多端子情報源符号化の研究と未解決問題

Study on Multiterminal Source Coding and Open Problems

大濱 靖匡 Yasutada OOHAMA

アブストラクト 情報通信網の高度化、複雑化、大域・広範化が地球的規模で進む現代の情報化社会において、多端子情報理論の枠組みとその成果の重要性が増している。その一方で、多端子情報理論には、基本的で重要であるにもかかわらず、いまだ解決されていない様々な問題がある。本稿では、多端子情報理論を支える柱の一つである多端子情報源符号化の研究を概観し、これまでに提起された基本的未解決問題の幾つかについて述べる。その中の一つとして、二つの情報源に対する分散符号化の枠組みにおける伝送率・ひずみ領域の決定問題がある。この問題に関しては、最近、情報源がガウス形で二乗誤差ひずみの場合に完全な解決が得られた。この解決には、筆者の得た研究成果が深く関与している。ガウス形情報源に対する上記の未解決問題の完全解決に関しては、そのエッセンスを筆者の研究成果との関係も含めて詳しく紹介する。

キーワード 多端子情報理論, 多端子情報源符号化, 多端子伝送率・ひずみ理論, ガウス形情報源

1. はじめに

1948年にシャノンによって創始された情報理論は、一人の送信者から一人の受信者への情報伝送を行う2端子通信システムを研究対象とし、単一情報源の符号化及び1入力1出力通信路(2端子通信路)の符号化を二つの理論的柱としていた。1970年代に入り、多端子情報理論と呼ばれる多端子通信網の理論的モデルを研究対象とする情報理論の新たな一分野が開花した。これは、2端子通信システムの解析、設計を中心としたそれまでの情報理論の研究領域を飛躍的に拡大させることとなった。多端子情報理論では、複数の情報源(多端子情報源(multiterminal source))の符号化、多入力多出力通信路(多端子通信路(multiway channel))の符号化が二つの柱となる。

情報通信網の複雑化、大規模化が地球的規模で進む現代の情報化社会において、多端子情報理論の枠組みとその成果の重要性が増している。特に、多端子情報通信システムの設計・構築に携わる技術者が通信システムの解析、設計の指針を与える指標として、多端子情報理論により明らかにされた通信の理論限界に注目するようになってきている。

その一方で、多端子情報理論における通信の理論限界の解明に関しては、幾つかの基本的未解決問題がある。これらの未解決問題は、多端子情報理論における重要課題として位置付けられているにもかかわらず、問題提起から現在まで、余り研究が進展していないものが少なくない。現実の多端子情報通信網の

設計・構築にかかわる技術者が、多端子情報理論の提示する通信の理論限界に関心と期待を寄せるようになってきた今日、上記の未解決問題に対し、情報理論研究者として今後どのように取り組んでいくのかを考えるべき時期にきているのではないかと考えられる。

本稿では、多端子情報理論の一つの柱である多端子情報源符号化の研究を概観し、これまでに提起された幾つかの基本的未解決問題について述べる。そのような多端子情報源符号化における基本的未解決問題の一つに、二つの情報源に対する分散符号化システムに関する伝送率・ひずみ領域の決定問題がある。これは、Berger⁽¹⁾(1977)による問題提起から30年を経過した現在も一般には未解決であるが、情報源がガウス形で平均二乗誤差ひずみの場合に限り、筆者⁽²⁾(1997)により部分解が与えられていた。最近、Wagnerらの研究グループ⁽³⁾(2008)は、筆者が解けなかった部分を解決し、問題の完全解決を与えた。彼らは、結果の導出の本質的な部分で、筆者がガウス形CEO問題に関して得た結果⁽⁴⁾(2005)を利用している。上記の未解決問題の完全解決に関しては、筆者の二つの研究成果⁽²⁾⁽⁴⁾との関係も含めて、Wagnerら⁽³⁾の結果の導出のエッセンスを詳しく紹介する。

2. 二つの情報源に対する分散符号化システム

1973年にSlepian and Wolf⁽⁵⁾により発表された相関を有する二つの情報源に対する符号化定理は、多端子情報源符号化の研究の出発点とみなされている。ここでは、Slepian and Wolf⁽⁵⁾により定式化された相関を有する二つの情報源に対する分散符号化の問題について述べ、更に定式化された問題に対する彼ら

大濱 靖匡 正員 徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部
E-mail oohama@is.tokushima-u.ac.jp
Yasutada OOHAMA, Member (Department of Information Science and Intelligent Systems, The University of Tokushima, Tokushima-ken, 770-8506, Japan).
Fundamentals Review Vol.2 No.2 pp.40-52 2008年10月

図 1 相関を有する二つの情報源に対する分散符号化システム

の得た結果について述べる．

2.1 Slepian and Wolf の定理

有限集合 $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ に値をとる確率変数 X, Y を考える．その同時確率分布を

$$P_{XY} \triangleq \{P_{XY}(x, y)\}_{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}}$$

と記す． $\{(X(t), Y(t))\}_{t=1}^{\infty}$ を定常離散無記憶情報源とする．各 $t = 1, 2, \dots$ に対し， $(X(t), Y(t))$ は，確率分布 P_{XY} に従うものとする．情報源から発生する長さ n の確率変数の列を $\mathbf{X} = X(1)X(2)\cdots X(n)$ ， $\mathbf{Y} = Y(1)Y(2)\cdots Y(n)$ と記す．

Slepian and Wolf の考察した相関を有する二つの情報源に対する符号化システム (Slepian and Wolf 符号化システム) が図 1 に示されている．いま，離れた 2 地点があり，各々の地点で X 及び Y のみが得られるとしよう．これらは符号器 f_n, g_n によってそれぞれ $f_n(\mathbf{X}), g_n(\mathbf{Y})$ と独立に符号化され，情報処理センターへ送られる．情報処理センターでは送られたデータ $f_n(\mathbf{X}), g_n(\mathbf{Y})$ から復号器 ψ_n により元のデータ系列の推定値 $(\hat{X}, \hat{Y})$ が出力される．符号器 f_n, g_n は，

$$\left. \begin{aligned} f_n : \mathcal{X}^n &\rightarrow \mathcal{M}_1 \triangleq \{1, 2, \dots, M_1\} \\ g_n : \mathcal{Y}^n &\rightarrow \mathcal{M}_2 \triangleq \{1, 2, \dots, M_2\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

なる写像である．次の二つの量

$$R_1^{(n)} \triangleq \frac{1}{n} \log M_1, R_2^{(n)} \triangleq \frac{1}{n} \log M_2, \quad (2)$$

は，それぞれ符号器 f_n, g_n の伝送率を表す．復号器 ψ_n は

$$\psi_n : \mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2 \rightarrow \mathcal{X}^n \times \mathcal{Y}^n$$

なる写像で定義される．復元された系列とその推定値

$$(\hat{X}, \hat{Y}) \triangleq \psi_n(f_n(\mathbf{X}), g_n(\mathbf{Y}))$$

の一致の尺度として，以下に示す復号誤り確率を考える．

$$P_e^{(n)}(f_n, g_n, \psi_n) \triangleq \Pr\{(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \neq (\hat{X}, \hat{Y})\}$$

Slepian and Wolf 符号化システムの上記の伝送形態は，二つの分散センサからなるセンサネットワークを用いた情報伝送システムととらえることができる．例えば，伊豆，箱根に各々センサ A, B が置かれており，センサ A, B と東京にあるセンター C を結ぶセンサネットワークを考える．センサ A, B はそれぞれデータ X, Y を観測し，これらを符号化して東京へ送る．東

京では，符号化したデータから観測データの推定値 $\hat{X}, \hat{Y}$ を復元する．

センサ A とセンター C を結ぶ通信回線，センサ B とセンター C を結ぶ通信回線には，それぞれ，1 文字当り， R_1, R_2 ビットの容量制約があるとする．この下で，元のデータ系列を X, Y をできる限り小さい復号誤りで復元したい．そのためには， (R_1, R_2) はどのような条件を満足すべきであろうか？

