



調査報告

非一様地表面熱源や境界層内冷熱源を有する場合の Summers型都市境界層高度の式

Summers' Formula for Urban Boundary Layer Height and Heat Island Intensity
in cases with Inhomogeneous Excess Heat Sources on the Urban Surface
and/or Heat Sinks in the Urban Boundary Layer

中川 清隆・中村 祐輔・渡来 靖

NAKAGAWA Kiyotaka, NAKAMURA Yusuke and WATARAI Yasushi

(2018年7月23日受付 2019年1月19日受理)

Summersの式はシンプルな数式でありながらブルーム型都市境界層の形成とそれに伴う都市ヒートアイランド形成をうまく説明するが、同式により予測される都市温度の水平分布は閉じた等温線を形成せず、市街地の最風下端に最高温度が出現する、という矛盾を含んでいることは自明である。この矛盾が市街地内の一様な熱源分布の仮定に起因するか否か調査したところ、例えば市街地内に非一様に熱源が分布しても、熱源付近で等温線間隔が密になるものの地上気温の閉じた等温線は出現せず、市街地の最風下端が最高温度となることが明らかとなり、Summersの式が都市境界層内に冷熱源を持たないことがその原因と推測された。そこで、都市境界層内に都市温度に対応するニュートン冷却機能を付加したところ、市街地スケールおよび風速の条件によっては明瞭なドーム状の都市境界層が形成され、最高温地点が風上寄りに移動した地上気温の閉じた等温線形成に大きく近づくことが明らかになった。

In spite of its simple expression, Summers' formula can explain the formation of the plume-type urban boundary layer and heat island intensity well. However, the urban temperature distribution predicted by the formula includes the contradictions that a closed isotherm does not form in urban areas and that the maximum temperature appears in the leeward end of urban areas rather than in built-up areas. In the present study, we first investigated the urban temperature distribution based on heterogeneous distribution of heat sources, and it was shown that the temperature did not decrease in the leeward area although it increased rapidly near local heat sources. This could be because Summers' formula does not include a heat sink in the urban boundary layer. Accordingly, we attempted to add the effect of Newtonian cooling in the urban boundary layer. As a result, it was apparent that a clear, dome-shaped urban boundary layer formed, the location of the maximum temperature moved to the windward area, and a closed isotherm nearly formed, depending on the urban scale and wind speed conditions.

キーワード: Summersの式, 都市境界層高度, 都市ヒートアイランド強度, 熱源, 冷熱源

Key words: Summers' formula, urban boundary layer height, urban heat island intensity, heat source, heat sink

I はじめに

科学的研究の流れは、現象の認識・把握→過程の解明→要因の解明→メカニズムの解明となるのが一般的であり、都市ヒートアイランド研究も例外ではない。都市域が郊外に対して相対的に高温となる都市ヒートアイランド現象は、都市固有の気候、いわゆる都市気候の中で最も古くて顕著な問題である。郊外に対する都心の相対的の高温を都市温度 Stadttemperatur (city temperature) と命名したのは Hann (1885) とする説もあるが (福井・矢澤 1957), city temperature はその半世紀

以上前の Howard (1833) に既出なので, Hann (1885) に新規性を認めることは出来ない。わが国では, city temperature を, 福井・矢澤 (1957) や 樫根 (1960), 吉野 (1961, 1986), 河村 (1964a, b) は都市温度と表記し, 西沢 (1958), 高橋 (1959), 水越 (1965), 大後・長尾 (1972) は都市気温と表記した。関口 (1962) は都市気温と表記したが, 関口 (1970) では都市温度に転じた。Howard (1833) は, excess of the temperature of the city と表記している。

Schmidt (1927, 1930) や Peppler (1929) によって提唱された移動観測法により, 都心と郊外の温度比較に

より検出されていた都市温度の水平分布の検出が可能になった。同観測法は、わが国においても吉村・三澤(1931)や佐々倉(1932)によりいち早く導入された。

都市温度の水平分布を解析すると地上気温の閉じた等温線が検出され、その形態が島嶼の等高線の形態と類似することから、この都市の都市周辺地域に対する相対的高温現象は都市ヒートアイランド(urban heat island)と呼ばれるようになった。Landsberg(1981)によれば英語文献におけるheat islandの初出はManley(1958)とされているが、Duckworth and Sandberg(1954)に既出である。わが国気象学・気候学界では、河村(1968)がヒートアイランド研究をはじめてレビューし、関口(1970)が“都市が郊外より、常に高温であることは、もはや常識になり、当初は異和感〔ママ〕をもっていたHeat Islandという言葉も、現在では抵抗なく使われるようになってきた。”と記載するなど、ヒートアイランドという用語は1960年代後半に急速に定着した。これに伴い、かつてはcity temperature(都市温度)と表記されていた都市内外の温度差は、heat island intensity(ヒートアイランド強度)と表記されるようになった。近年、heat island magnitudeと表記する文献が増えてきたが(たとえば、Oke et al. 2017)、これが一般的となっているか否かについては、筆者らには見識がない。本稿では、以降、都市ヒートアイランド強度 ΔT_{u-r} と表記する。

Sundborg(1950)が都市ヒートアイランド強度と気象要素の多重線形回帰分析を行って都市ヒートアイランドの要因説明研究に先鞭をつけ、わが国でも河村(1964a, b)や水越(1965)等が精力的な研究を実施した。それらの成果を踏まえた形で、Oke(1978, 1987)は、都市ヒートアイランドを都市キャノピー層のヒートアイランドと都市境界層のヒートアイランドに区分し、以下の11種の仮説的形成要因(hypothesized causes)を提唱した。

(都市キャノピー層のヒートアイランド)

- ①汚染都市大気が上向き長波放射を吸収し再放射することによる下向き長波放射の増加
- ②建築物のために天空率が減少する都市キャニオンからの正味の長波放射損失の減少
- ③都市キャニオンの幾何学的形状のアルベドへの影響による短波放射の吸収の増大

- ④都市の構成材料の熱特性による日中の熱蓄積が増加する結果の夜間における熱放出の増加
- ⑤建築物の側面からの人間活動に起因する熱フラックスの付加
- ⑥植生の除去と都市表面の防水性増加による蒸発散の減少
- ⑦都市キャノピー層内風速減少による顕熱フラックスの減少
(都市境界層のヒートアイランド)
- ①都市キャノピー層ヒートアイランド起源の暖気の取込み
- ②屋根や煙突からの人為的熱の貫入
- ③貫入性対流による上空の安定層からの顕熱の下向き輸送
- ④汚染都市大気内の短波放射の収束

それから半世紀近く経過して都市ヒートアイランドの要因に関する理解は大きく進んだものの、後者④のように数値シミュレーションの段階に留まり実証されていないものもあり(たとえば、Atwater 1971)、その理解は完全ではないため、Oke et al.(2017)はOke(1978, 1987)における仮説的(hypothesized)という形容詞を潜在的(potential)に変更している。研究者の興味・関心の的は都市ヒートアイランド形成メカニズムの解明に向かっている。

都市ヒートアイランド強度 $\Delta T_{u-r} = g_u - g_r = T_u - T_r$ と都市上空の最大混合層高度 h の間の関係を

$$h = \frac{\Delta T_{u-r}}{\alpha} = \frac{\Delta T_{u-r}}{\Gamma + \Gamma_d} \quad (1)$$

とする文献は多い(たとえば、木村ほか 1975; 木村 1994; Arya 2001)。ここで、 g : 温位、 T : 温度、 α : 郊外の温位勾配、 Γ : 郊外の温度勾配、 Γ_d : 乾燥断熱減率(=0.976 K/100 m)であり、添え字のuとrは、それぞれ、都心と郊外を意味する。

木村ほか(1975)は、“もし熱の拡散が無ければ都市によって浮力を与えられた流体粒子はその浮力を失う高度、すなわち、流体粒子の温度が基本場の温度と等しくなる高度まで上昇でき、熱の拡散があれば流体粒子は浮力を失ってこの高度まで上昇できず、一方、流体に粘性があれば他の流体粒子に押されてこの高度よりもっと高所まで上昇できる”としている。

式(1)は、

$$\Delta T_{u-r} = \alpha h \quad (2)$$

と変形できるので、これは都市ヒートアイランド強度 ΔT_{u-r} が混合層高度 h と郊外の鉛直温度勾配 α の積として表されることを示唆している。

多くの研究者が都市ヒートアイランド強度 ΔT_{u-r} を規定する式を提案している（たとえば、Sundborg 1950; 河村 1964a, b; Summers 1964, 1965, 1966; Melas and Kambezidis 1992）。中でも、Summers (1964, 1965, 1966) により提唱された都市表面の熱境界層の定常的な対流に基づく

$$h = \sqrt{\frac{2xH_0}{\rho_a c_a U \alpha}} \quad (3)$$

$$\Delta T_{u-r} = \alpha h = \sqrt{\frac{2x\alpha H_0}{\rho_a c_a U}} \quad (4)$$

は、計算研究や実験研究で広く利用されている。ここで、 ρ_a : 空気の密度、 c_a : 空気の定圧比熱、 U : 風速、 x : 郊外の安定気塊が市街地内を吹走した距離、 H_0 : 郊外に対して余分な都市における地表面上向き顕熱フラックス密度である。Summers (1964, 1965, 1966) は、それぞれ、学位請求論文、シンポジウム発表論文、学術雑誌掲載論文である。以降、本稿は式 (3)、(4) を Summers の式ないしはモデルと表記する。Melas and Kambezidis (1992) は Summers の式には言及せずに類似の式を提案している。

