<査読論文 2017年3月2日採択>

経営者保証の価値に関する一考察： リアルオプションアプローチによる分析

On the Valuation of the Guarantee by Managing Shareholders : A Simple Analysis by Real Options Approach

伊藤 晴祥

(国際大学 大学院国際経営学研究科 准教授)

Haruyoshi Ito

Associate Professor of Finance
Graduate School of International Management
International University of Japan

Summary: This paper analyzes the value of guarantee by managing shareholders in Japan using real options approach. Managers of mid and small sized corporations are able to choose whether to be a guarantor or not when borrowing money from financial institutions. When a manager does not be a guarantor, higher interests rate would be offered. This paper shows that the guarantee is a portfolio of call options and a risk-free asset. This paper finds out that the value of guarantee by the managing shareholders is associated with risk free rates, wealth level of managers, and underlying risks of the corporation the managing shareholders engage. Interests rates offered could depend on the wealth level of the managers when managers are guarantors to the debts.

1. はじめに

中小企業の経営者が事業資金の融資を受ける際、多くの場合に経営者は連帯保証人になる必要がある。本研究では、このような経営者保証の価値について、リアルオプションの観点から考察を加える。

表1：日本政策金融公庫による経営者保障に関するガイドラインの活用実績

	平成26年 2月~3月	平成26年度	平成27年度	平成28年 4月~9月
1.新規に無保証で 融資した件数(億円)	5,634	41,860	52,911	36,815
2.新規融資件数	37,345	219,099	220,628	112,838
3.割合(1/2)	15%	19%	24%	33%
4.新規に無保証で 融資した金額(億円)	2,479	14,801	18,950	14,980
5.新規融資金額	11,428	60,457	58,797	29,471
6.割合(4/5)	22%	24%	32%	51%

出典：中小企業庁

(http://www.chusho.meti.go.jp/kinyu/keieihosyou/)

経営者保証は、起業家が融資により創業をする場合に大きな足かせとなっていると考えられ、中小企

業経営者や後継者にとっても、経営者保証を提供することは大きなリスクとなっている。そのため、日本商工会議所と一般社団法人全国銀行協会を事務局とし、中小企業庁と金融庁が共同で有識者との意見交換の場として設置された経営者保証に関するガイドライン研究会が、「経営者保証に関するガイドライン」を2013年12月5日に公表し、このガイドラインは2014年2月1日から適用が開始された。その後、多くの金融機関で経営者保証を付けない融資形態が増えつつある。

表1のとおり、日本政策投資銀行において、経営者保証を付けないで行われた融資の件数及び金額はともに増加傾向にあり、金額に至っては、平成28年4月~9月に行われた融資の過半数が無保証で行われたものであった。

金融機関からすれば、経営者保証を付けない場合には、経営者保証を付けた場合よりも、リスクが高い融資案件になるために、高い金利がつけられることになる。例えば日本政策投資銀行では、経営者保証の免除を受けられた場合には、利率が0.2%上乗せされ

る1。そのため、経営者にとっては、経営者保証を付け、リスクをとって融資を受けるか、リスクを取らずに高い金利を支払い、融資を受けるかの意思決定をしなければならない。

本稿では、当該経営者保証をオプションのポートフォリオとして考えられることを示す。リアルオプションアプローチを利用して、経営者保証の価値分析を行い、その価値に応じて、金利がどの程度低減されるべきかについても検証を行う。以上の分析により経営者が融資を受ける際に経営者保証を付けた方がよいか、つけない方がよいかの意思決定に有用な示唆を得ることを目的とする。2節では図を利用して経営者保証がどのようにオプションとして認識できるかについて説明し、3節では、計算の簡単化のため、二項モデルを利用して経営者保証の価値分析を行う。4節では3節の結果をもとに数値例を利用して感応度分析を行う。5節は本論文の結論である。

2. リアルオプションとしての経営者保証

株式価値あるいは、負債価値をリアルオプションと考えて分析した研究は、Black and Scholes (1973) 以降多く存在するが2、経営者保証の価値をリアルオプションアプローチにより分析した例は、筆者の知る限りほとんど存在しない。

図1：リアルオプションとしての株式価値 (株主有限責任の場合)

注：図中において D_0 は現時点での債権額、 r_D は、経営者保証がない場合の負債金利である。そのため、企業清算時点での債権額は、 $D_0(1+r_D)$ となる。ここで、債権額は企業が返済をしなければならない金額、負債価値は、この債権の価値と定義する。

まず、Black and Scholes (1973) など、既存研究において株主価値及び負債価値がどのようにオプションとして表現されているかを示す。企業価値に応じた

