コンクリートの内部構造と力学的特性

F・H・ウィットマン^{*1}

三橋 博^{*2}・訳

概要 コンクリートのような複合材料の構造を3つのレベルに細分して考えると、その力学的特性はとらえやすい。硬化セメントペーストに特徴的な特性は微小レベルで表現され、空隙、ひびわれおよび介在物は中間レベルで扱われる。巨視レベルでは、その材料は擬似均質と見なされ、特にその構成法則が問題となる。このように考えると、変形およびひびわれ形成の力学や機構は各々対応するレベルで議論できる。微小レベルの機構をその材料の巨視的挙動に直接結びつけることはできない。逆に言うと、巨視的な挙動を直接観察して導かれた微視的機構は一般的には意味をもたない。当然、このようにレベル分けされた構造システムに従って考えられた様々な機構は、その材料に実際に観察される応答特性と関係づけられねばならない。微小レベルではミュンヘンモデルが紹介されるが、これによって硬化セメントペーストのクリープおよび強度に及ぼす含水量の影響が十分に表現される。強度に及ぼす多孔性^{ポロシティ}の影響もまた微小レベルで考察される。中間レベルに含まれる機構の典型的な例として、大きな空隙やひびわれおよび内部境界面からのひびわれ伝播が取り扱われる。これは本質的には多孔質複合材料のマクロメカニクス^{マクロメカニクス}の方法と言える。数値解析の方法は今や実験の研究を補足する強力な道具となっている。もしも上述のようにレベル分けされた構造システムを考えるならば、構造工学に応用し得る構成法則を微小レベルあるいは中間レベルで得られた結果に基づいて決めることも可能である。

キーワード：コンクリート、内部構造、表面エネルギー、クリープ、強度、膨張、収縮、破壊力学

1. はじめに

現代的な構造設計には複雑な構成法則が必要である。極端な条件下での材料特性について詳しく知っておかねばならない典型的な例としては、液化天然ガス用タンクや海洋構造物、そして原子力発電所等が挙げられる。プレストレスト圧力容器の設計に際しては、そのプラントの期待耐用期間を通して予想される高温でしかも多軸応力の条件下でのコンクリートの応答が仮定されねばならない。2次格納容器は飛行機の墜落やミサイル衝撃にも耐えなければならない。この場合には高速载荷を受けたときのコンクリートの応答特性を知る必要がある。

以上はごく限られた例を述べたにすぎない。もっと一般的に言うならば、あまりにも単純化された構成法則を用いた場合には、近代的な数値解析法のもっている力を

十分に発揮させることはできない。

極端な環境条件下での挙動をも表し得る、より現実的で信頼性の高い構成法則を得る1つの方法は、観察された挙動を詳細な内部構造と実際の機構^{メカニズム}に結びつけて考えることである。このようにすれば、実験結果はより一般的に解釈され、ある程度まではそこから類推できる。したがって、新しい条件下で設計する場合にも、そのつど一連の新しい試験を始める必要はなくなる。またコンピュータ数値実験が、必要な情報を補うのに重要な役割を果たす。

レベル分けされた構造システムを考えることによってコンクリートのような多孔質複合材料の特性は、材料の内部構造および内部機構に初めて結びつけられる。もしもこのように構造をレベル分けして考えないと、観察結果に対する考察はいまいきなままとなり、目に見える機構が実際の機構と混同されやすい¹⁾。そのために、次章では3つの構造レベルを導入する。そして、硬化セメントペーストの特性に及ぼす含水量の影響およびその強度に及ぼす多孔性と空隙径分布の影響が、微小レベルの機構に対する典型的な例として論じられる。また、大きな空隙や载荷以前から内部境界面上等に存在しているひびわれ（先在ひびわれと呼ぶ）からのひびわれ成長は、中

*1 スイス国立工科大学ローザンヌ校教授

同大付属構造材料研究所所長

*2 正会員 東北大学助教授 工学部建築学科

注) 本稿は、ウィットマン教授が日本学術振興会の招きで1982年7月に来日されたのを機会に、日本のコンクリート工学研究者および技術者のためにまとめられたものである。紙数の都合上、一部は要約となっている。なお、原文は「東北大学建築学報」第22号(1983年3月発刊)に掲載される。

間レベルの機構に対する典型的な例として示される。

2. コンクリートの構造レベル

硬化セメントペースト（以下 Hcp と呼ぶ）の構造内の機構によってコンクリートのクリープや収縮を説明する試みが、これまでも度々なされてきた。これらの中では、複合構造としての特殊性は十分考慮されないことが多く、その結果として得られた結論は間違いとは言わないまでも疑わしいものとなっている。乾燥収縮は、乾燥した領域内および骨材とモルタル間の内部境界面に沿ってひびわれを生起するが、それは収縮の時間依存性と乾燥した材料の特性の双方を変化させる。この問題は、異なった構造レベルの必要性を指摘するのに良い例である。乾燥はまず最初に Hcp の体積変化を引き起こすが、その過程は対応する機構によって表すことができる。しかし Hcp の収縮機構は、大きなコンクリート供試体で観察された挙動にそのまま結びつけることはできず⁹⁾、複合構造の影響が上位レベルで考慮されなければならない。

表-1 に 3 つの異なった構造レベルが示され、微小レベルでは Hcp の構造の特徴が示されている。このコロイド状粒子の 3 次元的網状組織はキセロゲル (xerogel) と呼ばれる。クリープや収縮の典型的な機構は、粒子の変位、毛細管張力および表面自由エネルギーと分離圧の

表-1 コンクリートの 3 つの構造レベルとそれに対応する特徴点、機構およびモデル

構造レベル	特 徴 点	機 構	モデルのタイプ
微小レベル	硬化セメントペーストの構造、キセロゲル	粒子変位、毛細管張力、分離圧、表面自由エネルギー	材料科学モデル
中間レベル	空隙、ひびわれ、介在物	ひびわれ形成および伸長、特異応力	材料工学モデル
巨視レベル	擬似均質構造部材	見かけの機構	構造工学モデル、構成法則

変化である。単純化された方法でキセロゲルの挙動を表現するモデルは材料科学モデルと呼ばれている。

中間レベルは階層的には上位にある。すなわち微小レベルで表現された全過程が中間レベルでも用いられるが、微小レベルの結果が複合材料の巨視的挙動に当てはめるようになるには、中間レベルでさらにいくつかの様相を付け加えなければならない。中間レベルの特徴的なものは、大きな空隙、ひびわれおよび介在物^{インクルージョン}で、それに対応する機構はひびわれ形成と伸長、それに全体的応答に対する特異応力とひずみの効果である。後者の機構の 1 例として、骨材内にたくわえられた弾性エネルギーによるクリープ回復が挙げられる。中間レベルでは材料工学モデルが用いられる。