類似の議論が対流混合層の時間的発達に対しても行われている。式 (3) の $\frac{x}{U}$ は距離 x を速度 U で除したものである。吹走時間 t を意味しており、

$$h = \sqrt{\frac{2H_0}{\rho_a c_a \alpha}} t \quad (5)$$

は混合層高度 h の時間的発達を表す式となる（近藤 1982; Garratt 1992）。

支配方程式を解かずにスケール解析や次元解析により解の関数形を求めるスケール解析手法も提案されており（たとえば、Kimura 1975, 1976; Huang et al. 1994; 小倉 1997; Hidalgo et al. 2010; Lee and Ho 2010; Lee et al. 2012, 2014; Wang and Li 2017）、Lee et al. (2012) は Summers の式もスケール解析とみなしている。

小倉 (1997) は、都市ヒートアイランド循環は安定

成層流体中に水平温度差が与えられて生じる水平対流であり、その高さ h は ΔT_{u-r} に依存せず、 ΔT_{u-r} が無限小であっても無限に弱い水平対流は起こり、定常状態では

$$h = \frac{L}{\left(\frac{\mu g \Gamma L^3}{\nu_H \nu_M} \right)^{\frac{1}{6}}} \quad (6)$$

が成り立つとした。ここで、 L : 水平スケール、 g : 重力加速度、 ν_M : 粘性係数、 ν_H : 熱拡散係数、 μ : 体積膨張係数である。Kimura (1975) は一般流が存在しない場合には小倉 (1997) と同様の関係が成り立つとし、更に Kimura (1976) は、一般流が重なっている場合については、中立層の場合には

$$h = 2 \sqrt{\frac{\nu_H L}{U}} \quad (7)$$

安定層の場合には

$$h = 1.87^4 \sqrt{\frac{\nu_H L U}{\mu g \Gamma}} \quad (8)$$

となるとし、中立層の場合には風速 U の平方根 \sqrt{U} に反比例するのに対して、安定層の場合には風速の4乗根 $\sqrt[4]{U}$ に比例するとした。

Oke (1976) は、モントリオールにおける観測結果に基づいて Summers モデルの検証を行い、① $\sqrt{\frac{2x\alpha}{\rho_a c_a U}}$ に対する ΔT_{u-r} のプロットのバラつきが大きく、② 勾配の平方根から推定される H_0 が独立に求めた H_0 より一桁大きくて H_0 に季節変化が無い上に、③ プロットされた点のバラつきがフェッチからの方向に依存している、の3点を根拠として、同モデルに対して否定的な見解を示している。そのためか、Oke (1978, 1987) は、Summers (1964) に言及はするものの Summers の式や Oke (1976) の検討内容等には言及していない。ところが、それから約半世紀を経た Oke et al. (2017) は、一転して、“This concept was a paradigm shift that subsequently inspired many theoretical developments.” とまでの高い評価を与えている。

Landsberg (1981) は、Oke (1976) を引用して、Summers (1964) による定式化として、夜間都市ヒートアイランドの発達にとって晴天（放射フラックス密

度)が重要な貢献因子であるが、経験上強風が放射フラックス密度にとって代わり、風と都市ヒートアイランド強度の間には

$$\Delta T_{u-r} = \frac{2\alpha H_0}{\rho_a c_a U} \quad (9)$$

の関係があると記載している。しかしながら、式(9)はLandsberg(1981)による式(4)の誤転記であることは明白である。Landsbergは著名な都市気象研究者であるが、Summersモデルに関連する彼の著述は鵜呑みに出来かねる。

実際の都市境界層の水平構造に関する議論は、比較的小さい。米国ではBornstein(1968)やClarke(1969)、カナダではOke and East(1971)、わが国では鵜野ほか(1988)が先駆けである。

都市ヒートアイランドが形成されている時の都市大気の3次元立体的構造を議論する際に、都市ドーム(urban dome)と都市プルーム(urban plume)という二つの概念が使い分けられている。図1はGyr and Rys(1995)が示した両者の概念図である。

地衡風速3 m/s以下の弱風(静穏)時にBornstein(1968)が最初に観測した都市ドーム(図1b)の中の吹走風は、都市ヒートアイランドによる水平温度差が原因で出現する都市ヒートアイランド循環による風のみであるとみなされている。郊外には厚さ約300 mの接地逆転層が存在しており、接地逆転強度は都心から遠ざかるほど大きくなっている。都心地上部は郊外より高温であるが、郊外接地逆転層上端高度では、都市域内外の温度差はほとんどなく、その上約100 mは、都市内上空の方が低温になっている。Clarke(1969)が最初に観測し命名した都市プルーム(urban plume)(図1a)の形を特徴づけている風は都市ヒートアイランド循環そのものではなく、地衡風速3 m/s以上の強風時に都市域風上側から浸入して都市域を通過していく卓越風である。夜間の都市気象の典型的な特徴の多くは都市プルーム型境界層の出現の際に端的に示される。すなわち、風上郊外において放射冷却により涵養された接地逆転層が卓越風と共に都市域に浸入すると同時に都市に内在する種々な要因により市街地に入るにつれて順に崩壊し、汚染質を閉じ込めながら発達しはじめる内部境界層が都市境界層となる。ここで、都市境界層の外縁は鋭い温度逆転層によって特徴づけられている。

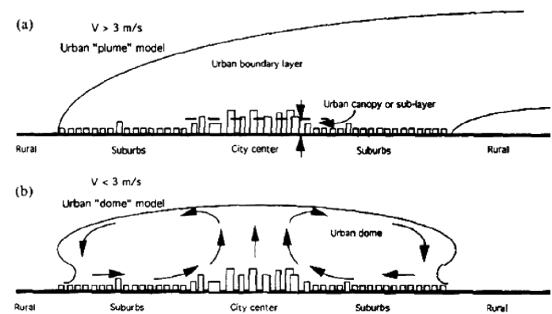


図1 卓越風吹走時の都市プルームモデル (a) と静穏時の都市ドームモデル (b) の比較

(Gyr and Rys 1995 より)

Fig. 1 Comparison between (a) urban plume and (b) dome models

(after Gyr and Rys 1995)

Summersのモデルでは、風上郊外より過大な下向きの顕熱フラックス、すなわち冷熱源が存在しない限り、市街地風上端からの距離が増大すればするほど都市境界層は厚くなりよく混合された混合境界層となることは、式(3)を一瞥するだけで自明である。都市域風下端からは、都市境界層の下部に新たに風下郊外の内部境界層が発達しはじめるため、都市境界層は風下郊外に至っても上限高度は漸増するものの、下限高度がそれ以上の速度で増加するため、プルーム状の構造が形成される。都心部最下層は超断熱状態で、その上には都市境界層上限まで断熱状態でありよく混合されている。

図2は鵜野ほか(1988)がOke(1978)の図9.3(c)に地域区分等を加筆して引用したものである。都市境界層と気温の鉛直プロファイルを重ねて示している。この図はOke(1987)では採用されず、新たに図8.19(b)で温位の鉛直プロファイルを重ねたものに差し替えられている。いずれの図も都市境界層高度はフェッチとともに単調に増加して決して低下せず、プルーム内は都心風下側も常に乾燥断熱減率(等温位)の混合層として描画されている。都市境界層と都市温熱構造の関係が理解しやすくなるよう工夫されているが、都市ヒートアイランド形成メカニズムの理解という観点からは、気温や温位の鉛直プロファイルではなく等温位線を重ねて示した方が有益と思われる。

図3は、前掲図2に、風上側郊外の安定層に形成されている水平な等温位線と都市境界層内の鉛直な等温位線を重ねて描画したものである。エントレインメント

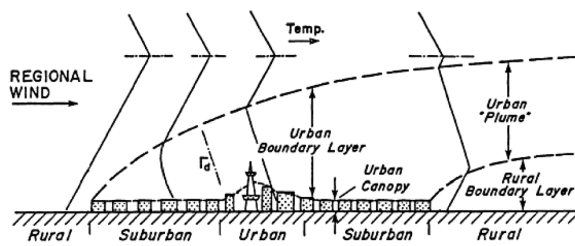


図2 プルーム型都市境界層の温度構造模式図
(鶴野ほか1988より)

Fig. 2 Schematic diagram of the thermal structure of the urban plume

(after Uno et al. 1988)

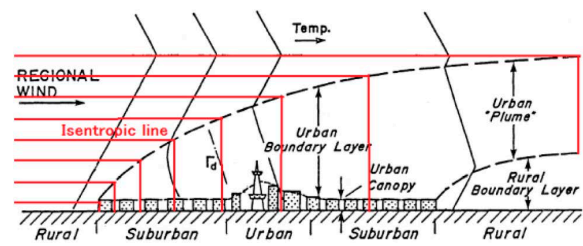


図3 プルーム型都市境界層の等温位線模式図
(鶴野ほか1988に等温位線(赤線)を筆者加筆)

Fig. 3 Schematic diagram of the distribution of isentropic lines inside and outside an urban plume

(modified after Uno et al. 1988)

無しとして描画しているので、郊外の水平な等温位線と都市境界層内の鉛直な等温位線が都市境界層上限で直交しているのが特徴である。このため、市街地風上端から風下に向かって都市境界層高度が増加するにつれて、市街地の地上温位は等温位線間隔が間延びしながら昇温し、この昇温傾向は風下側郊外で新たに郊外の内部境界層が形成される領域の直前まで継続されることが容易に理解できる。と同時に、Summersのモデルには、市街地風下端が最高温となる温度場が形成され、都心付近に地上気温の最高温域は出現せず、都市ヒートアイランドという用語そのものが前提とする都市域固有の地上気温の閉じた等温線の形成を許さない、という矛盾が内在することが自明であることも直ちに理解できる。

この矛盾が生じる根本原因は、Summersモデルでは都市境界層高度は風下で絶対に低下しないことにある。都心付近に最高温域が出現したり市街地を囲む地上気温の閉じた等温線が形成されたりするためには都心より風下では都市境界層高度が低下している必要がある。それはすなわち、式(3)、(4)で示されるSummersモデルに欠陥があることを示唆している。