この問題は，多端子情報源符号化の問題として次のように定式化される．符号器，復号器の組の列 $\{(f_n, g_n, \psi_n)\}_{n=1}^{\infty}$ が存在して，

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_1^{(n)} \leq R_1, \lim_{n \rightarrow \infty} R_2^{(n)} \leq R_2, \lim_{n \rightarrow \infty} P_e^{(n)}(f_n, g_n, \psi_n) = 0$$

となるとき (R_1, R_2) は許容であると定義する．許容である (R_1, R_2) 全体からなる集合を $\mathcal{R}$ と記し，これを許容伝送率領域と呼ぶ．許容伝送率領域は通信システムの限界を示すものである．これは，通信システムの設計・構築にあたって，その指標を与える重要な指標となる．許容伝送率領域を計算可能な形で特徴付ける問題は，多端子情報源符号化における最重要基本課題の一つとして位置付けられている．

仮に二つの符号器が互いに他の地点で得られるデータを観測できる場合を考えてみよう．そうすると，この場合の符号化は古典的な単一情報源符号化の問題に帰着される．すなわち (X, Y) を一つの情報源と見るとシャノンの符号化第一定理より直ちに許容伝送率領域が

$$R_1 + R_2 \geq H(XY)$$

を満たす (R_1, R_2) 全体からなる領域で与えられることが分かる．ここで $H(XY)$ は，情報源の確率分布から計算される結合エントロピー

$$H(XY) = - \sum_{x \in \mathcal{X}} \sum_{y \in \mathcal{Y}} P_{XY}(x, y) \log P_{XY}(x, y)$$

である．したがってこの場合，新しい問題は生じない．符号化が各地点で分散して行われるという状況は，多端子情報源符号化に固有の問題設定である．これは単一情報源符号化の枠組みを越えた新しい問題を提起することになる．

領域 $\mathcal{R}$ は，Slepian and Wolf^[5](1973) によって決定された．それは次の形で与えられる．

[定理 1]

$$\mathcal{R} = \{(R_1, R_2) : R_1 \geq H(X|Y), R_2 \geq H(Y|X), R_1 + R_2 \geq H(XY)\}$$

ここで $H(X|Y)$ は情報源の確率分布から計算される条件付エントロピー

$$H(X|Y) = - \sum_{x \in \mathcal{X}} \sum_{y \in \mathcal{Y}} P_{X|Y}(x, y) \log P_{X|Y}(x, y)$$

である．上記の定義における $P_{X|Y}(x|y)$ は $Y = y$ の与えられた下での $X = x$ の起きる条件付確率を表す．

許容伝送率領域を図 2 に示す．この結果から分かるように，許容伝送率領域は，符号器が他のデータを見ることが出来る場合よ

図2 Slepian and Wolf 符号化システムの許容伝送率領域

図3 Y が復号器において補助情報として得られるシステム

りも確かに小さくなる。しかし、驚くことに伝送率の和 $R_1 + R_2$ については、分散符号化の制約があるにもかかわらず、符号器が互いに他のデータを見ることができる場合の下限 $H(XY)$ に達している。このことの本質をもう少し詳しく考察するために、Slepian and Wolf 符号化システムの特別な場合として図3に示す系列 Y が復号器に誤りなしで送られる符号化システムを考えよう。図3において符号器 f_n の定義は、以前のものとと同じであり、復号器は、

$$\psi_n : \mathcal{M} \times \mathcal{Y}^n \rightarrow \mathcal{X}^n$$

なる写像である。符号器、復号器の組の列 $\{(f_n, \psi_n)\}_{n=1}^{\infty}$ が存在して、 f_n の伝送率、及び X の復号誤り確率 $P_e^{(n)}(f_n, \psi_n) \triangleq \Pr\{X \neq \hat{X}\}$ について、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_1^{(n)} \leq R, \lim_{n \rightarrow \infty} P_e^{(n)}(f_n, \psi_n) = 0$$

が成り立つとき、 R は許容であると定義する。許容であるような R の下限を $R_{\inf}$ とする。

下限 $R_{\inf}$ を求めるために、図3において、スイッチ () がオンの場合、すなわち、符号器、復号器の両方が Y を見ることができる場合を考えよう。この場合、シャノンの符号化第一定理から、伝送レートの下限は $H(X|Y)$ で与えられることが容易に分かるので、やはり新しい問題は生じない。また、スイッチがオフの場合は、スイッチがオンの場合に達成できることを超えられないことから、下限 $R_{\inf}$ について不等式

$$R_{\inf} \geq H(X|Y)$$

が成り立つことが分かる。Slepian and Wolf^[5] はスイッチがオフの場合にも、 $H(X|Y)$ が達成可能であること、すなわち次の定理が成り立つことを示した。

[定理2] $R_{\inf} = H(X|Y)$ 。

定理2は、符号器が補助情報 Y を見ることができない場合でも伝送率を $H(X|Y)$ まで落せることを主張するものであり、Slepian and Wolf の定理の核心部分をなす。実際、以下に示す簡単な考察により、定理2の結果から定理1の結果を導ける。定理1の右側の領域を $\mathcal{R}^*$ と置く。伝送率ベクトル (R_1, R_2) が許容であるとする。Slepian and Wolf 符号化システムに対する結果が、二つの符号器がデータを見ることができる場合の結果を超えることはないことから

$$R_1 + R_2 \geq H(XY)$$

が成り立つ。また、スイッチ () がオフの場合の結果が、スイッチがオンの場合の結果を超えることはないことから、 $R_1 \geq H(X|Y)$ であり、対称性から、 $R_2 \geq H(X|Y)$ である。以上から、 (R_1, R_2) が許容であるならば、 $(R_1, R_2) \in \mathcal{R}^*$ が成り立つ。これは $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{R}^*$ を意味する。次に、 $\mathcal{R} \supseteq \mathcal{R}^*$ を示す。まず、シャノンの符号化第一定理より、 $R_2 \geq H(Y)$ のとき、 n を十分大きくとることにより、 Y を任意に小さい誤り確率で復元できる。このことと定理2の結果より伝送率ベクトル $(H(X|Y), H(Y))$ は許容であり、対称性から $(H(X), H(Y|X))$ も許容である。次に、 $\alpha \in [0, 1]$ とし、情報源からの長さ n の出力系列 (X, Y) において、最初の長さ $n\alpha$ のデータに対し、 $(H(X|Y), H(Y))$ を達成する符号器、復号器を用い、また、残りの長さ $n(1-\alpha)$ のデータに対し、伝送率ベクトル $(H(X), H(Y|X))$ を達成する符号器、復号器の組を用いることにする。すると、2点 $(H(X|Y), H(Y)), (H(X), H(Y|X))$ を $1-\alpha : \alpha$ の比に内分する点が許容となり、 $\alpha \in [0, 1]$ を動かすことにより、これらの2点を結ぶ線分上の任意の点が許容となる (時分割原理) よって、 $\mathcal{R} \supseteq \mathcal{R}^*$ となり、 $\mathcal{R}^* = \mathcal{R}$ が示された。

Slepian and Wolf による定理2の証明は、通信路符号化の手法を利用した複雑なものであったが、後に Cover^[6] (1975) により、簡明な証明が与えられた。

3. Slepian and Wolf の結果の拡張

Slepian and Wolf の定理が発表されてから数年後に、その拡張として二つの重要な結果が得られた。これらの結果は、多端子情報源符号化の研究のその後の発展に大きく貢献している。ここでは、Slepian and Wolf の定理の重要な拡張として位置付けられるこれらの二つの結果について述べる。

3.1 Wyner, Ahlswede and Körner の符号化定理

センター C では、 X のみを必要とする場合を考える。このような補助情報を伴う符号化システムが図4に示されている。図4において、復号器は、 X のみの復元を目的とし、 Y は、符号化された形で、 X の復元のための補助情報として利用される。一つの情報源からの出力データを符号化したものがもう一つの情報源からの出力データの符号化を補助することからこのシステムの符号化問題は、One-Helps-One 問題ともよばれる。

このシステムの許容伝送率領域について、Wyner^[7] (1975)、

図 4 補助情報を伴うシステム

Ahlsvede and Körner⁽⁸⁾(1975) は、次の結果を得た。

[定理 3] 補助情報を伴う符号化システムの許容伝送率領域は、次の 3 条件を満たす (R_1, R_2) 全体からなる領域で与えられる。

- 1) 有限集合 $\mathcal{V}$ に値をとる補助確率変数 V が存在し、 (X, Y) との同時確率分布 $P_{XYV}(x, y, v)$, $(x, y, v) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \times \mathcal{V}$ について

$$P_{XYV}(x, y, v) = P_{XY}(x, y)P_{V|Y}(v|y). \quad (3)$$

- 2) $R_1 \geq H(X|V), R_2 \geq I(Y; V)$.
- 3) $|\mathcal{V}| \leq |\mathcal{Y}| + 2$.