最後に巨視レベルでは、複合構造は擬似均質であると見なされる。巨視レベルは中間レベルに対して階層的には上位にある。すなわち中間レベルのすべての結果は大

Structure and Mechanical Properties of Concrete

By F.H. Wittmann

Concrete Journal, Vol. 21, No. 3, pp. 19~30, March 1983

Synopsis First of all it is shown that the structure of a composite material such as concrete can be subdivided into different levels. Characteristic properties of hardened cement paste will be described in terms of the micro-level. Pores, cracks and inclusions are introduced on the meso-level. On the macrolevel the material is looked upon to be quasi homogeneous. On this level material laws are developed. Mechanics and mechanisms of deformation and crack formation can be discussed on the corresponding levels. It is pointed out in particular that mechanisms of the micro-level cannot be linked directly with the material behaviour, this implies that mechanisms derived from direct observation of macroscopical behaviour are generally meaningless. It is important to note that different mechanisms must be related to the observed materials response according to the hierarchic structural system. On the micro-level the Munich Model is introduced. The influence of moisture content on creep and strength of hardened cement paste can be described satisfactorily by means of this model. The influence of porosity on strength is also discussed on the micro-level. As a typical example for the mechanisms involved on the meso-level, crack propagation from large pores and cracks and interfaces is treated. This is essentially a micromechanics approach of a composite porous material. It can be concluded that numerical methods have become a powerful tool to complement experimental research. It is possible to base material laws for application in structural engineering on results gained on the micro-level and on the meso-level if the hierarchic structural system is taken into consideration.

Keywords : concrete, structure, surface-energy, creep, strength, swelling, shrinkage, fracture-mechanics

系的な方法でまとめあげられ、一般的に正しい構成法則に変形される。これ等の構成法則は、構造工学で直接用い得るように表されねばならない。また巨視レベルでは実際の機構はもはや扱わず、構造の詳細は供試体全体に分散されたものと見なされ、見かけの機構のみが導入される。

3. 微小レベル(硬化セメントペースト; Hcp)

3.1 緒 言

コンクリートは、種々の骨材がセメントペーストで結合された非均質な多相構造をもつ人工石であるために、その材料特性は骨材種類と母材^{マトリックス}の双方に依存している。ほとんどの骨材は大よそ線形弾性で挙動するが、Hcpは粘弾性材料であることが知られている。周囲の環境の相対湿度によっては、Hcpの微小多孔構造は多量の吸着水および毛细管凝縮水を含む。含水量の変化に伴い収縮や膨張が起こるが、Hcpの湿気による長さ変化は水とは無反応な骨材によって拘束される。その結果、乾燥時には複雑な内部応力状態が生起される。骨材とHcpの熱膨張係数は5倍も異なり、弾性係数もまた極度に異なることが知られている。そのため温度が変化したり外力が作用したときもまた複雑な内部応力状態が作り出される。

ポルトランドセメントの水和生成物は周囲の環境変化に非常に複雑に反応する。Hcpのほとんどすべての特性はコロイド状粒子間相互作用やそれらの連結、あるいはまたすべてのゲル構造と水との相互作用に直接結びつけられる。したがって、微小レベルでは、Hcpの構造およびキセロゲルと水との相互作用について論ずることにする。

Hcpの構造に関する研究は2つのグループに分けられる。第1のグループでは化学的・鉱物学的方法が用いられ、水和過程や水和生成物の組成や結晶構造について研究が行われてきた。この方法による成果の優れた要約がF. Young²⁾によって発表されている。一方で物理学的方法があり、そこではゲル粒子の相互連結やゲル粒子と吸収された蒸気との相互作用が第1の興味の対象となる。もちろん、これら2つのグループを分ける厳密な境界線はない。本稿では物理学的方法に重点を置き、まずキセロゲルの定量的なモデル表現について述べる。

3.2 ミュンヘンモデル

(1) 既往のモデル

Hcpの微小構造を表す既往のモデルは帰納的モデルと演繹的モデルに大別される。空隙径分布やキセロゲル内のコロイド状粒子の相互作用および吸着水薄膜の特性等、構造に関するすべての情報を考えれば帰納的モデルができる。このモデルの正しさは、それによる解析結果

と実際の観察結果との比較により確かめられねばならない。一方、実験による巨視的データから微小構造を推定して演繹モデルを作り得るが、ある特定の問題を説明するために用いられる場合が多い。Ishai³⁾は包括的な力学的挙動の結果からHcpの構造モデルを確立した。

Hcpの構造を詳しく知るには吸着法が最適である。Powers⁴⁾は平均粒径および空隙径分布を概算し、それに基づいて幾何学的モデルおよび物理学的モデルをまとめ^{5), 6)}、その構造と基本機構を論じた。一方、Bernal⁷⁾はC-S-H(I)の構造が含水率により変わることを立証し、Feldmanらは水和ポルトランドセメントの力学的挙動に及ぼす含水率の影響を論ずる別のモデルを提案した^{8)~10)}。その他種々の修正モデル等¹¹⁾も提案され活発な論争も続いているが、まだ意見の一致はない。

近藤ら¹²⁾は別のC-S-Hゲルの帰納的空隙モデルを開発した。このモデルでは、結晶子群はゲル粒子間空隙によって分離され、各ゲル粒子内には結晶子間空隙があり、個々の結晶子内には結晶子内空隙がある。このモデルはPowersらとFeldmanらの相対立する2つのモデル間のずれをある意味で減少させる。しかし微小空隙や層間空隙内の水分がその力学的特性、特にひびわれ形成と強度に影響を及ぼすかどうかという、より重要な疑問は触れられないままとなっている。

(2) ミュンヘンモデルの基礎となる新しいデータ

既往のC-S-Hキセロゲルの研究方法は、①ゲルの特性に関する直接観察、②コロイド状組織内に吸収された水の特性に関する研究の2つに分類される。①では、ゲル内の個々の粒子が近接した場合のファンデルワース力、その粒子の連結、表面エネルギー等が主な興味の対象となる。②では、微小空隙に吸着した薄膜の移動性および分離圧の研究が支配的である。