本稿は、Summersモデル導出の過程を検証したうえで、都市地表面の顕熱フラックス密度の非一様分布や都市境界層内が昇温した際の冷熱源の存在を考慮することにより、上述のようなSummersモデルの欠陥の解消ないしは軽減を試みることを目的とする。解析解は関数なのでそのグラフの形は自明であるが、複雑な解析解や数値解のグラフは可視化されないとその特徴を容易に理解することは困難であるため、本稿は、扱うすべての解の振舞いをグラフ表示して検討する。

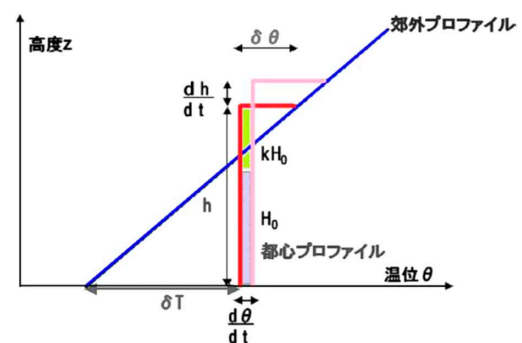


図4 安定な郊外接地気層が都市域に流入して層厚 h の都市境界層が形成された時の郊外と都市域の温位鉛直プロファイルの概念図

(中川2011に筆者加筆)

Fig. 4 Schematic diagram of vertical profiles of potential temperature inside and outside an urban area

(modified after Nakagawa 2011)

II Summers型都市境界層モデルの誘導

本節では、中川(2011)に従って、卓越風が存在して都市プルームが形成される場合のSummersタイプのプルーム型都市ヒートアイランド強度モデルを誘導する。

図4は、接地逆転を伴う郊外の気層が都市域に流入して最下部がよく混合した場合を想定して、郊外と都市内における温位 θ の鉛直プロファイルを重ねて示した概念図である。横軸に温位 θ 、縦軸に高度 z を目盛っている。青色の太い斜実線が郊外の温位プロファイル

$$\theta = \theta_0 + az \quad (10)$$

を示し、赤色の太い垂直実線が距離 x だけ市街地に流入した時点での都市の温位プロファイルを示してい

る。ここで、 ϑ_0 : 風上郊外地表面温位である。都市の温位プロファイルは厚さ h の完全な等温位プロファイルで、高度 h の温位ギャップ $\delta\vartheta$ で郊外プロファイルとつながっているとす。

図中には、空気塊がさらに dx だけ移流した場合の時間 dt 後の都市温位プロファイルも薄紫色の太い垂直実線で示してある。赤色と薄紫色、2本の都市温位プロファイルの差が当該空気塊の温位時間変化率 $\frac{d\vartheta}{dt}$ を表し、2本の温位ギャップの高さの差が都市境界層高度 h の時間変化率 $\frac{dh}{dt}$ を表す。これらの変化は、都市境界層下端、すなわち、地表面からの郊外より余分な上向き顕熱フラックス密度 H_0 と都市境界層上端からの下向きのエントレイメントフラックス密度 kH_0 の流入によってもたらされる。ここで、 k : エントレイメントフラックス密度と地表面顕熱フラックス密度の比であるが、定数とみなす理論的根拠は無い(浅井1983)。

エントレイメントフラックス密度は温位ギャップ $\delta\vartheta$ の都市境界層上限が $\frac{dh}{dt}$ 上昇するために新たに都市境界層内にとり込まれる顕熱フラックス密度であるから、

$$\rho_a c_a \delta\vartheta \frac{dh}{dt} = kH_0 \quad (11)$$

が成り立つ。また、厚さ h の都市境界層の温位上昇 $\frac{d\vartheta}{dt}$ に必要な顕熱は都市境界層の上下端から流入する顕熱フラックス密度の合計に等しいから、

$$\rho_a c_a h \frac{d\vartheta}{dt} = (1+k)H_0 \quad (12)$$

も成り立つ。

境界層高度変化 $\frac{dh}{dt}$ に伴う温位ギャップ $\delta\vartheta$ の変化 $\frac{d\delta\vartheta}{dt}$ は、

$$\frac{d\delta\vartheta}{dt} = \alpha \frac{dh}{dt} - \frac{d\vartheta}{dt} \quad (13)$$

と表されるので(浅井1983)、これに式(12)から求まる $\frac{d\vartheta}{dt}$ を代入すると

$$\frac{d\delta\vartheta}{dt} = \alpha \frac{dh}{dt} - \frac{(1+k)H_0}{\rho_a c_a h} \quad (14)$$

が得られ、さらに式(11)から求まる H_0 を式(14)に代入すると

$$\frac{d\delta\vartheta}{dt} = \alpha \frac{dh}{dt} - \delta\vartheta \frac{(1+k)}{kh} \frac{dh}{dt} \quad (15)$$

が得られる。式(15)を t で積分した結果を $\delta\vartheta$ につい

て解くと、

$$\delta\vartheta = -\frac{\alpha kh}{1+2k} \quad (16)$$

が得られるので、式(11)に代入して整理すると

$$\rho_a c_a h \frac{dh}{dt} = \frac{1+2k}{\alpha} H_0 \quad (17)$$

となる。空気塊が郊外から都心に向かって平均速度 U で移動している場合、都市内の固定点における都市境界層高度 h の局所変化 $\frac{\partial h}{\partial t}$ は

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{dh}{dt} - U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (18)$$

で表されるので、都市境界層が瞬間的には定常状態にあって、空気塊が市街地を通過する間空気塊は時間変化するが市街地各地点の気象は変化しないとみなすと、

$$\frac{dh}{dt} - U \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

が成り立たねばならない。したがって、式(17)は、

$$\rho_a c_a h U \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1+2k}{\alpha} H_0 \quad (20)$$

となるので、これを整理すると、

$$\frac{\partial h^2}{\partial x} = \frac{2(1+2k)H_0}{\rho_a c_a U \alpha} \quad (21)$$

が得られる。

式(21)は中川(2011)の式(9)と同趣旨の式であるが、 H_0 の係数の分子が $2(1+k)$ ではなく $2(1+2k)$ になっている。これは、中川(2011)では、都市境界層上端からエントレイメント kH_0 が流入する際温位ギャップは短時間には変化しないと仮定し、都市境界層の熱収支式として式(12)を用いたのに対して、本稿では温位ギャップも短時間で変化すると仮定し、都市境界層の熱収支式として式(17)を用いたためである。

H_0 や U および k を一定として、風上側の都市郊外境界 $x=0$ から $x=L$ まで x に関して式(21)を積分すれば、

$$h^2 - h_0^2 = \frac{2(1+2k)H_0}{\rho_a c_a U \alpha} \int_0^L dx \quad (22)$$

が得られ

$$h = \sqrt{\frac{2(1+2k)H_0 L}{\rho_a c_a U \alpha} + h_0^2} \quad (23)$$

となる。ここで、 h_0 : 都市郊外境界 $x=0$ における都市境界層高度であり、郊外には接地逆転層が存在する夜間においては $h_0=0$ であるが、郊外にも混合境界層が発達する日中は郊外の混合境界層高度を意味し、 $h_0>0$ である。つまり、夜間 ($h_0=0$) の境界層高度 h_n は

$$h_n = \sqrt{\frac{2(1+2k)H_0L}{\rho_a c_a U \alpha}} \quad (24)$$

となる。エントレイメントなし ($k=0$) の場合式 (24) は Summers の式 (3) と同等である。

式 (24) によれば、夜間の都市境界層 (混合層) 上限高度 h_n は、風上端からの距離 L の平方根に比例して風下ほど厚くなり、このため都市境界層の熱容量 $\rho_a c_a h_n$ も風下ほど大きいことになる。これは図4上の都市境界層上限の形態の特徴とよく一致している。さらに式 (3) や式 (24) によれば、都市境界層 (混合層) 上限高度 h や h_n は、郊外より余分な顕熱フラックス密度 H_0 が増加するほど大きくなり、郊外温位勾配 α や移流風速 U が増加するほど小さくなることが示唆される。ただし、郊外温位勾配 α には負の風速依存性が存在することが容易に推測されるので、郊外温位勾配 α と移流風速 U の両者が独立に評価できる場合以外には式 (3) や式 (24) を実用に供することは困難であろう。

夜間都市境界層上端では、エントレイメントは無視できない。

式 (16) で表される都市境界層上端における温位ギャップ $\delta\vartheta$ を温位勾配 α で除して求まる境界層上端からクロスオーバー高度 h_c までの距離 $\frac{\delta\vartheta}{\alpha}$ を境界層高度 h_n から減ずれば、夜間都市境界層のクロスオーバー高度 h_c を、

$$h_c = \sqrt{\frac{2(1-k)^2 H_0 L}{(1+2k) \rho_a c_a U \alpha}} \quad (25)$$

として求めることができる。

したがって、都市ヒートアイランド強度 ΔT_{u-r} は

$$\Delta T_{u-r} = a h_c = \sqrt{\frac{2(1-k)^2 H_0 \alpha L}{(1+2k) \rho_a c_a U}} \quad (26)$$

と表せる。エントレイメントが無い場合は $k=0$ なので、境界層高度 h_n , h_c , および都市ヒートアイランド強度 ΔT_{u-r} として、

$$h_n = h_c = \sqrt{\frac{2H_0L}{\rho_a c_a U \alpha}} \quad (27)$$

および

$$\Delta T_{u-r} = \sqrt{\frac{2H_0\alpha L}{\rho_a c_a U}} \quad (28)$$

が得られる。これは Summers の式そのものである。

都市境界層高度 h_n も、クロスオーバー高度 h_c も、都市ヒートアイランド強度 ΔT_{u-r} も、いずれも市街地風上端からの吹走距離 L の平方根 \sqrt{L} に比例しており、吹走距離 L と共に単調に増加する。この特徴は、熱収支式 (17) と同値の式である式 (21) 右辺が正の一定値を持つことにより必然的に導かれることは明らかである。