株式価値及び負債価値は、図1に示されている。本稿では分析の簡単化のため、1年後には企業を清算するとし、1年後の企業価値に従って、1年後の負債価値及び株主価値が決まるとする。株主は、企業の所有者であるため、企業価値が債権額を上回った場合には、残余財産を得ることができる。企業価値が債権額を下回った場合には、株主の責任は出資額以上の責任を負わない (株主有限責任である) ため、株主価値は0となる。そのため、株主価値はコールオプションのペイオフと同じになるため、企業価値を原資産とする、コールオプションとして考えることができる。同様に図1のとおり、企業価値が債権額を下回ってしまった場合には、債権者は債権額の一部しか回収することができない。また、企業価値が債権額を上回った場合には、債権額が債権者に対して支払われるのみである。そのために、プットオプションの売り及び安全資産(国債)の買いから複製されるポートフォリオと同じペイオフになる。

図2：リアルオプションとしての株式価値(経営者保証付きの場合)

注：図中において D_0^* は現時点の経営者保証付きの場合の

債権額、 r_D^* は、経営者保証付きの場合の負債金利である。

そのため、企業清算時点での債権額は、 $D_0^*(1+r_D^*)$ となる。

ここで、債権額は企業が返済をしなければならない金額、負債価値は、この債権の価値と定義する。 B_0 は、現時点における経営者個人の所有する安全資産(国債)の金額、 r_f は、安全利子率である。本論文では、経営者の個人資産は該当企業の株式及び国債のみであると仮定する。

ここで、経営者保証付きの場合の株式価値及び負債価値について検討する。経営者保証付きの場合の株式価値及び負債価値は、図2のとおりである。経営

1 <https://www.jfc.go.jp/n/finance/search/keitoku.html>

2 オプションアプローチを利用した先行研究及び最新の研究は、佐藤(2016)などが詳しい。

者保証が付いている場合には、企業価値が債権額を下回った場合には、経営者が私財を利用して、返済をしなければならない。本研究では単純化のために、経営者の個人財産が、該当企業の株式及び満期1年の国債のみであると、現時点で B_0 の金額である国債を購入し、企業の清算時点(1年後)では、 $B_0(1+r_f)$ の価値になっていると仮定する。その場合、経営者保証が付いている場合の株式価値は、個人所有の国債の金額(図2では $B_0(1+r_f)$) だけマイナスになりうる。そのため、ペイオフの形自体はコールオプションとなるが、ペイオフがマイナスになりうる点で、経営者保証がない場合とは異なる。

図3: オプションのポートフォリオとしての経営者保証の価値

注: 図中において D_0^* は現時点の経営者保証付きの場合

の債権額、 r_D^* は、経営者保証付きの場合の負債金利である。

そのため、企業清算時点での債権額は、 $D_0^*(1+r_D^*)$ となる。

ここで、債権額は企業が返済をしなければならない金額、負債価値は、この債権の価値と定義する。 B_0 は、現時点における経営者個人の所有する安全資産(国債)の金額、 r_f は、安全利子率である。本論文では、経営者の個人資産は該当企業の株式及び国債のみであると仮定する。

経営者保証付きの場合の負債価値は、経営者が個人で所有している国債の清算時点における金額である、 $B_0(1+r_f)$ が価値の最小となり、その分、経営者保証がない場合よりも金融機関にとってリスクが少なくなっていると考えられる。ペイオフの形も、プットオプションの売りと国債の買いポジションとなっているが、経営者保証がない場合の権利行使価格は債権額 $D_0(1+r_D)$ であるが、経営者保証付きの場合の権利行使価格は、図2のとおり、 $D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)$ となり、その分価値の低いプットオプションを売って

いると考えられることから、その分経営者保証付きの融資の場合には金利が低くなるべきであると考えられる。詳細については、次節にて検証する。

また、経営者保証の価値についてオプションのポートフォリオとして考察すると、経営者保証のみの価値は、図1及び図2から経営者保証が付かない株主価値と経営者保証が付いた場合の株主価値の差異であることから、図3の実線のように示すことができる。

図3から、経営者保証は、1. $D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)$ を行使価格とするコールオプションの買い、2. 清算時点の債権額 $D_0^*(1+r_D^*)$ を行使価格とするコールオプションの売り、3. 清算時点に経営者個人で所有している国債の金額 $B_0(1+r_f)$ を額面とする国債の売りのポートフォリオにより表現できることが理解される。

次節では、2項モデルを適用して経営者保証の評価及び経営者保証が付いている場合の融資における金利について検証する。

3.2 項モデルによる経営者保証の価値分析及び負債金利の分析

単純化のために、2項モデルを利用し、経営者保証の価値及び経営者保証付きの場合負債金利について考察をする。経営者保証を付けることにより金利がどの程度低減できるかについて、検証を行うため、まず、経営者保証がない場合の負債金利について検証する。

