IoT時代のシステム制御理論 —事象駆動制御と自己駆動制御—

Systems and Control Theory for IoT Era:
Event-triggered Control and Self-triggered Control

小林孝一 Koichi KOBAYASHI

アブストラクト あらゆる‘もの’が通信ネットワークを介してつながっているIoT (Internet of Things) 時代が到来しており、通信を利用した制御の必要性が高まっている。制御対象と制御器が通信ネットワークを介して接続された制御システムはネットワーク化制御システムと呼ばれ、盛んに研究されている。本稿では、ネットワーク化制御システムに対する制御手法として、事象駆動制御と自己駆動制御を紹介する。いずれの手法でも、通信負荷を抑制しつつ、高性能な制御が実現できる。
キーワード ネットワーク化制御システム、事象駆動制御、自己駆動制御、最適レギュレータ、モデル予測制御

Abstract In the modern world, multiple devices are connected through communication networks. Consequently, control methods using communication networks have attracted much attention. A control system where plants and controllers are connected through communication networks is called a networked control system and has been widely studied. In this article, we introduce event-triggered and self-triggered control methods for networked control systems. Using these methods, low communication load and high control performance are achieved.

Key words Networked control systems, Event-triggered control, Self-triggered control, Linear quadratic regulator, Model predictive control

1. はじめに

第5期科学技術基本計画では、サイバー空間とフィジカル空間が高度に融合した「超スマート社会」の実現を目指している⁽¹⁾。超スマート社会とは、「必要なもの・サービスを、必要な人に、必要な時に、必要なだけ提供し、社会の様々なニーズにきめ細かに対応でき、あらゆる人が質の高いサービスを受けられ、年齢、性別、地域、言語といった様々な違いを乗り越え、生き活きと快適に暮らすことのできる社会」と定義されている。超スマート社会の実現に向けた基盤技術として、サービスプラットフォームに必要となる技術（サイバーセキュリティ、IoT (Internet of Things) システム構築、ビッグデータ解析、AI (Artificial Intelligence)、デバイスなど）、及び新たな価値創出のコアとなる強みを有する技術（ロボット、センサ、バイオテクノロジー、素材・ナノテクノロジー、光・量子など）が挙げられている。

超スマート社会の基盤技術とシステム制御理論は密接に関連している。サイバーセキュリティにおいて重要となる攻撃の検知では、未知入力オブザーバを利用した方法が研究されている^{(2)・(3)}。また、IoT システムでは、制御器と制御対象が通信ネットワークで接続されたネットワーク化制御システムが重要

な役割を果たす⁽⁴⁾。更に、超スマート社会では、おもてなしシステムや地域包括ケアシステムといったサービス科学に関する取組みも重要視されている。サービス科学においても、サービス提供者のモデル化やアシストへのシステム制御理論の適用が検討されている^{(5)・(6)}。そのほかにも、例えば、エネルギー管理システムはシステム制御理論の重要な対象となっている^{(7)・(8)}。以上から、システム制御理論は、超スマート社会の実現において必要不可欠な基礎理論であると位置付けられる。

本稿では、IoTに関連したシステム制御理論の手法を紹介する。まず、IoT システム構築において、システム制御理論の立場から重要であると考えられる課題は以下のとおりである。

- ① 大規模系へのスケーラビリティを有する。
- ② フィジカル空間の空間的な広がりとネットワークポロジを考慮する。
- ③ 通信特性（遅延、パケット紛失など）を考慮する。
- ④ 通信量を削減する。

①、②については、近年盛んに研究されているマルチエージェントシステムの合意制御⁽⁹⁾が一つの答えである。③については、システム制御理論で古くから研究されているむだ時間系の研究成果が利用できる⁽¹⁰⁾。④については、送信データの量子化などが対策として挙げられる⁽¹¹⁾。一方で、そもそもデータをできるだけ送らないことも重要である。この観点から、事象駆動制御や自己駆動制御が近年盛んに研究されている。本稿では、事象駆動制御及び自己駆動制御に焦点を絞って紹介する。

事象駆動制御とは、ある条件を満たしたとき（事象が成立し

小林孝一 正員 北海道大学大学院情報科学研究科
E-mail k-kobaya@ssi.ist.hokudai.ac.jp
Koichi KOBAYASHI, Member (Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University, Sapporo-shi, 060-0814 Japan).