III 郊外とは異なる地上顕熱輸送が不均一な場合の都市境界層高度の水平分布

中川 (2011) は郊外より余分な地表面の上向き顕熱フラックス密度 H_0 は都市域で一様と仮定している。しかしながら、都市域は均一地域ではなく、中心部 (都心域) と都市域外縁部 (suburbs) とに明瞭に機能区分されているので、郊外より余分な都市域固有の地表面からの上向き顕熱フラックス密度 H_0 も不均一である可能性が高い。

本節では、式 (22) において、積分変数を x から $r = \frac{\pi}{W}x$ に変換するとともに郊外より余分な地表面の上向き顕熱フラックス密度を $H_0(r)$ と表して積分の中に入れ、全区間 $[-\pi, \pi]$ のうちの中央の半分の区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ が都市域で残りは郊外と仮定する。ここで、 W : 都市域の風上端から風下端までの距離、即ち、都市の水平空間スケールである。 $H_0 = \text{const.}$ ではなく $H_0 = H_0(r)$ であり、都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ の中では $H_0(r) \geq 0$ であり都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 外では $H_0 = 0$ と仮定する。

こうすると、都市風上端 $r = -0.5\pi$ において $h_0 = 0$ のときの式 (22) は、

$$h^2 = \frac{2(1+2k)}{\rho_a c_a U \alpha} \int_{-0.5\pi}^{-0.5\pi+L} H_0(r) dr \quad (29)$$

となる。熱源の分布 $H_0(x)$ を波数 $n=1$ から波数 $n=N$

までの有限フーリエ級数に展開すると

$$H_0(r) = \overline{H_0} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos nr + b_n \sin nr) \quad (30)$$

と表すことができるので、これを式 (29) に代入して積分を実行すれば、式 (29) は

$$h^2 = \frac{2(1+2k)}{\rho_a c_a U \alpha} \times \left\{ L \overline{H_0} + \sum_{n=1}^N \frac{[a_n \sin nr - b_n \cos nr]_{-0.5\pi}^{-0.5\pi+L}}{n} \right\} \quad (31)$$

と表すことができる。

もし熱源の分布 $H_0(r)$ が原点 (都心) に対して線対称の場合には、有限フーリエ級数式 (30) は偶関数である余弦関数のみからなるので $b_n = 0$ となり、式 (30), (31) はそれぞれ、

$$H_0(r) = \overline{H_0} + \sum_{n=1}^N a_n \cos nr \quad (32)$$

および

$$h^2 = \frac{2(1+2k)}{\rho_a c_a U \alpha} \left\{ L \overline{H_0} + \sum_{n=1}^N \frac{a_n [\sin nr]_{-0.5\pi}^{-0.5\pi+L}}{n} \right\} \quad (33)$$

と表せる。

式 (29), (33) を用いて、熱源の分布 $H_0(r)$ が都市域内 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ で非一様に分布している場合の都市境界層高度の自乗 h^2 とその平方根 h を予測した。ただし、 $N=500$ とし、いずれの計算値も h^2 は $\frac{2(1+2k)}{\rho_a c_a U \alpha}$ で、 h は $\sqrt{\frac{2(1+2k)}{\rho_a c_a U \alpha}}$ で除すことで正規化してある。

1) 一様な熱源が分布する場合

式 (29), (33) による計算結果の妥当性をチェックするために、まず、解析解が既知の一様な熱源分布の場合についての計算を試みる。図5は都心を原点とし都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ に強度0.1の一様な熱源が存在する場合の正規化された h^2 (黒色実線) と h (赤色実線) の分布である。熱源分布には薄紫の影を付してある。原点 $r=0$ に対して線対称な熱源分布なので h^2 (黒色実線) と h (赤色実線) は式 (32), (33) で表現できる。緑色破線がSummersの式 (28), 赤色実線が本稿式 (33) による予測値である。両者は都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ においては完全に一致していて、都市境界層高

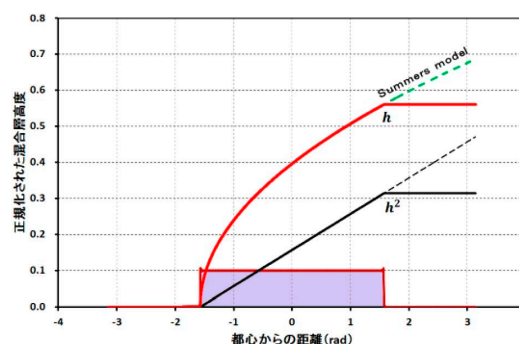


図5 一様な熱源が存在する場合の都市境界層高度の吹走距離分布

Fig. 5 Distribution of urban boundary layer height in the case of homogeneous distribution of an excess heat source on the urban surface

度 h (赤色実線) は市街地風上端からの吹走距離 L の平方根 \sqrt{L} に比例して風下ほど高くなっている。Summersの式 (緑色破線) は一様な熱源 $H_0 = 2\overline{H_0}$ の無限の水平分布を仮定しているため、都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 外でも永遠に単調増加し続けるが、式 (33) は熱源の無い区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 以外の区間では一定値を保つ。

Summersの式の挙動を完全に再現できることから、式 (30) で有限フーリエ級数表示される都市域内だけに任意の分布をする熱源分布 $H_0(r)$ を用いて式 (31) の値を計算することにより都市境界層高度 h の水平分布を求めようとする本稿の方法の妥当性が確認できた。式 (30) は任意の熱源分布を表現できるので、本稿では、以降、この方法を用いて、非一様な熱源分布の場合の都市境界層高度 h の水平分布を求める。

2) パルス状熱源が存在する場合

図6は都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 全域に図5と同じ熱源が一様に分布しているところに比較的狭い区間 $[-0.30\pi, -0.25\pi]$ の間だけに5倍の強度のパルス状熱源が配置された場合の正規化された h^2 (黒色実線) と h (赤色実線) の分布である。緑色の破線がSummersの式、赤色実線が本稿式 (31) による予測値である。Summersの式における平均顕熱フラックス密度はパルス状熱源も含めた全顕熱フラックスを市街地面積で除して求めた値を用いている。

h^2 (黒色実線) も h (赤色実線) もパルス状熱源の風上領域ではSummersの式 (破線) より過小に推移するが、パルス状熱源の部分で急激に増加してパルス状熱源風下端部では明確にSummersの式 (破線) より過

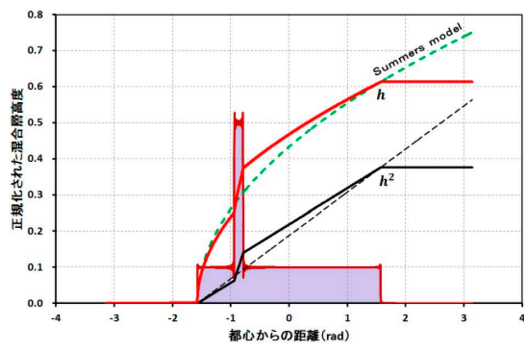


図6 一様熱源にパルス状熱源が重なっている場合の都市境界層高度の吹走距離分布
Fig. 6 Distribution of urban boundary layer height in the case of homogeneous distribution of an excess heat source on the urban surface as in Fig. 5, but with an additional pulse-shaped heat source

大になる。パルス状熱源の風下側領域では h^2 や h の増加率は鈍るものの h^2 （黒色実線）も h （赤色実線）も減少することなくSummersの式（破線）より過大に推移し、都市域風下端 $r=0.5\pi$ においてSummersの式（破線）と完全に一致し、熱源が無い区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 外では一定値を保ち、絶対に減少しない。

パルス状熱源の位置や幅を種々変えたり、熱源を複数配置したりして計算を行ってみたが（図省略）、いずれの場合もパルス状熱源の部分で都市境界層高度 h が急激に増加し、それ以外の領域では増加率は鈍るものの降下することなく推移し、都市域風下端においてSummersの式（破線）と完全に一致し、熱源が無い区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 外では一定値を保ち、絶対に減少しないという特徴は変わらなかった。

3) ベル型熱源が存在する場合

図7は都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 全域に熱源が分布するものの、市街地両端 $r=\pm 0.5\pi$ では熱源の強度は0で都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 内は都心で最大強度0.1となるベル型

$$H_0(r) = 0.1 \times \max[\cos r, 0] \quad (34)$$

の熱源分布をしているとした場合の正規化された h^2 （黒色実線）と h （赤色実線）の分布である。緑色破線がSummersの式、赤色実線が本稿式(33)による都市境界層高度 h の予測値である。熱源分布は原点（都心）に対して線対称であり、都心で最大であり、都心から遠ざかるほど小さくなっている。 h^2 （黒色実線）

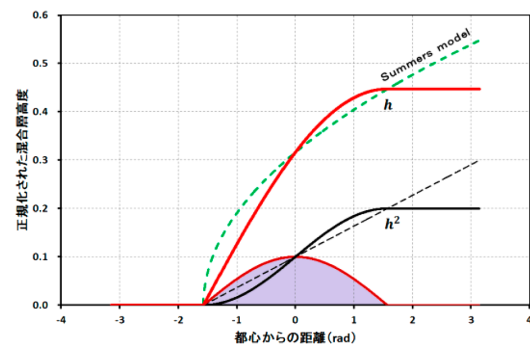


図7 ベル型熱源が存在する場合の都市境界層高度の吹走距離分布
Fig. 7 Distribution of urban boundary layer height in the case of bell-shaped distribution of an excess heat source on the urban surface

も h （赤色実線）も市街地内では風下に行くほど増加し、絶対に減少しない。風上側都市区間 $[-0.5\pi, 0]$ ではSummersの式の予測値を下回り、風下側都市区間 $[0, 0.5\pi]$ では逆に上回り、都心 $r=0$ および市街地両端 $r=\pm 0.5\pi$ の3地点において両者は完全に等しくなる。

