UDC 539.67 : 669.017

金属の内部摩擦(その2)

浅野 滋*, 石井 謙一郎**

Internal Friction of Metals (2)

Shigeru Asano, Kenichirô Ishii

1. 序 論(その1)

2. 緩和型の内部応力(〃)

3. 転位による内部摩擦

3.1 転位による内部摩擦の種類

転位による内部摩擦としては、前章で触れた Bordononi ピーク など緩和型のもののほかに、振巾依存型(静履歴型)の内部摩擦、および超音波領域での転位の共鳴による内部摩擦がある。Bordononi ピークの正確な機構はわかっていないが、転位がパイエルス・ポテンシャルを越えることと関係があると考えられている。しかしながら、このポテンシャルの山は低い(面心立方金属では、Bordononi ピークから求めた活性化エネルギーは0.1eV ぐらい)。普通の温度ではこの山は容易に通過することができるので無視してよい。そして、この場合には転位線の張力を考慮に入れると、転位はゴム糸のように弦振動するものと考えられる。弦振動には共鳴(共振)という現象がある。そのため弦振動による内部摩擦は振動数に依存する性質をもち、共振点で最大の値をもっている。試料の振巾には依存しない。しかしながら、試料の振巾が増すと、いわゆる“break away”の現象が起こり、弦振動のモ

デルは成立しなくなる。その代りに、「静履歴型」の内部摩擦が起こる。これは振巾に依存し、普通、振動数には依存しない内部摩擦である。

以上のような転位による内部摩擦のなかで、Bordononi ピークは結晶のパイエルス力という、いわば intrinsic な性質と関係がある。これに対し、転位の弦振動に基づく「共鳴型」の内部摩擦、および大振巾での「静履歴型」の内部摩擦は転位と溶質原子、あるいは他の点欠陥との相互作用にも関係がある。この2つの内部摩擦は、現在 Granato-Lücke の理論によって、統一的にかなりよく説明されている。この理論について述べる前に、まず、振巾依存性を中心に、転位による(と考えられる)内部摩擦の性質を概観してみよう。

3.2 内部摩擦の振巾依存性

振巾に依存する内部摩擦の測定は最初 T. A. Read¹³⁾(1940)によって行なわれた。Read は約 70kc の振動数で、Zn および Cu 単結晶の内部摩擦を測り、これらの結晶の内部摩擦は、主として転位によるものであると述べた。その後、各種の結晶について非常に多くの測定が行なわれ、今日に至っている。

振巾依存内部摩擦は、一般に第13図のような形をもっている。振巾の小さいところでは、内部摩擦は振

昭和42年12月18日受付

* 名古屋工業大学

** 名古屋工業大学、工博

第13図 Cu 単結晶の内部摩擦の振巾依存性の一例
(この図だけ、横軸が linear scale であることに注意)

巾によらず一定である。振巾を増していくと、あるところ、いわゆる“break away point”から内部摩擦が増しはじめる。そして多くの場合、さらに振巾を増していくと、内部摩擦の増加が再びゆるやかになる。振巾に依存しない部分を Δ_I , break away point 以上の部分を Δ_H と記すと、内部摩擦 Δ は $\Delta = \Delta_I + \Delta_H$ のようにあらわされる。

a 焼鈍状態 ; b 50 psi ; c 100 psi
d 125 psi ; e 190 psi

第14図 内部摩擦の振巾による変化

Cu 単結晶、測定前の加圧の影響を示す (Read, 1941)

第14図は銅単結晶の内部摩擦の例である¹³⁾。この図には、測定前に一定の外力を加える（降伏応力の3/4ぐらい）ことの影響もあわせ示してある。加える力を増すと内部摩擦が急に増している。力を加えると転位密度は増加するであろう。したがって、図の結果は内部摩擦が転位によるものであることを示唆している。金属の内部摩擦を測る場合に、測定前に僅かに手を触

第15図 Al 単結晶の内部摩擦の振巾による変化
(Chambers, 1960)

れただけでも、内部摩擦に著しい影響を受けることは、実験者のよく経験することである。

第15図はアルミニウム単結晶について、内部摩擦の温度による変化を示す¹⁴⁾。温度を上げると Δ_I も Δ_H もともに増すのが見られる。break away point は温度が高くなると低い振巾で起こる傾向がある。

第16図 Pb-Bi 単結晶の内部摩擦の振巾による変化
(Weertman and Salkovitz)

内部摩擦は試料のなかに含まれる微量の不純物によっても著しい影響を受ける。第16図は Pb-Bi 合金単結晶の内部摩擦を示す¹⁵⁾。Bi の濃度が増すにしたがって Δ_I が下り、同時に break away point は高い振巾の方へ移っている。このような結果は溶質原子が増すと、転位が動き難くなるものであろうことを示唆している。そのほかにも、加工後の焼鈍、高温からの急冷、時効、放射線照射など、いろいろな処理によって、敏感な影響を受けることが見出されている。