ここで、 $I(Y; V) = H(Y) - H(Y|V)$ は、確率変数 Y と V との間の相互情報量を表す。

上記定理における同時確率分布に関する条件 (3) は、確率変数 X, Y, V が、マルコフ鎖 $X \rightarrow Y \rightarrow V$ をなすことと等価である。領域は図 5 に示す閉凸領域となる。

一般に、許容伝送率領域に関する定理の主張は、次の二つの部分に分けられる。

- 1) 定理で提示された領域を達成する符号器、復号器が存在する。(符号化順定理)
- 2) 伝送率制約を満たすどんな符号器、復号器を用いても、定理で提示された領域を超えることはできない。(符号化逆定理)

Wyner⁽⁷⁾は、符号化順定理、逆定理のそれぞれについて、以下に示す新しい手法を導入し、定理 3 を証明した。

- 1) 符号化順定理の証明において、新たに“子持ち符号 (piggyback code)”と呼ばれる補助確率変数を利用した符号化手法を導入した。
- 2) 符号化逆定理の証明では、条件付エントロピーの連鎖則と情報源の無記憶性に基づく、単一文字化 (single letterization) と呼ばれる手法を用いた。

符号化順定理、及び逆定理に使われた上記の手法は、多端子情報源符号化のその後の研究において、許容伝送率領域を求める際の常とう手段となっている。

3.2 Wyner and Ziv の定理

これまで述べた符号化システムは、いずれも復元された系列と元の系列の一致の尺度として復号誤り確率を考え、これを任

図 5 補助情報を伴うシステムの許容伝送率領域

図 6 Y が復号器において補助情報となる場合の伝送率・ひずみ理論

意に小さくするという制約条件の下での情報伝送の効率を論じたものであった。多端子情報源符号化システムにおいて、このような誤り確率による制約の代わりに、復元された系列の元の系列に対する平均ひずみを考え、これをある決められた値以下に押さえるという制約 (ひずみ制約) の下での情報伝送の効率を議論できる。これは、多端子情報源符号化における伝送率・ひずみ理論、すなわち、多端子伝送率・ひずみ理論 (multiterminal rate-distortion theory) を提起することになる。

多端子伝送率・ひずみ理論における最初の重要な結果が Wyner and Ziv⁽⁹⁾(1976) によって与えられた。彼らの考察した符号化システムが図 6 に示されている。この符号化システムの枠組み自体は、2. の図 3 におけるものと同じである。ここでは、復号の際の一致の尺度として、誤り確率の代わりに平均ひずみを考える。

$\hat{\mathcal{X}}$ を再生アルファベットの集合、 $d_1: \mathcal{X} \times \hat{\mathcal{X}} \rightarrow [0, \infty)$ をひずみ測度とする。復号器を $\psi_n: \mathcal{M} \times \mathcal{Y}^n \rightarrow \hat{\mathcal{X}}^n$ なる写像とし、復元された系列 $\hat{X}$ と元の系列 X の一致の尺度として、平均ひずみ

$$\Delta_1^{(n)} = \Delta_1^{(n)}(X, \hat{X}) \triangleq \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n d_1(X(t), \hat{X}(t)) \right]$$

を考える。 D を与えられた正数として、符号器、復号器の組の列 $\{(f_n, \psi_n)\}_{n=1}^{\infty}$ が存在して、 f_n の伝送率 $R_1^{(n)}$ 及び平均 $\Delta_1^{(n)}$ について、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_1^{(n)} \leq R, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta_1^{(n)} \leq D.$$

が成り立つとき、 R は D -許容であると定義する。 D -許容であるような R の下限を $R_{WZ}(D)$ とする。 $R_{WZ}(D)$ は WZ 伝送率・ひずみ関数 (rate-distortion function) と呼ばれる。Wyner and Ziv⁽⁹⁾(1976) は、次の結果を得た。

[定理 4] U を有限集合 $\mathcal{U}$ に値をとる確率変数とし、また、 $\tilde{\psi}$ を $\tilde{\psi}: \mathcal{U} \times \mathcal{Y} \rightarrow \hat{\mathcal{X}}$ なる写像とする。このとき、WZ 伝送率・ひずみ関数 $R_{WZ}(D)$ は

$$R_{WZ}(D) = \min_{\substack{(U, \psi): |U| \leq |X|+1 \\ U \rightarrow X \rightarrow Y \\ E_{d_1}(X, \psi(U, Y)) \leq D}} I(X; U|Y) \quad (4)$$

で与えられる．ここで， $I(X; U|Y) = H(X|Y) - H(X|UY)$ は， Y が与えられたときの U と X との間の条件付相互情報量を表す．

上記の定理は，Wyner⁽⁷⁾が定理 3 の順定理及び逆定理の証明に用いた二つの手法を用いて証明できる．ただし，符号化逆定理における単一文字化の議論では，定理 3 の場合の議論とは多少異なる工夫が必要になる．

ここで，符号器が補助情報 Y を見ることができる場合，すなわち図 3 においてスイッチ () がオンの場合を考えよう．この場合の伝送率・ひずみ関数を $R_{X|Y}(D)$ とする． $\hat{X}$ を有限集合 $\hat{\mathcal{X}}$ に値をとる確率変数とすると，単一情報源に対する伝送率・ひずみ理論の結果より

$$R_{X|Y}(D) = \min_{\hat{X}: E_{d_1}(X, \hat{X}) \leq D} I(X; \hat{X}|Y) \quad (5)$$

が成り立つ．これら二つの伝送率・ひずみ関数の形を比較すると分かるように，関数 $R_{WZ}(D)$ は，条件付相互情報量の最適化の制約条件において，マルコフ鎖の条件 $U \rightarrow X \rightarrow Y$ を伴う点が関数 $R_{X|Y}(D)$ と大きく異なる．この条件は，符号器 f_n が補助情報 Y を見るができないという制約に起因する．これら二つの関数について

$$R_{WZ}(0) = R_{X|Y}(0) = H(X|Y) \quad (6)$$

が成り立つ．これは，定理 2 の結果を意味する． $D > 0$ のとき $R_{WZ}(D) \geq R_{X|Y}(D)$ であり，等号は一般には成立しない．実際，Wyner and Ziv⁽⁹⁾は (X, Y) が 2 値対称分布，すなわち， $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = \{0, 1\}$

$$P_{XY}(x, y) = \begin{cases} (1-p)/4, & x = y \text{ のとき} \\ p/4, & x \neq y \text{ のとき} \end{cases} \quad (7)$$

の場合の $R_{WZ}(D)$ を計算し， $D > 0$ のとき $R_{WZ}(D) > R_{X|Y}(D)$ となることを示している．

4. 幾つかの基本的未解決問題

Slepian and Wolf の定理を出発点として，その後の Wyner⁽⁷⁾，Ahlsweide and Körner⁽⁸⁾の研究と Wyner and Ziv⁽⁹⁾の研究の二つによって，多端子情報源符号化システムの許容伝送率領域を求める基本的手法が確立された．その後，Wyner が符号化順定理の証明に導入した“子持ち符号”の拡張が Berger⁽¹⁾(1977)，Tung⁽¹⁰⁾(1978)，Han and Kobayashi⁽¹¹⁾(1980) により行われている．また，Csiszár and J. Körner⁽¹³⁾(1980)，⁽¹⁴⁾(1981) は，一般の多端子情報源符号化システムの許容伝送率領域を求める組合せ論的な手法を考案している．

