Reminiscences on Four Decades of Struggle and Progress in Softening Damage and Size Effect

Zdeněk P. Bažant*

Abstract Far from attempting a comprehensive and balanced account of the evolution of the field of distributed softening damage, quasibrittle fracture and its scaling, the author reminisces in an anecdotal form on his and his collaborators' efforts to contribute to the resolution of various problems.

Four decades ago, when I started working as a bridge engineer in Prague, the material models and methods of structural analysis for concrete, as well as rocks, ice, fiber composites and other materials that are now called quasibrittle, were from today's viewpoint rather simplistic. The progressive softening damage due to distributed cracking was either ignored or misrepresented as plasticity. The size effect on the strength and ductility of structures made of these materials was mostly unknown or disregarded, and when its existence was admitted it was perceived as solely statistical and thus appropriate for being buried in the safety factors.

The advent of computers and the finite element method changed everything. It put the entire field of material modeling in flux. In January 1969, I arrived at Boris Bresler's invitation to the University of California in Berkeley, to join what was at that time the leading center for structural engineering. As I learned, the finite element method captivated everybody's mind. Being already curious about the fracturing of concrete and laminates, thanks to my previous fellowship under L'Hermite, my mentor in Paris, I became fascinated by Rashid's idea to simulate by finite elements the cracking in a nuclear reactor vessel in a smeared manner—through the stress-strain relation.

I discovered, however, that all this excitement in Davis Hall was not shared in Etcheverry Hall across the street. I think I was the only one from Davis hall to frequent the seminars in that separate world of the mechanics department. Professor Naghdi, the chairman and one of the gurus of continuum

mechanics at that time, noticed me and asked: "By the way, what's your interest?" "Strain-softening, to model distributed cracking of concrete and rock", I replied. Then, in a mildly sarcastic tone, he advised me: "Young man, taking such a controversial path, you will never achieve tenure. A tangential moduli tensor whose matrix is not positive definite is not a sound concept. Materials with such a property do not exist; they would be unstable and could not propagate waves." Soon I realized that Prager and other continuum mechanics giants thought likewise, and that there were classical works beginning with Hadamard to support this viewpoint. So I decided to play it safe and focused my efforts at Berkeley on thermodynamics of creep and nano-pore water in concrete, another big issue for concrete reactor vessels.

In the faculty group at Northwestern University, which I joined after Berkeley, the major thrust of research was not finite elements. Rather, it was fracture mechanics. So I tried to educate myself on the subject. In 1972, while browsing in our library, one paper in the Indian Concrete Journal caught my eye. P.F. Walsh, a young Australian, then unknown to me, reported remarkable fracture experiments on notched concrete beams. They revealed a strong size effect. But that size effect did not follow a power law and thus conflicted with the Weibull statistical theory, then reigning supreme. Moreover, the observed size effect was much too strong to be explained by that theory. So it was clear that brittle heterogeneous materials called for a different size effect theory.

Being at Northwestern, I had the benefit of an outstanding solid mechanics group, which was young, competitive and collaborative. The group spread over

* Z. P. バザン/Walter P. Murphy Professor of Civil Engineering and Materials Science, Northwestern University

several departments, and there were lively mechanics seminars to bring us together on Fridays, followed by parties long into the night. In one memorable seminar, with the provocative title 'Red Herring and Sundry Fish in Continuum Mechanics' (which actually attracted some biologists), Ronald Rivlin ridiculed some anointed principles of continuum mechanics, such as the 'principle of equipresence'. For me the effect was to lose my fear of delving into the taboo of strain softening (were I still behind the Iron Curtain, it would have been different, because wasting the resources of socialism on a study of strain softening was actually prohibited by an omnipotent committee of the Academy). Besides, I realized that physicists were not afraid of models akin to strain softening (such as the classical van der Waals phase transition in the pressure-volume diagram of steam).

Jim Rice came to Northwestern, and his enthusiastic seminars, as well as the discussions that followed, were an eye-opener. I became intrigued by his idea (developed with his student John Rudnicki who later became my colleague at Northwestern) that the cause of localization of plastic strain into shear bands is the geometrically nonlinear effect of finite strain, and by his work with Andrew Palmer showing the size effect implied by their Mode II cohesive crack model for slides in overconsolidated clay. I came to understand that inelastic strain tends to localize, and that some sort of characteristic length of the material would have to govern it.

By 1975, efforts to analyze stability and bifurcation based on the second-order work, partially inspired by some earlier bifurcation studies of softening by Giulio Maier in Milano, eventually led me to realize that smeared cracking, or strain softening, makes sense only if the width of a localizing diffuse cracking band in a continuum is limited to a certain minimum, representing a material property, termed the characteristic length. Naturally, this further implied a deterministic size effect not unlike that discovered experimentally by Walsh.

By lucky coincidence, in 1974 Stan Fistedis invited me to draft a research proposal to AEC on problems of failure analysis of concrete vessels and containments under various hypothetical scenarios of nuclear accidents in a liquid-metal-cooled breeder reactor. Once granted, that naturally led to my long-term consulting for Stan's group at Argonne National Laboratory. "How should we extrapolate from

normal-scale laboratory specimens to these very large, and politically very sensitive, structures?", Stan quizzed me. It was necessary to somehow realistically take into account distributed cracking. For that, it was inevitable to postulate strain-softening, which gives rise to a deterministic size effect.

In 1976, Arne Hillerborg, in his unpretentious manner, delivered a memorable seminar at Northwestern in which he presented his fictitious crack model for concrete—an adaptation of the cohesive crack model that evolved from Barenblatt's 1979 model for fracture on the atomic scale and whose relation to fracture energy was previously clarified by Rice. Arne showed that, unlike ductile-brittle materials, non-ductile softening materials such as concrete allow using the cohesive crack model not only for the propagation of an existing crack but also for the initiation of a crack anywhere in the material. He demonstrated by finite elements that his model, devoid of any strength randomness, could capture the size effect on the flexural strength of unnotched concrete beams, in agreement with experiments. Subsequently, at a dinner in the great 'Cafe Provençal', Arne and I argued gently about the relative merits of his model and the crack band model.

In retrospect, these arguments appear to have been unnecessary, because both models turned out to be essentially equivalent and give about the same results, the choice between them being principally a matter of convenience. The cohesive crack model is convenient for exploiting elastic solutions and connecting to linear elastic fracture mechanics (LEFM) concepts, while the crack band model is convenient for implementation in existing finite element programs and can simulate wide non-localized zones of cracking.

An inevitable conclusion from the stability and bifurcation studies of strain-softening constitutive models was that finite element analyses utilizing such models, which became enormously popular during the 1970s, were unobjective in the sense of mesh bias, particularly their spurious sensitivity to mesh refinement. Upon refining the mesh size to zero, such analyses would predict the failure to occur with zero energy dissipation. This turned out to be an inflammatory proposition which elicited vociferous opposition from structural engineering practitioners. This was the situation, for example, at the SMiRT conferences in London, San Francisco, Berlin and Paris and various ASCE meetings. At one of them, in

Waterloo, I met Luigi Cedolin, who agreed with me. In 1977, he came to Evanston for his sabbatical, to help me with his insight and persistence in formulating and verifying the initial energy-based crack band model. Subsequently, with the invaluable help of Byung Oh, this was extended to a damage constitutive model with progressive strain softening. Bhat, S.-S. Kim, Tsubaki, J.-C. Chern and F.-B. Lin provided further valuable assistance in extending plasticity to develop refined constitutive models for gradual strain softening of concrete. Conceptually, the phenomenon of fracture localization was at Northwestern also clarified by stability analysis of a system of parallel thermal or drying cracks, pursued jointly with Ohtsubo who came from the University of Tokyo.