振巾依存内部摩擦の特徴の一つは、内部摩擦を測る場合に、試料を振動させることによって内部摩擦の値自身も変化を受けるといふ現象がしばしば見られることである。振動という一種の加工、あるいは疲労試験によって試料の内部状態が変化を受けることを意味している。

第17図 Zn単結晶の内部摩擦の振動時間による変化 (Read, 1940)

第18図 Zn単結晶の内部摩擦に見られる履歴現象 (Read, 1940)

第17図はZn単結晶の例である。これは一定の振巾で振動を続けると内部摩擦が時間とともに増加することを示す。

また、第18図は振巾を増しながら測ったのち、振巾を下げながら測ると、内部摩擦がはじめよりも高い値をもつことを示している。この現象を履歴現象と呼んでいる(180頁で述べたものとはまったく別の事柄である)。このような測定自体によって受ける変化は、比較的高温で起こる場合が多い。たとえば、Cu¹⁸⁾では150~300°Cの範囲、Al¹⁹⁾では60~200°Cで起こると報告されている。

3.3 Granato-Lückeの理論

転位による内部摩擦の理論として今日もっとも広く受け入れられているものは、Granato-Lücke¹⁷⁾の理論である(以下G-L理論と略す)。この理論はKoehler¹⁸⁾(1950)の転位の弦振動の理論を発展させたものである。G-L理論については、すでに多くの解説などもあるが、ここでも、一応、順序として、その筋道を述べておくことにしよう。

一弦振動のモデル

G-L理論では第19図のようなモデルを用いてい

第19図 転位による内部摩擦のG-Lのモデル (Granato-Lücke, 1956)

る。(a)のように両端を固定されたある有限の長さ L_N の転位、たとえば転位網の一部がある。この転位はさらにところどころ不純物または他の点欠陥によってピン止めされている。この転位は外力が加えられると(b)のように曲がる。外から振動応力を加えられる場合には、転位はこの状態で弦振動をする。

いま、転位の有効質量を m 、張力を C 、転位の運動に対する摩擦力を B とすると、転位の運動は次のようにならわされる。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + C = b \sigma_0 \sin(\omega t + \alpha) \dots (3.1)$$

右辺は転位に加えられる力をあらわす。この式は質点の力学に出てくる強制振動の方程式である。共振点 f_0 は

$$f_0 = \frac{2\alpha_0}{\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (\text{附録参照}) \dots (3.2)$$

では転位が大きな振巾で振動し、このとき内部摩擦も最大になる。共振点より低いところ、および高いところでは共振点の裾野という意味で、内部摩擦の大きさは振動数とともに変化している(第20図)。

実線は理論値、○は実測値、195°K

第20図 高純度 Cuの超音波による内部摩擦測定の一例 (Alers and Thompson, 1961)

f_0 より高い領域では d を $\log f$ でプロットした。図の勾配はほぼ B に比例している。したがって、この超音波の over damped resonance の領域での内部摩擦の測定から、転位の振動に対する摩擦力 B を求めることができる。

転位の運動に対する摩擦力 B は、転位と格子振動(音波)との相互作用が主な原因であると考えられている。

振動数が f_0 よりはるかに低い kc 以下の振動数では、内部摩擦の大きさは振巾によらず、次式であらわされる。

$$d_1 = 120 \Omega B A L^4 \omega / \pi^2 C \dots\dots\dots (3.3)$$

ここに、 Ω は方位因子（外力と転位に加えられるずれ応力成分との比）、 A は転位密度、 L は次のような転位ループの平均の長さをあらわす。

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_c} + \frac{1}{L_N} \dots\dots\dots (3.4)$$

普通、 $L_c \ll L_N$ であるから L はほぼ L_c に等しい。

弦が(b)のように曲がっているとき、外力をとり去るともとの位置(a)にもどるので、見掛け上の弾性変形が増す。その結果、転位のない結晶にくらべて弾性率が下がる。転位のない結晶の弾性率を E とし、転位によって変化した部分を $4E$ とすると、

$$\left(\frac{4E}{E} \right)_1 = \frac{6\Omega}{\pi^2} A L^2 \dots\dots\dots (3.5)$$

となる。この比は modulus defect(弾性率欠陥)と呼ばれている。 d_1 が L^4 に比例するのに対して、modulus defect の方は L^2 に比例している。内部摩擦を測る場合には、一般に弾性率も同時に測ることができるので、この modulus defect も内部摩擦と同様に重要な測定量である。

—break away の現象—

外力が大きくなると、転位は第21図(c)のようにピン止めからはずれる。このとき注目すべきことは、1本の転位線上のどこか1カ所ではずれると、直ちにその転位線上のピン止めが全部はずれることである。