古典的なファンデルワース実験は1000 Å以上の場合の相互作用に限定されていたが、キセロゲルは数十Åの微小間隔の固体表面間に作用する引力の影響を受けるため、近接した場合の研究の開発が必要である¹³⁾。石英薄板を用いて約80 Åの近距離までファンデルワース引力の測定が可能となり、吸着水はその引力の大きさを1けた減少させることが示された¹⁴⁾。またファンデルワース引力と表面自由エネルギー間には密接な関係があり¹⁵⁾、表面エネルギーの吸着水薄膜厚さ依存性はファンデルワース力の減少を測定しても評価できる^{14), 16)}。乾燥状態から水蒸気圧を増していくと表面エネルギーは急激に減少するが、 $P/P_0=0.5$ を超えると、その変化は比較的小さくなる。このことは、強度に及ぼす含水量の影響と直接対応づけられる。

キセロゲルの力学的特性はすべて、1次および2次結合に助けられたゲル粒子間相互連結力に依存しており、

Mössbauer 分光学はその有効な研究手段である¹⁹⁾。この相互連結は分離圧の影響を強く受けるため、種々の研究がなされている^{19)~21)}。

(3) ミュンヘンモデルの基本的考え方

半径 r の液体小滴が水圧 P を受けることはよく知られている。すなわち、

$$P = \frac{2\gamma}{r} \quad (1)$$

式 (1) 中の γ はその液体の表面張力を表す。液体の場合、表面張力と表面エネルギーは数値的に等しく、固体の場合には少なくとも同じオーダーにある。コロイド状システムには球状でない粒子があり得る。Flood²⁴⁾ は、そのようなシステム中に表面張力で生起された固体粒子内平均圧力が次式で評価されることを示した。

$$P = 2\gamma \frac{S}{3} \quad (2)$$

S はある特定の表面積を意味し、単位体積当りの面積として表されねばならない。半径の代りにある特定の表面積が導入される場合は、実際の粒径分布は無視されて、むしろ平均値で置き換えられる。C-S-H には十分大きな粒子が存在するので、表面張力によってある程度大きな圧力が生起するという事はないものと考えられるが、上述システム内の他の粒子は比較的高い圧力を受ける。活性および不活性の粒子双方を含むシステムの全体的応答は Krasilnikov ら²⁵⁾によって計算されている。彼らの論文では、非均質システム内のゲル粒子の膨張は、そのシステム全体の膨張にそのまま関係するのではなく、幾何学的な拡大係数も考慮されなければならないことが指摘されている。

ここで式 (1) に戻り、 r をあるキセロゲルの特性値、 P を平均内圧とする。表面エネルギーが変化するとに伴って内圧が変化する。表面エネルギーというよりはむしろコロイド状システムの内部境界エネルギーは、気体の吸着あるいは蒸気によって変化する。もしも厚さ Γ の薄膜がある蒸気圧 P で吸着されると、真空中で測定された内部境界エネルギーは $d\gamma$ だけ減少する²⁶⁾。

$$d\gamma = \gamma_0 - \gamma = RT \cdot \int_0^P \Gamma \cdot d(\ln P) \quad (3)$$

式 (3) の r を式 (1) に代入すると、表面エネルギーの変化で生起される内圧の変化が算出できる。内圧が減少するにつれて個々のゲル粒子は膨張するが、ある限度内では内部境界エネルギーの変化とその結果起こる長さ変化の間にはある線形関係が成立することを Bangham らは示した²⁷⁾。すなわち、

$$\frac{\Delta l}{l} = \lambda \cdot d\gamma \quad (4)$$

後になって Hiller は、コロイド状システム特性によって λ を表現した²⁸⁾。相対湿度の低い範囲では、湿気

による長さ変化が式 (4) から半ば現象論的に表される。式 (4) をより定量的に適用することは、粒径分布等の決定因子が十分に知られていないので今のところ不可能である。

相対湿度が 50% を超えると、いくつかの面が分離圧によって切り離される。これがコロイド状物質をさらに膨張させることになる。この長さ変化は対応する表面エネルギーの変化によって引き起されるものではないので、この範囲では式 (4) は適用できない。また分離圧の作用によってゲル粒子の相互連結が低減されるために、膨張と同時に構造全体が弱められる。

(4) 実験結果との比較

(a) Hcp の強度に及ぼす水分含有量の影響

ミュンヘンモデルによる理論的予測結果は文献 29) で実験結果と比較され、含水量と湿気による長さ変化（膨張と収縮）との関係および含水量が弾性係数や減衰やクリープに及ぼす影響について論じられている。ここでは主として強度とクリープ、それに収縮を中心に話を進める。

Griffith 理論は Hcp 等の破壊現象を表現するのにきわめて優れていることが明らかにされている³⁰⁾。それによれば、強度の 2 乗はその内部境界エネルギーに等しい。すなわち、

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^2 = \frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 - \frac{d\gamma}{\gamma_0} \quad (5)$$

筆者は Hcp の強度を含水量の関数として測定した³¹⁾。その実験結果を内部境界エネルギー変化の関数としてプロットし直すと図—1 に示された関係になる。2つの異なる水セメント比に対して、低湿度の範囲では 1本の直線が得られるが、この関係は式 (5) で予測される。そのうへ、高湿度範囲では前述の分離圧が微小構造を弱めて強度をさらに低下させる。これらのことが図—1 で明確に実証されている。

類似の実験が Pihlajaara によって注意深く行われた³²⁾。モルタル角柱の曲げ強度の実験値が図—2 に示されている。低湿度範囲では再び十分な精度で直線が得ら

図—1 Hcp の圧縮強度と内部境界面エネルギー

図—2 モルタル曲げ強度と内部境界面エネルギー

れ、50%以上の湿度では分離圧によりさらに弱められている。

最近になって、ミュンヘンモデルは気泡コンクリートの強度に及ぼす含水量の影響を説明することに応用された³³⁾。そこでは、Hcpに対してミュンヘンモデルで表されたものと同様の基本的機構が気泡コンクリートにも見出された。

岡島ら³⁴⁾は高圧蒸気養生軽量コンクリート・モルタルおよび2種類のコンクリートの割裂引張、曲げおよび圧縮強度を試験した。彼らも含水量が増えるにつれて顕著な強度の低下を観察し、ミュンヘンモデルによる予想と同様に表面エネルギーの低下によって説明を加えている。