電子情報通信学会 基礎・境界サイエティ
Fundamentals Review Vol.11 No.3 pp.172-179 2018 年 1 月
©電子情報通信学会 2018

たとき)のみ、センサから制御器に計測データを送信する制御手法である。センサが直近で制御器に送信した計測値と最新の計測値を比較し、誤差がしきい値以上になったとき、事象が成立したと定義する場合が多い。制御器からアクチュエータへの送信を考える場合もある。文献(12)では、事象駆動制御の初期の研究として、文献(13)、(14)を挙げている。連続時間システムの事象駆動制御では、事象と事象の間の時間間隔が問題となる。すなわち、この時間間隔が0になると、有限時間で事象が無限回発生してしまう(ゼノン軌道と呼ばれている)。この点を避けることが必要である。一方、離散時間システムではこの問題が発生しないため、扱いやすい。制御器を状態フィードバック制御器とするか出力フィードバック制御器とするかでも、難しさが大きく変わる。状態フィードバックの場合、全ての状態が計測可能であると仮定している。したがって、計測値の送信有無による状態の誤差が評価しやすい。出力フィードバックの場合、出力の誤差から状態の誤差を推定しなければならない。

自己駆動制御とは、センサが計測する時刻を制御器が決定する制御方法である。計測データを用いて制御入力を更新することから、制御入力の更新間隔を決定する制御手法と言うこともできる。文献(12)では、事象駆動制御の初期の研究として、文献(15)を挙げている。文献(16)では、圧縮センシングで用いられている L^1 ノルムを活用した手法が提案されている。また、自己駆動制御に関する論文⁽¹⁷⁾は、IEEE Control Systems SocietyのGeorge S. Axelby Outstanding Paper Awardを受賞している。事象駆動制御と同様に、連続時間システムより離散時間システムの方が扱いやすい。すなわち、離散時間システムの場合、制御入力の更新間隔は整数となり、更新を何回スキップすればよいかを計算すればよい。

本稿では、事象駆動制御及び自己駆動制御の初歩の紹介を目的とする。制御対象は扱いが比較的容易な離散時間線形システムに限定する。まず、事象駆動制御の手法として、文献(18)の手法を紹介する。次に、自己駆動制御の手法として、文献(19)のモデル予測制御に基づく手法を紹介する。

表記: 実数の集合を $\mathcal{R}$ によって表す。適当なサイズの単位行列及び零行列をそれぞれ I 及び 0 によって表す。行列 M に対して、 $M^\top$ は M の転置行列を表す。列ベクトル x に対して、 $\|x\|$ は x のユークリッドノルムを表す。以下では、列ベクトルのみを扱うこととし、簡単にベクトルと呼ぶこととする。ベクトル x に対して、 x_i は x の第 i 要素を表す。行列 $\begin{bmatrix} A & * \\ B & C \end{bmatrix}$ は行列 $\begin{bmatrix} A & B^\top \\ B & C \end{bmatrix}$ を表す。ベクトル $x \in \mathcal{R}^n$ 及び正定行列 $X \in \mathcal{R}^{n \times n}$ に対して、 $\|x\|_X^2 := x^\top X x$ を定義する。

2. 事象駆動制御

本章では、問題設定を与えたのち、線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality, 以下 LMI) に基づく解法を紹介する。最後に、簡単な計算例を紹介する。なお、記号の一部が文献(18)とは異なることに注意されたい。

2.1 問題設定

制御対象として、次の離散時間線形システム

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (1)$$

を考える。ここで $x \in \mathcal{R}^n$ は状態、 $u \in \mathcal{R}^m$ は制御入力、 $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ 及び $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ は適当な行列である。

システム(1)に対して、次の状態フィードバック制御器

$$u(k) = K\hat{x}(k) \quad (2)$$

の設計を考える。ここで

$$\hat{x}(k) = \begin{cases} x(k) & \text{if } u(k) \text{ is updated,} \\ \hat{x}(k-1) & \text{if } u(k) \text{ is not updated} \end{cases} \quad (3)$$

である。ここでは、制御入力を更新するかどうかは、 $x(k)$ と $\hat{x}(k-1)$ の差で判断することとする。事象駆動制御では、例えば

$$\hat{x}(k) = \begin{cases} x(k) & \text{if } \|\hat{x}(k-1) - x(k)\| > \sigma \|x(k)\|, \\ \hat{x}(k-1) & \text{if } \|\hat{x}(k-1) - x(k)\| \leq \sigma \|x(k)\| \end{cases} \quad (4)$$