3.1 経営者保証がない場合の負債金利

まず経営者保証がない場合について検討をする。式(1)により定式化を行う。

$$\begin{aligned} V_0 &= D_0 + E_0 \\ \tilde{D}_T &= \min[D_0(1+r_D), \tilde{V}_T] \\ \tilde{V}_T &= V_u \text{ w.p. } 50\% \text{ or } V_d \text{ w.p. } 50\% \\ V_u &= (1+u)V_0, V_d = (1+d)V_0 \\ \tilde{E}_T &= \max[\tilde{V}_T - D_0(1+r_D), 0] \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 V_0 及び $\tilde{V}_T$ は、それぞれ現時点あるいは T 時点での企業価値、 D_0 及び $\tilde{D}_T$ は、それぞれ現時点あ

るいは T 時点での負債価値、 E_0 及び $\tilde{E}_T$ は、それぞれ現時点あるいは T 時点での株主価値である。不確実性が存在するものにはチルダーが付してある。 V_u 及び V_d は、それぞれ企業価値が上昇した場合、あるいは

は減少した場合の企業価値を示す。 u 及び d は、それぞれ企業価値が上昇した場合あるいは減少した場合の企業価値の成長率を示す。 $w.p. 50\%$ は、実確率が 50% であることを示す。つまり、 $\tilde{V}_T$ は、 50% の確率で V_u 、 50% の確率で V_d になることを意味する。 r_D は、負債金利である。

ここで、負債金利 r_D をリスク中立確率を利用して評価する。第2節で述べたとおり、 $T=1$ 、つまり1年後に企業を清算すると仮定して株主価値及び負債価値を計算する。

式(1)の設定では、企業価値が上昇するリスク中立確率は、 $q = \frac{r_f - d}{u - d}$ である。

負債金利は、1年後の企業価値に依存して決まるため、1年後の企業価値が常に、 $D_0(1+r_D)$ を上回るケース及び、企業価値が下落した場合、つまり下方リスクが顕在化した場合に企業価値が $D_0(1+r_D)$ を下回るケースのそれぞれについて検証をする。4。

ケース1 $V_d > D_0(1+r_D)$

まず、1年後の企業価値が常に、 $D_0(1+r_D)$ を上回る場合には、信用リスクが存在しないため、

$$r_D = r_f$$

となる。

ケース2 $V_d < D_0(1+r_D)$

つづいて、1年後に企業価値が負債価値を下回る可能性があるケースについて検証をする。企業価値が上昇した場合の負債価値を、 D_u 、下落した場合の負債価値を D_d とすれば、負債価値は以下の式(2)のように示される。

$$\begin{aligned} D_u &= D_0(1+r_D) \\ D_d &= (1+d)V_0 \end{aligned} \quad (2)$$

現時点の負債価値について定式化して、 r_D について解くと以下の式(3)のように負債金利が得られる。

$$D_0 = \frac{1}{(1+r_f)} E^Q[D_T]$$

$$\begin{aligned} D_0 &= \frac{1}{(1+r_f)} [q\{D_0(1+r_D)\} + (1-q)V_0(1+d)] \\ qD_0(1+r_D) &= D_0(1+r_f) - (1-q)V_0(1+u) \\ r_D &= \frac{(1+r_f) - (1-q)(V_0(1+u)/D_0)}{q} - 1 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで株式価値は、 $V_d < D_0(1+r_D)$ であることから、企業価値が下落した場合、 $E_T = 0$ であるため、

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{1}{(1+r_f)} E^Q[\tilde{E}_T] \\ &= \frac{1}{(1+r_f)} [q\{V_0(1+u) - D_0(1+r_D)\}] \end{aligned}$$

となる。

$$\text{ただし、} r_D = \frac{(1+r_f) - (1-q)(V_0(1+u)/D_0)}{q} - 1$$

であるため、

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{1}{(1+r_f)} [qV_0(1+u) - D_0(1+r_D)] \\ &= V_0 - D_0 \end{aligned}$$

であることが確認される。

3.2 経営者保証付きの場合

続いて、経営者保証付きの場合について検討をする。この場合には、企業の清算価値が債権額を下回った場合には、経営者の個人資産を利用して負債の支払を行わなければならない。そのため経営者個人資産について設定をする必要があるが、本研究では単純化のため、経営者個人は、経営している企業の株式と国債にだけ投資をするとする。その場合の、負債価値及び株式価値は式(4)のとおりになる。

$$\begin{aligned} V_0 &= D_0^* + E_0^* \\ \tilde{D}_T^* &= \min[D_0^*(1+r_D^*), \tilde{V}_T + B_0(1+r_f)] \\ \tilde{V}_T &= V_u \text{ w.p. } 50\% \text{ or } V_d \text{ w.p. } 50\% \\ V_u &= (1+u)V_0, \quad V_d = (1+d)V_0 \\ \tilde{E}_T^* &= \max[\tilde{V}_T - \{D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)\}, 0] \\ &\quad - B_0(1+r_f) \\ W_0 &= E_0 + B_0 \\ \tilde{W}_T &= \tilde{E}_T^* + B_0(1+r_f) \end{aligned} \quad (4)$$

