1953)
- (6) S. Brodersen : *J. Opt. Soc. Am.* **44**, 22 (1954)
- (7) R. C. Jones : *J. Opt. Soc. Am.* **39**, 327 (1949)
- (8) J. H. Taylor, C. S. Rupert and J. Strog : *J. Opt. Soc. Am.* **41**, 626 (1951)
- (9) C. S. Rupert : *J. Opt. Soc. Am.* **42**, 684 (1952)
- (10) N. S. Ham, A. Walsh and J. B. Willis : *J. Opt. Soc. Am.* **42**, 496 (1952)
- (11) A. Walsh and J. B. Willis : *J. Opt. Soc. Am.* **43**, 989 (1953)
- (12) 工藤・宮崎 : 応用物理 **24**, 461 (1955)