により、制御入力の更新を判断する。ここで $\sigma > 0$ は与えられているスカラーのパラメータである。しきい値が定数ではなく、状態の関数($\sigma \|x(k)\|$)となっていることに注意されたい。また

$$\|\hat{x}(k-1) - x(k)\| > \sigma \|x(k)\| \quad (5)$$

は事象駆動条件と呼ばれ、この条件を満足したとき、制御入力が更新される。式(4)から、式(5)が成立するとき、 $\hat{x}(k) - x(k) = 0$ が成立する。また、式(5)が成立しないとき、 $\hat{x}(k) = \hat{x}(k-1)$ が成立する。これらの点に注意すると

$$\|\hat{x}(k) - x(k)\| \leq \sigma \|x(k)\|$$

が常に成立することに注意されたい。

本稿では、事象駆動制御の方法を用いた次の最適レギュレータの問題を考える。

[問題 1] システム(1)に対して、制御器式(2)及び式(4)を考える。式(4)の $\sigma > 0$ は与えられているとする。このとき、次の二次形式評価関数

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \{x^\top(k)Qx(k) + u^\top(k)Ru(k)\} \quad (6)$$

を最小化する状態フィードバック利得 K を求めよ。ここで Q は半正定行列、 R は正定行列である。

(6)式の評価関数は最適制御問題において標準的に用いられており、状態の原点への収束性や制御入力の大きさを評価することができる。行列 Q, R およびスカラー σ を適切に設定することで、通信回数を抑制しつつ適切な制御性能をもつ制御系を構築することができる。

2.2 解法の概要

まず、誤差変数 $e(k) := \hat{x}(k) - x(k)$ を定義する。このとき、 $\hat{x}(k) = x(k) + e(k)$ が成立することから、閉ループ系の状態方程式は

$$x(k+1) = (A+BK)x(k) + BK e(k) \quad (7)$$

として得られる。

次に、制御器を設計するために、次の二次形式 リヤプノフ 関数

$$V(k) = x^\top(k)Px(k) \quad (8)$$

を考える。ここで P は正定対称な行列である。リヤプノフ 関数の差分 $V(k+1) - V(k)$ が、閉ループ系の軌道に沿って

$$\begin{aligned} & x^\top(k+1)Px(k+1) - x^\top(k)Px(k) \\ & < -\{x^\top(k)Qx(k) + u^\top(k)Ru(k)\} \end{aligned} \quad (9)$$

を満足する制御器を設計することを考える。式 (9) を満足するとき、閉ループ系は漸近安定となる。このことに注意し（すなわち $\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = 0$ となることに注意し）、 $k = 0$ の場合の式 (9) から $k = \infty$ の場合の式 (9) までを足し合わせると

$$-x^\top(0)Px(0) < -J$$

が得られる。更に

$$J < x^\top(0)Px(0) < \text{tr}(P)\|x(0)\|^2 \quad (10)$$

が成立する。

以上を踏まえて、次の問題を考える。

[問題 2] システム (1) に対して、制御器式 (2) 及び式 (4) を考える。式 (4) の $\sigma > 0$ は与えられているとする。このとき、制約条件

$$\|e(k)\| \leq \sigma \|x(k)\| \quad (11)$$

の下で、 $\text{tr}(P)$ を最小化する状態フィードバック利得 K を求めよ。

式 (10) から、問題 2 は問題 1 の評価関数の上限を最小化する問題となっていることが理解できる。ただし、式 (10) の評価関数の上限は等号が成立しない粗い評価となっている。異なる上限を利用するなどの改良が必要である。

問題 2 を LMI を用いた凸計画問題に帰着させることを考える。このとき、次の定理が得られる。

[定理 1] 問題 2 の準最適解は次の最適化問題によって与えられる。

$$\begin{aligned} & \text{find } S \in \mathcal{R}^{n \times n}, W \in \mathcal{R}^{m \times n}, \alpha \in \mathcal{R} \\ & \text{minimize } \text{tr}(S^{-1}) \\ & \text{subject to} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} S & * & * & * & * \\ 0 & 2S - \alpha I & * & * & * \\ AS + BW & BW & S & * & * \\ S & 0 & 0 & \frac{\alpha}{\sigma^2} I & * \\ Q^{1/2} \begin{bmatrix} S \\ W \end{bmatrix} & Q^{1/2} \begin{bmatrix} 0 \\ W \end{bmatrix} & 0 & 0 & I \end{bmatrix} > 0, \\ & S = S^\top > 0, \\ & \alpha > 0 \end{aligned}$$