3 本研究では事業資産と国債を利用することによりコールオプションが複製できること、つまり完備市場を仮定している。非完備市場下での設定については今後の研究課題としたい。

4 理論上は企業価値が上昇しても債権額を上回らないことも考えられるが、本研究ではこのようなケースには、融資自体が成り立たないと考え、分析から除外した。

ここで、 D_0^* 及び $\tilde{D}_T^*$ は、それぞれ現時点あるいは T 時点における経営者保証付きの場合の負債価値、 E_0^* 及び $\tilde{E}_T^*$ は、それぞれ現時点あるいは T 時点における経営者保証付きの場合の株式価値を示す。*w.p.* 50% は、実確率が 50% であることを示す。つまり、 $\tilde{V}_T$ は、50% の確率で V_u 、50% の確率で V_d になることを意味する。 r_D^* は、経営者保証付きの場合の負債金利である。 W_0 は、経営者の初期富であり、 B_0 は、国債への投資額である。 $\tilde{W}_T$ は、 T 時点における経営者の個人資産額である。上記以外の変数については式(1)と同じである。3.1 節の分析と同様に、 $T=1$ を仮定する。

まず、経営者保証がある場合の株式価値 $\tilde{E}_T^*$ について検討すると、

$$\begin{aligned}\tilde{E}_T^* &= \max[\tilde{V}_T - \{D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)\}, 0] - B_0(1+r_f) \\ &= \max[\tilde{V}_T - D_0^*(1+r_D^*), 0] \\ &\quad + \max[\tilde{V}_T - \{D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)\}, 0] \\ &\quad - \max[\tilde{V}_T - D_0^*(1+r_D^*), 0] - B_0(1+r_f)\end{aligned}$$

となる。第 1 項目の、 $\max[\tilde{V}_T - D_0^*(1+r_D^*), 0]$ は、経営者保証がない場合の株主価値である。ここから、経営者保証のみの価値 $\tilde{G}_T$ は、式(5)のようになる。

$$\begin{aligned}\tilde{G}_T &= \max[\tilde{V}_T - \{D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)\}, 0] \\ &\quad - \max[\tilde{V}_T - D_0^*(1+r_D^*), 0] - B_0(1+r_f)\end{aligned}\quad (5)$$

式(5)からも、図 3 にて示したとおり、経営者保証は、 $D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)$ を行使価格とするコールオプションの買い、清算時点の債権額 $D_0^*(1+r_D^*)$ を行使価格とするコールオプションの売り、及び清算時点に経営者個人で所有している国債の金額 $B_0(1+r_f)$ を額面とする国債の売りのポートフォリオにより表現できることが確認される。

ここで負債金利 r_D^* を、リスク中立確率を利用して評価する。3.1 節の分析同様、企業価値が債権額を上回るケース、企業価値が債権額を下回っても経営者の個人資産により、債権の全額が回収できるケース

及び経営者の個人資産を利用して債権の一部が回収できないケースについて検討をする。

ケース 1 $V_d > D_0(1+r_D^*)$

まず、企業価値がつねに債権額を上回る場合には、信用リスクが存在しないため、

$$r_D^* = r_f$$

となる。

ケース 1 における経営者保証付きの株式価値は、

$$\begin{aligned}E_0^* &= \frac{1}{(1+r_f)} E^Q[\tilde{E}_T^*] \\ &= \frac{1}{(1+r_f)} [qV_u(1+u) + (1-q)V_d(1+d) - D_0^*(1+r_D^*)]\end{aligned}\quad (6)$$

となる。

当然にケース 1 における経営者保証の価値は、

$G_T = 0$ であることから、 $G_0 = 0$ となる。

ケース 2 $V_d + B_0(1+r_f) > D_0(1+r_D^*) > V_d$

続いて、企業価値が下落した場合に、企業価値が債権額を下回っても、経営者の個人資産により、債権の全額が返済可能であるケースを考える。この場合であっても、債権者からすれば、信用リスクが存在しないため、

$$r_D^* = r_f$$

となる。

ケース 2 における経営者保証付きの株式価値は、ケース 1 と同様に式(6)により求められる。ただし、ケース 1 とは異なり、マイナスになる可能性がある。

経営者保証の価値は、式(5)及びケース 2 の条件から、式(7)のように計算される。

$$\begin{aligned}G_0^* &= \frac{1}{(1+r_f)} E^Q[G_T^*] \\ &= \frac{\left[q[V_u - \{D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)\}] + (1-q)[V_d - \{D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)\}] - q[V_u - D_0^*(1+r_D^*)] - B_0(1+r_f) \right]}{1+r_f} \\ &= \frac{(1-q)[V_d - \{D_0^*(1+r_D^*)\}]}{1+r_f}\end{aligned}\quad (7)$$