その一方で，多端子情報源符号化システムの符号化問題において，上記の手法だけでは，許容伝送率領域を求めることが困難な場合が多数存在することも明らかとなった．ここでは，二つの情報源の分散符号化の枠組みにおいて提起される符号化問題のうち，現在も許容伝送率領域が決定されていない幾つかの未解決問題について述べる．

図 7 二つの補助情報を有するシステム

4.1 複数の補助情報を伴うシステム

3.1 で述べた Wyner, Ahlsweide and Körner の考察したシステムの拡張として，復号器において利用し得る補助情報が複数個あるシステムを考えることができる．このようなシステムにおける許容伝送率領域を決定する問題は，一般に Many-Help-One 問題とよばれている．One-Helps-One 問題が Wyner⁽⁷⁾(1975)，Ahlsweide and Körner⁽⁸⁾(1975) によって完全に解かれたのに対し，Many-Help-One 問題は，Körner and Marton⁽¹⁵⁾(1979) 及び Gelfand and Pinsker⁽¹⁶⁾(1979) によって部分的に解かれたものの，それ以後現在まで未解決のままである．

(X, Y) との相関を有し，有限集合 $\mathcal{Z}$ に値をとる確率変数 Z を考える．図 7 に示すように，センタ C では送られる符号化データからデータ Z を復号しようとする場合を考える．これは， Z の復号のために復号器において利用し得る補助情報が二つあるシステムと考えることもできる．その意味で，Two-Help-One 問題の特別な場合とも考えられる．

Körner and Marton⁽¹⁵⁾(1979) は，上記の Two-Help-One 問題について，ある例題に対する許容伝送率領域を得た．彼らの結果は次のようである．

[定理 5] (X, Y) の従う分布が式 (7) の 2 値対称分布で，かつ Z がこれらの mod 2 加算 $Z = X \oplus Y$ であるとき，許容伝送率領域は， $R_1, R_2 \geq H(Z)$ を満たす (R_1, R_2) 全体からなる領域で与えられる．

Körner and Marton は，例題の特殊性を最大限に利用し，線形符号を用いた代数的符号の手法により符号化定理を証明して許容伝送率領域を決定した．一方，Berger⁽¹⁾，Tung⁽¹⁰⁾，Han and Kobayashi⁽¹¹⁾らが行った“子持ち符号”の拡張を利用することにより，許容伝送率領域の内界を得ることができる．この領域は，Wyner, Ahlsweide and Körner が One-Helps-One 問題において得た許容伝送率領域の形の自然な拡張になっていることから，これを WAK 領域と呼ぶことにする．WAK 領域は，以下の 3 条件を満たす (R_1, R_2) 全体からなる領域の閉凸包で与えられる．

- 1) 有限集合 $\mathcal{U} \times \mathcal{V}$ に値をとる補助確率変数 (U, V) が存在し， (X, Y, Z) との同時確率分布 $P_{XYZUV}(x, y, z, u, v)$ ， $(x, y, z, u, v) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \times \mathcal{Z} \times \mathcal{U} \times \mathcal{V}$ について，以下が成り立つ．

$$\begin{aligned} & P_{XYZUV}(x, y, z, u, v) \\ &= P_{XYZ}(x, y, z) P_{U|X}(u|x) P_{V|Y}(v|y) \end{aligned} \quad (8)$$

- 2) $R_1 \geq I(U; X|V)$ ， $R_2 \geq I(V; Y|U)$

図 8 WAK 領域の概形と許容伝送率領域

$$R_1 + R_2 \geq I(UV; XY), H(Z|UV) = 0.$$

$$3) |\mathcal{U}| \leq |\mathcal{X}| + 7, |\mathcal{V}| \leq |\mathcal{Y}| + 7.$$

ここで、領域 A の閉凸包とは、 A に属する任意の 2 点を結ぶ線分上の点からなる領域の閉包をとったものである。また、条件 (8) は、確率変数の組 (X, Y, Z, U, V) がマルコフ連鎖 $UV \rightarrow XY \rightarrow Z, U \rightarrow X \rightarrow Y \rightarrow V$ をなすことと等価である。

Körner and Marton は、彼らの扱った例題に対して、WAK 領域と彼らの得た許容伝送率領域とを比較し、WAK 領域が許容伝送率領域に一致し得ないことを示した。Körner and Marton の扱った例題に対する WAK 領域の概形と許容伝送率領域を図 8 に示す。この結果は、Two-Help-One 問題の解決には、One-Helps-One 問題とは異なる新たな符号化の手法が必要であることを示唆している。一方、Gelfand and Pinsker⁽¹⁶⁾(1979) は、補助情報が L 個の場合の一般の Many-Help-One 問題を扱い、情報源がある相関条件を満たす場合について許容伝送率領域を決定した。彼らの結果によれば、Two-Help-One 問題において、次のことが成り立つ。

[定理 6] 情報源が $Y \rightarrow Z \rightarrow X$ なる相関条件を満たせば、WAK 領域は許容伝送率領域と一致する。

4.2 多端子伝送率・ひずみ理論

再生アルファベットの集合 $\hat{\mathcal{Y}}$ と $d_2: \mathcal{Y} \times \hat{\mathcal{Y}} \rightarrow [0, \infty)$ なるひずみ測度を考える。 Y と $\hat{Y}$ の平均ひずみ $\Delta_2^{(n)} = \Delta_2^{(n)}(Y, \hat{Y})$ を $\Delta_1^{(n)}$ と同様に定義する。 D_1, D_2 を与えられた正数とする。符号器、復号器の組の列 $\{(f_n, g_n, \psi_n)\}_{n=1}^{\infty}$ が存在して、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_i^{(n)} \leq R_i, \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta_i^{(n)} \leq D_i, i = 1, 2$$

が成り立つとき、 (R_1, R_2) は、 (D_1, D_2) -許容であると定義する。 (D_1, D_2) -許容であるような (R_1, R_2) の全体からなる集合を $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ とし、これを伝送率・ひずみ領域と呼ぶ。

伝送率・ひずみ領域 $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ を求める問題は、Berger⁽¹⁾(1977) が提起し、 $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ の内界 $\mathcal{R}^{(\text{in})}(D_1, D_2)$ と外界 $\mathcal{R}^{(\text{out})}(D_1, D_2)$ を計算している。内界の導出の詳細は、Tung の博士論文⁽¹⁰⁾(1978) に記されている。Tung⁽¹⁰⁾ は Wyner の導入した“子持ち符号”の二つの補助確率変数の場合への拡張を行い、この結果を利用して、 $\mathcal{R}^{(\text{in})}(D_1, D_2)$ を計算している。また、外界の導出では、定理 3, 4 の逆定理の証明で用いられた

ものと同様の単一文字化の手法が用いられている。これらの結果は次のようになる。

[定理 7] 任意の正数 D_1, D_2 に対し、

$$\mathcal{R}^{(\text{in})}(D_1, D_2) \subseteq \mathcal{R}(D_1, D_2)$$

が成り立つ。ここで、 $\mathcal{R}^{(\text{in})}(D_1, D_2)$ は、以下の 3 条件を満たす (R_1, R_2) 全体からなる領域の閉凸包で与えられる。

