対称性を利用した回路 ——差動対の対称性と機能美——

Circuits That Make Use of Symmetry:
Reinventing the Diff Pair

谷本 洋 Hiroshi TANIMOTO

アブストラクト 差動対を例にして対称な回路図を持つ回路がどのような性質を有するかを説明し、その性質から差動対を再説明してみる。その過程を通じて、必要な入出力特性を実現するために回路の対称性を利用する実例を幾つか説明する。回路における対称性の有用性と美しさに気づいて頂ければうれしい。

キーワード 差動対, 対称な回路, 差動成分と同相成分, 入出力特性, 偶高調波ミキサ, 全差動増幅器, CMOS インバータ, 対称性の美

Abstract Mainly using a differential pair, we analyze the properties of a symmetrical circuit diagram; conversely we try to reinvent the differential pair from scratch using these properties. Through this process, we will give some examples of utilizing the symmetry of a circuit to realize the necessary electrical input-output functions. We thus demonstrate the usefulness and beauty of the symmetry.

Key words differential pair, symmetrical circuits, modal decomposition, transfer characteristics, even-harmonic mixers, fully differential amplifier, CMOS inverters, beauty of symmetry

1. はじめに

差動対をはじめ対称性を利用した回路は多い。筆者の電子回路に関する研究を振り返ると、40 年の間に関わってきた有用な回路はほとんどがいろいろな意味での対称性をうまく利用したものであった。本稿では差動対を例にして、対称性がどのように回路の機能や性能の実現や向上に利用されているか、偶高調波ミキサや線形化差動対、CMOS インバータを用いた全差動増幅器など、筆者が関わった回路を中心にそのアイデアを解説する。

本稿は対称な回路の性質を組織的に解明しようとするものではないし、何か新しい発見があったわけでもない。昔からある「美しい回路」を普段余り見ることのない角度から眺めて楽しむというのが趣旨であることをあらかじめお断りしておく。

対称性の数学を深く研究したワイル⁽¹⁾を引き合いに出すまでもなく、人は差動対のような対称性が高く、かつ有用性の高い回路に「美しさ」を感じると思う。本稿が必要な機能を実現するために対称性をうまく利用した回路の「美しさ」を鑑賞する手引きとなれれば願う。対称な回路が美しく思える仲間が増えてくれれば何よりである。

2. 対称な回路とは？

そもそも回路が対称であるとはどういうことだろうか？ 初等幾何学では線対称（中心線に対して鏡映対称）と点対称（中心点に対して 180° 回転対称）という概念がよく出てくるが、それに照らしても回路が対称であるとは何を意味するのか、簡単な問題ではない。

すぐに思い付くのは回路図が左右対称（中心線に対して鏡映対称）な差動対¹⁾（図 1）であるが、差動回路は入出力がそれぞれ 2 端子であるから、対称性をうんぬんするためには左右の入力信号と出力信号も対称である方が都合が良いだろう。回路図が左右対称なのは一目見れば分かるが、二つの信号が対称であるとはどういうことだろうか？ 二つの信号も鏡映対称と点対称に分解して扱うという考えが浮かぶ。

それでは図 2 (a) のように入出力がグラウンドに対して 1 端

図 1 差動対を用いた増幅回路 使用する能動素子によらず同じ回路接続である。(a) 真空管版, (b) バイポーラトランジスタ版, (c) MOS トランジスタ版。

谷本 洋 正員 北見工業大学
E-mail htanimot@mail.kitami-it.ac.jp
Hiroshi TANIMOTO, Member (Kitami Institute of Technology,
Kitami-shi, 090-8507 Japan).

電子情報通信学会 基礎・境界サイエティ
Fundamentals Review Vol.12 No.3 pp.171-181 2019 年 1 月
©電子情報通信学会 2019

図 2 回路への入力と出力 (a) 入出力がシングルエンドの場合, (b) 及び端子対の場合.

子であるシングルエンド回路は対称性がないのか? そんなことはない. その回路の入出力関係が偶関数であるか奇関数であるかという対称性は備えているかもしれない. あるいは, 回路の見掛けが対称でなくても, 回路の電気的性質が対称性を示すことがあるかもしれない.

というわけで, 本稿では「回路が対称である」ことの定義を突き詰めず, 気楽に回路図の見掛けが対称な回路の話をしたい.

さて, 差動対自体は回路が左右対称ということになったが, 差動対への二つの入力信号は任意であるから, 必ずしも左右対称または反対称 (= 点対称) であるとは限らない. しかし, 回路を 90° 時計回りに回転して考えると, 図 2(b) において上の入力端子に x_1 を, 下の入力端子に x_2 を入力したときに上の出力端子の出力が y_1 で下の出力端子の出力が y_2 であったとすれば, 上下の端子の入力信号を入れ替えれば出力の上下の端子もそっくり入れ替わるはずである. 回路図が対称な回路には, 入出力の信号に対してもこのような対称性がある. すなわち, 回路の対称性と入出力信号の対称性は無関係ではない. 次に, 回路が対称だと信号に何が起るか, 数式で検討してみよう.

3. 信号の対称性 — 差動成分と同相成分 —

今, 上下の端子を区別するため, 上 (下) の端子に 1 (2) という添え字を付けて, 入力信号を $\mathbf{x} \triangleq (x_1, x_2)^T$, 出力信号を $\mathbf{y} \triangleq (y_1, y_2)^T$ と表す^(注1). 更に, 入出力には $\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{x}$ という線形関係があるものとする. ここで $\mathbf{F}$ は回路の入出力関係を線形近似した行列である^(注2).

さて, 入力端子の上下の値を交換するには行列 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ を左から掛けて $\mathbf{A}\mathbf{x}$ とすればよい. 出力端子の上下を交換するには, 同様に $\mathbf{A}\mathbf{y}$ とすればよい.

入力の上下を入れ替えて $\mathbf{A}\mathbf{x}$ としたときの出力は $\mathbf{F}\mathbf{A}\mathbf{x}$ であるが, これは回路が対称なので $\mathbf{y}$ の上下を入れ替えた $\mathbf{A}\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{F}\mathbf{x}$ と等しい. すなわち, $\mathbf{A}\mathbf{F} = \mathbf{F}\mathbf{A}$ が成り立つ. この式の両辺で $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ と置いて具体的な $\mathbf{F}$ の形を求めると, $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ を得る. これは対称行列であるから, $\mathbf{F}\mathbf{l} = \lambda\mathbf{l}$ を満足する固有値 $\lambda_1 = a + b$, $\lambda_2 = a - b$ 及びこれらに対応する固有ベクトル $\mathbf{l}_1 = (1, 1)^T$, $\mathbf{l}_2 = (1, -1)^T$ を持つ.

これらを用いて $\mathbf{F}$ を射影分解⁽²⁾すると

$$\mathbf{F} = \lambda_1 \mathbf{P}_1 + \lambda_2 \mathbf{P}_2$$

$$= (a+b) \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{\triangleq \mathbf{P}_1} + (a-b) \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{\triangleq \mathbf{P}_2} \quad (1)$$

のように $\mathbf{F}$ は $\mathbf{l}_1$, $\mathbf{l}_2$ 方向への射影行列 $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$ と固有値で表せる. ここで, 射影分解の性質から $\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = \mathbf{1}$ である. また $\mathbf{1}$ は単位行列である.