最初にはずれるのは l の長さの最も長いところであろう。より正確に言えば、第21図のように、 $l_1 + l_2$ の最も長いようなピン止め点Cは転位に加えられる大き

隣接する弦 $l_1 + l_2$ が最大になるようなピン止め点Bが最初にはずれると、その隣のC、Aが続いてはずれる。

第21図 ピン止め点からの離脱

な力をささえているので最初にはずれる。いったんはずれると、その隣のピン止め点にさらに大きな力が加わるので、これも直ちにはずれる。そしてさらに次々とすべてのピン止め点がはずれていくので、(b)→(c)へ

の移り変りは瞬間的に行なわれるであろう。

ピン止めがすべてはずれて(c)の状態になったのち、外力の向きが反対になると、転位はもとの位置(a)にもどる。外力の下でピン止め点がはずれる場合には仕事を要するが、もとの位置へもどるときには、そのような仕事を要しない。したがって、ピン止めをはずすための仕事がエネルギー損失の原因になる(第22図)。

(歪は転位による部分のみを示し、弾性歪の方は差し引いてある)。

第22図 第19図のモデルによる応力—歪の関係 (Granato and Lücke, 1956)

G-Lの理論では、さらに次のようなことも考慮に入れている。(b)→(c)への移り変りが一定の応力の下で起るものとする、内部摩擦もその振巾のところで急に、不連続的に増すことになる。しかしながら、ピン止め点の間隔は不規則に分布している。その結果、長い l をもつ転位が低い応力の下でまず離脱 (break away) を起こし、応力(振巾)が増すにしたがって、次第に短い l をもつ転位が離脱するようになる。その結果、実測値に見られるような、なだらかな振巾依存性が導かれる。以上のような点を考慮に入れると、 d_H は次式であらわされる。

$$d_H = \frac{C_1}{\epsilon_0} \exp\left(-\frac{C_2}{\epsilon_0}\right) \dots\dots\dots (3.6)$$

$$C_1 = \frac{\Omega}{\pi} \frac{A L_N^3 K \eta a}{L_c} \dots\dots\dots (3.7)$$

$$C_2 = \frac{K \eta a}{L_c} \dots\dots\dots (3.8)$$

ここに、 ϵ_0 は振巾、 a は原子間距離、 η は溶質原子と溶媒原子との原子半径の差と溶媒原子の半径との比、すなわち、size factor K は転位と溶質原子との結合力に関係する定数である。

(3.6) 式は、振巾依存性の実測値の比較的振巾の低い領域に対して当てはまる式である。振巾が大きくなり、すべての転位が溶質原子の atmosphere から離脱してしまうと、著しい振巾依存性は示さなくなる筈である。

3.4 実測値との比較

以上が G-L 理論のあらすじである。この理論がどの程度まで実験事実とよくあうかについては、G-L 自身¹²⁾ による詳しい検討が行なわれている。またそれ以後のものについては、Niblett-Wilks¹⁹⁾、井形²⁰⁾らの集録がある。それらの結果を見ると、G-L 理論は少なくとも定性的には実測値をよく説明するようである。定量的な比較をするためには、十分に条件のはっきりした実験を行なう必要がある。G-L 理論にはあまりにも多くのパラメーターが入っているので、現在の種のより精密な実験が試みられつつある。

実測値と G-L 理論とをくらべるためには、次のような "G-L plot" を行なってみる。(3.6) 式の両辺の対数をとると

$$\log 4_H \epsilon = C_1 - \frac{C_2}{\epsilon} \quad \text{.....(3.9)}$$

となる。そこで、実測値より 4_H を求め、これを $1/\epsilon$ に対してプロットして直線関係が得られるならば、(3.6) 式が成り立つことになる。この場合、直線が縦軸と交わる点は

$$C_1 = \frac{\Omega}{H} \frac{AL_N^3 K \eta a}{L_c} \quad \text{.....(3.7)}$$

である。これは L_c = 一定の場合には転位密度 A に比例する。いっぽう、直線の勾配は

$$C_2 = \frac{K \eta a}{L_c} \quad \text{.....(3.8)}$$

である。したがって、転位線上の溶質原子の濃度 a/L_c に比例している。

第23図は Read による Cu 単結晶の測定結果を G-L プロットしたものである。4本の曲線が G-L プ

第23図 Cu 単結晶の内部摩擦の G-L プロット、(Granato-Lücke, 1956)

ロットでは、いずれもほぼ直線になっている (歪 ϵ の小さい方では直線からのはずれが見えるが、これは 4_H の値が小さいために誤差が大きいこと、さらに縦軸が $\log$ であるために値の小さい方では誤差が誇張されてみえるものとして、一応見のがすことができる)。そこで、第23図の直線が平行であることは、測定前に加える力が増すにしたがって、転位密度が増すことを意味している。第24図は G-L plot から求めた転位密度と加えた力との関係を示す。