- 1) 有限集合 $\mathcal{U} \times \mathcal{V}$ に値をとる補助確率変数 (U, V) が存在し、確率変数の組 (X, Y, Z, U, V) はマルコフ連鎖の条件 $U \rightarrow X \rightarrow Y \rightarrow V$ を満たす。
- 2) $R_1 \geq I(U; X|V), R_2 \geq I(V; Y|U)$
 $R_1 + R_2 \geq I(UV; XY)$ 。
- 3) $\hat{X}(U, V), \hat{Y}(U, V)$ が存在して

$$Ed_1(\hat{X}(U, V)) \leq D_1, Ed_2(\hat{Y}(U, V)) \leq D_2.$$

[定理 8] 任意の正数 D_1, D_2 に対し、

$$\mathcal{R}(D_1, D_2) \subseteq \mathcal{R}^{(\text{out})}(D_1, D_2)$$

が成り立つ。ここで、 $\mathcal{R}^{(\text{out})}(D_1, D_2)$ は、以下の 3 条件を満たす (R_1, R_2) 全体からなる領域で与えられる。

- 1) 有限集合 $\mathcal{U} \times \mathcal{V}$ に値をとる補助確率変数 (U, V) が存在し、確率変数の組 (X, Y, Z, U, V) はマルコフ連鎖の条件 $U \rightarrow X \rightarrow Y, X \rightarrow Y \rightarrow V$ を満たす。
- 2) $R_1 \geq I(U; XY|V), R_2 \geq I(V; XY|U)$
 $R_1 + R_2 \geq I(UV; XY)$ 。
- 3) $\hat{X}(U, V), \hat{Y}(U, V)$ が存在して

$$Ed_1(\hat{X}(U, V)) \leq D_1, Ed_2(\hat{Y}(U, V)) \leq D_2.$$

Berger の得た内界 $\mathcal{R}^{(\text{in})}(D_1, D_2)$ と外界 $\mathcal{R}^{(\text{out})}(D_1, D_2)$ との間には、マルコフ連鎖の条件において、明らかなギャップがある。Berger の得たこの結果から 30 年を経た現在に至っても、そのギャップを埋める有効な方法は見つかっていない。最近、Wagner and Anantharam⁽¹⁷⁾(2008) が、多端子情報源符号化において、許容伝送率領域の外界を導出する新しい手法を提案した。彼らの得た外界の形は、Berger の得たものとは、かなり形が違う。そのため、彼らの得た結果が Berger の外界をどの程度改善しているのかは明らかでなく、詳細な解析が必要である。しかし、少なくとも、彼らの得た外界と Berger の得た内界との間には何らかのギャップがあると考えられている。また、Two-Help-One 問題の場合のように、Berger and Tung の得た内界が最適とはならない例の存在も否定できない。以上のように、伝送率・ひずみ領域 $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ の決定問題に関しては、定理 7, 8 の結果から最近多少進展が見られたものの、依然として一般的解決には程遠い状況であり、多端子情報源符号化における主要未解決問題の一つとなっている。

ひずみ基準のいずれかが一方が 0 の場合の $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ は、Kaspi and Berger⁽¹⁸⁾(1982) が決定し、Berger and Yeung⁽¹⁹⁾(1989) は、以下に示す領域の別表現を与えた。

[定理 9] 伝送率・ひずみ領域 $\mathcal{R}(D_1, 0)$ は、次の 4 条件を満

図 9 領域 $\mathcal{R}(D_1, 0)$ の概形

たす (R_1, R_2) 全体からなる領域として与えられる．

- 1) 有限集合 $\mathcal{U}$ に値をとる確率変数 U が存在し、マルコフ鎖 $U \rightarrow X \rightarrow Y$ をなす．
- 2) 写像 $\tilde{\psi} : \mathcal{U} \times \mathcal{Y} \rightarrow \hat{\mathcal{X}}$ が存在して $\text{Ed}_1(X, \tilde{\psi}_n(U, Y)) \leq D_1$ ．
- 3) $R_1 \geq I(X; U|Y)$, $R_2 \geq H(Y|U)$
 $R_1 + R_2 \geq I(X; U) + H(Y|U)$ ．
- 4) $|\mathcal{U}| \leq |\mathcal{X}| + 2$ ．

領域 $\mathcal{R}(D_1, 0)$ の概形を図 9 に示す．図 9 の $R_{WZ}(D_1)$ は WZ 伝送率・ひずみ関数である．

4.3 分散符号化の枠組みにおける統計的推論

分散センサからの符号化データに基づき、 (X, Y) の分布 P_{XY} に関する統計的推論を行う問題が考えられる．これは、情報理論における符号化の理論と、統計学における仮説検定、未知母数推定の理論の双方にかかわる新しい理論的枠組みを提起する．残念ながら、この問題も部分的な解決しか得られていない．この方面の研究については、Han and Amari⁽²⁰⁾(1998) に詳しい解説がある．

5. ガウス形情報源に対する多端子伝送率・ひずみ理論

伝送率・ひずみ理論が真に有効となるのは、情報源が連続値を取る場合である．多端子伝送率・ひずみ理論において、情報源が連続値を取る場合の $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ を求める問題は、一般論としてはほとんど研究が進んでいない．

Berger⁽¹⁾(1977) と Tung⁽¹⁰⁾(1978) は、情報源がガウス形で、平均二乗誤差ひずみの場合について、伝送率・ひずみ領域 $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ の内界を計算したが、結果の最適性については考察していなかった．筆者は、博士課程を修了し、九州大学に赴任した 1992 年ごろから、Berger and Tung の得た内界の最適性に関心を持ち、これについて研究を始めた．その結果、1997 年に発表した論文⁽²⁾で、彼らの得た内界が部分的に最適であることを明らかにした．

最近、Wagner ら⁽³⁾(2008) により、Berger and Tung の得た

図 10 Berger and Tung の計算した内界

内界のうち、最適性が明らかではなかった残りの部分についても最適であることが証明された．これにより、情報源がガウス形で平均二乗ひずみの場合については、 $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ が完全に決定されたことになる．Wagner ら⁽³⁾による最適性の証明では、証明の本質的な部分で、筆者がガウス形 CEO 問題に関して得た結果⁽⁴⁾(2005) を用いている．

ここでは、情報源がガウス形で平均二乗誤差ひずみの場合の $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ の決定問題に関して、Berger and Tung による内界の導出から、その後どのように研究が進展し、Wagner らの研究グループによる完全解決に至ったかについて述べる．特に、Wagner ら⁽³⁾による最適性の証明に関しては、そのエッセンスを紹介し、筆者の得た結果⁽⁴⁾が彼らの証明の中で本質的な役割を果たしていることを明らかにする．

5.1 Berger and Tung の得た結果

X, Y を平均 0 のガウス形確率変数とする．議論を簡単にするため、これらの分散を 1 とする．また X, Y の相関係数を ρ , $|\rho| < 1$ とする．ガウス形確率ベクトル (X, Y) の分散行列 Σ_{XY} は

$$\Sigma_{XY} = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

で与えられる．センター C で得られる推定値

$$(\hat{X}, \hat{Y}) = \psi_n(f_n(\mathbf{X}), g_n(\mathbf{Y}))$$

と元の系列の一致の尺度として、次のような平均二乗ひずみを考える．

$$\Delta_1^{(n)} = \Delta_1^{(n)}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n (X(t) - \hat{Y}(t))^2 \right]$$

$$\Delta_2^{(n)} = \Delta_2^{(n)}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) = \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n (Y(t) - \hat{Y}(t))^2 \right]$$

定理 7 に示された $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ の内界において、補助確率変数 U, V を $U \rightarrow X \rightarrow Y \rightarrow V$ なるマルコフ連鎖を満たすガウス形確率変数にとることにより、情報源がガウス形で平均二乗

誤差ひずみの場合の内界が得られる．Berger⁽¹⁾と Tung⁽¹⁰⁾は，この計算を実行し，次の結果を得た．

[定理 10] 任意の $D_1, D_2 > 0$ に対し，

$$\mathcal{R}(D_1, D_2) \supseteq \mathcal{R}_{\text{BT}}(D_1, D_2)$$

が成り立つ．ここで， $\mathcal{R}_{\text{BT}}(D_1, D_2)$ は以下で与えられる．

$$\mathcal{R}_{\text{BT}}(D_1, D_2)$$

$$\triangleq \left\{ (R_1, R_2) : 0 < s_i \leq D_i, i = 1, 2 \text{ なるある } s_1, s_2 \text{ に対し} \right.$$