単位行列を入力 $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$ に作用させても全体としては何も変わらないのであるが, やってみると結果は

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)\mathbf{x} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ &= \underbrace{\frac{x_1 + x_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\triangleq \mathbf{x}_{\text{CM}}} + \underbrace{\frac{x_1 - x_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}_{\triangleq \mathbf{x}_{\text{DM}}} = \mathbf{x}_{\text{CM}} + \mathbf{x}_{\text{DM}} \end{aligned} \quad (2)$$

となり, $\mathbf{x}$ は各固有ベクトルの方向に射影された同相成分 $\mathbf{x}_{\text{CM}}$ と差動成分 $\mathbf{x}_{\text{DM}}$ の和に分解される. これらは二次元のベクトルではあるが, 独立な成分がそれぞれ一つしかないので, 次のように固有ベクトル方向の成分として同相成分と差動成分の定義をする.

$$\mathbf{x}_{\text{CM}} \triangleq \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad \mathbf{x}_{\text{DM}} \triangleq \frac{x_1 - x_2}{2} \quad (3)$$

この式を逆に x_1, x_2 について解くことにより, 次の関係を得る.

$$x_1 = \mathbf{x}_{\text{CM}} + \mathbf{x}_{\text{DM}}, \quad x_2 = \mathbf{x}_{\text{CM}} - \mathbf{x}_{\text{DM}} \quad (4)$$

ベクトルとしての $\mathbf{x}_{\text{CM}}$ と $\mathbf{x}_{\text{DM}}$ は端子の入れ替えに対してどう振る舞うかを調べるために上下を入れ替える行列 $\mathbf{A}$ を作用させてみると,

$$\mathbf{A}\mathbf{x}_{\text{CM}} = \mathbf{x}_{\text{CM}}, \quad \mathbf{A}\mathbf{x}_{\text{DM}} = -\mathbf{x}_{\text{DM}} \quad (5)$$

となっている. すなわち, 同相成分は端子の入れ替えによって変化しない偶対称成分であり, 差動成分は符号が反転する奇対称成分であることが分かる.

更に, $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ は射影行列なので, $\mathbf{P}_1^2 = \mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2^2 = \mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_2\mathbf{P}_1 = \mathbf{0}$ が成り立ち⁽²⁾,

$$\begin{aligned} \mathbf{F}\mathbf{x} &= (\lambda_1 \mathbf{P}_1 + \lambda_2 \mathbf{P}_2)(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)\mathbf{x} = \lambda_1 \mathbf{P}_1\mathbf{x} + \lambda_2 \mathbf{P}_2\mathbf{x} \\ &= \lambda_1 \mathbf{x}_{\text{CM}} + \lambda_2 \mathbf{x}_{\text{DM}} \end{aligned} \quad (6)$$

を得る. すなわち, 入力信号ベクトルの基底ベクトルを固有ベクトルに変更し, 最初から入力信号 $\mathbf{x}$ を同相成分 $\mathbf{x}_{\text{CM}}$ と差動成分 $\mathbf{x}_{\text{DM}}$ に分解しておけば, 出力信号はそれぞれの成分を固有値倍して足せばよく, しかも同相成分と差動成分は回路中で混ざり合うことなく各成分ごとに出力される^(注3).

図 3 は上記の数学的説明を回路図で説明し直したものである.

(注3): このような分解をモード分解という.

(注1): 肩付きの記号 T は転置を表す. すなわち, $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ は縦ベクトルである.
(注2): 実際には $\mathbf{x}$ を $\mathbf{y}$ に変換する関数 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ が線形であるとは限らないので, $\mathbf{F}$ はその非線形関数がある動作点 $\mathbf{x}_{\text{op}}$ において線形近似したもの, すなわち $\mathbf{F} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_{\text{op}}}$ であると考えておく.

図3 対称な回路のモード分解 対称な回路 (a) はどの経路も結合があるが、入力を入れ替えると出力も入れ替わる。モード分解した等価回路 (b) の内部では二つの独立した経路がある。入力が同相成分だけの場合は出力も同相成分だけになり (c)、入力が差動成分だけの場合は出力も差動成分だけになる (d)。

同図 (a) は元の対称な回路であり、入出力間にはどの経路でも結合がある。しかし、入力信号 (x_1, x_2) を同相成分 x_{CM} と差動成分 x_{DM} に分解すると、同図 (b) のように内部では二つの独立な経路になっており、出力側で再度合成されて (y_1, y_2) が出力される。

そこで、初めから同相成分だけ、あるいは差動成分だけを持つ信号を入力した場合にどうなるか、ということを示したのが同図 (c) と (d) である。結果は、同相 (差動) 成分しか含まない入力信号であるから、出力も同相 (差動) 成分だけになる。このように、同相成分は同相成分のまま、差動成分は差動成分のまま定数倍されて出力され、両成分が混ざり合うことはないのである。もしもこの回路が線形回路であったとすれば重ね合わせが成り立つから、同相成分と差動成分に分解されていない一般の入力については同図 (c) と (d) を重ね合わせればよく、結局、出力も同相成分と差動成分の重ね合わせになることが明らかである。

以上が線形代数の教えるところを回路に焼き直した解釈であり、回路の対称性は逆に信号の対称性を規定することが分かった。対称な回路を扱う場合は信号を同相成分と差動成分に分解することにより、両成分の結合をなくし、成分ごとに独立に取り扱える。

図4 二つの信号の同相成分と差動成分への分解 差動成分はシーソーに似ている。

図4は二つの電圧源 V_1, V_2 があるとき、その同相成分 V_{CM} と差動成分 V_{DM} への分解を説明するためのものである。同図 (a) の二つの (独立な) 電源は同図 (b) のように V_{CM} と V_{DM} へ分解されて再び合成される。その様子は同図 (c) のように、あたかも支点が同相成分で上下しているシーソーが、左右逆方向に差動成分の大きさだけ振動している様子に似ている。

4. 入出力関係の対称性 — 偶関数と奇関数 —

前章では対称な回路に信号が2系統入力される場合の、信号に対する対称性を調べたので、次に回路自体の入出力関係の対称性について考えよう。入力を対称成分に分解すれば、対称な回路の内部では2系統の独立な回路に分解できるので、基本となる1入力1出力の回路を考えよう。

ある回路の入出力関係が x を入力、 y を出力として $y = f(x)$ と表せるとする。このとき、次の恒等式が成り立つ：

$$y = f(x) = \underbrace{\frac{f(x) + f(-x)}{2}}_{\triangleq f_{ev}(x)} + \underbrace{\frac{f(x) - f(-x)}{2}}_{\triangleq f_{od}(x)} \quad (7)$$

すなわち、 $f(x)$ はいつでも偶関数 $f_{ev}(x)$ と奇関数 $f_{od}(x)$ の和に分解できることが知られている。言うまでもなく、偶関数は y 軸に関して線対称 (鏡映対称) であり、奇関数は原点に関して点対称である。このようにして、入出力関係は常に偶関数部分と奇関数部分に分けることができる。

以上の分解方法から、偶関数でも奇関数でもない入出力特性を持った回路 (素子) から、奇関数 (偶関数) の入出力特性を持つ回路を作る方法が考えられる。すなわち、**1入力1出力の同一のデバイス** を **2個用意** して入力となる信号をそれぞれ正方向と逆方向に入力し (差動成分の入力!)、それぞれの出力となる信号を減算 (加算) すれば奇関数 (偶関数) の入出力特性が得られる。つまり、出力の差動 (同相) 成分を取り出せば奇関数 (偶関数) が得られる。