ケース 3 $V_d + B_0(1+r_f) < D_0(1+r_D^*)$

最後に、企業価値が下落した場合に経営者の個人資産を利用して債権の一部が返済できないケース

について検証をする。その際の1年後の負債価値は、

$$\begin{aligned} D_u^* &= D_0^*(1+r_D^*) \\ D_d^* &= (1+d)V_0 + B_0(1+r_f) \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

式(8)から負債の現在価値を求め、 r_D^* について解くと、式(9)が導かれる。

$$\begin{aligned} D_0^* &= \frac{1}{(1+r_f)} E^Q[D_T^*] \\ &= \frac{[q\{D_0^*(1+r_D^*)\} + (1-q)\{V_0(1+d) + B_0(1+r_f)\}]}{(1+r_f)} \quad (9) \\ q\{D_0^*(1+r_D^*)\} &= D_0^*(1+r_f) - (1-q)\{V_0(1+d) + B_0(1+r_f)\} \\ r_D^* &= \frac{(1+r_f) - (1-q)\{V_0(1+d) + B_0(1+r_f)\}/D_0^*}{q} - 1 \end{aligned}$$

式(9)を利用することにより経営者保証付きの負債金利を求めることができるが、解釈が困難であるため、デフォルト時の債権の回収率、 RR を定義し、

$$RR = \frac{V_0(1+d) + B_0(1+r_f)}{D_0^*(1+r_D^*)} \text{ と置いて、式(9)を展開する}$$

と、式(10)のように計算される。

$$r_D^* = \frac{1+r_f}{(1-q)RR + q} - 1 \quad (10)$$

式(10)から債権回収率 RR が低下すればするほど、負債金利 r_D^* は上昇することが理解される。

ケース3における経営者保証付きの株式価値は、企業価値が下落した場合の株式価値が、

$$E_d = -B_0(1+r_f)$$

となるため、

$$\begin{aligned} E_0^* &= \frac{1}{(1+r_f)} E^Q[\tilde{E}_T^*] \\ &= \frac{1}{(1+r_f)} [q\{V_0(1+u) - B_0^*(1+r_D^*)\} + (1-q)\{-B_0(1+r_f)\}] \end{aligned}$$

となる。

ケース3における経営者保証部分のみの価値は、式(5)及びケース2の条件から

$$\begin{aligned} G_0^* &= \frac{1}{(1+r_f)} E_0^Q[G_T^*] \\ &= \frac{\left[q[V_u - \{D_0^*(1+r_D^*) - B_0(1+r_f)\}] \right. \\ &\quad \left. - q[V_u - D_0^*(1+r_D^*)] - B_0(1+r_f) \right]}{1+r_f} \quad (11) \\ &= -(1-q)B_0 \end{aligned}$$

と計算される。

次節では、本節での計算結果をもとに、数値例を利用して経営者保証の価値分析を行う。

4. 数値例による経営者保証の価値及び負債金利の分析

本節では3節での分析結果を利用し、数値例を利用して経営者保証の価値及び負債金利の分析を行う。基本的なケースとして、式(1)及び式(2)のパラメータとして、

$$V_0 = 1000, D_0 = D_0^* = 700, E_0 = E_0^* = 300, r_f = 0\%, u = 50\%,$$

$$d = 1/(1+u) - 1 \approx -33\%, W_0 = 301, B_0 = 1 \text{ を仮定すると、}$$

$$\text{リスク中立確率は、} q = 40\% \text{ となる。さらに、以上の仮定から、} V_d < D_0(1+r_D), V_d + B_0(1+r_f) < D_0(1+r_D^*)$$

となるため、企業価値が減少した場合には、債権の一部しか回収できないため、経営者保証なしの負債金利は式(3)から、経営者保証付きの負債金利は式(9)から、計算すると、

$$r_D \square 7.14\%$$

$$r_D^* \square 6.93\%$$

となる。その差は、約0.21%であることから、経営者が計画をしているリスクが相当程度高く(成長率の標準偏差は約41.67%)、経営者の個人資産が殆どない場合には、政策金融公庫が設定している0.2%の金利差が妥当である。しかし、経営者が個人資産をより持っている場合に、個人保証を付けた場合には0.2%以上の金利減を得られるべきであり、このような経営者は、個人保証を付けないことを選択すると考えられる。反対に、個人資産が殆どない経営者は、個人保証を付けることによっても金利減の恩恵が少なくなるはずであるが、0.2%の減少が制度で決まっている場合には、個人保証を付けることを選択すると考えられる。そのため、当該制度には、個人及び企業情報を金融機関が把握し、顧客のスクリーニングを行っていない場合には、逆選択の恐れがあると考えられる。