The crack band model, however, was not seen as a panacea by continuum mechanicians. At Atluri's NSF workshop at Stone Mountain in 1982, Ivan Sandler objected: "If your crack band model does not permit the element size to be reduced zero, how do you define convergence? What is the mathematical connection to the boundary value problem, which would be ill-posed anyway?" At that workshop, the preceding one at General Butler Park in 1980, and other meetings, similar comments were made by Read, Hegemier, Valanis, Leckie and others. I had to concede that the boundary value problem had to be somehow regularized.

At Northwestern, I debated possible remedies with my friend and rival Ted Belytschko, and eventually we joined forces under our shared AFOSR and DNA grants. This led in 1983 (with the assistance of T.-P. Chang) to the nonlocal model for strain-softening, along with its second-gradient approximation, the idea of nonlocality in solids being borrowed from the earlier elastic and plastic-hardening theories of Eringen, Edelen, Kröner and others. But the first version (termed 'imbricate') turned out to be cumbersome to program and prone to diverge in periodic zero-energy instability modes, which had to be suppressed by an artificial parallel coupling.

A better answer materialized soon through a 'gift' from France—Gilles Pijaudier-Cabot came to satisfy his military service as my doctoral student. I had to report on his progress to a French colonel, and the progress was good. Once in 1986, Gilles rushed into my office, exclaiming: "Since the nonlocality of total strain is what causes all the trouble, why don't we treat as nonlocal only the inelastic strain?" And that

worked (recently, though, the numerical microplane studies of di Luzio at Northwestern revealed that it is nevertheless useful to resurrect the total strain in a kind of 'over- nonlocal' form, provided that it is used to control only the softening yield limits, and not the elastic strains).

The size effect law for structures developing large cracks prior to the maximum load, formulated in 1983, was initially hard to defend, even at home. For instance, after my seminar, my colleague and friend Toshio Mura commented in his caustically friendly manner: "Zdeněk, your size effect formula is too simple. It has to be an oversimplification at best. And your derivation was not rigorous at all!" It was hard to counter that. So, in my group of able assistants, we worked strenuously to check this law by numerical simulations using finite elements as well as micromechanical random particle models, and to verify and calibrate it experimentally.

The availability of a size effect formula made it possible to determine (with the assistance of Pfeiffer and later Kazemi) the fracture energy and other fracture parameters by measuring only the peak loads, which is easier and thus less prone to errors than post-peak measurements. In the mid-1990s, my esteemed friend and collaborator Jaime Planas, together with Elices and Guinea, extended this idea to determining solely from maximum loads the initial softening slope of the softening curve of cohesive crack (or crack band). This slope, unlike the tail of that curve, is the important parameter for calculating the load capacities of structures.

My interaction with these first-rate researchers in Spain (which began in 1985 with Manuel Elices' idea of tapping the funds obtained by Spain for renting their air bases to the Americans, funds that were required by the treaty to be channeled into joint research) bore much fruit—for example the verification of the size effect method of fracture testing and clarification of the effects of temperature, moisture content and loading rate on concrete fracture characteristics—efforts to which also my assistants J.K. Kim, Phil Pfeiffer and Ravindra Gettu contributed mightily.

On the theoretical side, more rigorous derivations of the scaling law were attempted as well, based on the asymptotics of the cohesive crack model and on the asymptotic matching between the equivalent LEFM and plasticity. The efforts succeeded. They clarified

the limits of applicability, and led to ramifications for brittle shear and compression failures, borehole breakout in rock, and triggering of snow avalanches.

"The size effect could not be purely deterministic. Since the material is random, there must exist a component that is statistical, and that component must be of Weibull type," was another kind of criticism, which I faced at the probabilistic conferences of ASCE and ICOSAR. Throughout the 1990s, Yunping Xi and Drahoš Novák helped me to clarify this point, both for failures after large crack growth, typical of reinforced concrete, and for failures at crack initiation, typified by the modulus of rupture test. In latter case, this led to an amalgamated energetic-statistical formula for size effect, whose one justification was found in the previous results of Rokugo in Gifu, and later those of Koide in Sendai, Rocco in Madrid, and others.

From the beginning, the computational modeling of distributed fracture in concrete has been one of primary objectives and the main driving forces of progress. I was privileged to be at perhaps the earliest workshop on this subject, organized by Luigi Cedolin in Milano in 1978, under the auspices of Fratelli Pesenti foundation, and two years later at a similar workshop organized by Mang in Vienna.

The early computational models for distributed cracking, quasibrittle fracture and size effect were greatly refined during the 1990s, for example, in the works of Jirásek in Lausanne and Mang in Vienna. Rots in Delft and Červenka in Prague developed powerful commercial software for distributed cracking in concrete based on the crack band model (DIANA, SBETA, ATENA). Another practical approach, initiated by Leroy and Ortiz, and refined by Belytschko, Fish, Shing, Jirásek, etc., is to embed discontinuities in the finite elements. A very effective second-gradient model, which transfers the second gradient to a separate differential equation (Hemholtz equation) in order to avoid finite elements of a higher-order continuity, and which can be physically justified as an approximation to the integral-type nonlocal model, was developed by de Borst, Peerlings and other researchers in Delft. The nonlocal and gradient models were recognized as one good way to predict, with sufficient mesh refinement, the crack propagation direction and path. An entirely different approach is the meshless method and partition-of-unity formulations pioneered by Belytschko and his

collaborators. The field, however, has become too broad to give proper mention to all of the effective models and contributors.

"Does your nonlocal approach have any physical justification?" was one question thrown at me at Northwestern by Toshio Mura. Initially I had no clear answer, but about a decade ago, the answer materialized in material heterogeneity, the energy release by microcracks, and the interactions of adjacent cracks. The last, however, pointed out the need for a more complex nonlocal model with orientation dependence, which can distinguish mutual crack shielding and amplification. Jirásek and Ožbolt were of great help in calibrating and implementing this model. Thanks to the assistance of Zubelewicz, Tabbara, Jirásek and Cusatis, further physical justification was gained during the 1990s by means simulating the fracture process zone and the size effect in concrete and sea ice with the random particle models and shear-lattice models. However, an effective and universal nonlocal model physically well founded in micromechanics still remains an open problem.

To make sophisticated analyses of distributed cracking and material damage meaningful, realistic constitutive models had to be developed. One fashionable trend, initiated by the late Kachanov and championed by Lemaitre and many others, has been continuum damage mechanics. Most formulations on the abstract side, however, did not include a characteristic length. Some of us in concrete ordered: "Mustn't this length be inserted in such formulations to make sense for strain softening?" Of course it must, and the models for concrete (e.g., that developed at Northwestern with the help of Ijaudier-Cabot and of Carol, and another formulated in France by Mazars) adhered to this essential requirement.