行列に対する不等号 ($>$) は行列が正定であることを意味する。このとき、状態フィードバック利得 K 及び リヤプノフ 関数 (8) における行列 P はそれぞれ

$$K = WP, \quad P = S^{-1}$$

として得られる。

[証明] 概要のみ簡単に説明することとする。まず、式 (7) を式 (9) に代入することで

$$\begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix}^\top P_1 \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} > 0 \quad (12)$$

が得られる。ここで

$$P_1 = \begin{bmatrix} P - \Phi^\top P \Phi - Q - K^\top RK & * \\ -K^\top B^\top P \Phi - K^\top RK & -K^\top B^\top PBK - K^\top RK \end{bmatrix}$$

である（ただし $\Phi := A + BK$ である）。次に、式 (11) から

$$\begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix}^\top P_2 \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (13)$$

が得られる。ここで

$$P_2 = \begin{bmatrix} \sigma^2 I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}$$

である。式 (12) と式 (13) に S -procedure⁽²⁰⁾ を適用することで

$$P_1 - \kappa P_2 > 0 \quad (14)$$

が得られる。ここで $\kappa > 0$ はスカラーの決定変数である。式 (14) に対して、Schur complement⁽²⁰⁾ などの結果を適用することで、定理 1 における最適化問題の制約条件すなわち LMI が得られる。ここで $\alpha := 1/\kappa$ である。□

定理 1 の最適化問題における目的関数 $\text{tr}(S^{-1})$ は S に関して凸になることが知られている⁽²¹⁾。したがって、この問題は凸計画問題となっており、MATLAB などのソフトウェアを用いることで、容易に解を求めることができる。

本稿では、事象駆動制御に関する理解が比較的容易な手法を紹介した。このほかにも、事象駆動条件が分散された事象駆動制御⁽²²⁾、⁽²³⁾ など様々な手法が得られている。

2.3 計 算 例

簡単な計算例を紹介する．制御対象として，次の 2 状態 1 入力の離散時間線形システム

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(k)$$

を考える．事象駆動条件 (3) のパラメータ σ は $\sigma = 0.16$ とする．評価関数 (6) の重み行列 Q 及び R はそれぞれ $Q = 10I$ 及び $R = 1$ とする．

定理 1 の最適化問題を解くことで，状態フィードバック利得 K 及び リヤプノフ 関数 (8) における行列 P はそれぞれ

$$K = \begin{bmatrix} 0.2463 & 1.2051 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 398 & 672 \\ 672 & 1880 \end{bmatrix}$$

として得られた．

次に，初期状態を $x(0) = [20 \ 10]^T$ としたときの閉ループ系の応答を示す．図 1 に状態の時間応答，図 2 に制御入力，図 3 に各時刻での事象駆動条件の成立有無を示す．図 1 から，状態が原点に収束していることが理解できる．図 2 から，ときどき制御入力が増減されていることが理解できる．図 3 では，より具体的に制御入力が増減されない時刻が確認できる．この例では，時刻 30 までに 12 回制御入力を更新していない（言い換えると，事象駆動条件 (3) が成立しない）．以上から，通信回数

図 1 状態の時間応答 青線：状態の第 1 要素．赤線：状態の第 2 要素．

図 2 制御入力

図 3 事象駆動条件の成立有無 1：事象駆動条件が成立．0：事象駆動条件が不成立．

を削減した制御系が構成できていることが理解できる．

3. 自己駆動制御

本章では，まず，問題設定及びモデル予測制御の利用について紹介する．次に，解法を紹介する．最後に，簡単な計算例を紹介する．なお，文献(19)では，複数の制御対象に対する自己駆動制御を考えている．本稿では，説明の簡単化のため，一つの制御対象の場合を紹介する．

3.1 問題設定

2. と同様に，制御対象として離散時間線形システム (1) を考える．自己駆動制御は，制御入力だけでなく，制御入力の更新間隔も決定する制御手法である．離散時間システムの場合は，更新を何回スキップすればよいかを計算すればよい．このことを踏まえて次の問題を考える．

[問題 3] システム (1) に対して，現在の時刻を k とする．このとき，次の評価関数

$$J = \frac{\alpha}{i} + J_1 + J_2 \quad (15)$$

を最小化する時間間隔 $i \in \{1, 2, \dots, p\}$ 及び制御入力列 $u(k), u(k+1), \dots$ を求めよ．ここで

$$J_1 = \sum_{l=0}^{i-1} (\|x(k+l)\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2),$$

$$J_2 = \sum_{r=0}^{\infty} \left\{ \sum_{l=0}^{p-1} (\|x(k+i+rp+l)\|_Q^2 + \|u(k+i+rp)\|_R^2) \right\}$$