以上の如く、一様に熱源が分布している場合のほか、パルス状に熱源が分布している場合、およびベル型に熱源が連続分布している場合について、式(31)によって決定される境界層高度の水平分布の特徴を調査したところ、市街地両端以外の場所ではSummersの式の予測値からは偏るものの、いずれの場合においても境界層高度は風下に行くほど増加するか現状を維持し、絶対に減少しないことが確認された。これらの事実、既存の多くの研究において報告されている「都心が最高温となり易く卓越風が強い場合には最高温域が風下側に変位する」という都市ヒートアイランドの形状の特徴は、都市境界層下端からの顕熱フラックス密度 H_0 および都市境界層上端からのエントレイメントフラックス密度 kH_0 の加熱源のみが存在し都市境界層内に冷熱源が一切存在しないSummersモデルでは再現できないことが示唆される。

IV 都市境界層に冷熱源が存在する場合の境界層高度の水平分布

$$\alpha U \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{d\vartheta}{dt} \text{ なので、式 (20) は}$$

$$\rho_a c_a h \frac{d\vartheta}{dt} = (1 + 2k) H_0 \quad (35)$$

と変形できる。式 (35) は Summers モデルにおける都市境界層全層の熱収支式そのものであり、右辺が都市境界層全層における加熱量を意味しており、右辺には冷熱源が存在していないのは明白である。このため、Summers モデルでは一旦昇温した都市境界層は以後絶対に降温せず、したがって一旦増加した都市境界層高度は以後絶対に減少しないのは至極当然の帰結である。その結果、Summers モデルは市街地風上端から風下に向かって市街地風下端まで温度が単調増加する地上温度の水平分布を示すこととなり、地上気温の閉じた等温線を出させることは絶対にないことは自明である。従って、市街地を囲む閉じた等温線が形成されている実際の都市においては、都市境界層内に必ず冷熱源が存在しなくてはならないことも自明である。

そこで、本節では、都市境界層における冷熱源の存在の可能性について検討する。任意の物理量 X に関するシステムを支配する微分方程式に減衰する性質を付加したいときの最も簡単な常套手段は、減衰の無い方程式における物理量 X の時間変化項 $\frac{\partial X}{\partial t}$ の $\frac{\partial X}{\partial t} + rX$ による置き換えである。これは斉次方程式

$$\frac{\partial X}{\partial t} + rX = 0 \quad (36)$$

が一般解 $X = X_0 e^{-rt}$ を持つことから明らかなように、置き換えで新たに挿入される rX 項が指数関数的に減衰する効果を表現するからである。このような減衰効果は比例減衰と呼ばれ、運動量の場合はレイリー減衰 (Rayleigh damping)、熱の場合はニュートン冷却 (Newtonian cooling) と呼ばれる。減衰効果を取り入れる際に、レイリー減衰やニュートン冷却は最も簡単な方法なので、解析解を求める際にはよく使用される。

たとえば、Kusaka and Kimura (2004a, b) は、都市境界層の熱収支式を

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_h \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) + Q_{\text{cool}} \quad (37) \\ Q_{\text{cool}} = -\gamma (T - T_{\text{rad}}) \end{aligned}$$

としている。ここで、 ϑ' : 平均温位からの温位偏差、 K_H : 水平熱交換係数、 K_h : 鉛直熱交換係数、 Q_{cool} : 放射冷却量、 T : 各高度の気温、 T_{rad} : 当該格子点における上向き長波放射から求めた放射平衡温度、 γ : ニュートン冷却率であり、冷却率は本来は有効水蒸気量等の関数であるが Yamamoto et al. (1973) を参考にして $\gamma = 10^{-5}$ で一定と仮定している。式 (37) の左辺と右辺の第1項・2項は、それぞれ、顕熱の移流効果と発散効果を表しており、都市境界層内の熱源には、顕熱フラックスの鉛直収束およびニュートン冷却の外に、顕熱の水平拡散による加熱冷却が含まれることを示している。

風上郊外における高度 z の平衡温度 T_{rad} は $T_{\text{rad}} = T_0 + \alpha z$ と表現でき、クロスオーバーを無視できて同高度の都市境界層温度が $T = T_0 + \alpha h$ で一定であるならば、各高度における Q_{cool} は、

$$\begin{aligned} Q_{\text{cool}} &= -\gamma (T_0 + \alpha h - T_0 - \alpha z) \\ &= -\gamma \alpha (h - z) \end{aligned} \quad (38)$$

なので、層厚 h の都市境界層全層の熱損失は

$$\int_0^h -\gamma \alpha (h - z) dz = -\frac{\gamma \alpha}{2} h^2 \quad (39)$$

となる。クロスオーバーが存在する場合に対しても h^2 に比例することを導くことができる。

Harman and Belcher (2006) によると、大気境界層の熱収支式は

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{1}{\rho_a c_a} \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{1}{\rho_a c_a} \frac{\partial L_n}{\partial z} \quad (40)$$

と表される。ここで、 H : 上向き顕熱フラックス密度、 L_n : 上向き正味長波放射フラックス密度であり、式 (40) 右辺第1項は顕熱フラックス密度の収束による昇温を意味し、第2項は長波放射フラックス密度の収束による昇温を意味する。明らかに、Summers モデルは右辺第1項の顕熱フラックス密度の収束 $-\frac{\partial H}{\partial z}$ のみを評価の対象とし、第2項の長波放射フラックス密度の収束 $-\frac{\partial L_n}{\partial z}$ は無視している。このため、一旦昇温した大気境界層温位 ϑ は降温しようがない。もし都市境界層熱収支において冷熱源が存在するならば、それは、Summers モデルが無視した都市域における第2項の長波放射フラックス密度の収束が風上郊外に比べて無視できない負偏差を有している可能性が高い。式

(40) が無視している式 (37) 右辺の水平発散項も無視できない可能性があるが、本稿は Harman and Belcher (2006) に従い、最も有効な冷熱源はニュートン冷却の効果であるとみなして議論を進める。

$$-h \frac{\partial H}{\partial z} = (1+2k)H_0 \quad (41)$$

$$-h \frac{\partial L_n}{\partial z} = -\frac{\gamma\alpha}{2} \rho_a c_a h^2 \quad (42)$$

なので、都市境界層全層の熱収支は

$$\rho_a c_a h \frac{d\vartheta}{dt} = (1+2k)H_0 - \frac{\gamma\alpha}{2} \rho_a c_a h^2 \quad (43)$$

と表せ、さらに $\frac{d\vartheta}{dt} = U\alpha \frac{\partial h}{\partial x}$ を代入すると式 (43) は

$$\rho_a c_a U\alpha h \frac{\partial h}{\partial x} = (1+2k)H_0 - \frac{\gamma\alpha}{2} \rho_a c_a h^2 \quad (44)$$

と表せるのでこれを整理すると

$$\frac{\partial h^2}{\partial x} + \frac{\gamma}{U} h^2 = \frac{2(1+2k)H_0}{\rho_a c_a U\alpha} \quad (45)$$

が得られる。これは h^2 に関する 1 階微分方程式であるから、積分変数を x から $r = \frac{\pi}{W}x$ に変換すると、式 (45) の解は

$$h^2 = \frac{2(1+2k)}{\rho_a c_a U\alpha} e^{-\beta(-0.5\pi+L)} \int_{-0.5\pi}^{-0.5\pi+L} e^{\beta r} H_0(r) dr \quad (46)$$

と表される。ただし、 $\beta = \frac{\gamma}{U} \frac{W}{\pi}$ である。

$\beta h^2 = \frac{\gamma}{U} \frac{W}{\pi} h^2$ は、吹走距離 r と共に境界層高度の自乗 h^2 が増大する際の抵抗のような振舞いをする。 $\gamma = 10^{-5}$ と $\pi = 3.14$ は定数なので、係数 β は都市の実際の幅 W に比例し風速 U に反比例する。都市の幅 100 km ($W = 10^5$) ~ 500 m ($W = 5 \times 10^2$) に対する風速 $U = 0.1$ m/s ~ 2.0 m/s の時の係数 β の値の見積もりを表 1 に示す。表 1 において β は概ね 0.001 ~ 3.00 の範囲に存在するので、本節はこの範囲の β に対する式 (46) の応答を検討する。

市街地内外における熱源分布 $H_0(r)$ として式 (30) を適用すると、 $\beta \neq 0$ のときの式 (46) は

$$h^2 = \frac{2(1+2k)}{\rho_a c_a U\alpha} \left\{ \frac{\overline{H_0}}{\beta} (1 - e^{-\beta L}) + e^{-\beta(-0.5\pi+L)} \times \sum_{n=1}^N \frac{[(\beta a_n - n b_n) \cos nr + (n a_n + \beta b_n) \sin nr]_{-0.5\pi}^{-0.5\pi+L}}{\beta^2 + n^2} \right\} \quad (47)$$

表 1 都市境界層高度変化に対する抵抗係数 β の都市規模と風速依存性

Table 1 Coefficient β versus city size and wind velocity

都市直径	風 速			
	0.1 m/s	0.5 m/s	1.0 m/s	2.0 m/s
100 km	3.183	0.637	0.318	0.159
50 km	1.592	0.318	0.159	0.080
10 km	0.318	0.064	0.032	0.016
1 km	0.032	0.006	0.003	0.002
500 m	0.016	0.003	0.002	0.001

となり、 $\beta = 0$ のとき式 (47) は式 (31) と等しくなる。つまり、式 (47) は都市境界層が冷熱源を持たない場合における式 (31) を包含する一般的な表現である。

さらにもし熱源分布 $H_0(r)$ が一様分布である場合を含めて原点 $r = 0$ (都心) に対して線対称な場合には、熱源分布 $H_0(r)$ は式 (32) となり、 $b_n = 0$ となるので、 $\beta \neq 0$ に対する式 (47) は、

$$h^2 = \frac{2(1+2k)}{\rho_a c_a U\alpha} \left\{ \frac{\overline{H_0}}{\beta} (1 - e^{-\beta L}) + e^{-\beta(-0.5\pi+L)} \times \sum_{n=1}^N \frac{a_n [\beta \cos nr + n \sin nr]_{-0.5\pi}^{-0.5\pi+L}}{\beta^2 + n^2} \right\} \quad (48)$$