In an effort to maximize conceptual simplicity and capture physical phenomena such as crack opening and frictional slip in the microstructure, a sequence of progressively refined microplane constitutive models (inspired by a 1938 idea of the great G.I. Taylor) has been developed at Northwestern (first with the help of Oh, then Prat, Hasegawa, Carol, Xiang, Jirásek, Caner and Brocca). What in this approach facilitates capturing the physical phenomena? It is the fact that the microplane constitutive law is formulated not in terms of the stress and strain tensors, but in terms of the stress and strain vectors acting on kinematically constrained planes of all possible orientations in the

material, for which the term ‘microplanes’ was coined. “But isn’t the computational work prohibitive?” was a frequent objection. Not any more, thanks to the relentless increase in computer power. At WES in Vicksburg, Mark Adley and Steve Akers have been simulating impact and groundshock with the latest version M4 of the microplane model using an explicit finite element program with several million finite elements. The power of microplane model, originally developed for concrete, is now being exploited for the constitutive modeling of anisotropic rocks, soils, rigid foams, fiber composites, metals and shape-memory alloys (the last with my colleague Cate Brinson).

A difficult challenge, which has so far met with only minor success, has been to convince the engineering community, and especially the code-writing bodies, to take into account the deterministic (energetic) size effect, which is the principal consequence of both the cohesive and crack band models, as well as the nonlocal continuum model. Experimental demonstrations and calibrations were obviously necessary. With this aim, various reduced-scale tests of size effect in concrete have been conducted at Northwestern during the last two decades.

The most impressive tests, however, were made in Japan. At the Japan-US Workshop at the University of Tokyo in 1985, organized by Okamura, we Americans privately wondered: “How come these Japanese companies, Shimizu and Kajima, are so much more enlightened than ours that they would spend all that money on size effect tests of shear failure of prestressed concrete beams and slabs of such enormous sizes (ranging up to 36 m?? and 20 m??, respectively)?” As a result of these tests (reported in 1985 by Iguro, Shiyao, Nojiri and Akiyama), Japan became the first country to introduce, through Okamura’s persuasion, a formula for size effect into the design code for reinforced concrete. It was also in Japan that the first conference devoted exclusively to size effects in concrete structures was organized by Mihashi, at Tohoku in 1993. Many innovative practical developments in the modeling of cracking and fracture of concrete structures appeared in Japan, e.g., Horii’s analysis of shotcrete linings of tunnels, Tanabe’s analysis of high temperature exposure, constitutive model implementations by Okamura and Maekawa, etc.

Going by past experience, large concrete dams can be very dangerous to the population downstream, and

so they naturally became one problem of heightened concern. During 1990–1994, Wittmann Saouma and Mazars organized a series of workshops in Lugano, Boulder and Chambéry. The discussions were animated. “Why should we bother about fracture mechanics. We play it safe, treating concrete as a ‘no-tension’ material, for which plasticity-type analysis with no size effect is satisfactory,” objected some dam designers. Yet the need for fracture and size effect analysis was eventually established (most convincingly, in my opinion, through the nonlocal and cohesive finite element studies, particularly those of my former star student Milan Jirásek in Lausanne, and the group of Elices in Madrid). Thanks to the efforts of Victor Saouma in Boulder, a requirement for analyzing cracked dams by fracture mechanics was incorporated into design regulations (and thus the U.S. became probably the first country where this kind of requirement was introduced into mandatory regulations for concrete).

Expanding the deterministic (energetic) size effect characterization from concrete and rock to other quasibrittle materials has been an uphill fight as well. Similar to the earlier situation with concrete, fracture mechanics was in the mid 1980s generally believed to be inapplicable to sea ice, and the only size effect was thought to be statistical. The Navy was interested in navigation in the Arctic and especially in the surfacing of submarines, while the oil companies needed to understand the forces on oil platforms and the load capacity of floating ice. I made efforts to convince the Office of Naval Research (ONR) to start a new initiative on fracture and size effect in sea ice, and then competed with John Dempsey, my friend at Clarkson whom I knew from his previous stay at Northwestern, to get the money. He won the bigger share of it. But we collaborated, and in 1993 I was thrilled to go with John and his large team to the Arctic Ocean to participate, near Cornwallis Island, in his record-breaking size effect experiments in which floating notched ice specimens of dimensions up to 80m×80m×1.8m were fractured under crack opening control. Despite scatter, the measured trend neatly agreed with the simple size effect law. It was a confirmation that sea ice, too, is a quasibrittle material which, on a large scale, obeys fracture mechanics and exhibits a nonstatistical size effect. This changed the field of ice mechanics. The size effect confirmed by John’s test results, for example, helped

to explain why the measured horizontal forces exerted by moving ice on oil platforms are an order of magnitude smaller than those predicted by elastoplastic finite element analysis based on the measured laboratory strength of ice. Y.-N. Li and J.-J. H. Kim at Northwestern pursued computer modeling of fracture in vertical penetration of floating sea ice, which confirmed a strong size effect.

The story with fiber-polymer composites and sandwich structures has been similar. Again, fracture mechanics was by the mid 1990s still perceived as inapplicable. It was not used in practice, and was not addressed in textbooks. The size effect was generally either disregarded or regarded as strictly statistical. But the Navy became interested in using these composites and sandwich structures to build large ships, and Yapa Rajapakse at ONR was sceptical of the status quo and very sympathetic to funding a program to get a better grasp of fracture scaling. My colleague and friend Isaac Daniel was a sceptic, too, and so we teamed up. Together with our capable assistants, we again found the size effect in large specimens of fiber composites to be deterministic (energetic), both for failures at crack initiation and those after large crack growth, and in both tension and compression (particularly, in kink-band microbuckling). For sandwich shells, similar conclusions are emerging. Of course, difficult challenges still exist, posed for example by anisotropy, delamination and micromechanics of fiber slip and breakage.

The struggle for improvement in concrete design codes continues today, but the climate has improved. Until recently, the code making committees, consisting mainly of practicing engineers and practice oriented academics, were adamantly opposed to introducing fracture-based size effect formulas, which would imply abandoning the entrenched limit-state design philosophy based on plasticity. Today, though, many members of these committees admit that size effects in concrete structures indeed exist and are important. The size effect is no longer seen as a nuisance, but as a necessity. What is now disputed is which formula to adopt among various proposed alternatives, some purely empirical. Regrettably, there is an enduring tendency to prefer strictly empirical formulas with no theoretical basis over formulas based on some deeper theory (which would have to be learned).

How can we formulate the simple size effect corrections required for design code equations? In my view, they should be derived by asymptotic matching, i.e., smooth ‘interpolation’ between an approximate LEFM-based formula applicable for large sizes and the existing limit-state formula applicable for small sizes. When forced to match the correct asymptotic trends, even if far outside the practical range, an approximate formula is far more likely to have general applicability, covering practical situations beyond the scope of the test data used for calibration. An empirical formula is unlikely to achieve that, except by sheer luck.