注意すべきは、1-ポート素子でもインピーダンス (アドミタンス) のように入力を電圧 (電流) と考え、出力を電流 (電圧) と考えれば入出力関係を考えられることであり、1入力1出力と言っても必ずしも入力ポートと出力ポートが別である必要はない。

5. 対称成分ごとの入出力特性

ここまで、対称な回路を扱うために必要な入出力信号の対称成分への分解と、回路の入出力関係 (伝達関数) の対称成分へ

の分解について説明した。

回路が線形ならば重ね合わせが成り立つから、全体の伝達特性（入出力特性）を差動入力信号から差動出力信号への差動伝達特性 $f_{DM}(\cdot)$ と、同相入力信号から同相出力信号への同相伝達特性 $f_{CM}(\cdot)$ に分解することができ、しかも差動（同相）入力成分から同相（差動）出力成分へ伝送されることがない。すなわち、入出力間で信号の差動成分と同相成分は独立に振る舞う。

式 (7) に式 (3) の差動入力成分を代入して計算すると $f(x_{DM}) + f(-x_{DM}) \equiv 0$ すなわち $f_{ev}(x_{DM}) \equiv 0$ であるから、

$$y_{DM} = \frac{f(x_{DM}) - f(-x_{DM})}{2} = f_{od}(x_{DM}) \quad (8)$$

を得る。すなわち、差動成分の伝達に関係するのは $f(\cdot)$ の奇関数部分 $f_{od}(\cdot)$ だけであって、偶関数部分 $f_{ev}(\cdot)$ は関係しない。

同様に、入力信号が同相成分だけであるときは $f_{od}(x_{CM}) \equiv 0$ であるから、

$$y_{CM} = \frac{f(x_{CM}) + f(-x_{CM})}{2} = f_{ev}(x_{CM}) \quad (9)$$

が成り立ち、同相成分の伝達に関係するのは $f(\cdot)$ の偶関数部分 $f_{ev}(\cdot)$ だけであって、奇関数部分 $f_{od}(\cdot)$ は関係しない。まとめると、回路が線形の場合は入力の差動成分と同相成分は互いにそれぞれ無関係に出力へ伝達されることが分かった。

以上は回路が線形の場合に成り立つ事実であるが、現実の電子回路はトランジスタ等の非線形素子を含むから線形ではあり得ない。つまり、現実の電子回路では入力信号を差動成分と同相成分に分けても出力ではそれらが伝達されて既に混ざり合ったものを事後的に差動成分と同相成分に分解することしかできない。すなわち、入出力間で信号の差動成分と同相成分は独立ではなく、差動から同相へあるいは同相から差動へと相互に変換して混ざり合う。

更に、回路は入力端子の入れ替えに対して対称であると仮定してきたが、現実には製造ばらつき等の影響があって、たとえ回路図が対称であっても厳密に対称な回路は作れない。すなわち現実には $\mathbf{A}\mathbf{f}\left(\begin{smallmatrix} x_1 \\ x_2 \end{smallmatrix}\right) \neq \mathbf{f}\left(\begin{smallmatrix} x_2 \\ x_1 \end{smallmatrix}\right)$ となり、対称性が担保できない。

そこで、回路図の対称性をうまく利用して、差動成分と同相成分の相互変換をできる限り抑圧するにはどうすればよいか、あるいは入力信号の差動成分（あるいは同相成分）だけを取り出すことができないか、ということになる。これが実現できれば増幅回路内で差動成分と同相成分が混ざり合って干渉し合うことなく増幅できるだろう。したがって、回路の入出力特性が純粋な奇関数（または偶関数）の非線形特性となるためにはどのような回路図にすればよいかが次の問題となる。

6. 奇関数特性を作ってみる

以上で、一応の準備ができたので、入出力特性が偶関数でも奇関数でもない素子から、具体的に奇関数の入出力特性を作ろう。

図 5 ダイオードを用いて 1-ポートの奇関数特性を作る例 (a) 逆並列ダイオードペア, (b) 逆直列ダイオードペア。

図 6 APDP の電圧-電流特性の作り方図解

6.1 入出力特性が奇関数の 1-ポート回路を作る例

まず、1-ポート素子の場合を検討しよう。非線形な 1-ポート素子としてダイオードを例に取り上げる。

図 5 (a) は同一特性のダイオードを 2 個逆並列接続してできた 1-ポートであり、逆並列ダイオードペア (Anti-parallel Diode Pair; 以後 APDP と略記) と呼ばれる。ダイオードの電圧-電流特性はよく知られているように順バイアス時の電圧と電流を正の向きとしてそれぞれ V_d, I_d とすると、

$$I_d = I_S (e^{V_d/V_T} - 1) \quad (10)$$

と表される。ここで $I_S (> 0)$ は逆方向飽和電流、 $V_T (= kT/q)$ は熱電圧であり、いずれも定数である。同図 (a) に外部から電圧 V を印加すると、一方のダイオードは順バイアスとなり、他方は逆バイアスとなる。このとき両ダイオードの電流の正の向きも互いに逆方向であるから、全体の電流 I は両ダイオードの電流の差となり、奇関数を生成する条件を満足している。

以上を数式にまとめると、APDP の電圧-電流特性は次式で表されるように奇関数となる。

$$I = I_S (e^{V/V_T} - 1) - I_S (e^{-V/V_T} - 1) = 2I_S \sinh\left(\frac{V}{V_T}\right) \quad (11)$$

上で行った操作を、ダイオードの電圧-電流特性のグラフで考えてみよう。図 6 の青の破線は右向きダイオード D_1 の特性を表す。左向きダイオード D_2 の特性は印加される電圧と流れる電流が右向きのものとは逆であるから、 D_1 のグラフを原点に関して 180° 回転した赤の破線のグラフとなる。 D_1 と D_2 は並列接続されているので印加される電圧は同じで、電流は両者の和になる（同図に黒の実線で示す）。

次に、図 5 (b) は同一特性のダイオードを 2 個逆直列接続してできた 1-ポートであり、逆直列ダイオードペア (Anti-series Diode Pair; 以後 ASDP と略記) と呼ばれる。

同図 (b) に外部から電流 I を印加すると、両ダイオードに流

れる電流は逆向きで等しく、それぞれのダイオードに掛かる電圧は符号が逆になるから^(注4)外部から見ると差電圧を観測していることになり、奇関数を生成する条件を満たしている。

順バイアス状態にあるダイオードの電圧は式 (10) を V_d について解くと $V_d = V_T \ln(I_d/I_S + 1)$ となる。したがって、逆バイアスのダイオードに掛かる電圧は $V_d - V_T \ln(I_d/I_S + 1)$ となる。

これらの関係から、ASDP の電圧電流特性は $V \geq 0$ のとき

$$I = I_S \left(e^{\frac{V - V_T \ln(I/I_S + 1)}{V_T}} - 1 \right) \quad (12)$$

であるから、これを I について解き、 $V \leq 0$ の場合に電流が逆向きに流れることを考慮して形を整えると

$$I = I_S (e^{-|V|/2V_T} - 1) \text{sign}(V) \quad (13)$$

を得る。sign($\cdot$) は符号関数であり、この式も明らかに V の奇関数である。

さて、同図 (a), (b) の電圧-電流特性が奇関数になることは上のような計算をするまでもなく回路図を見れば分かる。すなわち、どちらの回路でも印加電圧の向きによって一方のダイオードがオフするから、同図 (a) ではオンしている方のダイオードだけの電流が観測され、同図 (b) ではオフしている方の電流だけが観測される。しかし、ダイオードが並列 (直列) 接続されているため、印加電圧の向きを逆にすると電流の向きも反転する。したがって、どちらの回路も奇関数特性を示す^(注5)。