第24図 Cu 単結晶の内部摩擦の G-L プロットより求めた転位密度と外力との関係、降伏点以前に転位が急速に増していることを示す。(Granato-Lücke, 1956)

第25図は第16図の Al 単結晶の測定結果を G-L プロットしたものである。すべての曲線が直線に変わり、

第25図 Al 単結晶の内部摩擦の (第16図) G-L プロット、勾配が温度上昇とともにゆるやかになっている。(Chambers & Smolchowski, 1960)

G-L 式とよく一致している。直線の勾配が高温でゆるやかになることは、高温になるほど、転位線上の溶質原子の濃度が下がることをあらわしている。

次に第26図は第16図の Pb-Bi 合金の結果を G-L プロットしたものである。この場合には、溶質原子の

第26図 Pb-Bi結晶の内部摩擦 (第16図) の G-L プロット, 勾配は Bi の濃度とともに増している。(Granato-Lücke, 1956)

濃度が増すにしたがって直線の勾配が増している。これも G-L 理論の考えとよくあう結果である。

以上の3つの例は、実測値と G-L 式とがよくあう例を示したものであるが、そのほかにも多くの場合に、この式が成り立つことがたしかめられている。

しかしながら、G-L プロットが必ずしも直線にな

第27図 Cu 単結晶の内部摩擦の振巾による変化 (Caswell, 1958)

らない場合も少なくない。第27図は Cu 単結晶の例である²¹⁾。この場合、G-L プロットはすべて曲がっている (第28図)。

第28図 Cu 単結晶の内部摩擦 (第27図) の G-L プロット, (Caswell, 1958)

G-L理論が実測値とあわない場合の理由としては、以下のような理由があげられている。

(1) G-Lのモデルは相当純度の良い結晶に対応している。図のように、転位線上に溶質原子がまばらに分布し、転位の外には存在しないような純度である。普通に用いる金属では、かなり高純度のものでも不純物濃度はこれより高いことが多いようである。

(2) Cu などのように、転位がある巾をもって拡がっている場合には、モデルがそのままでは当てはまらない。したがって、面心立方金属では Cu よりも Al の方がよくあうと思われる。

(3) 振巾依存内部摩擦 4_H はしばしば測定自身のために値が変わることを上に述べた。この場合には 4_H を一義的に定められない。第16図の Al の場合には、振動の影響を少なくするために、それぞれの振巾での測定時間を 1~2 秒以下にしている。この問題は次の節で、もう少し詳しく扱うことにしよう。

(4) G-L 理論は、いわば 0°K での理論である。0°K より高い温度では、熱運動の影響を考慮に入れなければならない。

熱運動の影響の一つは、 L_c の温度変化にあらわれる。これは、転位の周辺の溶質原子の濃度の温度による変化を採り入れればよい。もう一つは、熱運動の影響の下に、転位のピン止めがはずれる場合の取扱いである。この問題は未だよく解決していないように思われる。Teutonico ら²²⁾ は break away に対する熱

運動の影響についての研究を行なっている。

Friedel²³⁾ は異った観点からこの問題を取扱った。すなわち、溶質原子によるピン止めの間隔 l (第12図) がすべて等しいものとして、熱運動の影響だけを考慮に入れて、実測値と合うような、なだらかな振巾依存性の関係をみちびいた。その他、Rogers²⁴⁾ による高い振巾での内部摩擦、Swartz, Weertman²⁵⁾ による bcc 金属などの振巾依存性、および Alefeld²⁶⁾ の高純度結晶の内部摩擦などの理論が発表されている。

3.5 内部摩擦の測定自身によって受ける変化

内部摩擦の測定のために試料に振動を加えると、その振動のために内部摩擦の値が変化する場合があることを上に述べた。この問題については近年では Chambers¹⁴⁾, Beshers¹¹⁾ らの研究があるが、それらはいずれも、ある一つの振巾での内部摩擦の振動時間による変化を調べている。筆者は振巾依存性の振動時間による変化を調べてみたので、その結果について述べよう。

測定の方法は試料を振動させたのち、第2図に示したような自由減衰の過程の振巾の変化から振巾依存性を求めた。測定の振動数は約 1 kc の横振動の方法を用いた。

第29図 Sn (99.99%) の内部摩擦の振巾による変化
○は自由減衰の初期値, driving voltage を 5db ずつ上げて, その都度自由減衰により振巾依存性をはかる (・印)

第29図はSn単結晶 (99.99%) の内部摩擦を示す。試料の励振振巾を段階的に増しながら、そのつど自由減衰の方法で内部摩擦の振巾依存性を測ったものである。図中の○印は、それぞれの励振振巾からの自由減衰の初期の内部摩擦の値を示す。・印は自由減衰の過程で測った値を示す。○印を結ぶ曲線は振巾を増しながら測った値であるから、たとえば、第18図(b)の曲線 A に相当し、自由減衰による曲線は同図の B に対応する。したがって、今の場合も、hysteresis の効果が