ある s_1, s_2 に対し

$$R_1 \geq \frac{1}{2} \log^+ \left[(1 - \rho^2) \left\{ s_1 - \frac{2\rho^2 s_1 s_2}{(1 - \rho^2)\beta} \right\}^{-1} \right],$$

$$R_2 \geq \frac{1}{2} \log^+ \left[(1 - \rho^2) \left\{ s_2 - \frac{2\rho^2 s_1 s_2}{(1 - \rho^2)\beta} \right\}^{-1} \right],$$

$$R_1 + R_2 \geq \frac{1}{2} \log^+ \left[\frac{(1 - \rho^2)\beta}{2s_1 s_2} \right] \Bigg\}$$

ここで $\log^+[a] \triangleq \max\{0, \log a\}$ であり，また

β は以下で定義される量である．

$$\beta = \beta(s_1, s_2) \triangleq 1 + \sqrt{1 + \frac{4\rho^2}{(1 - \rho^2)^2} \cdot s_1 s_2}$$

Berger and Tung の内界を図 10 に示す．図において， $R(D_1) = \frac{1}{2} \log \frac{1}{D_1}$ は， X を平均ひずみ D_1 以下で復号するための一文字当りの伝送率の下限であり，単一ガウス情報源の伝送率・ひずみ関数としてよく知られているものである．領域の境界において， $R_2 \rightarrow \infty$ のとき， R_1 の値は WZ 伝送率・ひずみ関数 $R_{\text{WZ}}(D_1)$ に漸近する．これは，Wyner and Ziv⁽⁹⁾(1976) が最初に計算した．興味深いことに，

$$R_{\text{WZ}}(D_1) = R_{X|Y}(D_1) = \frac{1}{2} \log^+ \frac{1 - \rho^2}{D_1}$$

が成り立っている．これは，符号器 f_n が補助情報 Y を見ることができる場合とできない場合で，伝送率の下限が同じであることを示しており，3.3 で述べた離散情報源の場合の結果とは異なっている．筆者は，上記の Wyner and Ziv の結果に興味を持ち，この結果を R_2 が有限の場合へ拡張することができた．更に，得られた結果が Berger and Tung の得た内界の最適性に関与することを知った．次の 5.2 でこれらの結果について述べる．

5.2 Oohama の結果

確率変数 Y の分散が 1 であることから， Y の値に関係なく， $\hat{Y} = 0$ なる定数ベクトルを Y の推定値とした場合， Y と $\hat{Y}$ と間の平均ひずみは 1 となる．よって， $D_2 \geq 1$ の場合， Y と $\hat{Y}$ の間の平均ひずみには，実質的に何の制約も置かないことになる．すなわち，この場合， Y は X を D_1 以下の平均ひずみで復元するための補助情報であり， $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ は D_2 によらな

$$R(D_1) = \frac{1}{2} \log^+ \frac{1}{D_1}$$

$$R_{\text{WZ}}(D_1) = R_{X|Y}(D_1) = \frac{1}{2} \log^+ \frac{1 - \rho^2}{D_1}$$

図 11 $\mathcal{R}_1(D_1)$ の概形

図 12 Berger and Tung の内界の最適性

い領域となる．この領域を $\mathcal{R}_1(D_1)$ と置く．筆者⁽²⁾(1997) は，次の結果を得た．

[定理 11] $\mathcal{R}_1(D_1) = \mathcal{R}^*(D_1)$

ここで

$$\mathcal{R}^*(D_1) \triangleq$$

$$\left\{ (R_1, R_2) : 0 < s \leq 1 \text{ なるある } s \text{ に対し} \right.$$

$$R_1 \geq \frac{1}{2} \log^+ \left[(1 - \rho^2) \frac{1}{D_1} \left(1 + \frac{\rho^2}{1 - \rho^2} \cdot s \right) \right],$$

$$R_2 \geq \frac{1}{2} \log \left[\frac{1}{s} \right] \Bigg\}$$

領域 $\mathcal{R}_1(D_1)$ の概形を図 11 に示す．定理 11 の順定理部分，すなわち $\mathcal{R}^*(D_1)$ が許容伝送率領域の内界を与えることは，Tung⁽¹⁰⁾の符号化の手法をガウス形確率変数の場合へ拡張することにより証明できる．定理の逆定理部分，すなわち $\mathcal{R}^*(D_1)$ が許容伝送率領域の外界を与えることの証明は，情報源がガウス形であり，ひずみ測度が平均二乗ガウス形情報源であることに依存したものになっている．

一方，初等的な計算により，Berger and Tung の計算した内界 $\mathcal{R}_{\text{BT}}(D_1, D_2)$ が次の形を持つことが分かる．

[系 1]

$$\mathcal{R}_{\text{BT}}(D_1, D_2) = \mathcal{R}_1(D_1) \cap \mathcal{R}_2(D_2) \cap \tilde{\mathcal{R}}(D_1, D_2)$$

ここで

図 13 ガウス形 CEO 問題

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{R}}(D_1, D_2) \\ \triangleq \left\{ (R_1, R_2) : R_1 + R_2 \right. \\ \left. \geq \frac{1}{2} \log \left[(1 - \rho^2) \frac{\beta^*}{2} \cdot \frac{1}{D_1 D_2} \right] \right\} \\ \beta^* \triangleq 1 + \sqrt{1 + \frac{4\rho^2}{(1-\rho^2)^2} \cdot D_1 D_2} \end{aligned}$$

であり、また $\mathcal{R}_2(D_2)$ は、 $D_1 \geq 1$ の場合の伝送率・ひずみ領域である。

領域 $\mathcal{R}_{BT}(D_1, D_2)$ と領域 $\mathcal{R}_i(D_i), i = 1, 2$ との関係を図 12 に示す。領域 $\mathcal{R}_{BT}(D_1, D_2)$ の境界は、 $\mathcal{R}_1(D_1), \mathcal{R}_2(D_2)$ の境界で定義される二つの曲線部分と $\tilde{\mathcal{R}}(D_1, D_2)$ の境界で定義される直線部分からなる。 $\mathcal{R}_1(D_1), \mathcal{R}_2(D_2)$ は、共に $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ の外界を与えるから、Berger の得た内界は、その境界の曲線部分において $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ と部分的に一致していることになる。

以上の筆者の研究により、Begrer and Tung による内界のうち、二つの曲線部分が最適であることが明らかにされたが、中央の線分の部分の最適性の解明が未解決問題として残された。この解決には、ガウス形 CEO 問題に対する結果が本質的な役割を果たすことになる。ここで、CEO は Chief Executive Officer (最高経営責任者) の略である。

CEO 問題は、Berger, Zhang and Viswanathan⁽²¹⁾により、定式化され研究された。ガウス形 CEO 問題は、Viswanathan and Berger⁽²²⁾(1997) が定式化し、Viswanathan and Berger⁽²²⁾(1997), Oohama⁽²³⁾⁽⁴⁾(1998, 2005) が主要結果を得ている。CEO 問題は、センサネットワークとの関係が深く、⁽²⁴⁾多端子情報源符号化における主要問題の一つであるが、ここではこれらについての詳細は省略する。次の 5.3 では、ガウス形 CEO 問題とこれに関する結果について述べる。