このように、1-ポート素子は入力と出力が同じポートから行われるため、2素子に印加する電圧 (電流) を逆向きにすると電流 (電圧) も同時に逆向きになるしかない。したがって、逆並列接続と逆直列接続によって奇関数特性は簡単に作り出せるが、偶関数特性を作り出すのは困難である。

なお、図 5 から分かるように同図 (a), (b) はどちらも中心に対して 180° 回転しても回路の形は全く変わらない。しかし、左右反転すると (b) は全く変わらないが、(a) はダイオードの向きが反転する。それにもかかわらず、ダイオードが同一特性なので両方同時に向きが反転しても電気的には入出力特性は区別がつかない^(注6)。

6.2 入出力特性が奇関数の 2-ポート回路を作る例

同一の 2-ポート回路を 2 組使って、入出力特性が奇関数の 2-ポートを作ってみよう。話の都合上、2-ポート素子はバイポーラトランジスタ (以後、BJT と略記する) を採用する。

BJT を使った最も基本的な増幅回路は図 7 (a) に示すエミッタ接地増幅回路であらう。BJT は 3 端子素子なので、2-ポート

図 7 入出力特性が偶関数でも奇関数でもない 2-ポートの例 (a) エミッタ接地増幅回路と (b) その入出力特性。

図 8 2-ポートの奇関数特性を作る例 (a) エミッタ接地増幅回路を 2 組を用いた回路、(b) その 2-ポートへの一般化。

図 9 エミッタ接地増幅回路を 2 組を用いて作った奇関数の入出力特性 (赤の線)。

とはいってもエミッタを共通端子とした回路になる。この入出力特性は同図 (b) に示したようなものであり、見てのとおり偶関数でも奇関数でもないが、これを 2 組使って奇関数を作ろう。

なお、同図 (b) では今後の説明の都合上、入力 V_{in+} は x_{op} (この例では 0.66 V に固定) だけ下駄を履かせ、同相成分である x_{op} (動作点と呼ばれる) を中心として x だけ差動成分を正負に変化させるものとする^(注7)。

まず、図 8 (a) のように、同一のエミッタ接地増幅回路を 2 組用意し、入力端子 (V_{in+}, V_{in-}) に動作点を中心として符号が逆の信号を与え、出力端子 (V_{out+}, V_{out-}) から差動信号を取り出す。結果を図 9 に示す。同図で緑色のカーブが左側のエミッタ接地増幅回路の入出力特性で、青色のカーブが右側の回路の特性である。これらは動作点である $x = 0$ を中心として左右反転した特性である。同図の赤色の線は出力の差動成分 $(V_{out+} - V_{out-})/2$ をプロットしたものであり、5. の解析のと

(注4)：一方は順バイアスであり他方は逆バイアスとなる。

(注5)：図 5 (b) の ASDP はどちらかのダイオードが常にオフであるから使い道がないと考えるかもしれない。しかし、逆バイアスのダイオードは接合容量を持っており、ASDP は印加電圧に対して偶関数特性を持つ非線形キャパシタとして GHz 帯のオンチップ発振器等に利用される⁽³⁾。

(注6)：このような振舞いを見ると、単に回路図の見掛けが線対称であるか点对称であるかだけで回路の対称性を論ずるのは素朴に過ぎるようだ。

(注7)：図 7 (a) では負側の電源電圧がゼロであるが、必要ならばこれを例えば -0.66 V に設定し、正側の電源電圧も同じだけ下げて $V_{in+} = 0$ を中心として正負の入力電圧が印加できるようにすれば $x_{op} = 0 \text{ V}$ にできるので、下駄の有無は本質的でない。

おり原点に関して 180° 回転対称な奇関数になっている。

以上のことから、2-ポートを用いて奇関数を作るには、一般的に図 8(b) のように回路を構成すればよいことが確かめられた。同図では、2-ポートの上下左右を区別する目的で、2-ポートを表す箱に“F”で目印をつけて示した。

一方、図 9 の水色の線は出力の同相成分 $(V_{out+} + V_{out-})/2$ をプロットしたものであり、5. の解析のとおり $x = 0$ に関して左右対称な偶関数になっている。同図の入力信号は同相成分が一定値の $x_{op} = 0.66 \text{ V}$ であり、差動成分 x だけが変化しているが、同相出力電圧は一定値ではなく、差動入力信号が同相出力信号へと変化していることが確かめられる。そこで、差動入力の大きさによって同相出力が変動しないためにはどうすればよいかが次の課題となる。

ところで、増幅機能とは入力信号を比例拡大して出力信号とする機能である。したがって、増幅器を作る観点から言えば、入出力関係を表す関数には一次の項が含まれていなければならないから、奇関数だけが有用で偶関数は出番がないように思える。実際、増幅器の設計はいかに大きな信号範囲まで線形な入出力特性を実現するかが重要なポイントである。しかし、偶関数が本当に使えないやつであるかということ、そうではない。後述のように、偶関数を用いると差動増幅器の線形範囲を拡大するための条件導出に大いに役立つのである。それだけでなく、偶関数には独特の用途があるので、その例も後述する。

6.3 同相入力信号の抑圧

図 8(a) 回路に対して同相信号だけを入力するということは、左右の入力端子に全く同じ信号を入力するのと同じである。左右の回路は同一であるから、左右の出力も等しく、これらの平均である同相出力は図 7(b) のカーブと全く同じである。すなわち、原理上、同相入力成分は差動出力成分へ変換されることがない。

したがって、逆に、どのようにして差動入力が同相出力に影響を与えないようにするか、ということが問題になるが、これに対する先人のすばらしい答えは図 1 のとおりである。同図 (a) の三極真空管を用いた回路で言えば、陰極を共通接続して電流源（昔は高抵抗を使った）で左右の陰極に流れる電流の和が常に一定値となるよう強制するのである^(注8)。

すなわち、例えば左の真空管の陰極電流が ΔI だけ増加すると、電流源があるせいで右の真空管の陰極電流が正確に ΔI だけ減少し、互いにシーソーのように陰極電流が変化するため、出力の差動成分が変化する。しかし、陰極電流の和は常に一定値に保たれるので、同相入力が変化しても同相出力は変化せず一定値を保つ。すなわち、共通接続した陰極（エミッタ、ソース）に電流源を接続することにより、同相入力に対する増幅率を非常に小さく（理想的にはゼロ）できる。

このように、差動対は使用する素子によらず、対称性に基づ

いた回路の形式自体が同相入力信号を抑圧し、差動入力信号を奇関数特性を介して出力するように構成されているので、将来新しい能動デバイスが発明されてもこのアイデアは生き残るだろう。

さて、図 1(b) に示す BJT を用いた差動対の差動入力に対する出力特性は次のようになる⁽⁶⁾。

$$y_1 = V_{CC} - R_L \underbrace{\frac{\alpha_F I_{EE}}{2} \left\{ 1 + \tanh \left(\frac{x_1 - x_2}{2V_T} \right) \right\}}_{=i_{C1}}, \quad (14)$$

$$y_2 = V_{CC} - R_L \underbrace{\frac{\alpha_F I_{EE}}{2} \left\{ 1 - \tanh \left(\frac{x_1 - x_2}{2V_T} \right) \right\}}_{=i_{C2}}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \therefore y_{DM} &= -R_L \frac{\alpha_F I_{EE}}{2} \tanh \left(\frac{x_{DM}}{V_T} \right), \\ y_{CM} &= V_{CC} - R_L \frac{\alpha_F I_{EE}}{2} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 $i_{C1}(i_{C2})$ は左（右）のトランジスタのコレクタ電流、 α_F は BJT のベース接地電流増幅率、 $V_T = kT/q$ は熱電圧である。式 (16) から、期待したとおり出力の差動成分 y_{DM} は x_{DM} の奇関数であるのに対して、出力の同相成分 y_{CM} は入力の差動成分には全く依存しない。しかも、定電流源 I_{EE} が一定値である限り、 y_{CM} は入力の同相成分にも依存しない。