On the probabilistic side, a major problem looms ahead. Based on statistical data, the current safety factors applied to the self-weight of large structures, unlike those applied to the live load, are excessive, and by far. Since the self-weight in large structures contributes a much greater portion of the internal forces than in small ones, the excessive load factor for self-weight (typically 1.4) implies a hidden size effect, which can be as large as 30%.

Doesn’t this hidden size effect compensate for the lack of an explicit size effect in the existing limit-state design formulas? In a broad sense, it does, but it does so in an irrational way. To guard against certain kinds of failures (e.g., the ductile bending failure due to yielding of reinforcement), no such compensation is needed, while for others (e.g., the diagonal shear failure or any failure due to crushing of a ‘compression strut’ in the strut-and-tie model), a much larger compensation may be needed. For high-strength concrete structures or prestressed structures, which are lighter, the size effect compensation hidden in the excessive dead load factor is less than that for normal-strength structures or unprestressed ones, yet the size effect is stronger because of higher brittleness. Simply, burying the size effect in the dead load factor is not a smart idea.

At the ‘fib’ congress in Prague, a noted engineer asked in a doubtful tone: “Has the size effect ever caused any structural failures?” It surely has, but it has not been the exclusive cause. The size effect (ranging from 25% to 55%) has likely been a significant contributing factor in many famous catastrophes, for example, the failures of Malpasset dam in the Alps (1959), St. Francis dam in California (1928), Schoharie Creek Bridge on the New York Thruway (1987), Sleipner oil platform in Norway

(1991), Han-Shin viaduct in the Kobe earthquake (1995), Cypress viaduct in Oakland in the Loma Prieta earthquake (1989), and the bridge columns in Los Angeles in the Northridge earthquake (1984). So why, with the exception of the Schoharie Creek bridge, has the size effect not been recognized by the investigating committee of experts? The reason must be that the safety factors in civil engineering, in contrast to aeronautical engineering, are very large. Normally several kinds of errors must conspire to bring down a bridge or building, while only one error (perhaps such as neglecting to take into account the size effect in a large aircraft tail made entirely of fiber composites) suffices to doom an airliner.

Let me end by returning to the statistics of self-weight errors. Should we accept the recent proposals to reduce the dead load factor to a much lower value, as justified by statistics? Absolutely not. Such a reduction would be dangerous unless the size effect would at the same time be incorporated into the code provisions. Vice versa, it must be admitted that it would make little sense to introduce the size effect into the code without reducing the dead load factor for the self-weight to a realistic value.

Likewise, the purpose of a detailed finite element analysis of fracture and size effect in a large concrete structure is defeated if one applies the excessive dead load factor prescribed by current codes. With that kind of irrational safety factor, a simple back-of-the-

envelope calculation might be just as good.

A computational enthusiast suggested to me: "Why don't you ignore the safety factors in the code and turn to the stochastic finite elements?" That is a tempting proposition, but it is not feasible at present. The existing stochastic finite element formulations, in their current state, cannot predict a load of extremely small failure probability, such as 10^{-7} , because the tail structure of the probability distribution is not correct (to wit, if these formulations were correct, then, for the case of a structure failing at fracture initiation, exemplified by the modulus of rupture test, they would have to converge to the Weibull-type size effect, but they do not). What's the problem? The distribution tails are essentially exponential, while to be correct they must be of Weibull type, as dictated by extreme value statistic. It would be necessary to devise a stochastic finite element method in which the probability of the first eigenvalue of the tangential stiffness matrix being nonpositive becomes Weibull distributed as failure is approached. This is still an open problem. At present, stochastic finite elements can realistically predict loads with failure probability about 1 to 10%, but hardly much less. Obviously, synergistic efforts by fracture experts, statistical reliability experts, and computational mechanics experts are needed.

The struggle is far from over, but further progress will make it worthwhile.

軟化損傷と寸法効果研究における40年間の 苦闘と進歩についての回顧

本文は、分布する軟化損傷、準ぜい性破壊およびそれらの寸法効果についての総括的でバランスのとれた解説ではなく、筆者自身および筆者へ協力してくれた研究者が如何にこれらの問題の解決に苦闘したかの逸話風の回顧録である。

40年前私が Prague で橋りょうエンジニアとして出発した当時、コンクリートに限らず、岩石、氷、複合繊維材料など準ぜい性材料と称されている材料からなる構造物の材料モデルあるいは構造解析は、現在の学問的な観点からは極度に単純化され過ぎていた。分布したひび割れによる進行的な軟化損傷は、無視されるかあるいは塑性的性状として誤ってモデル化されていた。これらの材料からなる構造物のじん性や耐荷力に対する寸法効果は多くの場合知られていなかったり、無視されるかして

おり、仮にその存在が認知されていたとしても、それは単に統計的なばらつきであり、安全率の中に含ませてしまえるものと考えられていた。

しかし、コンピューターと有限要素法の出現がすべてを変えることになった。それは、材料のモデル化のすべての学問を流動状態に陥れた。1969年の1月、私は Boris Bresler の招待で当時は構造解析の先端的なセンターであった California 大学 Berkeley に行くことになった。そして、分かったのであるが有限要素法が誰をも魅惑していた。私は自分のパリでの先生である L'Hermite との交流のお陰で、Berkeley に行く前からコンクリートや層状な材料について興味があり、Berkeley で Rashid が原子炉圧力容器におけるひび割れを応力ひずみ関係に置き直して分布ひび割れとして扱っていることにきわめ

て強い興味を覚えさせられた。しかしながら、この Davis Hall におけるすべての興奮が、通りを隔てた Etcheverry Hall では全く共有されていないこともすぐに分かった。おそらく、Davis Hall から隣の別世界である力学の学科までセミナーにしばしば訪れたのは私だけであつたろう。当時、連続体力学のグル（宗教的な指導者のこと）の一人であり、学科長でもあった Naghdi 教授は私を見つけて、「ところで君の興味は何ですか」と尋ねてきた。私は「コンクリートや岩盤のような材料の分布ひび割れをもつ材料のモデル化であり、軟化現象です」と答えた。そうすると、ちょっと皮肉な調子で「若い人よ、そのような紛糾する経路をたどっていると、あなたは tenure（大学に定年まで在籍することが出来る資格）は取れなくなるよ」と言った。「接線剛性テンソルが、正定値マトリックスでないのは、健全な概念ではない。そのような性質を持った材料はこの世には存在しない。そのような材料は不安定であり波を伝播し得ない」と彼は私に言った。間もなく、私は Prager はじめ連続体力学の巨人達が同じような考えを持っており、Hadamard から始まってこのような見解を支持する古典的な研究があることにも気がついた。

そこで、私は軟化の問題は慎重に取り扱うことにして、Berkeley ではクリープとコンクリートの中のアノ空隙中の水に関する熱力学、これはコンクリート圧力容器のもう一つの大問題であるが、に集中することにした。