見られる。

第30図 Sn の内部摩擦
(第29図) の G-L プロット

第30図はこの結果を G-L plot したものである。○印を結ぶ曲線の方は G-L 式に合っていないが、・印の方は平行な直線群になり、G-L 式とよく一致している。

この結果、転位線上の溶質原子の濃度は励振振巾によらず一定であること、そして励振振巾を増すと運動する転位の長さが増すことを意味している。運動する転位の増加は、溶質原子の atmosphere からの離脱によるものであろう。しかしながら、いったん、転位の離脱が起こると atmosphere の稀薄化が起こり、転位とこの atmosphere との相互作用の結果、自由減衰中に見られるような振巾依存性を示すものと解釈される。

第31図 Al (市販99.7%) の内部摩擦の振巾による変化、測定方法は第29図と同様

第31図は市販の Al 板 (99.7%) について、同様の測定を行なった結果を示したものである。この場合も、G-L プロットしてみると第32図に示すように、自由減衰の曲線は平行な直線群になり、G-L の式とよく合

第32図 Al の内部摩擦
(第31図) の G-L プロット

っている。減衰の初期値 (○印) を結ぶ曲線の方も直線になっているが、上に述べた Sn の場合とくらべてみると、○印の方の G-L 式との一致は見掛け上のものでいよう。

以上に示したような結果は、測定の際の振動時間によっても影響を受ける。図に示した場合はいずれも、それぞれの励振振巾での振動時間を30秒、次の励振振巾での測定にとりかかるまでの休みの時間を30秒にとっている。

第33図 Sn の内部摩擦の振動時間による変化 (16°C)
図中の数字は振動時間 (秒) を示す。振動時間は下からそれぞれ 0.4, 10, 20, 40, 80, 160, 320 および 600 秒

第33図は振動時間の影響を示したものである。この図の場合、一定の外力 (driving force) の下で振動を続け、その途中でときどき短い時間—1 秒—自由減衰を行なって振巾依存性を測った。減衰初期値 (○印) は振動時間によってあまり変化しないが、減衰の途中の値は振動時間とともに増している。

この結果を G-L プロットしてみると、第34図のような直線群が得られた。直線の勾配は振動時間とも

第34図 Sn の内部摩擦
(第33図) の G-L プロット、振動時間とともに勾配がゆるやかになっている。

に少なくなっている。これは転位と作用する溶質原子の濃度が振動時間とともに下がることを意味している。この変化は溶質原子がすべり面に垂直方向に拡散することによって起こると解釈される。

Sn の場合、振動による内部摩擦の変化は低温でも見られる。第35図は−196°Cでの振動時間による変化を示す。この結果を G-L プロットしてみると、第36図のように、ほぼ平行な直線群を得られる。同様の結果は−72°Cでも見られた。この結果は、振動によ

第35図 Sn の内部摩擦の振動時間による変化 (−196°C)

て転位の長さが増すことを意味している。低温では溶質原子の拡散は起こり得ない。その代りに転位の方が atmosphere から飛び出すことによって振動時間依存性が起こるようである。

第36図の結果に数値を代入してみると、G-L プロットの勾配は atmosphere ではなく、結晶格子の間に分布している溶質原子の濃度に対応しているようで

第36図 Snの内部摩擦-196°CのG-Lプロット、振動時間とともに転位密度が増すことを示す

ある。転位は溶質原子の atmosphere から脱出すると長い距離を動き、格子内に分布する溶質原子との相互作用によって、振巾依存性があらわれると解釈される。したがって、自由減衰の方法による振巾依存性の測定からは転位と、その atmosphere をつくる溶質原子との相互作用だけでなく、長い距離を運動する転位と、格子のなかに分布する溶質原子との相互作用の性質も調べることができるように思われる。

参 考 文 献

- 13) T. A. Read : Phys. Rev. 58 (1940), 371 ; Trans. AIME 143 (1941), 30
- 14) R. H. Chambers, R. Smolchowski : Phys. Rev. 117 (1960), 725
- 15) J. Weertman, E. I. Salkovitz : Acta Met. 3 (1955), 1
- 16) D. N. Beshers : J. Appl. Phys. 30 (1959), 252
- 17) A. Granato, K. Lücke : J. Appl. Phys. 27 (1956), 583 ; 27 (1956), 789
- 18) J. S. Koehler : Imperfection in Nearly Perfect Crystals (Wiley), 197
- 19) D. H. Niblett, J. Wilks : Advances in Phys. 9 (1960), 1
- 20) 井形直弘 : 日本学術振興会「内部摩擦の金属への応用」講習会テキスト : (1964-11), 7
- 21) H. L. Caswell : J. Appl. Phys. 29 (1958), 1210
- 22) L. J. Teutonico, A. V. Granato, K. Lücke : Acta Met. 10 (1962), 448 ; J. Appl. Phys. 35 (1964), 220