6.4 回路図、素子、レイアウトの対称性

奇関数が前記のような左右対称の回路で実現されているとすると、差動入力信号 $x, -x$ に対して出力の差動信号^(注9)は奇関数

$$\frac{f(x) - f(-x)}{2} = f_{od}(x) = a_1 x + a_3 x^3 + \dots \quad (17)$$

となり、 x が小さければ差動出力はよい近似で $a_1 x$ となる。つまり、差動回路は引き算すなわち打消しによって線形性を高めている。したがって、回路 (図) が左右対称であるだけでは不十分であり、対称性を高めるためには回路を構成する素子も左右対称でなければならない。更に、回路のレイアウト（幾何学的配置）も左右対称でなければならない。そのようなわけで、差動増幅回路はものとしてできるだけ対称になるように製造する技術の進歩に伴って、各種性能が非常に向上してきたという歴史がある。

「ドリフト」とは直流増幅器の出力の電圧が無入力でも漂動する現象であるが、これは主に増幅素子の特性が周囲温度の変化や経時変化によって変動することで生ずる。非差動対構成の真空管増幅器では数 mV に及び⁽⁷⁾、心電計など微小な直流信号を扱う場面では問題であった。真空管でも差動構成とすることにより二桁ほど改善され、ドリフトは数十 μV 程度に軽減された。真空管はサイズも大きく機械工作を必要とするので全く同じものを製造するのは難しいが、集積回路ならば同じウェーハ上の数 μm の距離で隣接したマッチングのとれたトランジスタを製造するのは容易である。最近では集積回路化した差動対とコモンセ

(注8)：筆者が調べた範囲では、1940 年頃には既にこのアイデアが使われている⁽⁴⁾。Wikipedia によれば、誰が最初に考え付いたかは判然としないものの、1936 年頃には既に出現していたという⁽⁵⁾。

(注9)：差動負荷としては一端が接地された負荷が使えないので、負荷としては両端ともフローティングのメータやペン描きレコーダなどが使われた。交流であれば変成器を使ってシングルエンド出力に変換することも多かった。

ントロイド配置等のレイアウト上の工夫やオンウェーハのトリミングなどを総動員して、演算増幅器のドリフトは (10 ~ 100) nV/°C 程度に改善されている。

7. 偶関数と奇関数のひずみ特性

電子回路の重要な機能として、増幅、変調、発振があることはよく知られている。6. で検討したように、差動対を使えば増幅はできるが、他の機能は実現できるだろうか？

線形時不変回路では出力信号の周波数が入力信号の周波数と同一で変化しない。重ね合わせが成り立つから、信号が複数の周波数成分を持つ場合でも同様である。これでは増幅はできても信号の周波数を変えることができないから、変調作用を利用する周波数変換器（ミキサ）を実現するためには線形時変回路や、何らかの非線形性が必要だろう。

本章では回路の非線形性がどのように周波数変換に応用できるかを探るため、偶関数及び奇関数に多数の正弦波を入力したときの相互変調ひずみについて考えよう。

N 次の非線形特性に p 個の異なる周波数成分 ω_i ($i = 1, 2, \dots, p$) の正弦波 $x(t)$ を入力した場合、結果として出力 $x(t)^N$ に含まれる周波数成分 ω は k_i ($i = 1, 2, \dots, p$) を正の整数として次のようになる。

$$\omega = \pm k_1 \omega_1 \pm k_2 \omega_2 \pm \dots \pm k_p \omega_p, \quad \text{ただし} \quad \sum_{i=1}^p k_i = N. \quad (18)$$

ここで、複号は全ての組合せを取るものとする。

以下、簡単のため入力信号の周波数が ω_1 と ω_2 の二つだけでそれらの振幅は等しい ($A_1 = A_2$) とし、2 波混合の場合を考える (図 10)。出力の周波数成分は $\omega = \pm k_1 \omega_1 \pm k_2 \omega_2$ となる。ただし $k_1 + k_2 = N$ である。そこで、偶関数の代表として $N = 2$ の二乗関数、奇関数の代表として $N = 3$ の三乗関数について 2 波混合特性を調べると、表 1 と図 11 のような結果となる。

表 1 から、入力 2 信号の周波数が近くて $\omega_1 \approx \omega_2$ のとき、二次の相互変調成分 (IM2) は 0 付近及び $2\omega_1$ 付近だけに現れ、三次の相互変調成分 (IM3) は ω_1 及び $3\omega_1$ 付近にだけ現れることが分かる。つまり、近接した 2 波混合の場合、IM2 は入力信号周波数付近に現れないのに対して、IM3 は入力信号周波数のごく近くに現れるのでフィルタ等で分離するのが困難であり、増幅器として使用する場合は問題となる。

しかし、高周波の信号をベースバンド信号に周波数変換する直接変換用のミキサに应用する場合、二次の混合 (二乗回路) を利用する場合は $k_1 + k_2 = 2$ の条件によって $\omega_1 \approx \omega_2$ 以外の選択肢がない。すなわち、ミキサでは局部発振周波数 (ω_1) と高周波信号周波数 (ω_2) を等しく選ぶ必要がある。通常、局部発振信号 (以後 LO 信号と略記) は高周波信号 (以後 RF 信号と略記) よりも振幅が非常に大きいので、LO 信号が少しでも RF 信号側に漏れると大きな dc 成分が発生してしまう。これが直接変換受信機 (ダイレクトコンバージョン受信機) において「自己混合」と呼ばれている問題である⁽⁸⁾。

図 10 2 波混合を説明するブロック図

表 1 2 波混合における IM2, IM3 の周波数関係

$N = 2$			$N = 3$		
k_1	k_2	角周波数	k_1	k_2	角周波数
0	2	$\pm 2\omega_2$	0	3	$\pm 3\omega_2$
1	1	$\pm \omega_1 \pm \omega_2$	1	2	$\pm \omega_1 \pm 2\omega_2$
2	0	$\pm 2\omega_1$	2	1	$\pm 2\omega_1 \pm \omega_2$
—	—	—	3	0	$\pm 3\omega_1$

図 11 2 波混合における IM2 と IM3 の周波数関係
Fundamental が入力信号、IM2 が二次の相互変調ひずみ、IM3 が三次の相互変調ひずみを表す。

更に信号周波数とは離れた周波数であっても、その二次ひずみは dc に落ちてくる。したがって、必要な信号周波数以外は入力する前に取り除いておかなければ、二乗回路を通るとテレビの電波でもラジオの電波でも何でもかんでも dc 付近にダウンコンバートされて妨害信号となる。

これに対して三次の混合 (三乗回路) を利用する場合は表 1 によれば $k_1 + k_2 = 3$ の組合せによって $\omega_1 \approx 2\omega_2$ の関係を利用することができるので^(注10)、局部発振周波数 (ω_1) と高周波信号周波数 (ω_2) を異なる周波数に設定できる上、これらのひずみが dc に落ちてくることはない。したがって、原理上、自己混合の問題がないという利点がある (図 11)。