であり，問題 1 の評価関数 (6) と同様に，状態の原点への収束性や制御入力の大きさを評価することができる．行列 Q 及び R はそれぞれ与えられている正定行列である．また， $\alpha > 0$ は与えられているスカラー， p は求める時間区間の上限であり，与えられている正の整数である．

この問題の評価関数について説明する．まず，第 2 項 J_1 は時間区間 $[k, k+i-1]$ における状態と入力を評価している．この時間区間では制御入力は $u(k)$ に固定されていることに注意

されたい。次に、第3項 J_2 は時間区間 $[k+i, \infty]$ における状態と入力を評価している。例えば、 $i=2$ 及び $p=3$ とすると、 J_1 及び J_2 はそれぞれ

$$\begin{aligned} J_1 &= (\|x(k)\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2) \\ &\quad + (\|x(k+1)\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2), \\ J_2 &= (\|x(k+2)\|_Q^2 + \|u(k+2)\|_R^2) \\ &\quad + (\|x(k+3)\|_Q^2 + \|u(k+2)\|_R^2) \\ &\quad + (\|x(k+4)\|_Q^2 + \|u(k+2)\|_R^2) \\ &\quad + (\|x(k+5)\|_Q^2 + \|u(k+5)\|_R^2) \\ &\quad + (\|x(k+6)\|_Q^2 + \|u(k+5)\|_R^2) \\ &\quad + (\|x(k+7)\|_Q^2 + \|u(k+5)\|_R^2) \\ &\quad \dots \end{aligned}$$

となる。したがって、評価関数 (15) では各時刻の状態を評価していることが分かる。制御入力については、 $u(k), u(k+2), u(k+5), \dots$ を評価していることが分かる。言い換えると

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k+1), \\ u(k+2) &= u(k+3) = u(k+4), \\ u(k+5) &= u(k+6) = u(k+7) \\ &\vdots \end{aligned}$$

を仮定していることに注意されたい。一般には

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k+1) = \dots = u(k+i-1), \\ u(k+i) &= u(k+i+1) = \dots = u(k+i+p-1), \\ u(k+i+p) &= u(k+i+p+1) \\ &= \dots = u(k+i+p+p-1), \\ &\vdots \end{aligned}$$

を仮定している。最初の制御入力 $u(k)$ を印加する時間区間 $[k, k+i-1]$ は決定変数となっている。また、時刻 $k+i$ 以降では、 p 間隔ごとに制御入力を更新している。最後に、式 (15) の第1項 α/i は時間区間 $[k, k+i-1]$ の長さを評価している。スカラの重み α を利用することで、制御性能 ($J_1 + J_2$) と時間区間 $[k, k+i-1]$ の長さ (すなわち通信間隔) のトレードオフを考えることができる。例えば、 α を非常に大きい値に設定すると、 $i=p$ となり、時間区間 $[k, k+i-1]$ が最長となる。

問題3では、最初の時間区間 $[k, k+i-1]$ のみが決定変数となっている。実際の制御では、モデル予測制御の考え方を利用する。問題3を用いたモデル予測制御の手順を以下に示す^(注1)。

自己駆動モデル予測制御の手順：

ステップ1： $k=0$ とし、初期状態 $x(0)$ を与える。

ステップ2： 制御器で問題3を解き、 $u(k)$ 及び i を制御対象に送信する。

(注1)：2. の事象駆動制御では、制御器は状態フィードバック制御器 (2) である。本章の自己駆動制御でも状態フィードバック制御器を考えている。しかしながら、制御入力は最適化問題をオンラインで解いて求める必要がある。

ステップ3： 制御対象が $u(k)$ 及び i を受信したのち、時間区間 $[k, k+i-1]$ の間、制御入力 $u(k)$ を印加する。

ステップ4： 時刻を $k := k+i$ に更新する。状態 $x(k)$ を計測し、制御器に送信する。ステップ2に戻る。

説明の簡単化のため、上記の手順では計算や通信による遅延は無視している。上記の手順では、問題3の計算結果として、 $u(k)$ 及び i のみを利用していることに注意されたい。また、ステップ2で計算した新たな $u(k)$ 及び i を利用していることから、制御入力の更新間隔は常に最適化されている。したがって、自己駆動制御が実現できる。

なお、既に述べたとおり、問題3では時刻 $k+i$ 以降、 p 間隔ごとに制御入力を更新している。無限時間先までの時間間隔を求めることは難しいため、最初の時間間隔以外は固定している。制御性能の最悪ケースを評価するために、 p (i の上限) を用いている。