となり、さらに $\beta = 0$ のとき式 (48) は式 (33) と等しくなる。つまり、式 (47) は熱源の分布が原点 (都心) に対して線対称で都市境界層が冷熱源を持たない場合における式 (33) までも包含する、極めて一般性の高い表現である。

1) 一様な熱源が分布する場合

本節では熱源 $H_0(r)$ が都市域内で一様に分布し、都市境界層の温位が同高度の風上側郊外より $\alpha(h-z)$ [K] 高温位になっている場合の都市境界層高度 h の水平分布を、式 (47) ($b_n = 0$ なので実際には式 (48)) を用いて予測する。

図 8 は、図 5 と同様に、都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ に一様な熱源が存在する場合の正規化された境界層高度 h の分布である。緑色破線は、Summers の式により予測される分布を示す。黒色実線は $\beta = 0$ とした時の計算結果である。両者は中央区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ では一致している。

Summers の式は一様な熱源の無限の分布を仮定して

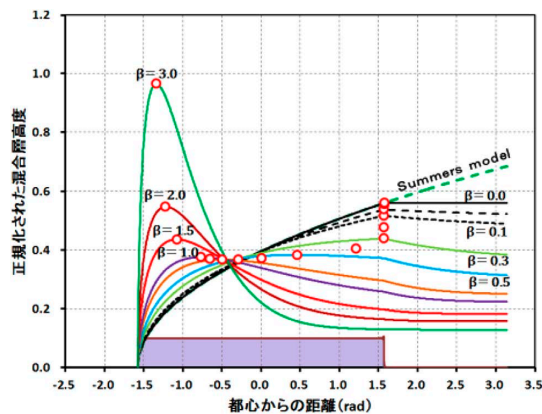


図8 一様熱源分布の際の抵抗係数別都市境界層高度の吹走距離分布

Fig. 8 Distribution of urban boundary layer height predicted by Eq. (48) for different values of coefficient β in the case of homogeneous distribution of an excess heat source on the urban surface

いるので、境界層高度 h は区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 外でも永遠に単調増加し続けるが、式(48)では熱源が無い区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ の風下ではニュートン冷却により極めてかすかではあるが徐々に減少している。 $\beta=0$ は風速 U が極端に大きい場合か都市幅 W が極端に小さい場合に相当する。風速 U が極端に大きかったり都市幅 W が極端に小さかったりすると市街地上空の滞在時間が短いため十分に加熱されないうちに空気塊が市街地を通過してしまうため顕著なニュートン冷却も発生し難い。境界層高度が最高となるところに○印を付している。図の煩雑を防ぐため $\beta=1$ 未満の曲線は $\beta=0.8, 0.5, 0.3, 0.1, 0.05$ および $\beta=0$ のみ描画し、 $\beta=0.1 \sim 1.0$ の間○印は0.1間隔で描画してある。

$\beta=0$ の場合、最高境界層高度の出現点(○印)は市街地風下端 $r=0.5\pi$ と一致しており、風速 U が若干減少するか都市幅 W が若干増加して $\beta=0.05$ となった場合には、 $r=-0.5\pi$ 近傍で若干境界層高度 h が増加し、 $r=0.5\pi$ 近傍以遠で減少するが、最高の境界層高度出現点(○印)は $r=0.5\pi$ の点とほぼ一致している。 $\beta=0 \sim 0.3$ の間は同様の傾向で推移し、最高境界層高度出現点(○印)は市街地風下端 $r=0.5\pi$ の近傍に停滞したまま、 β が増加するに従って都市境界層高度が漸減している。

風速 U が弱くなるか都市幅 W が大きくなって β が $\beta=0.4$ 近傍まで増加すると明瞭な変化が現れる。市街地中央付近の境界層高度の r 軸方向の変化が緩慢とな

り、最高の境界層高度には大きな変化はなく、最高境界層高度出現点(○印)が徐々に風上に移動し始める。 $\beta=0.6$ 付近において最高境界層高度の出現点は都心 $r=0$ 付近となり、境界層高度は風上側15%程度の市街地内ではフェッチとともに急激に増加するがその後は穏やかに推移する水平分布を示す。この傾向は $\beta=1.0$ 付近まで継続し、最高境界層高度の出現点(○印)は風上側市街地のほぼ中間点 $r=-0.25\pi$ まで遡上する。

風速 U が減少するか都市幅 W が増大して $\beta \geq 1.0$ となると、様相は一変する。風速 U が減少するか都市幅 W が増大して β が増加するほど、最高境界層高度が明瞭に増加し、最高境界層高度の出現地点(○印)が市街地風上端に向かってさらに遡上する。風上側15%程度の市街地に明瞭な境界層高度のピークが出現し、風下側市街地における境界層高度が明瞭に低下する。しかしながら、市街地風下端 $r=0.5\pi$ 近傍の境界層高度が風上端 $r=-0.5\pi$ 近傍と同程度まで低下することはない。このため、本モデルが考慮するメカニズムだけでは、均一な加熱源が分布する市街地において閉じた等温線が形成されることは極めて困難と推測される。

β の減少(風速の増大または都市の小規模化)にともなう、都市境界層高度が最大になる地点(○印)が風下側に移動するように見え、最大値付近の境界層高度の尖り度は β の増大とともに増加するとともに特に $\beta \geq 1.0$ の領域では境界層高度増加も著しい。全ての曲線がほぼ $r=-0.5$ rad付近で交わるように見える。これは偶然なのか必然なのか、現時点では考察できていない。

式(48)は波数0に関する第1項と波数1以上のフーリエ成分からなる第2項からなり、いずれの項も β の関数である。図9に、 $\beta=2, \beta=1, \beta=0.5, \beta=0.3, \beta=0.01$ の場合における、式(48)の第1項と第2項の内訳を示す。式(48)第1項(破線)は $\frac{\overline{H}_0}{\beta}(1-e^{-\beta L})$ と表せ、市街地だけでなく風下郊外に至っても単調に増加する曲線であり、 β が小さくなるにつれて漸増する。

これに対して、式(48)第2項(赤色曲線)は $\beta=2$ の場合の第1項(破線)と第1項と第2項の和(実線)である。第1項(破線)は $\frac{\overline{H}_0}{2}(1-e^{-2L})$ に従う単調増

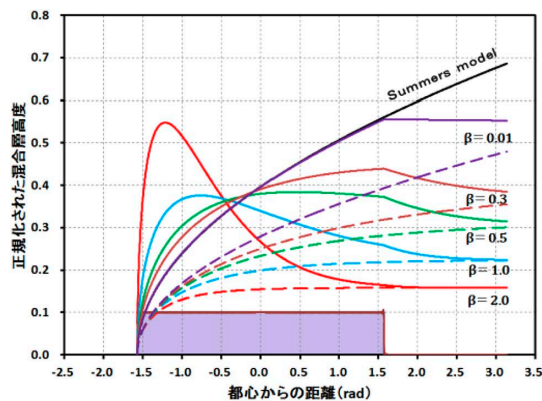


図9 式 (48) の第1項と第2項の分離
実線は式 (48) 全体を表し、破線は式 (48) 第1項を表す。

Fig. 9 Separation of the 1st and 2nd terms of 式 (48)
Solid lines represent total series and dashed lines represent the 1st term of 式 (48).

加曲線であるが、これに市街地の風上部分に集中して第2項が出現するため、市街地風上部分に明瞭な境界層高度のピークが出現する。

水色曲線は $\beta=1$ の場合の第1項 (破線) と第1項と第2項の和 (実線) である。第1項 (破線) は $\overline{H_0}(1-e^{-L})$ に従う単調増加曲線であるが、これに市街地の風上部分に集中して第2項が出現するため、市街地風上部分に明瞭な境界層高度のピークが出現する。

茶色曲線は $\beta=0.5$ の場合の第1項 (破線) と第1項と第2項の和 (実線) である。第1項 (破線) は $2\overline{H_0}(1-e^{-0.5L})$ に従う単調増加曲線であるが、これに市街地の風上部分に集中して第2項が出現するため、市街地風上部分に極めて緩慢な境界層高度のピークが出現する。

2) パルス状熱源が存在する場合

図10に、図6と同様に、区間 $[-0.18\pi, -0.13\pi]$ に一様熱源の5倍の強度のパルス状熱源を配置した場合の計算結果を示す。曲線の凡例は前図8と同様である。

抵抗のような係数 β ごとの市街地風上端から風下にかけての境界層高度の水平分布の特徴は、パルス状熱源近傍以外では、前図9と類似している。加熱源のみ存在させた図6の場合と同様に、パルス状熱源の部分で急激に境界層高度が増加する。 $\beta=1.5 \sim 0.4$ の範囲ではパルス状熱源の直後付近で都市境界層高度が最大になる。その後、パルス状熱源の部分での境界層高度増加が急激な場合ほど風下側でより明瞭な境界層高度の低下が発生するので、本稿が検討した中では、市街

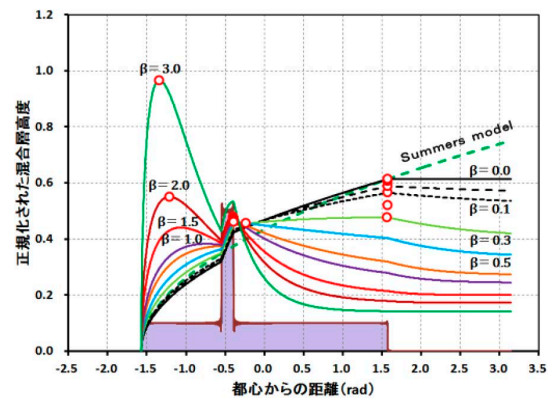


図10 一様熱源の中にパルス状熱源が存在する際の抵抗係数別都市境界層高度の吹走距離分布

Fig. 10 Distribution of urban boundary layer height predicted by Eq. (47) for different values of coefficient β in the case of homogeneous distribution of an excess heat source on the urban surface as in Fig. 8, but with an additional pulse-shaped heat source