- 23) J. Friedel : NPL Conf. (1963) Dislocations, (1964), 357 Pergamon Press.
- 24) D. H. Rogers : J. Appl. Phys. 33 (1962), 781
- 25) J. C. Swartz, J. Weertman : J. Appl. Phys. 32 (1961) 1860 ; Acta Met. 10 (1962), 448
- 26) G. Alefeld : Z. Phys. 170 (1962), 249

〔附 録〕

内部摩擦の測定を実際に行なう場合の参考になるかと思われるので、以下の事項をつけ加える。

1. 緩和型ピークについて

緩和型内部摩擦は角振動数 ω に対して、次のような緩和型ピークを示す。

$$\Delta = \Delta_0 \frac{2\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 Δ_0 は内部摩擦ピークの最大値で、緩和強度という。緩和時間 τ は、普通熱運動の影響を受け、

$$\tau = \tau_0 \exp (H/RT) \quad \dots\dots\dots(2)$$

と表現される。これらのことは本文中でも言及したとおりである。ここでは(1)、(2)で表わされたピークの形状について調べてみよう。

(1)式で

$$\frac{2\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} = \operatorname{sech} (\ln \omega\tau) \quad \dots\dots\dots(3)$$

に注意すれば、 Δ は $\ln \omega\tau$ に対して0に最大をもつ左右対称の sech 型のピークであることがわかる。なお、双曲線関数 $y = \operatorname{sech} x$ は

$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x} = \frac{2}{e^x + e^{-x}} \quad \dots\dots\dots(4)$$

で定義される。そのグラフをに第1図示す。

$\Delta(\omega, T)$ の測定は次のような原理にしたがって行なわれる。

(1) 周波数依存性 $\Delta(\omega)$ の測定

Tを一定に保ち ($T = T_0$)、 Δ の周波数依存性 (周波数分散) を調べる。 ω を広範囲にわたって連続的に変化させることは技術的に困難なので、金属に対しては余り行なわれていない。ピークの最大値 Δ_0 を与える周波数を ω_m とすれば、得られる実験曲線は、

$$\Delta(\omega) = \Delta_0 \operatorname{sech} \left[\ln \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \right] \quad \dots\dots\dots(5)$$

すなわち、 Δ を $\log \omega$ に対してプロットすれば、第1図のような sech 型のピークが得られ、 ω_m から $\tau =$

第1図 $y = \operatorname{sech} x$ のグラフ

$\frac{1}{\omega_m}$ として緩和時間が得られる。

(2) 温度依存性の測定

一定の振動数 ($\omega = \omega_0$) の下で、 Δ の温度依存性 (温度分散) を調べる方法である。ピークの最大値 Δ_0 を与える温度を T_m とすれば、実験曲線は、

$$\Delta(T) = \Delta_0 \operatorname{sech} \left[\frac{H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_m} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。すなわち、 Δ を $1/T$ に対してプロットした場合にも、対称的な sech 型のピークが得られる。

H はピークの拡がりの程度から定められる。 H を簡単に見積るには次のようにすればよい。 Δ が $\frac{1}{2}\Delta_0$ になる温度を T_1, T_2 とし、ピークの巾を $\delta T = |T_2 - T_1|$ であらわせば、

$$\begin{aligned} H &= 2CR \left/ \left| \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right| \right. \\ &= C \frac{RT_p^2}{\delta K} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\delta T}{T_p} \right)^2} + 1 \right] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、 $C = \log_e(2 + \sqrt{3}) = 1.3169\dots\dots$ である (第1図を参照)。普通は $\delta T \ll T_p$ だから、

$$H \simeq 5.234 \frac{T_p^2}{\delta T} \quad (\text{cal/mol}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。したがって、 Δ を T に対してプロットしたグラフ (この曲線は非対称である) も第1図と同様に、 H が大きいほどピークは鋭くなる。ピークの形を正確に求めるには、十分に時間をかけて測定を行なわなければならないので、試料の内部の状態が急速に変化する、たとえば Snoek ピークのような現象に対しては、この方法は不適當である。

(3) ピーク・シフトの測定

ω を数点に設定し、それぞれの ω に対応する温度依存性から T_m のみの位置を調べる。ピークの条件 $\ln \omega = 0$ より

$$\ln \omega + \frac{H}{ST_m} + \ln \tau_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。 $1/T_m$ を $\log \omega$ に対してプロットすれば、直線になり、その傾き、切片から、それぞれ H, τ_0 を求

めることができる。 ω をある範囲で、数点にわたって変化させることができれば (たとえば、附加慣性型のねじり振子法)、データの処理が非常に簡単であるので、緩和型の内部摩擦の測定法のなかでは、この方法が最も広く用いられている。