以上は二乗回路と三乗回路における相互変調ひずみの話であったが、一般の偶関数と奇関数についても同様の議論ができる。

まとめると、非線形を利用したミキサには偶数次の非線形を利用する方法と奇数次の非線形を利用する方法が可能であり、偶数次の非線形利用では入力した周波数付近には IM 成分が発生せず、dc 付近と偶数倍周波数付近に発生する。逆に奇数次の非線形利用では入力した周波数付近と奇数倍周波数付近に IM 成分が発生し、dc 付近には発生しない。したがって、直接変換には奇関数の特性を持つ回路を利用するのが適当だと言える。

8. 奇関数特性を利用したミキサ —偶高調波ミキサ (EHMIX)—

6. では入出力特性が奇関数の回路を作る例として、APDP と差動対について説明した。本章ではこれらの回路を用いて奇

(注10)：一般の奇数次の混合では RF 信号周波数が LO 周波数の偶数倍に選ばれることから、奇数次の混合を利用するミキサは「偶高調波ミキサ」と呼ばれる。

図 12 偶高調波ミキサ (EHMIX) の回路と動作
(a)~(d) APDP を用いた EHMIX, (e)~(h) 及び BJT 差動対を用いた EHMIX.

数次の混合を利用する偶高調波ミキサ (even-harmonic mixer; EHMIX と略記する) について説明する。

EHMIX の回路構成は 2 波混合を説明する図 10 と全く同じであるが、二つの入力信号がそれぞれ RF 信号と LO 信号であり振幅が同じでないところが異なる。非線形特性は奇関数であればどのようなものでもよいので、まず非線形素子として APDP を使う例から説明しよう。

ミリ波領域では、周波数が高すぎて通常ミキサでは製造が難しいため、抵抗性の奇関数素子として APDP を用いた偶高調波ミキサが、主として中間周波数 (以後 IF と略記) に対するアップコンバータあるいはダウンコンバータとして古くから用いられてきた⁽⁹⁾。EHMIX には自己混合が発生しないという、直接変換方式にとって絶好の性質があるため、GHz 帯用のミキサとして見直されている⁽⁸⁾。

図 12(a)~(d) に APDP を用いた EHMIX の動作を示す。同図 (d) が EHMIX の原理的な回路であるが、同図中の APDP は (a) のような点対称の電圧—電流特性を有する。これに周波数が ω の RF 信号と、周波数が $\omega/2$ の LO 信号 (いずれも正弦波とする^(注11)) を足し合わせた電圧を印加すると、APDP に印加される電圧 V_D は同図 (b) の波形のように正負が非対称な波形になる。この時点では正弦波同士の和であるから、 V_D は

(注11) : LO は対称性から分かるように偶数次高調波を含まない波形ならばよい。しかし、現実的には信号発生容易さから正弦波に限られる。

図 13 BJT 差動対を線対称に配置した平衡形偶高調波ミキサ⁽¹¹⁾ RF ポート, LO ポート, BB ポートが自然に分離される。

dc 成分を含まない。しかし、このとき回路に流れる電流 I_D は APDP の奇関数特性によって同図 (c) のように正負の非対称が強調された波形になり、非対称に比例したベースバンド信号 (以後 BB 信号と略記) である dc 成分を含むようになる。この非対称は RF 信号の振幅に比例するから、回路を流れる電流の dc 成分を測定すれば RF 信号の振幅を知ることができる。すなわち、周波数 ω の RF 信号を dc に周波数変換できたことになる。

しかし、APDP は 2 端子素子なので、RF/LO/BB の各成分の電流が全て APDP 中を流れることになり、これらは周波数の違いで分離するしかなく、例えばオープンスタブ、ショートスタブ等の分布定数フィルタや集中定数フィルタであっても複雑なフィルタを必要とする⁽¹⁰⁾。

EHMIX に用いる非線形素子は奇関数特性さえ持てば 2 端子素子である必要はないので、差動対なら奇対称な $\tanh$ の入出力特性を持ち、かつ入出力に四つの端子があるから RF/LO/BB の分離が簡単だと考え、山路隆文氏 (現崇城大学) と差動対を用いた EHMIX を構成することに取り組んだ⁽¹¹⁾。

最初、RF と LO をひずませることなく加算する回路に苦労したが、差動対の同相信号抑圧が非常に大きいことを利用すれば、RF と LO をそれぞれ入力端子に接続するだけで加算 (実際は減算) が行われ、それが奇関数である $\tanh$ に入力され、その非線形処理された結果が差動出力として得られることに気付いた (図 12(e)~(h))。これは $(LO + RF)/2$ を同相入力成分に、 $(LO - RF)/2$ を差動入力成分に入力したことに相当するが、差動対は同相入力には応答しないので、結局 LO と RF の差が入力されたことになり、出力側には偶高調波ミキシング成分が生ずる。

更に、上記のように構成した差動対の 2 組を線対称に配置し、出力をクロスして減算させると (再び奇関数!) 出力側で LO 成分等の不要波が打ち消し合うので後続回路のダイナミックレンジが軽減される (図 13)。このように接続すると LO 信号の二次ひずみが発生しても打ち消せることにも気が付いた。PHS をターゲットにして LSI 化試作まで行ったが、PHS の利用者数が急減少し実用化の機会を逸したのは残念であった。

9. 差動増幅器再論

式 (16) から分かるように, BJT による差動対の入出力特性は $y_{DM} \propto \tanh(x_{DM}/V_T)$ という関数になっており, 入力 x_{DM} が熱電圧 V_T ($= 26 \text{ mV}@300 \text{ K}$) でスケールされている. このため, 差動増幅器は線形入力範囲が 10 mV 程度しかない.

電源電圧が数 V 以上あった時代には差動対に対してエミッタデジェネレーション⁽⁶⁾等の回路技術を使って線形入力範囲を拡大できたので問題なかったが, 1980 年代後半にはデバイスの微細化に伴って電源電圧が低下しただけでなく, ウォークマン等の乾電池 1 本で動作する携帯機器の需要が拡大し, 1 V 前後で動作する回路が必要となった⁽¹²⁾. そこで, 裸の差動対の線形入力範囲を拡大する必要が生じた.

また, 微細 CMOS プロセスの進展に伴うデバイスの耐圧低下により, 低電源電圧で動作する CMOS 全差動増幅器が必要となっている. しかし, 単純に差動対を利用したのでは 1 V 以下の電源電圧での動作が困難であるという問題がある.

本章では対称性を利用して BJT 差動対の線形入力範囲を拡大した例と, 低電源電圧動作のために CMOS インバータを対称に配置することで全差動増幅器を構成した例を解説する.

9.1 線形化差動対

差動対の入出力特性が奇関数である $\tanh$ 関数 (図 14 (a) の緑) で表されることから, それに複数の差動対 (青) を左右にずらし, 重み付けして足し合わせて一つの長い線形範囲 (赤) を得ることを筆者は思い付いた (図 14 (a))^(注12).

問題は線形範囲を最大にするにはどのようにずらしたり, 重み付けすればよいかであったが, 同図 (a) を眺めても力づくで数値最適化する以外, 系統的方法は思い付かなかった. しかし, 1 回微分してトランスコンダクタンスが最大平坦特性になるように決めればよいことに気付いた (同図 (b)). つまり, 今度は奇関数を微分して得られた偶関数を幾つか左右にずらし重ね合わせ, 全体としてできるだけ長い平坦部分を持った偶関数を設計する問題に変わり, 5 組までは解析解が求まった^{(15) (注13)}.