Berkeley の後、私は Northwestern 大学に移ったが、そこでの研究の重点は有限要素法ではなかった。むしろ、破壊力学であった。そこで、私もそちらの方向を勉強することになった。1972 年、図書館で本を漁っているうちに、Indian Concrete Journal の中のある論文に目がとまった。P.F. Walsh、当時まだ私は彼を知らなかったが若いオーストラリアの青年であり、切り欠きのあるコンクリートはりについて、すばらしい破壊実験を報告していた。それらは、非常に強い寸法効果を示していた。そして、その寸法効果は累乗則に則っておらずしたがって当時絶対的と考えられていた Weibull の統計理論とは矛盾していた。しかも、観測されている寸法効果は統計理論で説明するにはあまりに寸法依存性が大きかった。もはや、ぜい性的な異方性材料が、いままでと異なった寸法効果理論を必要としていることは明らかであった。

Northwestern 大学には、若く互いに競い合うしかし協力的な有能な固体力学グループがいて、私はその恩恵を被った。そのグループは、いくつかの学科に分散して研究しており、毎金曜日活発なセミナーに集まり、その後夜中まで続くパーティーとなるのがいつもであった。今でも覚えているのは、挑発的なタイトルである「連続体力学における赤い鰐とありふれた魚」（これは、実際何人かの生物学者を引きつけたのであるが）として Ronald Rivlin は、いくつかの連続体力学の神聖なる法

則、たとえば、Equipresence の法則などを茶化したのである。私にとってそれはひずみ軟化のタブーに突入する恐れを緩和した。（もしもまだ鉄のカーテンの向こう側に止まっていたなら、状況は違っていたであろう。と言うのもひずみ軟化のような研究に社会の資源を浪費するのはアカデミーの全能なる委員会が禁止していたからである。）

それに、物理学者はひずみ軟化の類のモデルに恐れを抱いていない（たとえば、古典的ではあるが蒸気の圧力体積関係における van der Waals の相変化にみられるように）と言うことも分かってきた。

そのうち、Jim Rice が Northwestern にやってきた。彼の熱烈なセミナーとそれに続く討論には目を覚まされる思いだった。私は、彼と彼の生徒の John Rudnicki によって展開された考え（塑性ひずみがせん断帯に局所化する原因は有限ひずみの幾何学的な非線形効果によるものであるという考え）、ならびに彼と Andrew Palmer の仕事である、過圧密された粘土における滑りに対するモード II の粘着性ひび割れモデルによって示された寸法効果には大いに興味をそそられた。そして、非弾性ひずみは局所化しやすく、材料のある種の特性長さがその局所化を支配しているに違いないことを理解し始めていた。ミラノの Giulio Maier による初期の軟化分岐研究によって刺激され、1975 年、2 次仕事による安定ならびに分岐解析研究を通して、分布ひび割れ、あるいはひずみ軟化はひび割れの局所化の幅が材料の特性である、ある限界値、すなわち今やそれは特性長さと称されているが、に制限される場合にのみ意味がでてくることに私は気づいた。

さらに、それは Walsh によって実験的に見いだされたようなものとは異なる決定的な寸法効果の存在を意味していた。ちょうどそのとき偶然にも、1974 年に Stan Fistedis が「AEC に液体金属による原子炉の仮想的な様々な事故シナリオのもとでコンクリート圧力容器あるいは格納容器の破壊解析に関する研究提案を書け」と言ってきた。一端、研究費が認められたあと、それは自然に、Argonne National Laboratory の Stan のグループとの長きにわたるおつき合いとなった。Stan は私に実験室レベルの寸法の実験結果をいかにして非常に大きく、政治的にも敏感な構造物に外挿しうるか聞いてきた。そこでは、どうにかして分布ひび割れを現実的に取り込まなければならなかった。そのためには、軟化肢を定義しなければならなかったし、それは寸法効果が現れることを意味していた。

1976 年、Arne Hillerborg が全く淡々と記憶されるべきセミナー講演を Northwestern で行った。Arne は、原子レベルの破壊に適応されるべき 1979 年の Barenblatt のモデル、そしてその破壊エネルギーとの関連は Rice によってすでに明らかにされていたが、そ

のモデルから発展した粘着性ひび割れモデルと類似の仮想ひび割れモデルをコンクリートについて示した。Arne は半延性ぜい性材料と異なって、延性のないコンクリートのような軟化材料においては、すでに存在するひび割れの進展解析のみならず、材料のどの部分にでも発生するひび割れの発生解析にも、その粘着性ひび割れモデルの使用が可能であることを示した。彼は、彼のモデルが切り欠きのないコンクリートはりの曲げ破壊に対する寸法効果を、強度のばらつきを入れなくても求めることが可能で、それは実験に一致していることを示した。その後、私は Arne と有名な Café Provencal で夕食をしながら穏やかに彼のモデルと crack band model の比較を議論したのであった。

しかし、今ではその議論は必要ではなかったことが分かっている。というのは本質的にこの二つは等価であってほぼ同じ解を与えることがその後分かったからである。粘着性ひび割れモデルは弾性解を利用して、線形破壊力学モデルに結びつけるのに便利である一方、crack band model は既往の有限要素法プログラムに入れ込む場合とか、広い非局所化ゾーン形態のひび割れ解析に向いている。

ひずみ軟化構成則モデルの分岐、安定解析からの不可避的な結論は、そのようなモデルを使った有限要素法は、1970 年代から非常に盛んにはなったものの、メッシュ依存性のある非客観モデルであり、要素を小さくしていくと解が誤ってメッシュ分割に依存してしまうことであった。

メッシュサイズを限りなくゼロに近づけていくと、解析はエネルギーゼロで物が破壊する結果を導く。この事実、構造エンジニアの実験家から声高な反対を引き起こす大きな火種と化した。たとえば London, San Francisco, Berlin, Paris の SMiRT で、またいろいろな ASCE の会議で反対議論が巻き起こった。そのような会議の一つであった Waterloo で、私は Luigi Cedolin と出会った。彼は、私の意見に賛成してくれた。そして、1977 年彼は、Evanston に sabbatical (ある一定期間大学に勤めた後、半年あるいは 1 年自由に他機関で過ごせる権利) で来て、持ち前のねばり強さと洞察力でエネルギーに基づく初期の crack band model の定式化と証明を手伝ってくれた。その後 Byung Oh の大変な協力でそのモデルは進行性ひずみ軟化を伴った損傷構成則へと展開された。Baht, S.-S. Kim, Tsubaki, J.-C. Chern, そして F.-B. Lin が、さらに塑性モデルから軟化のより洗練された構成則への展開をやってくれた。概念的にも、破壊の局所化が、熱および乾燥のひび割れシステムの安定解析によって解明されていった。東大の Ohtsubo も協力してくれた。