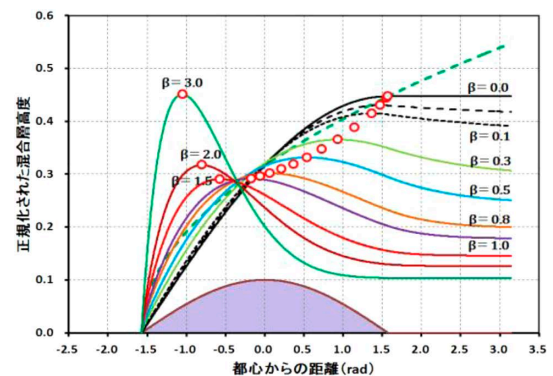


図11 ベル型熱源が存在する際の抵抗係数別都市境界層高度の吹走距離分布

Fig. 11 Distribution of urban boundary layer height predicted by Eq. (48) for different values of coefficient β in the case of bell-shaped distribution of an excess heat source on the urban surface

地内にパルス状熱源が存在する場合に最も明瞭な都市ヒートアイランドが出現し、風速 U の増加に伴って最高温度地点が風下に移動し難いと見込まれる。しかしながら、市街地風下端付近の境界層高度が市街地風上端付近と同程度まで低下することはないように見える。このため、本モデルが考慮するメカニズムだけでは、均一な加熱源の中にパルス状熱源が存在する市街地においても、地上気温の閉じた等温線が形成されることは極めて困難と推測される。

3) ベル型熱源が存在する場合

図11に、図7と同様に、市街地端では熱源が0で都市区間 $[-0.5\pi, 0.5\pi]$ 内は都心で最大強度0.1となるベル型熱源分布式 (34) を配置した場合の計算結果を示す。曲線の凡例は前図8および10と同様である。

抵抗のような係数 β ごとの市街地風上端から風下にかけての境界層高度の水平分布の特徴は、基本的な傾向は、一様熱源分布の際の前図8と類似している。しかし、市街地中央にベル型熱源が分布すると、風速 U が小さいか都市幅 W が大きい場合には市街地中央より風上側市街地において明瞭な境界層高度の極大が出現し、風速 U が大きい場合都市幅 W が小さい場合には市街地中央より風下側市街地において明瞭な境界層高度の極大が出現する。この場合は、それ以前に検討した2条件の場合以上に、市街地風下端付近の境界層高度が市街地風上端付近と同程度まで低下することはないように見える。このため、本稿のモデルが考慮するメカニズムだけでは、中央にベル型熱源が存在する市街地においては、地上気温の閉じた等温線が形成されることは更に困難と推測される。

V おわりに

本稿はSummersモデルでは郊外から都心にかけ高温となるだけではなく、都心から風下市街地にかけても風下ほど都市温度が高温となる理由について検討した。

まず、都市境界層高度が都市表面の状況に対応した変動を示さず単調に増加するのは、Summersモデルが均一な熱源分布を仮定しているからではないか？と考え、その可能性について検討した。任意の非一様熱源分布の場合には解析的な扱いが困難なので、非一様な熱源分布を有限フーリエ級数展開して検討する新たなモデル式 (31) を開発した。その式 (31) により、熱源分布が一様であればSummersの式により正確に境界層高度が予測できることが確認された。都市域内にパルス状の非一様な熱源分布がある場合には、そのパルス状熱源域において急激に都市境界層高度が増した後その風下では境界層高度は微増に転じるものの、吹走距離とともに都市境界層高度が低下することは絶対になく、市街地風下端における都市境界層高度は熱源

が一様分布するSummersモデルと同一の結果となった。このため、Summersモデルで予測される都市温度分布では地上気温の閉じた等温線が出現しない理由は、熱源の一様分布の仮定にあるのではなく、Summersモデルが都市境界層を加熱するだけで冷却の機能を持たないためとの見解に達した。

次に、都市境界層が形成されたことが原因で都市境界層を冷却するメカニズムが存在する可能性について検討できる新たなモデル式 (47) を開発した。その式 (47) により、風速 U が小さく都市幅 W が大きいほど、都心風上側では市街地風上端からの吹走距離とともに境界層高度が増加し、吹走距離が大きい市街地風下端近傍では吹走距離とともに境界層高度が減少し、境界層高度が最大となる地点が風上側に移動する特徴を持ち、風速 U が大きく都市幅 W が小さいと、市街地風下端で境界層高度が最大になることが示唆された。

実際の都市における境界層高度水平分布の風向依存性については未だ詳細な情報は得られていないのが実情である。本稿により、ブルーム型都市境界層が都心より風下側でも混合層であるならば、都心風下側で境界層高度が明瞭に低下しない限り、市街地を中心とした地上気温の閉じた等温線の形成は困難である可能性が高いことが示唆された。

図12は、Oke (1978, 1987) には掲載されていなかったのに最新の教科書Oke et al. (2017) に掲載された50年近く前のOke and East (1971) によるモントリオールにおける都市境界層内の等温位線鉛直断面図である。測点 $d \sim f$ 付近が都心であるが、市街地風上側は混合層に見えるものの、都心に近い $c \sim d$ の地上付近は不安定成層しており、都心より風下側は明瞭な混合層に

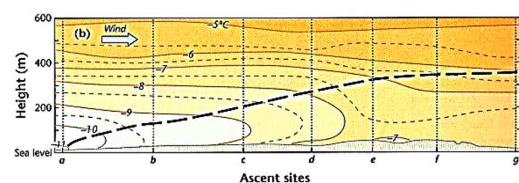


図12 モントリオールにおける1968年3月12日早朝の卓越風に沿った都市境界層内の温位鉛直断面

(Oke et al. 2017 より, 出典: Oke and East 1971)

Fig. 12 Vertical cross-section of potential temperature in the urban boundary layer aligned with the flow in Montreal in the early morning of March 12, 1968 (after Oke et al. 2017; source: Oke and East 1971)

は見えない。都心より風下側の都市ブルーム内 $e \sim g$ の等温位線の走向は鉛直というよりは水平に近い。え、 -7.5°C の等温位線が上下2本の -7.0°C の等温位線に挟まれている等解析技術的にも疑問な点があるため、ブルーム内全域を混合層とみなすことに躊躇を覚えかねない。

最近、筆者らは第2筆者を中心にして埼玉県熊谷市街地内外において境界層高度と風の鉛直プロファイルおよび地上気温の水平分布の事例観測を重ねている(中村ほか2018a, b, c)。鉛直方向のライダーのS/N比の急減点として求めた境界層高度は市街地内と郊外に有意な差が認められないのに対して、鉛直方向の風速の分散の急減点として求めた境界層高度は市街地風上側と風下側で線対称的な水平分布を示す傾向が見出されており、筆者らは、前者は都市ブルーム層高度に相当し後者が対流混合層高度に相当する可能性を検討中である。仮に後者が対流混合層高度であるとしても、未だ観測事例が少ないため、風下でも風上でも市街地中心部に比べて郊外は対流境界層高度が低く地上気温も低いと統計的に明言できるか否かについての結論は得られていない。この点の検討は、十分な観測事例が蓄積された後の喫緊の課題である。

都市境界層を冷却させ得る機構として本稿が想定したニュートン冷却は冷却効果を表すために繁用される便宜的手段である。実際の都市境界層の放射冷却が本稿のニュートン冷却と同等とみなせるか否かについては十分な議論ができていない。射出率の等しい灰色体薄平板モデルを想定して風上郊外接地逆転層と都市境界層における同一高度の薄気層の長波放射収支の差を求めることにより議論できる見込みであるが、水蒸気圧の鉛直分布や気層の射出率の議論を新たに導入する必要があり、他の項に比して極端に複雑な議論となるため、この点に関しては稿を改めて議論したい。また、水平拡散項等ニュートン冷却以外の都市境界層を冷却させ得る機構の有無に関する検討も重要な課題である。

謝 辞

本稿の骨子は、2018年度日本地理学会春季および秋季学術大会において発表された。日本地理学会都市気候環境研究グループの代表 榊原保志信州大学教授には本稿投稿の機会を与えて頂いた。同グループ前代

表 三上岳彦首都大学東京名誉教授および同グループの前身都市気候研究グループの元代表 山下脩二東京学芸大学名誉教授にもご高配を賜った。両研究グループ参加者の方々には長年に亘って種々の有益なご教示とご助言を賜った。2名の匿名査読者から賜ったコメントは原稿改良に大変役立った。また、熊谷市役所の方々にはドップラーライダーによる都市境界層観測に際して種々の便宜供与を賜った。記して深謝の意を表します。