表面自由エネルギーを変化させるきわめて興味深い他の方法が大岸ら³⁵⁾によって適用されている。彼らは様々な液体を供試体に浸み込ませた。式(5)中の $\Delta\gamma$ は内部境界エネルギーの変化を表すので、この式は大岸らの結果を説明するのににも適用できる。実際に内部境界エネルギーが増加するにつれて引張、曲げ及び圧縮強度が増大することを彼らは観察している。

しかしながら、式(5)はもっぱら内部境界エネルギーの変化を考慮するものであることをここで再び強調しなければならない。Hcpあるいはコンクリートが乾燥すると明白なひびわれの発生は避けられず、定量的な比較をしようとする場合には、どうしてもそれを無視できない。このことが、中間レベルを取り入れなければならない理由の1つである。

(b) 湿気による長さ変化とクリープへの含水量の影響

表面自由エネルギー変化の関数として湿気による長さ変化(膨張と収縮)を表現するためにBanghamの式[式(4)]を導入したが、この式は直接実験結果と比較できる。図—3にはHcpの膨張と相対湿度および内部境界エネルギー変化との関係が示されている。図—3(b)の直線はBanghamの式を表している。この直線は、低

図—3 Hcpの湿気による長さ変化

(a) 相対湿度

(b) 内部境界面エネルギー

相対湿度の範囲で申し分なく実験値と一致している。相対湿度50%以上では付加的な膨張が見られるが、これは分離圧の作用によって説明される。同様の結果が気泡コンクリートに関する実験でも見出された³³⁾。

式(4)を用いて式(5)は次のように書きかえられる。

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^2 = 1 - \frac{1}{\lambda r_0} \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad (6)$$

式(5)、(6)は、各々強度の2乗と内部境界エネルギー変化および長さ変化の間に直線関係があることを意味する。もちろんこのことは、乾燥あるいは再湿潤化が内部境界エネルギーのみを変化させるような相対湿度の範囲内でだけ正しい。

Hcpおよびコンクリートのクリープの時間依存性は、べき乗関数によって次のように表される。

$$\epsilon_c = at^n \quad (7)$$

含水量が変化しても n はあまり大きく変化しないことが知られている。したがって、クリープに及ぼす含水量の影響は式(7)の a をプロットすれば調べられる(図—4)。乾燥供試体はごくわずしかクリープを示さないことがわかる。約50%の相対湿度までは含水量はわずしかクリープに影響しない。このことは次のような事実によって説明される。すな

図—4 クリープパラメータ
(aと相対湿度)

べての方向に対して等しく膨張させるのに対し、ゲル粒子の相互連結はこの体積変化によって影響を受けない。クリープ過程中には沢山のゲル粒子の連結力が破られるはずであるが、分離圧がキセロゲル内のいくつかの接触点を分離した途端にこれがますます促進され、その結

果、高湿度の範囲ではクリープが急速に増大する。大岸らは乾燥したコンクリートがきわめてわずかしきクリープを示さないことを報告している³⁶⁾。

3.3 空 隙

多孔質材料の強度を直接全空隙量に関係づけようとする試みが度々なされ、文献には強度と空隙を関係づける数多くの様々な式が見い出される。それらの式すべてが、全空隙量の減少に伴って強度は増加することを示している。もしそれが一般的に正しいとすれば空隙径分布が異なっても空隙量が同じであればその強度は同じことになる。しかしながら、この仮定は多くの多孔質建設材料では満足されない。図—5 に2種類の自然砂岩の空隙径分布および各々に対応する全空隙量と強度が示されている。仮に供試体の全空隙量のみから強度を予測できるとすれば、供試体Aがより高強度となるはずであるが、実際はその逆となっている。その理由は空隙径分布関数が異なり、供試体Aが供試体Bよりも比較的大きな空隙を含んでいるためである。したがって、多孔質材料の強度を論ずる場合には全空隙量と空隙径分布の双方を考慮に入れなければならないことは明らかである。

コンクリート工学では水セメント比が支配的な役割を演じている。図—6 には Hcp の強度および弾性定数が各々水セメント比の関数として示されている。また図—7, 8 には、様々な水セメント比について Hcp の空隙径分布が示され (図—7), また水和作用時間の変化とその分布の関係が示されている (図—8)。以下では、キセロゲルの全空隙量と空隙径分布をその強度に結びつけることを試みる。

Griffith 理論は実際の破壊過程を簡単に表現したものであるが、Hcp の強度に及ぼす空隙量および空隙径分布の影響を論ずるのに使うことができる。いま σ を強度、 E を弾性係数、 r を破壊表面エネルギー、そしてひびわれ長さを $2c$ とすると、Griffith の式は次のように

なる。

$$\sigma = \sqrt{\frac{2Er}{\pi c}} \quad (8)$$

図—6 から弾性係数 E に及ぼす水セメント比の影響を表す関係を得るが、弾性係数は本質的に全空隙量 P に依存することが示されている。すなわち

$$E = E(P) \quad (9)$$

破壊表面エネルギー r は多孔質でない材料には適切に定義される。一方、多孔質構造内をひびわれが進展する場合

図—6 Hcp の圧縮強度と弾性係数の W/C 依存性

図—7 Hcp 空隙径分布と W/C

図—8 Hcp の空隙径分布と材令

図—5 多孔質自然石の空隙径分布
(P_t : 全空隙量, R_b : 2軸曲げ強度)

図—9 構造と消費破壊エネルギー
(a) 少空隙材料
(b) 多孔質材料

合に消費されるエネルギーは、非多孔質材料の破壊表面エネルギーと単位面積当りに破断される粒子の数 N に依存する (図—9)。言い換えるならば、その固体粒子の破壊表面エネルギーの一部だけがエネルギー平衡に寄与する。有効な表面エネルギーは本質的に全空隙量に依存することは明らかである。図—9 の材料 (a) では、ひびわれはその破面で約 55% の固体部分を貫いて走っているのに対し、材料 (b) ではひびわれ長さのたった 25% 程度が固体粒子を破断しているにすぎない。Higgins ら³⁷⁾のように、たとえばジグザグのひびわれ伝播を考えたとしても、この関係はやはり正しい。もしもひびわれが粒子を破壊する代りに優先的に接触点に沿って走るとするならば、 r は表面エネルギーよりはむしろ連結強度を意味することになる。