しかしそれでも Crack band model は、連続体力学の信奉者にとって治癒の女神とはならなかった。1982 年、

Stone Mountain で行われた Atluri の NSF ワークショップで、Ivan Sandler が反対し、「あなたの crack band model がゼロサイズのメッシュを許容しないのであれば、収斂問題はどのように定義されるのか。また、これはいずれにしろ ill-posed 問題であるが、境界値問題とどのように数学的に関係づけられるのか」と。この会議ばかりでなく、その前に行われた 1980 年の General Butler Park 会議でも、ほかの会議においても似たような議論が Read, Hegemier, Valanis, Leckie らによってなされた。私は、この境界値問題は、正しく規範化されなくてはならないことを認めざるを得なくなった。この規範化のことで、私はライバルでもあり友人でもある Belytschko と議論をし、AFOSR と DNA の研究費を共同申請し力を合わせることにした。そして、これは 1983 年 T.-P. Chang の助力も得て、2 次勾配近似理論でもあるひずみ軟化非局所化モデルの構築となった。この考えは、初期の弾塑性モデル(硬化型)である Eringen, Edelen, Kroner, などの理論から借りたものではあるが。しかし、その最初のバージョン(imbricate という)は、プログラム化するのが大変で、周期的なゼロエネルギー不安定モードで発散しやすく、その発散は人為的な平行連成操作により抑えなければならなかった。より一層良好な方法が、フランスからの人材によって実現した。それは、Gilles Pijaudier-Cabot で彼は軍隊義務を私のところの博士の学生であることで満たすべくやってきた。私はフランスの大佐に彼の進歩ぶりを報告しなければならなかったが、進歩は大変によかった。1986 年のある時 Gilles は私の部屋に、走り込んできて「全ひずみの局所化がトラブルの原因なのだから、非弾性ひずみのみを非局所ひずみとして扱ったらどうだろう」と言った。そしてそれは有効であった。(しかし最近、di Luzio の microplane の数値解析研究は前の記述にもかかわらず全ひずみを超非局所化形式で扱うことによって復活することを示した。ただし、それは弾性ひずみではなく、軟化降伏限界を制御することのみに使用するのであるが。)

1983 年に定式化された寸法効果則これは最大荷重に達する前に大きなひび割れが発生する構造物に対してであるが、これはディフェンドするのが難しく、身内からも批判されることになった。たとえば、同僚である Toshio Mura はセミナーのあと辛辣に、しかし友好的に、「Zdenek あなたの寸法効果則はあまりに単純すぎる。よく言って、過度な単純化である。そして、式の誘導が厳密でない」。こう言われて返す言葉はなかった。したがって、有能な助手のグループとともに、有限要素法とマイクロメカニカルなランダム粒子モデルを使ってその法則を検討し、実験的にもその有効性を証明するために努力した。その寸法効果則は破壊エネルギー、破壊力学パラメータを最大荷重を計測することのみにによって決定することを可能とし(これは Pfeiffer と Kazemi の

協力による), ポストピークを計ることを必要としないのでより一層の誤差を招かないのであった。1990 年代の中頃, 私の尊敬する友人でありかつ協力者である Jaime Planas が, Elices や Guinea とともにこの考えを進展させて, 最大荷重を計るだけで, 粘着性ひび割れの初期軟化勾配を決定できるようにした。この勾配は, 軟化曲線の尻尾の方とは異なって構造物の耐荷容量を決定するのに重要なパラメータなのである。

私のスペインの第 1 級の研究者との交流 (それは 1985 年 Manuel Elices のスペイン政府の研究費を申請してみないかという誘いで始まった。その研究費は, スペインがアメリカ政府に空軍基地を貸している賃料の一部をアメリカ・スペインの共同研究費に出すと言う取り決めによるものであるが) は大きな成果を生むことになった。たとえば, 寸法効果のテスト方法, そして, 温度, 湿度, 載荷スピードが破壊パラメータに及ぼす影響の解明などである。これには, 我々の助手である J.K. Kim, Phil Pfeiffer, Ravindra Gettu など大いに協力したのであるが。理論面においても, 粘着性ひび割れモデルの漸近性, すなわち等価な線型破壊力学曲線と塑性曲線間の両者への漸近近似に基づいて, より一層厳密な寸法効果則の開発が進められた。そして, その試みは成功した。そして, 適用性の限界が明らかになると同時に, ぜい性せん断破壊, 圧縮破壊, 岩盤における削孔穴の引き抜き破壊, 雪崩の開始などのそれぞれの式へ分化していった。

「寸法効果は, 純粋に決定論的なものばかりではないであろう。材料は元々ランダムであるから, 統計的な部分もあるはずだ。で, その部分は Weibull 分布的になるのではないか」と言うのが別の種類の批判であった。それらの批判には, ASCE や ICOSSAR の信頼性会議で直面した。1990 年代を通じて, Yunping Xi と Drahos Novak がこのことに関して, 特に大きなひび割れが生じて破壊に至る場合, あるいは, 割裂試験のように最初のひび割れで破壊する場合の解明を手伝ってくれた。後者の場合は, エネルギー則と統計的なばらつきを融合させたような式に発展した。この式の正当性は, 岐阜の Rokugo, 仙台の Koide, Madrid の Rocco や他に見いだすことができる。

最初から, コンクリートの分布破壊の計算モデルは, 研究の目的であったし, 進歩の背景にあった原動力であった。私は, この種のもっとも初期のワークショップに参加することができた。1978 年に Milano の Luigi Cedolin によって開かれた会議, これは Fratelli Pesenti 財団によってサポートされたものであるが, またその 2 年後に開催された Vienna の Mang による会議などである。分布ひび割れモデル, 準ぜい性材料破壊, 寸法効果の初期の頃の計算モデルは 1990 年代にはかなり洗練されてきた。たとえば, Lausanne の Jirasek や Vienna

の Mang の成果である。Delft の Rots や Prague の Chervenkas は crack band model に基づいて強力な市販ソフトウェアを開発した (DIANA, SBETA, ATE NA)。もう一つの実際的なアプローチは, 有限要素法の中に不連続性を埋め込む方法であるがこれは Leroy, Ortiz で始められ, Belytschko, Fish, Shing, Jirasek らによってよりよいものとなった。高次の不連続性を避けるために, 2 次の勾配を別の微分方程式 (Helmholtz の方程式) に入れ込んだモデル, そしてそれは積分方程式による非局所化モデルとして正当化されるものであるが, その有効な 2 次勾配モデルは, de Borst, Peerlings, や Delft の他の研究者によって, 開発された。その非局所化勾配モデルは十分なメッシュ分割の元でひび割れの進展の方向やその順序などを解析するのに大変よい方法であることが認められた。これと全く別種の方法は, Belytschko や彼の協力者によって開発されたメッシュレス方法で, partition-of-unity 定式化である。しかし, この分野の有効なモデルや, 開発の貢献者をあげるには, あまりにも分野が広くなりすぎてしまった。

「あなたの非局所化モデルは何か物理的な根拠を持っていますか」と Northwestern の Toshio Mura がある時言ってきた。最初の頃, 私はこれに対するはっきりした答えを持っていなかった。しかし 10 年前, その答えは, 材料の異方性, マイクロクラックによるエネルギーの解放, そして隣のクラックとの連成となって, 実を結ぶことになった。しかし, 隣のクラックとの連成関係は, 一層複雑な非局所化モデル, それはひび割れ方向依存で, かつ隣り合うひび割れ同士が持つひび割れを抑制する効果と伸長させる効果の二つを区別出来るものでなくてはならず, そのような非局所化モデルの必要性を示していた。Jirasek と Ozbolt は, このモデルの作成とキャリブレーションに随分と協力してくれたのであるが, さらなる物理的な根拠は, Zubelewicz, Tabbara, Jirasek, Cusatis らによって, 1990 年代にランダム粒子モデルやせん断格子モデルを使った, 破壊プロセスゾーン, コンクリートや氷の寸法効果のシミュレーションによって得られた。しかしながら, 有効で一般的な, そしてミクロ力学の上に健全にうち立てられた非局所化モデルは, 今後も追求されなくてはならない。