2. 横振動の共振モードとひずみ分布

横振動法は最も簡単で実用的な内部摩擦測定法である。この方法では広範囲にわたるひずみ振巾の制御が可能である。また高次振動における測定が比較的容易であるため、振動数の影響も広範囲にチェックできる。しかしながら、振動様式や試料中のひずみ分布がかなり複雑であるので、とくに、内部摩擦がひずみ振巾に依存する領域では、得られた測定データの解析が容易でない。ここでは、試料を完全弾性体とみなした場合の振動状態に関する知識をまとめておく。

長さ l の試料の基準振動数 f_0 は、

$$f_0 = \frac{2\alpha_0^2}{\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad \alpha_0 = 2.36502 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 E はヤング率、 ρ は密度、 I は断面二次モーメント、 A は断面積である。断面が巾 w 、厚さ d の長方形 (薄板) の場合、および直径 d の円形 (丸棒) の場合、 f_0 は

$$\begin{cases} f_0 = 1.02791 \dots \times \frac{d}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} & (\text{薄板}) \\ 0.89020 \dots \times \frac{d}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} & (\text{丸棒}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

このとき、高次振動の共振周波数 f_n は次のようになる。

$$\begin{cases} f_1 = 2.7565 \dots \times f_0 \\ f_2 = 5.4078 \dots \times f_0 \\ f_3 = 8.9329 \dots \times f_0 \\ f_4 = 13.3443 \dots \times f_0 \\ f_5 = 18.6379 \dots \times f_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (12)$$

第2図 横振動の共振状態

試料各部の変位の状態は第2図に示される。この図はすべて、試料の端の点における振巾が $\frac{1}{2}A$ となるように規格化してある。なお、振巾がゼロの位置は運動を行なわない点で、節 (node) とよばれている。

次に、振動状態におけるひずみ分布を調べてみる。ここでは、薄板の試料をとりあげ、座標系は第3図のようにとる。曲げ変形に対してあらわれる応力の成分は

第3図 試料と座標系

σ_{xx} , σ_{xy} のみで、それ以外はすべてゼロである。また、内部摩擦の実験では $d \ll l$ としてよいので、 σ_{xy} は σ_{xx} に対して無視することができる (単純曲げの状態)。したがって、考えるべきひずみは ϵ_{xx} のみであるので、この添字をとって ϵ であらわす (ひずみの時間的な変化は正弦関数であらわされるが、ここでは重要でない)。 ϵ はひずみの大きさの尺度として、ひずみ振巾をあらわすものとする)。試料の運動は、 y 軸方向に起こり考えるべき成分は ϵ_{xx} のみなので、 ϵ は z には依存しない。第3図の基準振動 ($n=0$) に対して、 $\epsilon(x, y)$ は計算の結果、

$$\epsilon_{xy} = \frac{\alpha_0^2}{\cos \alpha_0} \frac{A}{l^2} y \left(\frac{\cos 2\alpha_0 x}{l} - \frac{\cos \alpha_0}{\cosh \alpha_0} \frac{\cosh 2\alpha_0 x}{l} \right) - \frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}, \quad -\frac{d}{2} \leq y \leq \frac{d}{2} \quad (13)$$

となる。このようなひずみ分布に対して、ひずみの大きさをあらわす量として、普通 ϵ の最大値 ϵ_m がとられる。したがって、基準振動に対しては次のようになる。

$$\epsilon_m = |\epsilon(0, \pm 0.5d)| = 4.442 \cdots \times \frac{Ad}{l^2} \quad (14)$$

すなわち、試料端 ($x = \pm 0.5l$) における変位の巾 A (振巾の2倍) を測定することにより、 ϵ_m は簡単に計算できるわけである。高次振動 ($n=1, 2, 3 \cdots$) に対する、ひずみ分布も同様に計算できる。その結果、第1図の状態に対して

$$\epsilon_m = \epsilon(x_m, \pm 0.5d) = k \frac{Ad}{l^2} \quad (15)$$

が得られる。ここで、 x_m および k は振動様式によって定まる定数である。

これからわかるように、横振動の状態ではつねに $y = \pm 0.5d$ (試料の表面) で、ひずみは最大となり、 ϵ_m は Ad/l^2 に比例する。内部摩擦の測定に必要な知識 (節の位置、ひずみ最大の位置 x_m 、定数 k) は、対

- ひずみ振巾が最大となる位置
- ひずみ振巾が極大となる位置
- × 変位振巾がゼロとなる位置

第4図 共振状態におけるひずみの軸方向分布およびRの値 (分布は $x=0$ に関して対称である)