以上のように考えると、多孔質材料の破壊表面エネルギーは次のように再定義することができる。

$$r_P = rN = r(1-P) \quad (10)$$

理想化された Griffith の式では、ひびわれ長さ $2c$ は均質無限板内の単一ひびわれ長さとして定義されているが、実際の多孔質材料では有効最大ひびわれ長さ $2\bar{c}$ を意味する。この値 $2\bar{c}$ は実存する最大ひびわれ長さとは一致する必要はない。なぜかと言うと、隣接する大きなひびわれ間には相互干渉が生ずるためである。いずれにしても $\bar{c}$ は空隙径分布 (PSD) に敏感に依存しており、とりわけその組織内に大きな空隙をもつ確率によって決まる。

$$\bar{c} = \bar{c}(\text{PSD}) \quad (11)$$

それで式 (9) から式 (11) を用いて式 (8) を書き直すことができる。

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \cdot E' (P) \cdot r (1-P)}{\pi \cdot \bar{c}(\text{PSD})}} \quad (12)$$

このようにして、Hcp の詳細な構造を強度に直接結びつけることができる。多くの場合、 $\bar{c}$ は破壊試験から決められなければならない。将来はおそらく空隙径分布を極値分布関数で近似して有効最大ひびわれ長さ $2\bar{c}$ を評価することができるであろう。

4. 中間レベル

4.1 緒言

前章では Hcp の微小構造、特にキセロゲルと吸着水との相互作用について述べた。そして含水量が Hcp の強度や湿気による長さ変化、それにクリープに及ぼす影響を半定量的に予測できることを示した。また、多孔性およびその空隙径分布が Hcp の強度に影響を及ぼす機構について概説した。

しかしながら、これまではコンクリートの非均質な構造を無視してきた。そこで、ここに中間レベルを取り入れ、その主な特徴を表すものとして大きな空隙や先在ひびわれ、それに介在物を考える。微小レベルの諸過程をコンクリートで観察されるような巨視的な挙動に直接結びつけることができないために、その中間のレベルを導入して考えることは重要である。

4.2 大きな空隙から生ずるひびわれ

まず最初に、均質な無限板内にある 1 個の円筒空隙について考える。そのようなシステムに圧縮荷重が作用すると、円孔まわりには向かい合った領域に引張応力が生ずる (図—10)。その応力が材料の引張強度に達すると、作用荷重と平行にひびわれが板内を走る。ここで相対ひびわれ長さ λ を導入する。すなわち、

$$\lambda = \frac{l}{r} \quad (13)$$

ここに、 l はひびわれ長さ、 r は空隙半径である。その結果、ひびわれ長さは次式によって作用荷重の関数として表される^{38), 39)}。

$$q = \sqrt{\frac{\pi E' r}{2r}} \cdot \sqrt{\frac{(1+\lambda)^2}{(1+\lambda)^2 - 1}} \quad (14)$$

実際の材料内では、伝播したひびわれは他のひびわれとぶつかるので、相互に近づきつつあるひびわれ間の相互干渉が研究されてきた³⁹⁾。以下に、実際の多孔質構造を単純な方法で表現する。

図—10 空孔まわりの応力分布とモデル Hcp のひびわれ伝播

図—11 全ひびわれ長さと作用荷重（一点鎖線は空孔1個のみの場合の計算値）

ランダムな距離で1列に並んだ空隙を含む材料をコンピュータで作り出した1例を図—10に示す。ひびわれ発生直後にはひびわれは相互干渉することなく、ちょうど空隙を1個だけ含む平板内のひびわれのように伝播する。図—11には空隙半径 r の倍数として次式で表される全ひびわれ長さ S が荷重の関数として示されている。

$$S = \frac{1}{r} \cdot \sum_{i=1}^n 2l_i \quad (15)$$

ここに、 n はランダムに配置された空隙の数である。2本の線は2種類のランダム配置構造の結果を意味する。荷重が大きくなると、多孔質材料内の全ひびわれ長さは空隙を1個だけ含む平板内のひびわれ長さ（1点鎖線）よりも逸れることがわかる。そして遂には、ひびわれは不安定に成長する。この状態となる所がこのモデル材料に対する破壊のクライテリオンと見なされる。

もちろん、ランダム構造シミュレーションは拡張することができ、2次元構造内のひびわれ進展の様子も研究されている⁴⁰⁾。最終的には3次元構造もコンピュータ内で造り出すことができ、また様々な空隙寸法や形を考慮することもできる。大きな空隙間のひびわれ進展は、微小レベルで述べられたような多孔質キセロゲルによって常に決まる。

4.3 ひびわれと介在物

通常、コンクリート内には載荷以前から沢山のひびわれが存在している。表—2には、コンクリート部材の硬

表—2 コンクリートの特徴的な段階とそれに対応するひびわれ形成

強度発現の段階	典型的なひびわれ形成
打設 まだ固まらないコンクリート	締固め時に起こる空隙 ブリージング空隙
コンクリートの硬化	熱ひびわれ、化学的および毛細管収縮ひびわれ
コンクリートの乾燥	湿度変化による収縮ひびわれ
荷重を受けたコンクリート	内部境界面ひびわれ、ひびわれ生長

化過程および使用中に見られるいくつかの特徴的な段階が挙げられ、それに伴う典型的なひびわれ形成が指摘されている。この表から、骨材とモルタル間の弱い内部境界面に沢山のひびわれが集中することは明らかである。乾燥条件によっては優先的な方向を向くひびわれもいくつかあるが、その他はランダムに傾いたひびわれが生ずる。

図—12 分岐ひびわれの進展

まず最初に、等方均質材料内に傾斜して配置された単一ひびわれについて考える。厚さ λ の板が荷重を受けると分岐ひびわれが進展する。この現象は実験的に観察されていることであるが、図—12に模式図的に示されている。単純化のためにいくつかの仮定を導入すると、荷重 q と分岐ひびわれ長さ l_2 との関係が次式で与えられる⁴⁰⁾。

$$q = \frac{\sqrt{\pi l_2}}{2l_1} \frac{K_{IC}}{A(\alpha, \rho)} \quad (16)$$

ここに

$$A(\alpha, \rho) = \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha - \rho \cdot \sin^2 \alpha \quad (17)$$

また ρ はすべり面間の摩擦係数である。式 (16) より、 q の増加に伴って l_2 がじわじわと増加するように、分岐ひびわれはゆっくりと伝播することがわかる。