5.3 ガウス形 CEO 問題

X, Y, Z を平均 0、分散 1 のガウス形確率変数とする。これらの間には、

$$X \rightarrow Z \rightarrow Y. \quad (10)$$

なるマルコフ連鎖が成立し、また、 (X, Y) の共分散行列 Σ_{XY} は、(9) に一致しているとする。具体的には、 a_1, a_2 を

$$a_1 a_2 = \rho, 0 < a_i < 1, i = 1, 2 \quad (11)$$

を満たす定数として、 X, Y, Z の間には、

$$X = a_1 Z + N_1, Y = a_2 Z + N_2 \quad (12)$$

なる関係が成り立つ。ここで、 $N_i, i = 1, 2$ は平均 0 分散 a_i^2 の

独立なガウス形確率変数で N_1, N_2 は、 Z とも独立である。関係式 (11) は、分散行列の相関係数が ρ となることを保証するための条件である。この条件を満たす (a_1, a_2) の取り方により、(10) を満たすいろいろなガウス形確率変数 Z を得ることができる。ここでは、(11) を満たす (a_1, a_2) を任意の一つ固定して考える。次に (X, Y, Z) に関する幾つかの量の定義と、それらの量の満たす性質を述べておく。これらは、後の議論で必要になる。雑音 N_i の大きさ $1 - a_i^2$ に対する信号 Z の大きさ a_i^2 の比を表す次の量を定義する。

$$\text{SNR}_i \triangleq \frac{a_i^2}{1 - a_i^2}, i = 1, 2.$$

ベイズの定理を用いると関係式 (12) より、以下が得られる。

$$Z = \mu_1 X + \mu_2 Y + \tilde{N} \quad (13)$$

ここで、

$$\gamma \triangleq [1 + \text{SNR}_1 + \text{SNR}_2]^{-1} \quad (14)$$

$$\mu_i \triangleq \frac{\gamma}{\text{SNR}_i} a_i, i = 1, 2 \quad (15)$$

であり、 $\tilde{N}$ は平均 0 分散 γ のガウス形確率変数で、 (X, Y) と独立である。分散 γ と $\text{SNR}_1, \text{SNR}_2$ の間には、次のような関係式が成り立つ。

$$\gamma \cdot \text{SNR}_1 \cdot \text{SNR}_2 = \frac{\rho^2}{1 - \rho^2} \quad (16)$$

ガウス形 CEO 問題の枠組みを図 13 に示す。この符号化システムは、3. で述べた Gelfand and Pinsker⁽¹⁶⁾が考察した離散情報源に対する二つの補助情報を有する符号化システムのガウス形情報源の場合への拡張と考えることもできる。センタ C では送られる符号化データから復号器 ϕ_n を用いて、データ Z を復号しようとする。センタ C で得られる Z の推定値

$$\hat{Z} \triangleq \phi_n(f_n(X), g_n(Y))$$

と Z との平均二乗誤差を

$$\tilde{\Delta}^{(n)} \triangleq \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n (Z(t) - \hat{Z}(t))^2 \right]$$

とおく。 D を与えられた正数とし、列 $\{(f_n, g_n, \phi_n)\}_{n=1}^\infty$ が存在して、伝送率及び平均ひずみについて

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_i^{(n)} \leq R_i, i = 1, 2, \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{\Delta}^{(n)} \leq D$$

が成り立つとき、 (R_1, R_2) は、 D -許容であると定義する。 D -許容伝送率ベクトル (R_1, R_2) の占める領域を $\mathcal{R}_{\text{ceo}}(D)$ とする。伝送率・ひずみ領域 $\mathcal{R}_{\text{ceo}}(D)$ は、筆者⁽⁴⁾(2005) により決定された。ここでは、伝送率の和 $R_1 + R_2$ のみに興味があるので、 $\mathcal{R}_{\text{ceo}}(D)$ の伝送率の和の部分

$$R_{\text{ceo}}(D) \triangleq \min_{(R_1, R_2) \in \mathcal{R}_{\text{ceo}}(D)} \{R_1 + R_2\}$$

を定義し、これを求めることにする。筆者⁽⁴⁾によれば、次の結果が成り立つ。

[定理 12] 次の集合を定義する．

$$\mathcal{F}(D) \triangleq \left\{ (r_1, r_2) : r_1 \geq 0, r_2 \geq 0, \right. \\ \left. 1 + \sum_{j=1}^2 \text{SNR}_j (1 - 2^{-2r_j}) \geq \frac{1}{D} \right\}$$

このとき，

$$R_{\text{ceo}}(D) = \min_{(r_1, r_2) \in \mathcal{F}(D)} \left[r_1 + r_2 + \frac{1}{2} \log \frac{1}{D} \right] \quad (17)$$

が成り立つ．

定理 12 の順定理部分，すなわち (17) の右辺が $R_{\text{ceo}}(D)$ の下界を与えることは，定理 11 の符号化の手法と同様の符号化の手法により証明できる．定理の逆定理部分，すなわち (17) の右辺が $R_{\text{ceo}}(D)$ の外界を与えることの証明は，情報源がガウス形であること及びひずみ測度が平均二乗誤差であることに強く依存している．

ここで定理 12 における (17) の右辺の最適化問題に注目する．(14) を用いると $(r_1, r_2) \in \mathcal{F}(D)$ の条件は

$$\sum_{i=1}^2 \text{SNR}_i 2^{-2r_i} \leq \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{D} \quad (18)$$

と同等である．(18) の左辺に，不等式 $2\sqrt{ab} \leq a + b$ を適用すると

$$2\sqrt{\text{SNR}_1 \text{SNR}_2} 2^{-(r_1+r_2)} \leq \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{D}$$

を得る．これより

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &\geq \log \left[\frac{2\gamma D}{D - \gamma} \sqrt{\text{SNR}_1 \text{SNR}_2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \log \left[\frac{4\gamma^2 D^2}{(D - \gamma)^2} \text{SNR}_1 \text{SNR}_2 \right] \\ &\stackrel{(a)}{=} \frac{1}{2} \log \left[\frac{\rho^2}{1 - \rho^2} \cdot \frac{4\gamma D}{(D - \gamma)^2} \right] + \frac{1}{2} \log D \end{aligned}$$

を得る．ここで (a) では，恒等式 (16) を用いた．このとき，

$$r_1 + r_2 + \frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{D} \right) \geq \frac{1}{2} \log \left[\frac{\rho^2}{1 - \rho^2} \cdot \frac{4\gamma D}{(D - \gamma)^2} \right]$$

が成り立つ．よって，

$$R_{\text{ceo}}(D) \geq \frac{1}{2} \log \left[\frac{\rho^2}{1 - \rho^2} \cdot \frac{4\gamma D}{(D - \gamma)^2} \right]$$

を得る．以上をまとめると，定理 12 から以下の系を得る．

[系 2] ガウス形 CEO 問題において， (R_1, R_2) が D -許容であるならば，

$$R_1 + R_2 \geq \frac{1}{2} \log \left[\frac{\rho^2}{1 - \rho^2} \cdot \frac{4\gamma D}{(D - \gamma)^2} \right] \quad (19)$$

が成り立つ．

上記の系が，次の 5.4 において述べる結果の証明の鍵となる．

5.4 ガウス形情報源の場合の完全解決

伝送率・ひずみ領域 $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ における伝送率の和の部分を

$$R(D_1, D_2) \triangleq \min_{(R_1, R_2) \in \mathcal{R}(D_1, D_2)} \{R_1 + R_2\}$$

と定義する． $R(D_1, D_2)$ が Berger and Tung の得た内界の伝送率の和と一致するかどうかが残された問題であった．最近，Wagner ら⁽³⁾により，この問題が肯定的に解決され，ここに $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ の決定問題がガウス形情報源の場合に完全に解決した．Wagner らの得た結果を以下に示す．

[定理 13] 任意の正数 D_1, D_2 に対し，以下が成り立つ．

$$R(D_1, D_2) = \frac{1}{2} \log \left[(1 - \rho^2) \frac{\beta^*}{2} \cdot \frac{1}{D_1 D_2} \right]$$

ここで β^* は系 1 で定義された量と同じものである．

定理 13 の証明は，Wagner らの論文⁽³⁾にある．そこでは， $R(D_1, D_2)$ を求める問題をより一般化した問題として定式化し，考察している．一般化された問題の解を得ることにより，定理 13 の結果も得られるが，その議論は，複雑で難解なものになっている．

ここでは，Wagner らの論文⁽³⁾における証明のエッセンスを抽出し，定理 13 の直接的な証明を与える．本稿で与える証明から，筆者が得た定理 12 の系 2 を適用する箇所及び単一情報源に対する伝送率・ひずみ理論の結果を適用する箇所以外は，情報理論の知識を必要としない初等的な議論で定理 13 が証明されることが分かる．