応する各振動様式について第4図に示してある。

3. 振巾依存領域での内部摩擦の評価法

内部摩擦は一般に試料内の場所により、ひずみが一樣に分布しない状態の下で測定が行なわれている。したがって、変位の巾 A が一定 (最大ひずみ振巾 ϵ_m が一定) の場合でも、試料の各部分のひずみ状態は異なっており、その結果として、測定される内部摩擦への寄与は試料の各部分ごとに異なっている。すなわち、測定された内部摩擦 Δ_m (ϵ_m) は各部分の内部摩擦 $\Delta(\epsilon)$ を試料全体にわたって平均したものである。

ここでは、測定量 Δ_m と物理量 Δ との関係を現象論の立場から調べてみる。試料の各部分における単位体積当りのひずみエネルギーは ϵ^2 に比例するので、平均化の関係は次のようになる¹⁷⁾。

$$\Delta_m = \frac{\int_V \epsilon^2 \Delta(\epsilon) dV}{\int_V \epsilon^2 dV} \quad (16)$$

ここで、 V は試料の全体積である。 ϵ は ϵ_m を最大値とする位置の関数であるから

$$\epsilon(xyz) = \epsilon_m \psi(xyz) \quad (17)$$

と書く。 ψ は1を最大値とするように規格化されたひずみの分布関数で、各振動状態により異なる値になる。

測定量 $\Delta_m(\epsilon_m)$ から試料の内部構造を反映する物理量 $\Delta(\epsilon)$ 、たとえば Granato-Lücke が理論的に計

算した Δ を求めるためには、(10) 式の積分方程式を解かなければならないが、 ψ がかなり複雑であるので、解を一般的に求めることはほとんど不可能である。従来から普通 $\Delta_m = \Delta$ としてデータの解析が行なわれているが、これは一様なひずみ分布 ($\psi = 1$) のもとでしか当てはまらない。したがって、このような解析結果は Δ に対して、相対的評価としてのみ意味をもっている (Granato-Lüke が縦振動の場合について、 Δ から Δ_m を近似的に求めているが、計算の精度はあまりよくない)。

(10) 式の解法として以下のような方法をとってみた。 Δ はひずみエネルギーの関数と考えて差し支えないので、 ε^2 についてべき級数に展開すると、

$$\Delta(\varepsilon) = A + B\varepsilon^2 + C\varepsilon^4 + \dots \quad (18)$$

となる。 ε のあまり大きくない範囲を考えれば、 Δ の現象論的表現として、

$$\Delta(\varepsilon) = A + B\varepsilon^2 \quad (19)$$

をとればよい。これを(10)に代入して、

$$\Delta_m(\varepsilon_m) = A + B\beta^2 \varepsilon_m^2 \quad (20)$$

ただし、

$$\beta^2 = \int_V \psi^4 dV / \int_V \psi^2 dV$$

である。

したがって、 Δ の ε に対する関数関係を知るためには Δ_m の $\beta\varepsilon_m$ に対する関係を見ればよいわけである。実測値に対して(19)式は放物線近似をとっているわけであるが、 ε_m が小さい範囲では測定データによく合っている。一般に行なわれている測定方法に対する β の値を第1表に示す。また、同一の試料 ($\Delta(\varepsilon)$ が同じである) に対して、異なった測定方法を行なった場合の実測値 $\Delta_m(\varepsilon_m)$ を第5図に示す。

第5図 振巾依存内部摩擦の測定曲線

第1表

測定法	試料	β
ねじり振子	円形断面の線	0.81653
横振動 (基準共振)	円形断面の棒	0.60764
“ (“)	長方形断面の板	0.66565
縦振動 (“)	一様断面の棒	0.86603

〔附録用文献〕

- 1) A. S. Nowick : Progress in Metal Physics 3 (1953), 1

参 考 書

金属の内部摩擦に関する論文集、総合報告、あるいは解説書には下記のようなものがある。

- 1) C. Zener : Elasticity and Anelasticity of Metals, Chicago (1948)
- 2) A. S. Nowick : Progress in Metal Physics 4 (1953), 1
- 3) D. Niblett, J. Wilks : Dislocation Damping

in Metals, Adv. in Phys. 9, 33 (1960)

- 4) Conference on Internal Friction due to Crystal Lattice Imperfections, Acta. Met. : 10 (1962)
- 5) W.P. Mason : Physical Acoustics, Vol 3, Part A, The effect of Imperfections (1966), Academic Press.
- 6) 橋口隆吉, 国富信彦 : 金属中の内耗の理論とその応用, 転位論の金属学への応用 (1957), 丸善
- 7) 物理学論文選集, 108 (1954~1959の間の文献集)
- 8) 金属物理実験室, 長崎誠三編 (1964), アグネ社
- 9) 「内部摩擦の金属材料への応用」講習会テキスト (1965), 日本学術振興会
- 10) 菅野猛 : 金属の内部摩擦, 格子欠陥の機械的性質 (1967), 丸善