実際の複合構造を近似的に表現する目的で、内部境界面に沿ってひびわれの伝播する様子がより実挙動に近い形で研究された⁴⁰⁾ (図—13)。このような条件の下では、ひびわれはまず最初に内部境界面に沿って伸展する。さらに荷重が増加すると、前に考えたものと同様の形で分岐ひびわれが生ずる。

コンクリートでは、そのようなひびわれはすぐ他の介

図—13 骨材まわりのひびわれ進展挙動

図—14 隣接骨材によるひびわれ伝播の拘束

在物にぶつかり、それ以上のひびわれ成長は妨げられる。そのような問題を考えるモデルとして、2個の隣接介在物の幾何学的関係が図—14に示されている。分岐ひびわれが生じた後も荷重をさらに増加すると、拘束されたひびわれは介在物を貫通するか、あるいはわきへ逸れる。これは介在物の幾何学的並び方はもちろんのこと、介在物と内部境界面との相対強度によって決まる。

ここに簡単に示されているようなひびわれ伝播の様子は文献(40)に解析的に示されている。一連の方程式を解くことによって、複合構造をもつ材料内のひびわれ伝播を解析的に追うことができる。

4.4 複合構造材料のゆっくりした組織崩壊

今日では、複雑なランダム構造をコンピュータ内で造り出すことができる^{(41),(42)}。普通コンクリートおよび軽量骨材コンクリートの理想化された構造を図—15に示す。普通コンクリートの場合、多角形介在物はすべてその内部境界面に沿ってランダムに選ばれたひびわれ1個を有している。

図—15 コンピュータによるランダム構造

図—16 普通コンクリートのひびわれパターン

図—17 高強度コンクリートのひびわれパターン

前章で述べた解析的な手法を用いれば、荷重の増加に伴ってこれらの先在ひびわれが各々どのように成長するかということを求めることができる。最終的には、隣接介在物によるひびわれ伝播阻止と、それに続いて起こる内部境界面に沿ったひびわれ伝播あるいは介在物貫通伝播が取り扱われる。このようにしてコンピュータによる数値実験を行い、コンピュータ内で造り出された複合構造材料内のひびわれ成長について増加荷重の関数として解析的に研究することができる。その結果得られたひびわれ成長過程のコンピュータシミュレーションの典型的な例が図—16であり、高い荷重レベルでの2つの段階が図式的に示されている。ここでは普通コンクリートの様子が研究されており、その場合、骨材はマトリックスあるいは内部境界面よりもはるかに強いと考えられている。したがって、すべてのひびわれは介在物を迂回して伝播している。

同じ構造をもつモデルがもう一度解かれているが、今度は骨材とモルタルの強度が等しいものと仮定されている。この仮定は高強度コンクリートに対応するもので、その結果が図—17であり、高い荷重レベルでの2つの状態が再び図式的に示されている。2番目のコンピュータによる数値実験では、いくつかのひびわれが骨材を貫通していることは明らかである。この事実は実験的にも観察されており、なぜ高強度コンクリートの破面の傾斜が小さいのか、またなぜこの材料の非線形性が普通コンクリートと比べて小さいのかという点について、このマイクロメカニクス (micromechanics) 的方法が説明を与えている。

図—16, 17 から、コンクリートの破壊は要するに複

合構造材料がゆっくりと組織崩壊していく現象として表されることが理解できる。ただし、ここでは時間の影響は完全に無視されている。もしも時間依存型ひびわれ形成が導入されると、複合構造材料の静的疲労、すなわち高い荷重を受ける供試体の寿命を決めることができる。

ランダムな複合構造材料のひびわれ挙動は純然たる統計的方法で研究することもできる。そのようなものとしては、きわめて興味深い理論的方法が三橋ら⁴³⁾によって開発されている。この有力な理論的方法は、様々な種類のコンクリートをを用いた数多くの実験によってその正しさが確かめられている⁴⁴⁾。

5. 巨視レベル

巨視レベルでは、実際に巨視的に観察されたある材料の挙動が表現されなければならない。数多くの材料に対して、たとえば適当な破壊力学パラメータを導入することによってこのことは実行されている。もし可能であれば、これらの破壊力学パラメータは、空隙、セメント量、骨材の大きさおよび形状等、内部構造の状態に結びつけられなければならない。

表-3 種々の硬化セメントペースト、骨材およびコンクリートの破壊靱性値

材 料	$K_{IC}(\text{MN/m}^{3/2})$	文 献
硬化セメントペースト	$\begin{cases} W/C=0.30 & 0.40 \\ W/C=0.36 & 0.35 \\ W/C=0.50 & 0.29 \end{cases}$	46)
骨 材	$\begin{cases} \text{石灰岩} & 0.70 \sim 1.00 \\ \text{大理石} & 1.9 \\ \text{石英} & 3.4 \end{cases}$	47) 48)
コンクリート	0.70~1.50	49)

表-3 には、Hcp と種々の骨材について定められたいくつかの K_{IC} 値およびコンクリート供試体に観察される K_{IC} 値の範囲が示されている。さらに詳細な結果はもちろんのこと、その実験方法も各文献に示されている。コンクリートの水セメント比と材令は K_{IC} 値に明らかな影響を及ぼすことが知られている⁴⁵⁾。これはその材料の多孔性と空隙径分布に関係し、また先在ひびわれの分布にも関係している。様々な種類の骨材に対して K_{IC} は広い範囲で変化している。コンクリートの材令および配合が K_{IC} に及ぼす影響は様々な人々によって研究されているが、Swamy⁴⁶⁾ によってそれらがまとめられている。Pak らは、最大骨材粒径が K_{IC} に及ぼす影響を実験的に決定した⁵⁰⁾。

一見すると、強度や破壊過程はあたかも K_{IC} や G_{IC} 等単純な破壊力学パラメータで十分に表現されるように映るかもしれない。残念ながら実はそうではなく、これらの値は特にコンクリートにおいては粗い近似であると考えられるべきである。これらの困難を乗り越えようと

する試みをする際には、亀裂開口変位 (COD) や J 積分等といった、より複雑な破壊力学パラメータを導入しなければならない (たとえば文献 51) 参照)。しかしながら今までのところ、これらの値を材料の構造と関連づけて論ずることはまだ不可能である。

さらにコンクリートの破壊力学パラメータは、ひびわれ歴に無関係ではない。ひびわれが進展するにつれて損傷領域がひびわれの前方に作り出される。したがって、破壊力学パラメータは損傷領域が十分に発達するまではひびわれ長さとともに増大するが、このことは R-曲線法によって表現される^{52), 53)}。この損傷領域、すなわち破壊過程領域の進展が応力および時間に依存することは明らかである。ただし、破壊過程領域がコンクリートの構造にどのように依存しているかという点は、現在までのところ不明である。