3.2 解法の概要

問題3の解法について説明する。状態及び制御入力に制約がないことから、標準的な最適レギュレータなどの結果が利用できる。問題3では制御入力列を求める問題として定式化しているが、ここでは、モデル予測制御で利用する $u(k)$ と i のみを求める方法を説明する。

まず、評価関数 (15) の J_1 を考える。以下の変数を定義する。

$$\begin{aligned} A^{(i)} &= A^i, \quad B^{(i)} = \sum_{q=0}^{i-1} A^q B, \\ Q^{(i)} &= Q^{(i-1)} + A^{(i-1)\top} Q A^{(i-1)}, \\ R^{(i)} &= R^{(i-1)} + B^{(i-1)\top} Q B^{(i-1)} + R, \\ N^{(i)} &= N^{(i-1)} + A^{(i-1)\top} Q B^{(i-1)}, \end{aligned}$$

ここで $i \in \{1, 2, \dots, p\}$, $Q^{(1)} = Q$, $R^{(1)} = R$ 及び $N^{(1)} = 0$ である。このとき、 J_1 は

$$J_1 = \|x(k)\|_{Q^{(i)}}^2 + 2x^\top(k)N^{(i)}u(k) + \|u(k)\|_{R^{(i)}}^2$$

と書き換えることができる。また

$$x(k+i) = A^{(i)}x(k) + B^{(i)}u(k)$$

が成立することが簡単に確認できる。

次に、評価関数 (15) の J_2 を考える。時刻 $k+i$ の状態 $x(k+i)$ を初期状態とみなすと、 J_2 は時間間隔 p の最適レギュレータ問題の評価関数となる。したがって、標準的な最適レギュレータの結果を利用すると

$$\min_{u(k+i), u(k+i+p), \dots} J_2 = \|x(k+i)\|_{P^{(p)}}^2$$

が成立する。ここで $P^{(p)}$ は次の離散時間代数リッカチ方程式

$$\begin{aligned} &A^{(p)\top} P^{(p)} A^{(p)} - P^{(p)} - (A^{(p)\top} P^{(p)} B^{(p)} + N^{(p)}) \\ &\times (R^{(p)} + B^{(p)\top} P^{(p)} B^{(p)})^{-1} (A^{(p)\top} P^{(p)} B^{(p)} + N^{(p)})^\top \\ &+ Q^{(p)} = 0 \end{aligned}$$

の正定対称解である。更に、 $J_1 + \min J_2$ を整理すると

$$\begin{aligned} \min_{u(k+i), \dots} J = & \frac{\alpha}{i} + \|x(k)\|_{Q^{(i)} + A^{(i)\top} P^{(p)} A^{(i)}}^2 \\ & + \|u(k)\|_{R^{(i)} + B^{(i)\top} P^{(p)} B^{(i)}}^2 \\ & + 2x^\top(k)(A^{(i)\top} P^{(p)} B^{(i)} + N^{(i)})u(k) \end{aligned}$$

が得られる。最後に、 $\partial J / \partial u(k) = 0$ から

$$\begin{aligned} u(k) = & -L^{(i)} x(k), \\ L^{(i)} = & (R^{(i)} + B^{(i)\top} P^{(p)} B^{(i)})^{-1} \\ & \times (A^{(i)\top} P^{(p)} B^{(i)} + N^{(i)})^\top \end{aligned} \quad (16)$$

が得られる。以上から、評価関数 (15) の最小値は

$$\begin{aligned} \min_{i, u(k), u(k+i), \dots} J = & \min_{i \in \{1, 2, \dots, p\}} \left\{ \frac{\alpha}{i} + \|x(k)\|_{P^{(i)}}^2 \right\}, \\ P^{(i)} = & Q^{(i)} + A^{(i)\top} P^{(p)} A^{(i)} \\ & - (A^{(i)\top} P^{(p)} B^{(i)} + N^{(i)}) L^{(i)} \end{aligned}$$

となる。したがって、有限集合 $\{1, 2, \dots, p\}$ の各要素に対して、 $\frac{\alpha}{i} + \|x(k)\|_{P^{(i)}}^2$ を計算することで、最適な i を求めることができる。最適な i に対して、最適な $u(k)$ は式 (16) として得られる。行列 $P^{(i)}$ や $L^{(i)}$ はオフラインで事前に計算できるため、オンラインでの計算コストは小さいと言える。

閉ループ系の安定性について簡単に補足する。評価関数 (15) の重み行列 Q, R が正定であること、対 $(A^{(i)}, B^{(i)})$ が可制御であることを仮定する。このとき、上記の手順で $u(k)$ 及び i を生成する閉ループ系は漸近安定となる。詳細は文献 (19) を参照されたい。