図 15 は, その具体的な回路実現手法の説明図である. N 組の差動対の入力にオフセット電圧 V_k ($k = 1, 2, \dots, N/2$) を左右対称に与えずらし^(注14), それらの出力を加え合わせることで線形範囲を拡大するというアイデア^(注15)を示している. 具体的には差動対を構成する左右の BJT のエミッタ面積を故意に $1:1$ からずらし, 等価的にオフセット電圧を発生させる. また, 各差動対の電流の重み付けはエミッタの電流源で行う. 線形化

(注12): 元々演算増幅器のスルーレートを向上するために差動対のトランスコンダクタンスを低下させる手法として提案された文献⁽¹³⁾のアイデアの拡張である.

(注13): 最近になって, 任意の組数に対して最大平坦条件を解析的に求める手法が Carasco-Robles らによって報告された⁽¹⁴⁾.

(注14): N が偶数の場合は中央のオフセット電圧なしの差動対を削除する.

(注15): B. Gilbert によって “multi hyperbolic-tangent technique” と命名されている. 最初のアイデアは多分 1975 年の Schmoock⁽¹³⁾ だと思われるが, 3 組以上に拡張したのは筆者 (1990 年) である⁽¹⁵⁾. Gilbert は 1970 年代半ばから ADI の社内でこのアイデアを使用していたと主張している⁽¹⁶⁾.

図 14 線形化のアイデア (Multi-tanh technique)
(a) $\tanh$ 関数をずらして重ね広い直線範囲を得る, (b) それを微分したトランスコンダクタンス.

図 15 線形化差動対の回路構成 (一般形)

図 16 線形化の効果 $2V_T \approx 52 \text{ mV}$ で正規化した差動入力電圧と最大値で正規化したトランスコンダクタンスの関係. (計算値. N は用いた差動対の組数.)

差動対の出力は負荷抵抗 R_L の電流として得られる.

図 16 は線形化の効果を説明する図で, $N = 6$ 組の差動対を用いることで, 線形入力範囲は単なる差動対 ($N = 1$) の 10.4 mV から 128.6 mVp-p へと約 12.4 倍に拡大された. この技術は HDD のリードチャネル用等化器などで実用化された⁽¹⁷⁾.

9.1.1 二乗回路

前記の線形化差動増幅回路は, 伝達特性が奇関数の回路に差動信号を入力し, 出力信号の差を取り出すことにより線形化を達成していた. しかし, 出力信号の和を取り出せば奇数次の成分がキャンセルされて偶関数が合成できる. 例えば, うまく設計すると精度の良い二乗回路が実現できる. 差動対は元々高周波まで動作し, マルチテール技術によって広い入力範囲にわたって二乗回路が実現できるので^{(18)~(20)}, アナログ乗算器や電力検出器への応用などがある.

図 17 CMOS インバータのみで構成した全差動増幅器
(a) フィードフォワード形の同相抑圧回路構成,
(b) フィードバック形の同相抑圧構成を追加した全体。メインの増幅器を赤で示し、同相成分を抑圧するための増幅器を白で示した。

9.2 CMOS インバータのみで構成した全差動増幅器

上下対称（横軸に対して鏡映対称）な回路は余り見掛けないが、左右対称の回路を 90° 傾けてみれば上下対称の回路になる。上下対称な回路を挙げれば、CMOS インバータやコンプリメンタリ・プッシュプル出力段が思い浮かぶ。これらは nMOS と pMOS の特性が完全に対称というにはほど遠いが、相当程度の対称性はあるので、入出力特性がほぼ奇関数に近いものが得られる。これを利用して、奇関数の性質を利用した回路を考えた。

CMOS インバータは高速動作で電圧利得も高く、アスペクト比をうまく調整すればかなり点対称性の高い入出力特性が得られるだけでなく、出力電圧が正負の電源電圧いっぱいまでスイング可能である。したがって、元来低電源電圧で使用するのに適した性質を持っているが、インバータはシングルエンドの増幅器であり、LSI で使用する場合には差動増幅器であることが望ましい。筆者は対称性を利用してこれを克服し、インバータを全差動増幅器に仕立て上げることを考えた⁽²¹⁾ (注16)。

図 17(a) にフィードフォワード形（以後 FF 形）の同相抑圧回路のアイデアを示す。まず、各インバータはトランスコンダクタンスが g_m の理想的電圧制御電流源 (VCCS) であると仮定する。同図中、INV1u と INV1d が増幅の主経路であり、INV2u と INV2d が同相成分を FF で打ち消すために配置されているが、打消しのためには g_m の符号を反転させなければならない

ので、 -1 倍の増幅器 BUFu と BUFd を前置している。この -1 倍の増幅器もインバータに負荷として入出力を短絡したインバータを付けることで容易に実現できる。

しかし、図 17(a) のままでは負帰還を掛けても出力の同相電圧が制御できないという、全差動増幅器としては具合の悪い問題が残る。そこで、出力側の同相電圧を帰還する 2 段目を設置し（図 17(b)）、全体で 2 段増幅器とした。これも左右の中心線に対して上下鏡映対称の回路構成である^(注17)。

このような構成、あるいはその変形回路を $0.18\mu\text{m}$ CMOS プロセスで試作したところ、電源電圧 1V における実測値で差動利得 59.0dB 、同相利得 -21.9dB 、 $\text{GBW} = 25.0\text{MHz}$ 、消費電流 $59.9\mu\text{A}$ 等の性能が得られた⁽²⁵⁾。なお、この構成は AB 級動作する CMOS インバータを用いているので消費電流が少ない一方、電源電圧の変化に対する消費電流の変動が大きいが、この点は最近 Harjani らによって改良された⁽²⁶⁾。

10. おわりに

回路における対称性の追求とは何のためだったのかという疑問に対して、筆者の私見を述べて本稿のまとめとする。

- (1) 左右対称な回路の存在は、入出力特性が偶関数でも奇関数でもない回路あるいは素子を用いて、入出力関係が純粋に奇関数あるいは偶関数の回路を得たいがためである。
- (2) その実現のため、及び得られた奇（偶）関数特性を利用するためには入出力を差動（同相）で行う必要があった。
- (3) 奇関数の伝達特性は偶関数と比べて増幅、振幅制限や変復調など、有用な機能が多く実現できる。これに対して偶関数の用途は電力検出（検波）や変復調など、ややバラエティが少ない。
- (4) 増幅器など、奇関数の特徴を利用する応用では同相成分は不都合な成分であり、なるべくこれを排除・抑圧するような回路が工夫されてきた。
- (5) 対称性をより完全なものとするため、回路図が対称であるばかりでなく、回路中で使用する素子、回路のレイアウト、製造ばらつきを含めて、全てができるだけ対称になることを追求して技術が進展してきた。
- (6) 上記の原則を適用するとかなり自然に差動対が再発明できることを説明した。（後付けの理屈ではあるが。）
- (7) 奇関数の伝達特性は微分すると偶関数になり、偶関数の利用法が生まれる。
- (8) 必要な機能に応じて対称性をうまく利用することで有用な回路を作り出すことができる。対称な回路をネストして再び対称に配置し、新しい回路に至った例（線形化差動対、平衡形偶高調波ミキサ、CMOS インバータで構成した全差動増幅器）を説明した。
- (9) 対称性をうまく利用すればまだまだ新しい回路はできるだろう。