Hillerborg らは、コンクリートの破壊過程を表現する別な方法、すなわち仮想ひびわれモデルを開発した^{54)~56)}。主として適切な実験データの不足のために、現時点では詳細な内部構造によって破壊力学パラメータを論ずることはできないということ J 積分や R-曲線との関連ですでに述べたが、それと同様のことが仮想ひびわれモデルについても言うことができる。複合材料の内部構造と破壊力学パラメータを実際に結びつけるようなしっかりした根拠を与えるためには、広範囲にわたる研究が今後必要である。

ところで、湿気による長さ変化に関してはまず最初に乾燥過程が研究されねばならないが、これは数値計算的手法によって実際に行われている。ひびわれ形成が収縮と膨張の時間依存性に顕著な影響をもっているが^{57), 58)}、このことが Hcp の収縮機構を巨視的に観察されたコンクリートの挙動に直接結びつけることのできない主な理由である。

ほとんど既存構成法則は、大系だった方法で展開されていない。そのために、その法則の妥当性はどちらかというかと限定されているはずである。将来、この過度に単純化された構成法則を、より現実的でまた電子計算機を用いた設計にも適するような関係で置き換えることが重要な仕事となるものと思われる。

巨視レベルでの結果の扱い方が比較的短い、その主な理由は、ほとんどの研究がまだ進行中であるためである。本稿の重点は、上述の重要な到達点にたどり着くための体系的な方法を指摘することに置かれている。

6. 結 論

複合材料であるコンクリートの非均質構造は3つの異なったレベルで表現することができる。コンクリートの結合主体であるキセログルの物理的基本特性は微小レベ

ル (ミュンヘンモデル) で表現され、大きな空隙、ひびわれおよび介在物等の付加的な詳細構造は中間レベルで取り入れられる。そして最終的には、巨視的に観察されたコンクリートの挙動が巨視レベルで表現される。

多孔性やひびわれ、それに介在物が複合材料の強度と破壊に及ぼす影響は、上述のようなレベル分けされた構造システムを考慮に入れるならば擬定量的に表現される。破壊力学パラメータ K_{IC} や G_{IC} は、コンクリートの場合には粗い近似であると見なされるが、COD, J 積分, R-曲線そして仮想ひびわれモデル (FCM) 等によって破壊過程をより現実的に表現しようとする様々な試みもなされている。しかしながら、今までのところ、既存の実験データではこれらの複雑な破壊力学パラメータと詳細な内部構造との厳密な比較はできない。

湿気による長さ変化やクリープの機構は微小レベルで論じられるが、実際のコンクリート部材では時間とともに湿度分布が変化するために引き起こされるひびわれ形成を考慮しなければならない。非常にゆっくり乾燥する場合には、巨視的に観察されるコンクリートの挙動はその乾燥過程によって決められる。

(1982 年 8 月, ローザンヌにて)

参 考 文 献

- Wittmann, F.H. : Mechanisms of creep and shrinkage of concrete, in Creep and Shrinkage in Concrete Structures, Wiley, 1982 (to be published).
- Young, F. : The microstructure of hardened Portland cement paste, in Creep and Shrinkage in Concrete Structures, Wiley, 1982 (to be published).
- Ishai, O. : The time-dependent deformational behaviour of cement paste mortar and concrete, Proc. Int. Conf. on the Structure of Concrete and its Behaviour under Load, London, p. 345, Sept. 1965.
- Powers, T.C. : Physical properties of cement paste, Research and Development Laboratories of the Portland Cement Association, Res. Dept., Bull. 154, 1960.
- Powers, T.C. : Mechanism of shrinkage and reversible creep of hardened cement paste, Proc. Int. Conf. on the structure of Concrete and its Behaviour under Load, London, p. 319, Sept. 1965.
- Powers, T.C., Materials and Structures, 1, p. 487, 1968.
- Bernal, J.D., Proc. 3rd Int. Symp. on the Chemistry of Cement, London, p. 216, 1952.
- Feldmann, R.F. and P.J. Sereda, Materials and Structures, 1, p. 509, 1968.
- Feldmann, R.F. and P.J. Sereda, Engineering Journal, 53, p. 53, 1970.
- Feldmann, R.F. : Sorption and length change scanning isotherms of methanol and water on hydrated Portland cement, Proc. Int. Symp. on the Chemistry of Cement, Tokyo, Vol. III. p. 53, 1968.
- Hope, B.B. and N.H. Brown, Cem. Concr. Res., 5, p. 577, 1975.
- Kondo, R. and M. Daimon : Phase composition of hardened cement paste, Proc. of the 6th Int. Congr. on the Chemistry of Cement, Moscow, Sept. 1974.
- Wittmann, F.H., H. Splittgerber and K. Ebert, Z. Physik, 245, p. 354, 1971.
- Splittgerber, H. and F.H. Wittmann, Surface Science, 41, p. 504, 1974.
- Krupp, H., Advan. Colloid Interfaces Sci., 1, p. 2, 1967.
- Setzer, M.J. and F.H. Wittmann, Appl. Physics, 3, p. 403, 1974.
- Setzer, M.J. and F.H. Wittmann : Modified method to calculate pore size distribution from water vapour adsorption data, RILEM/IUPAC Int. Symp. on Pore Structure and Properties of Materials, Sept. 1973.
- Uebelhack, H. and F.H. Wittmann, Proc. Int. Conf. on Mössbauer Spectroscopy, Cracow, Vol. 1, p. 349, 1975.
- Derjaguin, B.V., J. Colloid Interfaces Sci., 49, p. 249, 1974.
- Splittgerber, H., Cem. Concr. Res., 6
- Stockhausen, N. : Van der Waals interaction and disjoining pressure between solid surfaces, Proc. Conf. on Hydraulic Cement Pastes; their Structure and Properties, Sheffield, pp. 219~226, April 1976
- Schlude, F. and F.H. Wittmann, Nachrichtentechn. Zeitung, 27, p. 365, 1974
- Zech, B. and F.H. Wittmann, Z. Phys. Chemie, NF 92, p. 45, 1974
- Flood, E.A. : Adsorption potentials, adsorbent self-potentials and thermodynamic equilibria, solid surfaces and the gas-solid interface, Advances in Chemistry Series, No. 33, p. 249, 1961
- Krasilnikov, K.G., A.M. Podvalny and A.E. Segalov : Self-induced deformations in porous bodies, Kolloidnyi Zhurnal, 36, p. 266, 1974
- Gibbs, J.W., Collected Works, New Haven Yale University Press, 1957
- Bangham, D.H. and N. Fakhoury, Proc. Roy. Soc., A 130, p. 81, 1931
- Hiller, K.H., J. Appl. Phys., 35, p. 1622, 1964
- Wittmann, F.H. : The structure of hardened cement paste — A basis for a better understanding of the materials properties, Proc. Conf. on Hydraulic Cement Pastes : their Structure and Properties, Sheffield, pp. 96~117, April 1976
- 及び同上 : Grundlagen eines Modells zur Beschreibung charakteristischer Eigenschaften des Betons, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Report Nr. 292, 1976
- Wittmann, F.H. and J. Zaitsev : Verformung und Bruchvorgang poröser Baustoffe bei kurzzeitiger Belastung und Dauerlast, DAFStb Report, Nr. 232, 1972
- Wittmann, F.H., Materials and Structures, 1, p. 547, 1968
- Pihlajavaara, S.E. : A review of some of the main results of a research on the ageing phenomena of concrete; effect of moisture conditions on strength, shrinkage and creep of mature concrete, Cem. Concr. Res., 4, pp. 761~771, 1974
- Alou, F., Y. Houst and F.H. Wittmann : Influence of moisture content on mechanical properties of autoclaved aerated concrete, in Aerated Concrete-Moisture Content and Properties, Elsevier Publishing Comp.,