本稿では、状態や制御入力の拘束を考えない簡単な場合を考えた。筆者らは、入力拘束や遅延を考慮した自己駆動制御の方法を提案している。詳細は文献 (24) ~ (27) などを参照されたい。また、非線形システムに対する自己駆動制御については、文献 (17), (28) などを参照されたい。

3.3 計算例

簡単な計算例を紹介する。制御対象として、次の 2 状態 1 入力の離散時間線形システム

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} u(k)$$

を考える。評価関数 (15) の重み行列 Q 及び R はそれぞれ $Q = 10I$ 及び $R = 1$ とする。また、 $\alpha = 0.2$ 及び $p = 5$ とする。

次に、初期状態を $x(0) = [0 \ 10]^\top$ としたときの閉ループ系の応答を示す。図 4 に自己駆動制御を適用した結果、図 5 に時間間隔を $i = 1$ に固定したときの応答、図 6 に時間間隔を $i = 5$ に固定したときの応答を示す。図 4 と図 5 を比較すると、状態の時間応答は似ていることが分かる。一方、図 4 と図 6 を比較すると、図 6 は状態の収束が遅いことが分かる。時間間隔を $i = 5$ に固定した場合、瞬時的に大きな制御入力を加えることが

できない。結果として、状態の時間応答が劣化している。自己駆動制御では、必要なときのみ時間間隔が短くなる。また、状態が原点付近に収束したのちは時間間隔が長くなる。以上から、自己駆動制御を利用することで、時間間隔（すなわち通信間隔）が最適化されていることが分かる。

図 4 自己駆動制御を適用したときの閉ループ系の応答 上図：状態（青線：状態の第 1 要素，赤線：状態の第 2 要素）。下図：制御入力。

図 5 時間間隔を $i = 1$ に固定したときの閉ループ系の応答。 上図：状態（青線：状態の第 1 要素，赤線：状態の第 2 要素）。下図：制御入力。

図 6 時間間隔を $i = 5$ に固定したときの閉ループ系の応答。 上図：状態（青線：状態の第 1 要素，赤線：状態の第 2 要素）。下図：制御入力。

4. おわりに

IoTに関連したシステム制御理論の手法として、事象駆動制御及び自己駆動制御の概要を紹介した。本稿では、制御対象を離散時間線形システムに限定した。連続時間線形システムに対する結果については、文献(12)で初心者向けに丁寧に説明されている。興味を持たれた読者はこの論文を読むことをお勧めする。また、いずれの手法も活発に研究されており、最新の研究動向を網羅的に説明することは難しい。興味を持たれた読者はインターネットなどを利用して調査して頂きたい。

事象駆動制御や自己駆動制御といったIoTに関連したシステム制御理論の手法では、通信性能などを考慮に入れた問題設定が重要になっている。つまり、通信分野とシステム制御分野の融合研究がますます必要となっている。本稿が両者の架け橋になれば幸いである。

最後に、日頃から御指導頂いている北海道大学の山下裕先生に感謝致します。また、3.3の計算例の作成では、函館工業高等専門学校の來栖悠悟君に協力して頂きました。記して、感謝致します。