分布するひび割れや材料の損傷の洗練された解析を有用なものとするためには, 現実的な構成則がうち立てられなければならない。一つの格好のいい方向は, Kachanov や Lemaitre 他によって始められた連続体損傷力学である。しかしながら, その理論の多くのものは抽象的で特性長さの概念を持っていなかった。コンクリート分野にいた我々は, ひずみ軟化について説得性を持つためには定式化の中に特性長さが組み込まれるべきではないかと考えた。もちろんそうあるべきであって, コンクリートに対するモデルはこの基本的な要求を守ってい

る。Pijaudier-Cabot や Carol の助力で Northwestern で開発されたモデルや、Mazars らによってフランスで開発されたモデルが例である。

できるだけ簡明さを保ちつつマイクロ構造中のひび割れの開閉、摩擦滑りなどの物理現象をとらえる構成則モデルが、1938 年の偉大なる G.I. Taylor の考えに刺激されて、逐次マイクロブレーンモデルとして Northwestern で開発され、洗練されてきた。最初は、Oh, そして Prat, Hasegawa, Carol, Xiang, Jirasek, Caner, Brocca である。このモデルがどうして物理現象を捉えるのによいかというと、マイクロブレーン構成則は、応力およびひずみテンソルのうえで構築された構成則ではなく、すべての方向を持った微小面上の応力とひずみのベクトルによって定式化されているからであり、このことのためにマイクロブレーンと名付けられているのである。しかし、計算時間が膨大になりすぎないかと言うのがしばしば反対の理由となった。しかしそれも今や、計算機の能力のとてつもない増進によって問題ではない。Vicksburg の WES で Mark Adley と Steve Akers が数百万要素の有限要素法によって最新のマイクロブレーン M4 モデルを使って衝突と地表の衝撃シミュレーションを行った。そのモデルは最初の頃はコンクリート用であったが今や異方性の岩盤、土、剛な泡状材料、複合繊維、金属、形状記憶合金などに使われている。形状記憶合金は、Cate Brinson が解析した。

今までのところあまり成功していないのは、エンジニアリング分野の人たちを説得することであったが、特にコードを決定する機関に対して、粘着性ひび割れモデル、非局所化連続体モデルの基本的な結果である決定論的な寸法効果を取り入れることの説得については成功していない。もちろん実験的なデモンストレーションやキャリブレーションが必要なことは明らかであり、このために Northwestern でも過去 20 年間スケールダウンしたコンクリートの寸法効果実験を行っている。この中でもっとも印象的な実験は日本でなされた。東京大学で 1985 年に Okamura によって行われた Japan-US ワークショップでは、我々アメリカ人は個人的に考えたのであるが、一体どうして日本の会社、鹿島と清水がそんなにも大きな寸法の PC コンクリートはりスラブ（それぞれ 36 m と 20 m のサイズ）のせん断破壊寸法効果実験を行う費用を出すのであろうかと。この実験の結果（Iguro, Shioya, Nojiri, Akiyama らによって報告されたのであるが）日本は Okamura の説得によって、初めて寸法効果を RC の設計コードに取り入れた国となった。また、寸法効果のみを対象とした会議を開始した最初の国ともなった。1993 年東北の Mihashi である。多くの、革新的な展開がひび割れや破壊のモデリングについて、日本で現れた。Hori のトンネルライニング解析、Tanabe の高温解析、Okamura や Maekawa の構成則モデル

である。

過去の経験によれば、大ダムは下流の住民にとって危険な代物であるということから関心の的になりつつあった。1990 年から 1994 年の間、Wittmann, Saouma, そして Mazars は Lugano, Boulder, Chambery で会議を開いた。討論は、白熱し、「何故我々は破壊力学によって悩まされなくてはならないのか。我々は、コンクリートを寸法効果のない塑性タイプの解析で十分である no-tension 材料として取り扱っており、安全である」と、あるダム技術者は討論した。にもかかわらず破壊と寸法効果の解析の必要性がとうとう認められた。これも私の考えでは、Lausanne の Milan Jirasek, Madrid の Elices グループの非局所粘着性有限要素研究の成果に負うところが大きい。Boulder の Victor Saouma によって、ひび割れの入ったダムを破壊力学によって解析しなければならない条項が設計コードの中に組み入れられた。この結果、アメリカはこの種の仕様がコンクリートの主たる条項になったたぶん初めての国となった。コンクリートから岩盤、準ぜい性材料へと決定論的な（エネルギー的な）寸法効果特性を組み込む展開は、登り坂の苦闘であった。コンクリートにおける初期の展開と同じく破壊力学は 1980 年代には海中の氷塊には適用できないと考えられていた。統計的なばらつきのみが寸法効果としてあると考えられていたのである。海軍は北極海の航海に関心があり、特に潜水艦の浮上の問題に関心があった。一方、石油会社はオイルプラットフォームに作用する外力、浮いている氷塊の耐荷力を理解する必要があった。私は海水の破壊と寸法効果の研究を始めることについて海軍の研究所を説得し、やがて John Dempsey (Clarkson における友人で Northwestern にいた関係で知り合いだった) と研究費を争うことになった。結局彼が研究費の大きな分け前を得たのであるが、我々は、協力することになり 1993 年 John および彼のチームと北極海に行き Cornwallis 島近くで記録破りの寸法効果実験に参加することになり、わくわくする体験をすることになった。実験では、80 m × 80 m × 1.8 m の切り欠きのある氷の試験体をひび割れ開口幅制御の下で破壊実験を行うことに参加することになった。ばらつきはあるものの、測定値は単純な寸法効果則によく一致した。海水も準ぜい性材料であり大きなスケールで破壊力学に従い、統計的でない寸法効果を示すことが分かった。この事実は、氷に対する力学を変更することになった。たとえば、John の実験結果はオイルプラットフォームに作用する移動中の氷塊が実験室での実験結果に基づいた弾塑性有限要素法によって推定される力よりも 1 オーダ小さい理由を説明するのを可能にした。Northwestern の Y.-N. Lin と J.-J.H. Kim は海に浮かぶ氷への鉛直貫入による破壊の解析を行ったが強い寸法効果を認めている。