1982

- 34) Okashima, T., T. Ishikawa and K. Ichise : Moisture effect on the mechanical properties of cement mortar, Transactions of the Japan Concrete Institute, **2**, pp. 125~132, 1980
及び同上 : Okashima, T. and T. Ishikawa : The effect of moisture content on the strength of hydrated cement and its relation to the surface energy, Proc. of the 35th Annual Meeting, Cement Association of Japan, pp. 130~133, 1981 (CAJ Review, 1981, pp. 75~77)
- 35) Ohgishi, S., H. Ono and I. Tanahashi : Effect of surface tension of several kinds of liquids on the strength and Young's modulus of cement mortar, Transactions of the Japan Concrete Institute, **3**, pp. 163~170, 1981
- 36) Ohgishi, S., H. Ono, and H. Yamakawa : The influence of evaporable water content on creep of concrete, Review of the 33rd Annual Meeting, Cement Association of Japan, pp. 228~229, 1979
- 37) Higgins, D.D. and J.E. Bailey : A microstructural investigation of the failure behaviour of cement paste, Proc. Conf. on Hydraulic Cement Pastes; their Structure and Properties, Sheffield, pp. 283~296, April 1976
- 38) Zaitsev, J.B. and F.H. Wittmann, Der Bauingenieur, **46**, pp. 84~, 1971
- 39) Wittmann, F.H. and J.B. Zaitsev : Verformung und Bruchvorgang poröser Baustoffe unter kurzzeitiger Belastung und unter Dauerlast, Schriftenreihe Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 232, 1974
- 40) Zaitsev, J.B. and F.H. Wittman : Simulation of crack propagation and failure of concrete, Mat. and Struct., **14**, pp. 357~365, 1981
- 41) Wittmann, F.H., P. Roelfstra and H. Sadouki : Generation of random structures (to be published)
- 42) Roelfstra, P.E. and H. Sadouki : Simulation des structures composites, Internal Report, Laboratory for Building Materials Science, Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, 1981
- 43) Mihashi, H. and M. Izumi : A stochastic theory for concrete fracture, Cem. Concr. Res., **7**, 1977
- 44) Mihashi, H. and F.H. Wittmann : Stochastic approach to study the influence of rate of loading on strength of concrete, Heron (The Netherlands), **25**, No. 3, 1980
- 45) Wittmann, F.H. : Mechanisms and mechanics of fracture of concrete, Adv. in Fracture Research, ICF-5, Vol. 4, pp. 1467~1487, 1981
- 46) Higgins, D.D. and J.E. Bailey, J. Mat. Sci., **11**, pp. 1955~2003, 1976.
- 47) Schmidt, R.A., Exp. Mech., **15**, pp. 161~167, 1976
- 48) Hilleneier, B. and H.K. Hilsdorf, Cem. Concr. Res., **7**, pp. 523~536, 1977
- 49) Swamy, R.N. : Fracture mechanics applied to concrete, Chapter 6, in Developments in Concrete Technology, edited by F.D. Lydon, Applied Science Publishers, 1979
- 50) Pak, A.P. and L.P. Trapeznikov : "Experimental investigations based on the Griffith-Irwin theory process of the crack development in concrete", Adv. in Fracture Research, ICF-5, Vol. 4, pp. 1531~1539, 1981
- 51) Mindess, S., F.V. Lawrence and C.E. Kesler : The J-integral as a fracture criterion for fiber reinforced concrete, Cem. Concr. Res., **7**, pp. 731~742, 1977
- 52) Sok, C., J. Baron and D. Francois : Mécanique de la rupture appliquée au béton hydraulique, Cem. Concr. Res., **9**, pp. 641~648, 1979
- 53) Chhuy, S., M.E. Benkirane, J. Baron and D. Francois : Crack propagation in prestressed concrete, Interaction with reinforcement, Adv. in Fracture Research, ICF-5, Vol. 4, pp. 1507~1514, 1981
- 54) Hillerborg, A. : Analysis of fracture by means of the fictitious crack model, particularly for fibre reinforced concrete, Int. J. of Cement Composites, **2**, pp. 177~184, 1980
- 55) Hillerborg, A. and P.E. Petersson : Fracture mechanical calculations, test methods and results for concrete and similar materials, Adv. in Fracture Research, ICF-5, Vol. 4, pp. 1515~1522, 1981
- 56) Petersson, P.E. : Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials, Lund Institute of Technology, Report TVBM-1006, 1981
- 57) Wittmann, F.H. and P.E. Roelfstra : Total deformation of loaded drying concrete, Cem. Concr. Res., **10**, pp. 601~610, 1980
- 58) Roelfstra, P.E. and F.H. Wittman : Numerical analysis of drying and shrinkage, Autoclaved Aerated Concrete—Moisture and Properties, Elsevier Publishing Company, The Netherlands, 1982

(投稿 : 昭和 57 年 11 月 4 日受付)