文 献

- (1) 内閣府 科学技術基本計画,
<http://www8.cao.go.jp/cstp/kihonkeikaku/index5.html>
- (2) S. Amin, X. Litrico, S. Sastry, and A. M. Bayen, "Cyber security of water SCADA systems-part I: Analysis and experimentation of stealthy deception attacks," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 21, no. 5, pp. 1963–1970, 2013.
- (3) S. Amin, X. Litrico, S. Sastry, and A. M. Bayen, "Cyber security of water SCADA Systems-part II: Attack detection using enhanced hydrodynamic models," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 21, no. 5, pp. 1679–1693, 2013.
- (4) T. Samad, "Control Systems and the Internet of Things," *IEEE Control Syst. Mag.*, vol. 36, no. 1, pp. 13–16, 2016.
- (5) K. Hiraishi, N. Uchihira, S. Choe, and K. Kobayashi, "Information supervisory control of human behavior – Concept and experiments toward realization –, " *Proc. the 2016 IEEE Int'l Conf. on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 790–795, 2016.
- (6) K. Kobayashi, K. Hiraishi, S. Choe, and N. Uchihira, "Behavioral analysis in nursing and caregiving services using switched linear regression models," *Proc. the 20th IFAC World Congress*, pp. 4668–4673, 2017.
- (7) JST CREST, "分散協調型エネルギー管理システム構築のための理論及び基盤技術の創出と融合展開 (EMS 領域), " https://www.jst.go.jp/kisoken/crest/research_area/ongoing/bunyah24-1.html
- (8) JST CREST EMS 領域, "太陽光発電予測に基づく調和型電力系統制御のためのシステム理論構築 (井村チーム), " <http://harps-crest.jpn.org/index.php>
- (9) 東 俊一, 永原正章, 石井秀明, 林 直樹, 桜間一徳, 畑中健志, マルチエージェントシステムの制御, コロナ社, 2015.
- (10) K. Liu, E. Fridman, and L. Hetel, "Networked control systems: A time-delay approach," *Proc. the 2014 European Control Conference*, pp. 1434–1439, 2014.
- (11) 特集「量子化制御: 物理と情報をつなぐ新技術」, 計測制御, vol. 49, no. 11, pp. 771–813, 2010.
- (12) W. P. M. H. Heemels, K. H. Johansson, and P. Tabuada, "An introduction to event-triggered and self-triggered control," *Proc. the 51st IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 3270–3285, 2012.
- (13) K. Aström and B. Bernhardsson, "Comparison of periodic and event based sampling for first order stochastic systems," *Proc. the IFAC World Congress*, pp. 301–306, 1999.
- (14) K. Arzén, "A simple event-based PID controller," *Proc. the IFAC World Congress*, pp. 423–428, 1999.
- (15) M. Velasco, P. Marti, and J. M. Fuertes, "The self triggered task model for real-time control systems," *Proc. the 24th IEEE Real-Time Systems Symposium*, 2003.
- (16) M. Nagahara, D. E. Quevedo, and D. Nesic, "Maximum hands-off control: A paradigm of control effort minimization," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 61, no. 3, pp. 735–747, 2016.
- (17) A. Anta and P. Tabuada, "To sample or not to sample: Self-triggered control for nonlinear systems," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 55, no. 9, pp. 2030–2042, 2010.
- (18) W. Wu, S. Reimann, D. Görges, and S. Liu, "Suboptimal event-triggered control for time-delayed linear systems," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 60, no. 5, pp. 1386–1391, 2015.
- (19) E. Henriksson, D. E. Quevedo, E. G. W. Peters, H. Sandberg, and K. H. Johansson, "Multiple-loop self-triggered model predictive control for network scheduling and control," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 23, no. 6, pp. 2167–2181, 2015.
- (20) S. Boyd, L. El Ghaoul, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Studies in Applied and Numerical Mathematics, SIAM, 1997.
- (21) S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University press, 2004.
- (22) M. Mazo Jr. and P. Tabuada, "Decentralized event-triggered control over wireless sensor/actuator networks," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 56, no. 10, pp. 2456–2461, 2011.
- (23) K. Nakajima, K. Kobayashi, and Y. Yamashita, "Linear quadratic regulator with decentralized event-triggering," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E100-A, no. 2, pp. 414–420, Feb. 2017.
- (24) K. Kobayashi and K. Hiraishi, "Self-triggered model predictive control with delay compensation for networked control systems," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E96-A, no. 5, pp. 861–868, May 2013.
- (25) K. Kobayashi and K. Hiraishi, "Self-triggered model predictive control using optimization with prediction horizon one," *Math. Probl. in Eng.*, vol. 2013, 916040, 2013.
- (26) K. Kobayashi and K. Hiraishi, "Event-triggered and self-triggered control for networked control systems using online optimization," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E99-A, no. 2, pp. 468–474, Feb. 2016.
- (27) K. Kobayashi, "Self-triggered model predictive control for linear systems based on transmission of control input sequences," *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2016, 8249062, 2016.
- (28) K. Hashimoto, S. Adachi, and D. V. Dimarogonas, "Self-triggered model predictive control for nonlinear input-affine dynamical systems via adaptive control samples selection," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 62, no. 1, pp. 177–189, 2017.

(RCC 研究会提案, 平成 29 年 9 月 21 日受付)

小林孝一（正員）

2000 法政大学院工学研究科修士課程了。2000～2004 新日本製鐵株式会社勤務。2007 東工大大学院情報理工学研究科博士後期課程了。同年北陸先端大情報科学研究科助教。2015 北大大学院情報科学研究科准教授となり現在に至る。システム制御理論とその応用の研究に従事。博士（工学）。計測自動制御学会，システム制御情報学会，電気学会，IEEE 各

会員。