上記のパラメータを想定して、経営者保証の価値を計算すると式(11)から、

$$G_0^* = -0.6$$

となる。そのためこの数値例では、0.6の価値を金融機関に渡し、約0.21%の金利減少の恩恵を受けていると解釈できる。

当該分析をさらに深めるため、負債金利及び経営者保証の価値の安全利子率、経営者の個人資産の水準及び、事業のリスクに対する感応度分析を行う。

4.1 安全利子率に対する感応度分析

本節では、安全利子率に対する感応度分析を行う。分析のため、パラメータとして、

$$V_0 = 1000, D_0 = D_0^* = 700, E_0 = E_0^* = 300, u = 50\%,$$

$$d = 1/(1+u) - 1 \cong -33\%, W_0 = 360, B_0 = 60 \text{ を仮定し、現}$$

実にはほとんどの確率で存在しない超低金利 (-5%) から超高金利 (50%) の値を利用して感応度分析を行うと図4のような結果が得られる。

図4：経営者保証なしの負債金利(実線、 r_D)及び経営者保証付きの負債金利(破線、 r_D^*)の安全利子率(r_f)に対する感応度分析(x軸：安全利子率、y軸：負債金利)

図4のとおり、超低金利下では、 r_D と r_D^* が同値になるが、これは、1年後の債務額 $D_0(1+r_D)$ あるいは、

$$D_D^*(1+r_D^*) \text{ が減少し、これが } V_d \text{ を下回りデフォルトリ}$$

スクが消滅するためである。 r_D と r_D^* のスプレッドは、金利の上昇に伴い、安全利子率が相当程度低い場合(約4.17%以下)、スプレッドも上昇するが、安全利子率が高い場合(約4.17%以上)には、スプレッドも減少し、超高金利、 $r_f = 50\%$ の場合には、0になる。これは、企業価値が上昇するリスク中立確率(q)が安全利子率の増加に伴い高くなり、 $r_f = 50\%$ の際に、 $q = 100\%$

となるためである。

図5：経営者保証価値(G_0^*)の安全利子率(r_f)に対する

感応度分析(x軸：安全利子率、y軸：経営者保証価値)
注：経営者保証価値は便宜上プラスの値として示しているが、経営者側からすると保証の提供者であるため、その価値はマイナスとなる。つまり図5は、金融機関から見た経営者保証の価値になっている。

経営者保証価値(G_0^*)の安全利子率に対する感応度

分析結果は、図5のとおりである。安全利子率が約-4.76%のとき、 $V_d = 1,000 \times (1 - 1/3) \cong 666.67$ 、 $D_u = D_d = D_0 \times (1 + r_D) = 700 \times (1 - 4.76\%) \cong 666.67$ であり、安全利子率が約-4.76%以下の超低金利下の状況では、 $V_d \geq D_0 \times (1 + r_D)$ となり、デフォルトが起きないため、経営者保証の価値は、0となる。安全利子率が約-4.76%を超えると、 $V_d < D_0(1 + r_D) < D_0(1 + r_D^*)$ となり、経営者が個人資産を利用して債務保証をしなければならず、安全利子率の上昇に伴って、経営者の個人資産からの支払額、 $D_0 \times (1 + r_D) - V_d$ が上昇するため、(金融機関からみた)経営者保証価値が上昇する。金融機関からみて経営者保証からのキャッシュフローが最大化するのは、 $V_d + B_0(1 + r_f) \square D_0(1 + r_D^*)$ の場合で、経営者が個人で所有している国債の清算時点における金額、 $B_0(1 + r_f)$ のすべてを支払わなければならない場合である。

$V_d + B_0(1 + r_f) = D_0(1 + r_D^*)$ のとき、安全利子率は約4.17%であり、(金融機関からみた)経営者保証の価値は、 $G_0^* = 33$ で最大となる。安全利子率が約4.17%を超えた場合には、

$$V_u > D_0(1 + r_D^*), \text{ かつ、 } V_d + B_0(1 + r_f) < D_0(1 + r_D^*)$$

であることから、企業価値が上昇した場合には、経営者保証からのキャッシュフローは0になり、企業価

値が減少した場合には、(金融機関からみた)経営者保証からのキャッシュフローは、 $B_0(1+r_f)$ で一定となる。この場合、企業価値が上昇するリスク中立確率は、 $q = \frac{r_f - d}{u - d}$ であることから、安全利子率の上昇とともに、 q も増加する。そのため、式(11)から示されるように、安全利子率が約4.17%を超える場合には、安全利子率の上昇に応じて、経営者保証の価値が減少する。安全利子率が50%の場合には、 $q = 100\%$ になるため、経営者保証の価値が0となる。