(注17)：実は同図 (b) の FF-OTA 部分で赤の破線を接続した場合に上下対称回路となる。接続しない場合、この回路は FF 部分がねじれているのを描き直せば点対称である。しかし、インバータが全て同一特性なら上下対称と実質的に同じ動作をする。これも別の対称性であり、(注6) と類似の現象である。

(注16)：類似のアイデアに基づく全差動増幅器が Nauta⁽²²⁾、Ueno⁽²³⁾、Barthélemy⁽²⁴⁾ らによって提案されている。

大学卒業以来、主としてアナログ電子回路の研究開発に携わってきた。現在から振り返ると、驚くほど数少ないアイデアを元手としてこの間を過ごしてきたことを思い知らされる。中でも筆者にとって重要だったのは「対称性」の利用であったと思ひ当たり、主として差動対に關係したことなどいろいろ思い出しつつ本稿を書いたがまだまだ書き足りない。回転対称な回路（アナログ複素フィルタ、RC ポリフェーズフィルタ、N バスフィルタ、多相回路など）について扱えなかったのは残念である。

本稿を書く機会を与えられなければ、決して考えなかったであろう視点から見て初めて気が付くことがあり、修行が進んだ気がする。執筆を強くお勧め下さった傘晃先生（東京都市大）には深く感謝致します。

本稿は電気学会電子回路研究会で話した内容⁽²⁷⁾の一部をまとめ直したものである。濱崎利彦委員長をはじめ御討論、御意見を頂戴した電子回路研究会の皆様へ感謝致します。

文 献

- (1) H. Weil, シンメトリー, 遠山 啓 (訳), 紀伊國屋書店, 東京, 1970.
- (2) 笠原皓司, 線型代数と固有値問題 — スペクトル分解を中心に —, 第 4 章, 現代数学社, March 1972.
- (3) B. Razavi, RF Microelectronics Second Ed., Ch.8, Pearson Education international, 2012.
- (4) S.N. Trevino and Franklin Offner, “An A.C. operated D.C. amplifier with large current output,” Rev. Sci. Instr., vol. 11, p. 412, Dec. 1940.
- (5) Wikipedia, “Differential amplifier,” https://en.wikipedia.org/wiki/Differential_amplifier#cite_note-4 (2018 年 10 月 17 日閲覧)
- (6) 藤井信生, アナログ電子回路 — 集積回路化時代の —, オーム社, 東京, 2014.
- (7) 直流増幅器の設計マニュアル, 宇都宮敏男 (監修), 丸善, 1966.
- (8) 谷本 洋, “[招待論文] ダイレクトコンバージョン受信機用ミキサの研究開発動向,” 信学論 (C), vol. J84-C, no. 5, pp. 337–348, May 2001.
- (9) M. Cohn, J.E. Degenford, and B.A. Newman, “Harmonic mixing with an antiparallel diode pair,” IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. MTT-23, no. 8, pp. 667–673, Aug. 1975.
- (10) K. Itoh, M. Shimosawa, N. Suematsu, and O. Ishida, “Even harmonic type direct conversion receiver ICs for mobile handsets: design challenges and solutions,” 1999 IEEE RFIC Symp., Digest, pp. 53–56, 1999.
- (11) T. Yamaji, H. Tanimoto, and H. Kokatsu, “An I/Q active balanced harmonic mixer with IM2 cancelers and a 45 phase shifter,” IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 33, no. 12, pp. 2240–2246, Dec. 1998.
- (12) 谷本 洋, “バイポーラ アナログ回路と低電圧化,” 平 5 電学全大, no. S.6–6, 1993.
- (13) J.C. Schmooch, “An input stage transconductance reduction technique for high-slew rate operational amplifier,” IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-10, no. 6, pp. 407–411, Dec. 1975.
- (14) M. Carrasco-Robles and L. Serrano, “Obtaining maximally flat transconductances with any number of multiple coupled differential pairs,” Int. J. Circuit Theory Appl., vol. 39, no. 2, pp. 103–125, Feb. 2011. DOI: 10.1002/cta.620
- (15) H. Tanimoto et. al., “Realization of a 1-V active filter using a linearization technique employing plurality of emitter-coupled pairs,” IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 26, no. 7, pp. 937–945, July 1991.
- (16) B. Gilbert, “The multi-tanh principle: A tutorial overview,” IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 33, no. 1, pp. 2–17, Jan. 1998.
- (17) G.A. De Veirman et al., “A 27MHz programable bipolar 0.05° equiripple linear-phase lowpass filter,” in 1992 IEEE International Solid-State Circuits Conference Digest of Technical Papers (ISSCC), WP 4.2, pp. 64–65, Feb. 1992.
- (18) J.O. Voorman, “Transconductance amplifier,” USP 4, 723, 110, Feb. 1988.
- (19) 木村克治, “集積回路化に適する高性能差動増幅回路とその応用に関する研究,” 東京工業大学学位論文, Feb. 1998.
- (20) 松平和也, 谷本 洋, “Multi-tail を用いた 2 乗回路,” 電学電子回路研資, no. ECT-02-59, July 2002.
- (21) K. Komoriyama, M. Yashiki, E. Yoshida, and H. Tanimoto, “A verywideband active RC polyphase filter with minimum element value spread using fully balanced OTA based on CMOS inverters,” IEICE Trans. Electron., vol. E91-C, no. 6, pp. 879–886, June 2008.
- (22) B. Nauta, “A CMOS transconductance-C filter technique for very high frequencies,” IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 27, no. 2, pp. 142–153, Feb. 1992.
- (23) T. Ueno and T. Itakura, “A 0.9 V 1.5 mW continuous-time $\Delta\Sigma$ modulator for WCDMA,” ISSCC Digest of Technical Papers, no. WP4.4, Feb. 2004.
- (24) H. Barthélemy, S. Meillère, J. Gaubert, N. Dehaese, and S. Bourdel, “OTA based on CMOS inverters and application in the design of tunable bandpass filter,” Analog Integr. Circuits Signal Process., vol. 57, no. 3, pp. 169–178, Dec. 2008. DOI:10.1007/s10470-008-9167-8
- (25) H. Tanimoto, K. Yazawa, and M. Haraguchi, “A fully-differential OTA based on CMOS cascode inverters operating from 1-volt power supply,” Analog Integr. Circuits Signal Process., vol. 78, no. 1, pp. 23–31, Jan. 2014.
- (26) R. Harjani and R.K. Palani, “Design of PVT tolerant inverter based circuits for low supply voltages,” 2015 IEEE Custom Integrated Circuits Conference (CICC), pp. 1–8, San Jose, USA, 2015. DOI: 10.1109/CICC.2015.7338424
- (27) 谷本 洋, “[招待講演] 対称性を利用した回路 — 研究生活を振り返って,” 電学電子回路研資, no. ECT-17-060, July 2017.

(平成 30 年 10 月 22 日受付, 平成 30 年 11 月 1 日再受付)

谷本 洋 (正員)

1980 北大大学院工学研究科博士課程了。工博。同年 (株) 東芝入社。2000 北見工大・工・電気電子・教授。2018 同大学名誉教授。この間主として通信用アナログ集積回路の教育・研究・開発に従事。本会 CAS 研究専門委員会幹事, 電気学会電子回路研究専門委員会幹事, IEEE CASS Tokyo Chapter 委員長等を務めた。本会英文論文誌 A 及び C, IEEE TCAS-II 等の編集委員を歴任。電気学会, IEEE 各会員。