小論を2017年7月4日に逝去された故 吉野正敏筑波大学名誉教授に捧げます。

文 献

- 浅井富雄 1983.『大気対流の科学』東京堂出版。
 鶴野伊津志・若松伸司・植田洋匡 1988. 夜間の都市境界層と大気汚染質の動態. 大気汚染学会誌 23: 103–114.
 小倉義光 1997.『メソ気象の基礎理論』東京大学出版会。
 榎根 勇 1960. 東京とその周辺地域における日最低気温分布の都市気候学的考察. 地理学評論 33: 534–572.
 河村 武 1964a. 熊谷市における気温分布の解析. 地理学評論 37: 243–254.
 河村 武 1964b. 熊谷市の都市温度の成因に関する二、三の考察. 地理学評論 37: 560–565.
 河村 武 1968. 都市気候——特にheat islandに関する研究を中心として——. 気象研究ノート 98: 468–483.
 木村富士男 1994. 都市大気のシミュレーション. 近藤純正(編)『水環境の気象学——地表面の水収支・熱収支——』朝倉書店. 281–307.
 木村竜治・三沢信彦・坂上治郎・国井利泰 1975. 都市のヒートアイランド効果に伴う対流の特性について. 天気 22: 186–196.
 近藤純正 1982.『大気境界層の科学』東京堂出版。
 佐々倉航三 1932. 信濃大町附近の気温分布の日変化に就て. 地理学評論 8: 1–11.
 関口 武 1962. 山形県米沢市における冬季の都市気温分布 本邦都市気候の研究 (3). 東京教育大学地理学教室地理学研究報告 VI: 67–95.
 関口 武 1970. 都市気候. 天気 17: 89–96.
 大後美保・長尾 隆 1972.『都市気候学』朝倉書店。
 高橋百之 1959. 日本の中小都市における気温分布と家屋密度. 地理学評論 32: 305–313.
 中川清隆 2011. わが国における都市ヒートアイランド形成要因, とくに都市ヒートアイランド強度形成要因に関する研究の動向. 地学雑誌 120: 255–284.
 中村祐輔・渡来 靖・中川清隆 2018a. ドップラーラ

- ライダーの移動観測による大気境界層高度および鉛直風の水平分布把握の試み. 日本気象学会大会講演予稿集 113: 310.
- 中村祐輔・渡来 靖・中川清隆 2018b. ドップラーライダーの移動観測による都市境界層構造の実態把握. 日本ヒートアイランド学会大会予稿集 13: 90–91.
- 中村祐輔・渡来 靖・中川清隆 2018c. 都市内外における境界層内の三次元風分布——ドップラーライダーを用いた移動観測——. 日本気象学会大会講演予稿集 114: 143.
- 西沢利栄 1958. 都市気温に及ぼす建築物の影響. 資源科学研究所彙報 48: 40–48.
- 福井英一郎・矢澤大二 1957. 最近における都市気候研究の展望. 地理学評論 30: 36–54.
- 水越允治 1965. 都市気温の分布と風との関係についての一考察. 地理学評論 38: 92–102.
- 吉野正敏 1961. 『小気候 局地気象学序説』 地人書館.
- 吉野正敏 1986. 『新版 小気候』 地人書館.
- 吉村信吉・三澤勝衛 1931. 上諏訪町附近の早朝の気温分布. 地理学評論 7: 170–179.
- Arya, S. P. 2001. *Introduction to micrometeorology*, 2nd ed. Academic Press.
- Atwater, M. A. 1971. The radiation budget for polluted layers of the urban environment. *Journal of Applied Meteorology* 10: 205–214.
- Bornstein, R. D. 1968. Observations of urban heat island in New York City. *Journal of Applied Meteorology* 7: 575–581.
- Clarke, J. F. 1969. Nocturnal urban boundary layer over Cincinnati, Ohio. *Monthly Weather Review* 97: 582–589.
- Duckworth, F. S. and Sandberg, J. S. 1954. The effect of cities upon horizontal and vertical temperature gradients. *Bulletin of American Meteorological Society* 35: 198–207.
- Garratt, J. R. 1992. *The atmospheric boundary Layer*. Cambridge University Press.
- Gyr, A. and Rys, F.-S. 1995. *Diffusion and transport of pollutants in atmospheric mesoscale flow fields*. Kluwer Academic Publishers Group.
- Hann, J. 1885. Ueber der temperaturunterschied zwischen stadt und land. *Zeitschrift Oesterrichische Gesellschaft für Meteorologie* 20: 457–462.
- Harman, I. N. and Belcher, S. E. 2006. The surface energy balance and boundary layer over urban street canyons. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 132: 2749–2768.
- Hidalgo, J., Masson, V. and Gimeno, L. 2010. Scaling the daytime urban heat island and urban-breeze circulation. *Journal of Applied Meteorology* 49: 889–901.
- Howard, L., 1833. *The climate of London deduced from meteorological observations*, 3rd ed., vol. 1. London: Harvey and Darton.
- Huang, G., Tamai, N. and Kawahara, Y. 1994. A dimensional analysis of urban heat island intensity. *Environmental Systems Research* 22: 261–266.
- Kimura, R. 1975. Dynamics of steady convections over heat and cool islands. *Journal of Meteorological Society of Japan* 53: 440–457.
- Kimura, R. 1976. Effects of general flows on a heat island convection Part 1: Linear theory for the uniform flow. *Journal of Meteorological Society of Japan* 54: 308–320.
- Kusaka, H. and Kimura, F. 2004a. Coupling a single-layer urban canopy model with a simple atmospheric model: Impact on urban heat island simulation for an idealized case. *Journal of Meteorological Society of Japan* 82: 67–80.
- Kusaka, H. and Kimura, F. 2004b. Thermal effects of urban canyon structure on the nocturnal heat island: Numerical experiment using a mesoscale model coupled with an urban canopy model. *Journal of Applied Meteorology* 43: 1899–1910.
- Landsberg, H. E. 1981. *The urban climate, international geophysics series, Vol. 28*. New York: Academic Press.
- Lee, T.-W. and Ho, A. 2010. Scaling of the urban heat island effect based on the energy balance: Nighttime minimum temperature increase vs. urban area length scale. *Climate Research* 42: 209–216.
- Lee, T.-W., Choi, H. S. and Lee, J. 2014. Generalized scaling of urban heat island effect and its applications for energy consumption and renewable energy. *Advances in Meteorology* 2014: 948306, 5 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/948306>
- Lee, T.-W., Lee, J. Y. and Wang, Z.-H. 2012. Scaling of the urban heat island intensity using time-dependent energy balance. *Urban Climate* 2: 16–24.
- Manley, G. 1958. On the frequency of snowfall in metropolitan England. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 84: 70–72. <http://dx.doi.org/10.1002/qj.49708435910>
- Melas, D. and Kambezidis, H. D. 1992. The depth of internal boundary layer over an urban area under sea-breeze conditions. *Boundary-Layer Meteorology* 61: 247–264.
- Oke, T. R. 1976. The distinction between canopy and boundary-layer urban heat islands. *Atmosphere* 14: 268–277.
- Oke, T. R. 1978. *Boundary layer climate*. Methuen & Co Ltd.
- Oke, T. R. 1987. *Boundary layer climate*, 2nd ed. Routledge.
- Oke, T. R. and East, C. 1971. The urban boundary layer in Montreal. *Boundary-Layer Meteorology* 1: 411–437.
- Oke, T. R., Mills, G., Christen, A. and Voogt, J. A. 2017. *Urban climates*. Cambridge University Press.
- Peppler, A. 1929. Das auto als hilfsmittel der meteorologischen forschung. *Das Wetter* 46: 305–308.
- Schmidt, W. 1927. Die verteilung der minimumtempera-

- turen in der frostnacht des 12 Mai 1927 im gemeindegebiet von Wien. *Fortschritte der Landwirtschaft* 2: 681–686.
- Schmidt, W. 1930. Kleinklimatische aufnahmen durch temperaturfahrten. *Meteorologische Zeitschrift* 47: 92–106.
- 佐々倉航三（抄訳）1930. 気温の観測による微気候学的考察. *地理学評論* 6: 1559–1563.
- Summers, P. W. 1964. *An urban ventilation model applied to Montreal*. Unpub. Ph.D. thesis, McGill University, Montreal.
- Summers, P. W. 1965. An urban heat island model; its role in air pollution problems, with applications to Montreal. *Paper presented to 1st Canadian Conference on Micro-meteorology, Toronto, April 12–14, 1965*.
- Summers, P. W. 1966. The seasonal, weekly, and daily cycles of atmospheric smoke content in central Montreal. *Journal of the Air Pollution Control Association* 16: 432–438. doi: 10.1080/00022470.1966.10468496
- Sundborg, A. 1950. Local climatological studies of the temperature conditions in an urban area. *Tellus* 2: 222–232.
- Wang, Z.-H. and Li, Q. 2017. Thermodynamic characterisation of urban nocturnal cooling. *Heliyon* 3: e00290. doi: 10.1016/j.heliyon.2017. e00290
- Yamamoto, G., Shimanuki, A., Aida, M. and Yasuda, N. 1973. Diurnal variation of wind and temperature fields in the Ekman layer. *Journal of Meteorological Society of Japan* 51: 377–387.

〈著者略歴〉



中川 清隆（なかがわ きよたか）

1950年山口県生まれ。東京教育大学理学部地学科卒業，東京教育大学大学院理学研究科修士課程修了，理学修士，筑波大学大学院博士課程地球科学研究科中退，理学博士。金沢大学助手，上越教育大学助教授，教授，兵庫教育大学教授（併任）を経て，現在，立正大学地球環境科学部環境システム学科教授。気象学・気候学，特に熱収支・放射収支を専門とする。主な著書『内陸都市はなぜ暑いのか』（編著）（2010年成山堂書店）。

公式ホームページ <http://es.ris.ac.jp/~nakagawa/>



中村 祐輔（なかむら ゆうすけ）

1991年富山県生まれ。立正大学地球環境科学部環境システム学科卒業，立正大学大学院地球環境科学研究科博士前期課程修了，修士（理学）。現在，立正大学大学院地球環境科学研究科環境システム学専攻博士後期課程院生。気象学・気候学，特に都市気象学を専門とする。



渡来 靖（わたらい やすし）

1975年千葉県生まれ。筑波大学第一学群自然科学類卒業，筑波大学大学院博士課程地球科学研究科単位取得満期退学，博士（理学）。筑波大学準研究員，立正大学助手，助教，専任講師，准教授を経て，現在，立正大学地球環境科学部環境システム学科教授。気象学・気候学，特に大気力学を専門とする。主な著書『気候変動の事典』（編著）（2017年朝倉書店）。

公式ホームページ <http://es.ris.ac.jp/~watarai/>