4.2 経営者の個人資産に対する感応度分析

本節では、負債利子および個人保証価値の経営者の個人資産額の安全利子率に対する感応度分析を行う。分析のため、パラメータとして、

$$V_0 = 1000, D_0 = D_0^* = 700, E_0 = E_0^* = 300, u = 50\%, r_f = 0\%$$

$d = 1/(1+u) - 1 \approx -33\%$ ，を仮定する。経営者が個人で所有している国債の現時点における金額 (B_0) に対する感応度分析は、図6のとおりである。

図6：経営者保証なしの負債金利(実線、 r_D)及び経営者保証付きの負債金利(破線、 r_D^*)の経営者の個人資産(B_0)に対する感応度分析(x軸：経営者の個人資産、y軸：負債金利)

図6のとおり、経営者の個人資産額が増えれば増えるほど、経営者保証付きの金利が減少する。経営者保証がない場合は、負債金利は経営者の個人資産額に依存せず一定である(この場合 $r_D \approx 7.14\%$)。そのため、スプレッドは経営者の個人資産(B_0)の水準に従って拡大し、 $V_d + B_0(1+r_f) = D_0(1+r_D^*)$ となるまで(この場合 $r_D^* = r_f = 0\%$ になるまで) 拡大する。 B_0 がこ

れ以上の水準になる場合には、個人保証を付けることにより、全ての債権額が保証されるため、この場合 $r_D^* = r_f = 0\%$ で一定となる。

日本政策投資銀行が設定しているように、制度上、個人保証付きの場合の融資が、個人保証がない場合の融資よりも0.2%低いというように、スプレッドが固定している場合には、個人資産が多額の経営者は個人保証を付けない融資を選択し、個人資産が殆どない経営者は、個人保証付きの融資を選択することが考えられる。前述のように、経営者の個人資産額が経営者保証免除の基準にはないため、逆選択が起こる恐れがある5。

図7：経営者保証価値(G_0^*)の経営者の個人資産(B_0)

に対する感応度分析(x軸：経営者の個人資産、y軸：経営者保証価値)

注：経営者保証価値は便宜上プラスの値として示しているが、経営者側からすると保証の提供者であるため、その価値はマイナスとなる。つまり図7は、金融機関から見た経営者保証の価値になっている。

経営者保証価値の経営者が個人で所有している国債の現時点における金額 (B_0) に対する感応度分析結果は、図7のとおりである。個人資産額の増加に応じて、(金融機関から見た) 経営者保証の価値も増加する。企業価値の棄損額にも限りがあるため、清算時に経営者が保証をしなければならない金額、

$D_0^*(1+r_D^*) - V_u$ を経営者が個人で所有している国債の金額、 $B_0(1+r_f)$ を上回った場合には、全ての債権額が保証されるため、経営者保証の価値は最大となり、経営者の個人資産額が上昇しても経営者保証の価値は増加しない。

5 しかしながら、経営者保証付きの融資のみしか選択肢がなかった時代に、起業を行わなかった経営者が、経営者保証なしの融資が選択肢できるようになった際には、あらた

な資金需要を確保できるというメリットが金融機関にもあると考えられる。この分析は今後の課題としたい。

4.3 事業リスクに対する感応度分析

最後に、事業リスクに対する感応度分析を行う。事業リスクは、企業価値成長率の標準偏差(σ)を利用する。 σ は、企業価値が上昇する際の成長率が u 、企業価値が減少する際の成長率、 $d = 1/(1+u) - 1$ であり、企業価値が上昇及び減少する実確率がともに50%であるため、 $\sigma = (u - d) / 2$ となる。分析のため、パラメータとして、

$$V_0 = 1000, D_0 = D_0^* = 700, E_0 = E_0^* = 300, r_f = 0\%, W_0 = 360$$

$B_0 = 60$ を仮定する。感応度分析の結果は、図8に示されている。

図8：経営者保証なしの負債金利(実線、 r_D)及び経営者保証付きの負債金利(破線、 r_D^*)の事業リスク(u)に対する感応度分析(x軸：事業リスク(σ)、y軸：負債金利)

注：事業リスク(σ)は、企業価値成長率の標準偏差である。企業価値が上昇する際の成長率を u 、減少する際の成長率を d 、とし上昇及び下落する確率がともに50%であるとしたため、 $\sigma = (u - d) / 2$ となる。企業価値が減少する際の成長率、 d を $1/(1+u) - 1$ と定義したため、 u が大きくなればなるほどリスクが高くなる。成長率の標準偏差は、 u が、50%、100%、150%、200%の場合にはそれぞれ、42%、75%、105%、133%となる。

図8のとおり、経営者保証がない場合、ある場合ともに、リスクが低い場合には、デフォルトが起きないため、負債金利は安全利子率と同じ0%になる。リスクが相当程度高い場合には、経営者保証がない場合の金利から先に上昇し、経営者保証付きの金利は、リスクの上昇に伴い、企業価値が減少した場合に、経営者の個人資産と企業の清算では、一部の債権額が支払えなくなる場合になって初めて金利が上昇する。経営者保証がない場合と経営者保証付きの場合の負