ポリマー繊維複合材とサンドイッチ構造についての話

も似たようなものである。1990年代の中頃でも破壊力学は適用不可能と考えられていた。実際問題には適用されていなかったし、教科書にも載っていなかった。寸法効果は普通無視されていたし、厳密に統計的なばらつきによるものと考えられていた。しかし、海軍が大きな船舶を造るためにこのような複合サンドイッチ構造に興味を示した。海軍研究所（ONR）の Yapa Rajapakse は現状の技術に懐疑的で、破壊力学に基づく寸法効果を捉えるための研究費を得るために努力してくれた。同僚であり友人でもある Isaac Daniel も同様な見解を有しており、我々はチームを組むことになった。有能な助手とともに我々は再び繊維複合材料の大きな試験体が決定論的な寸法効果を示すことを発見した。それは、ひび割れが入ったことによる破壊に対してばかりでなく、大きなひび割れが入った後の破壊に対してもそうであったし、引張に対しても圧縮に対しても、特に帯的なキンキングによるマイクロひび割れに対してはそうであった。サンドイッチのシェル構造についても同様な結果が出始めている。もちろんまだ困難な問題が存在する、たとえば異方性の問題、層間での剥離、そこでの滑りや破断現象などである。

コンクリートの設計コードへの導入改良問題への戦いは今日もなお続いている。しかし、雰囲気はだいぶ変わってきた。つい最近まで、コード決定委員会は、主として実際業務を行っているエンジニアや業務向きの研究を行ってきた学者からなっており、破壊力学に基づく寸法効果式の導入に断固として反対してきた。導入することは、塑性力学に基づく居心地のよい限界状態設計法の放棄を意味するからであった。しかし最近、このような委員会の多くのメンバーがコンクリート構造物に寸法効果は存在するしそれは重要であることを認め始めているのである。寸法効果はもはや厄介者ではなく、必要なものと考えられるようになってきている。現在問題になっているのは、寸法効果に関して多くの提案式がある中でどの式を採用すべきかということである。残念なことに、理論的な根拠を持たない純粋な経験式が、深い理論に基づく提案（これは勉強して自分で理解しなければならない）よりも今なお好まれる傾向にある。

さて、我々は、如何にして設計コード用の簡易な寸法効果修正式を導けるだろうか。私の考えでは、それらは漸近的なマッチングによるべきであり、大きな寸法の構造物に当てはまる線型破壊力学による公式と寸法の小さな構造物に当てはまる現在の限界状態式の間を漸近的に結びつけるのがよいと考えている。正しい漸近手法がとられたならば、通常の範囲を大きく超えて適用される場合にも、実験データでキャリブレーションを行った範囲を超えた実際の状態をカバーして一般的な適用性があると考えられる。経験式は、全くの偶然以外にはこのような適用性があることはないと考えられる。

統計的なばらつきのことについては、大きな問題がまだまだある。統計的なデータから見れば、大きな構造物の自重に対する現在の安全係数は活荷重に比較すると過度で大きすぎる。大きな構造物の自重は、小さな構造物に比べて内力の大きな部分を占めており、自重に対する過度な現行の安全率（典型的には 1.4）は隠された寸法効果（それは 30% にも上ると考えられる）を表している。

この隠された寸法効果は、現行の限界状態設計法の中に陽に寸法効果を導入しないという事実を償っているのではないかといえば、広い意味ではそうであろう。しかし、それは不合理な方法なのである。ある種の破壊、たとえば鉄筋の降伏による延性的な曲げ破壊に対しては、そのような補償は必要ない、しかしほかの場合、たとえば斜め引張せん断破壊や strut-tie モデルの圧縮部材の圧壊のような場合には、もっと大きな補償が必要であろう。高強度コンクリート構造物や PC 構造物は軽いから、普通コンクリート構造物や PC でない構造物に比べて隠された安全率は小さくなる。しかし、寸法効果はそのぜい性の故により大きくなる。要は、寸法効果を自重の安全率の中に隠してしまうのはスマートな考えではないのである。

Prague において、ある有名なエンジニアが懐疑的な口調で尋ねた。「寸法効果が、かつて構造物の破壊を招いたことがあるだろうか」と。それは確かに招いているのである。しかし、際だってそれが主たる原因というわけではない。寸法効果がその原因の 25% から 55% を占めると思われる有名な破壊例は、たとえば Alps の Malpasset ダム（1959 年）、California の St. Francis ダム（1928 年）、New York の Schoharie Creek 橋（1987 年）、Norway の Sleipner 石油プラットフォーム（1991 年）、神戸地震による阪神高架橋（1995 年）、Loma Prieta 地震による Cypress 高架橋（1989 年）、Northridge 地震による Los Angeles の橋脚、などである。では、何故、Schoharie Creek 橋（1987 年）を除いて調査委員会でそのことが認められていないのか。その理由は、土木構造物では航空技術に比べて非常に安全係数が大きいことが挙げられる。一般的に、橋りょうあるいは建物を崩壊させるのには、幾つかのエラーが必要であるが、航空技術においてはたった一つのエラー（たとえば、大きな飛行機の尾翼の複合繊維に対する寸法効果が無視されたなど）があれば、飛行機を墜落させるのに十分である。

もう一度自重のばらつきの統計的なエラーに戻って、本文を終了したい。我々は、自重に対する安全係数を最近提案があるように低減すべきであろうか。それは、統計によって支持されるのであるが。絶対にそうすべきではない。そのような低減は、寸法効果がコードの中に取り込まれない限り危険なことである。同じようにして、

寸法効果をコードの中に取り込みながら、自重に対する安全率を合理的な値まで低減しないことは不合理と言える。同様にして、大きなコンクリート構造物に対する詳細な有限要素法破壊解析、寸法効果解析は、その構造物が現行のコードによって過度な安全係数を自重にかけて設計されている場合には、解析の目的が成り立たない。そのような場合の解析は、単純な破壊包絡線の外にあるのかどうかの検討だけで十分であろう。

ある熱狂的な計算家が私に言った事であるが、コードにおける安全係数をやめて、確率有限要素法解析 (Stochastic Finite Element Method) で設計したらどうかと。これは魅力的な提案であるが、現在の時点では不可能である。現在存在する確率有限要素法の定式化では、極端に小さな破壊確率たとえば 10^{-7} は推定できない。というのは、確率分布の尻尾の構造が不正確だからである。すなわち、もしもこれらの定式化が正しいならひび割れと同時に破壊する場合、たとえば割裂試験の場合など、解析の結果は Weibull タイプの寸法効果に収斂しなければならないが、そうはならない。ではなにが

問題であろうか。確率分布の尻尾は基本的に指数関数である。極値統計理論では正しくは、Weibull 分布となる。したがって、接線剛性マトリックスの最小固有値が負に出現する確率が、破壊に近づくにしたがって Weibull 分布になるような確率有限要素法を編み出す必要があるのである。現在のところ、確率有限要素法は破壊確率が 1% から 10% の荷重を推定できる。しかしそれ以上は無理である。明らかに、破壊力学の専門家、信頼性理論の専門家、計算力学の専門家の連携された努力が必要である。苦闘は終了からはほど遠い。しかし、進歩はそれが報われることを意味している。

(和訳：田辺 忠顕)

■訂 正■

本誌 1 月特集号 3.8 「Triaxial Strength of Concrete Materials (p. 109~115 掲載)」中で、下記和文訳者名が欠落しておりました。ここに深くお詫び申し上げます。

和訳：田辺 忠顕