債金利のスプレッドは、リスクの上昇に伴い、増加する。これは、リスク上昇に従って、企業価値減少のリスク中立確率が増加し、債権の期待損失額が上昇し、経営者保証の価値が上昇するためである⁶。このことは、図9に示されている。

図9：経営者保証価値(G_0^*)の経営者の事業リスク(σ)

に対する感応度分析(x軸：事業リスク(σ)、y軸：負債金利)

注：事業リスク(σ)は、企業価値成長率の標準偏差である。企業価値が上昇する際の成長率を u 、減少する際の成長率を d 、とし上昇及び下落する確率がともに50%であるとしたため、 $\sigma = (u - d) / 2$ となる。企業価値が減少する際の成長率、 d を $1/(1+u) - 1$ と定義したため、 u が大きくなればなるほどリスクが高くなる。成長率の標準偏差は、 u が、50%、100%、150%、200%の場合にはそれぞれ、42%、75%、105%、133%となる。

経営者保証価値は便宜上プラスの値として示しているが、経営者側からすると保証の提供者であるため、その価値はマイナスとなる。つまり図9は、金融機関から見た経営者保証の価値になっている。

図9のとおり、企業価値の上昇率が40%を超えると、経営者保証の価値は急激に上昇する。これは、企業価値が減少した場合に、経営者の個人資産の一部を利用して負債を返済しなければならないためである。上昇率が55%を超えると、経営者保証の価値の上昇が緩やかになるが、これは、経営者の個人資産のすべてを利用して負債を返済しなければならないため、企業価値の減少率が増えても個人保証のペイオフは変化せず、前述のとおり、企業価値減少のリスク中立確率が増加するため、個人保証ペイオフの期待値が上昇するためである。

スプレッドはリスクが上昇しても一定である。

⁶ 例えば、 $d = -u$ などのように仮定し、リスク中立確率が常に一定($r_f = 0\%$ であれば、 $q = 50\%$)とすれば、金利の

5. 結論

本研究では経営者保証をリアルオプションとして考えられることを示し、経営者の価値及び経営者保証付き融資の負債金利について二項分布を利用して分析を行った。安全利子率の上昇に伴い、低金利下では経営者保証の価値は上昇し、高金利下では経営者保証の価値は減少することが示され、経営者の個人資産の上昇に伴い、金融機関から見た経営者保証の価値が上昇することが示され、事業リスクの上昇に伴い、経営者保証の価値も上昇することが示された。

経営者保証付きの負債金利も経営者保証の価値に付随し、金融機関から見た経営者保証が高くなる場合には、金融機関が経営者から得たオプションの価値が高くなるため、この負債金利も減少することが示された。現行の制度では経営者保証付きとそうでない場合の金利差が0.2%であるが、経営者の個人資産額などの情報も反映されることにより、金融機関がより適切な負債金利が設定できるようになると考えられる。

今後は本研究での仮定を緩やかにし、詳細な経営者保証の価値分析及び経営者保証付き融資の金利分析を行いたい。事業の不確実性について2項モデルを利用したが、より精緻に不確実性をモデル化した

い。また、経営者の個人資産が該当企業の株式以外には国債のみに投資をするとしたが、実際には、不確実性のある証券などにも投資をしていると考えられるため、清算時点の個人資産の価値が不確実になることも踏まえたモデルを構築したい。経営者が企業から報酬を得ていることも考えられるため、このことも考慮したい。また、本研究で想定した経営者のように、殆どの資産を該当企業の株式に投資をしている場合には、分散投資ができないため経営者のリスク回避性についても考慮し、プライシングカーネルアプローチや、非完備市場性を考慮したモデルを利用した分析も行いたい。

参考文献

1. Black, F. and M, Scholes. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 637—659.
2. 佐藤清和 (2016). 「残余利益オプションモデルによるインターネット企業の株式評価」. 『日本リアルオプション学会機関紙』, 第8巻第3号. 21-32.

論文誌「リアルオプション研究」原稿募集のご案内

日本リアルオプション学会は、査読付論文誌「リアルオプション研究」(英文名称: Journal of Real Options and Strategy)を発刊しております。本論文誌は、電子ジャーナル化されて、国内外に広く、公開されております。

<https://www.jstage.jst.go.jp/browse/realopn>

募集する原稿:

リアルオプションおよびこれに関連する経営科学、リスクマネジメント、オプション的資産の価値、投資戦略、ゲームと戦略などについての理論、実証および応用に関する研究のほかケーススタディ、あるいは、この分野における教育方法の改善などに関する和文の論文で、新規性または、有用性のあるもの。

投稿原稿は、次の3類型に分けて審査されます。

1. 理論研究
2. 応用研究
3. 研究ノート