定理の証明では，領域 $\mathcal{R}(D_1, D_2)$ の分散行列を用いた表現が必要になるので，まずこれについて述べておく． $\mathcal{S}(D_1, D_2)$ を 2 次の分散行列で，その行列の対角要素 (i, i) , $i = 1, 2$ の値が D_i を超えないもの全体からなる集合とする．情報源出力 (X, Y) と，センタ C で得られる情報源出力の推定値 $(\hat{X}, \hat{Y})$ との差 $(X - \hat{X}, Y - \hat{Y})$ に関する相互相関を

$$\Delta_{12}^{(n)} \triangleq \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n (X(t) - \hat{X}(t)) (Y(t) - \hat{Y}(t)) \right]$$

と置き， $(X - \hat{X}, Y - \hat{Y})$ に関する分散行列を

$$\Sigma^{(n)} \triangleq \begin{bmatrix} \Delta_1^{(n)} & \Delta_{12}^{(n)} \\ \Delta_{12}^{(n)} & \Delta_2^{(n)} \end{bmatrix}$$

と置く．与えられた $\Sigma_D \in \mathcal{S}(D_1, D_2)$ に対し，

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_i^{(n)} \leq R_i, i = 1, 2, \lim_{n \rightarrow \infty} \Sigma^{(n)} \preceq \Sigma_D$$

が成り立つとき， (R_1, R_2) は， Σ_D -許容であると定義する．ここで， $A \preceq B$ は，行列 $B - A$ が非負定値であることを表す． Σ_D -許容であるような伝送率ベクトル全体からなる集合を $\mathcal{R}(\Sigma_D)$ と置く．このとき，

$$\bigcup_{\Sigma_D \in \mathcal{S}(D_1, D_2)} \mathcal{R}(\Sigma_D) = \mathcal{R}(D_1, D_2) \quad (20)$$

が成り立つ．

(定理 13 の証明) $(R_1, R_2) \in \mathcal{R}(D_1, D_2)$ であると仮定する

と, (20) より, ある $\Sigma_D \in S(D_1, D_2)$ が存在して, (R_1, R_2) は Σ_D -許容となる. このとき, 列 $\{(f_n, g_n, \psi_n)\}_{n=1}^\infty$ が存在して,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_i^{(n)} \leq R_i, i = 1, 2, \lim_{n \rightarrow \infty} \Sigma^{(n)} \preceq \Sigma_D \quad (21)$$

が成り立つ. Σ_D の相関係数を $\theta \in [-1, 1]$ と置く. 以下のような手順で, 定理 13 の主張が証明される.

ステップ 1: (X, Y) を単一情報源と考える. このとき, 単一情報源に対する伝送率・ひずみ理論の議論より, 伝送率の和の下限として

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 &\geq \frac{1}{2} \log |\Sigma_{XY}| - \frac{1}{2} \log |\Sigma_D| \\ &= \frac{1}{2} \log \frac{(1 - \rho^2)}{D_1 D_2 (1 - \theta^2)} \end{aligned} \quad (22)$$

を得る. 上記不等式の右辺は伝送率の和の協力的 (Cooperative) な下限として働く. そのような意味からこれを $R_{\text{coop}}(\theta)$ と置く.

ステップ 2: 次にガウス形 CEO 問題の結果を利用して, 伝送率和の別の下限を導出する. そのために 5.3 で考察したガウス形 CEO 問題における $X \rightarrow Z \rightarrow Y$ なるガウス確率変数を考える. (14) に示したように, これらの間には,

$$\begin{aligned} Z &= \mu_1 X + \mu_2 Y + \tilde{N}, \\ \mu_i &= \frac{\gamma \text{SNR}_i}{a_i}, i = 1, 2 \end{aligned}$$

なる関係式が成立する. そこで, やや天下一的ではあるが, $\mu_i, i = 1, 2$ を

$$\mu_i = \frac{\gamma \text{SNR}_i}{a_i} = \frac{\kappa}{\sqrt{D_i}} \quad (23)$$

を満たすようにとる. このとき, 恒等式 (16) を用いると,

$$\kappa^2 = \frac{\rho}{1 - \rho^2} \gamma \sqrt{D_1 D_2} \quad (24)$$

が成り立つ.

ステップ 3: (21) を成り立たせる列 $\{(f_n, g_n, \psi_n)\}_{n=1}^\infty$ から, 推定値

$$(\hat{X}, \hat{Y}) = \psi_n(f_n(\mathbf{X}), g_n(\mathbf{Y}))$$

が得られる. この推定値を用い, Z の推定値として

$$\hat{Z} = \mu_1 \hat{X} + \mu_2 \hat{Y}$$

なる推定値を構成する. このとき,

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}^{(n)} &= \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n (Z(t) - \hat{Z}(t))^2 \right] \\ &= \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n \left\{ \mu_1 (X(t) - \hat{X}(t)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mu_2 (Y(t) - \hat{Y}(t)) + \tilde{N}(t) \right\}^2 \right] \\ &\stackrel{(a)}{=} \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n \left(\left\{ \mu_1 (X(t) - \hat{X}(t)) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mu_2 (Y(t) - \hat{Y}(t)) \right\}^2 + \tilde{N}^2(t) \right) \end{aligned}$$

$$= \mu \Sigma^{(n)} \mu^T + \gamma$$

が成り立つ. ここで, $\mu = [\mu_1 \mu_2]$ であり (a) は, $t = 1, 2, \dots, n$ に対し $\tilde{N}(t)$ が $X(t) - \hat{X}(t)$, $Y(t) - \hat{Y}(t)$ のいずれとも独立であることを用いた. これより,

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{\Delta}^{(n)} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \mu \Sigma^{(n)} \mu^T + \gamma \\ &\stackrel{(a)}{\leq} \mu \Sigma_D \mu^T + \gamma \\ &= 2(1 + \theta) \kappa^2 + \gamma \\ &\stackrel{(b)}{=} 2\gamma(1 + \theta) \sqrt{D_1 D_2} \frac{\rho}{1 - \rho^2} + \gamma \end{aligned} \quad (25)$$

を得る. ここで, (a) は (R_1, R_2) が Σ_D -許容であることによる. また, (b) は (24) から従う.

ステップ 4: 不等式 (25) の右辺の量を

$$D = \gamma \left[1 + 2(1 + \theta) \sqrt{D_1 D_2} \frac{\rho}{1 - \rho^2} \right]$$

と置く. すると, (25) より, (R_1, R_2) は, ガウス形 CEO 問題における D -許容伝送率ベクトルになっていることが分かる. ここで, 系 2 の結果を利用すると, 伝送率の和 $R_1 + R_2$ は, 不等式 (19) の右辺で

$$D = \gamma \left[1 + 2(1 + \theta) \sqrt{D_1 D_2} \frac{\rho}{1 - \rho^2} \right]$$

と置いた量を下回ることはない. すなわち

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 &\geq \frac{1}{2} \log \left[\frac{\rho^2}{1 - \rho^2} \cdot \frac{1 + 2(1 + \theta) \sqrt{D_1 D_2} \frac{\rho}{1 - \rho^2}}{(1 + \theta)^2 D_1 D_2 \frac{\rho^2}{(1 - \rho^2)^2}} \right] \end{aligned}$$

となることが分かる. 上記の不等式の右辺を $R_{\text{sum}}(\theta)$ とおく.

ステップ 5: ステップ 1, 4 の結果を合わせると, $(R_1, R_2) \in \mathcal{R}(D_1, D_2)$ のとき, ある $\theta \in [-1, 1]$ が存在して

$$R_1 + R_2 \geq \max\{R_{\text{coop}}(\theta), R_{\text{sum}}(\theta)\}.$$

が成り立つ. これより, 以下の $R_1 + R_2$ の下限を得る.

$$R_1 + R_2 \geq \min_{\theta \in [-1, 1]} \max\{R_{\text{coop}}(\theta), R_{\text{sum}}(\theta)\}.$$

$\theta > 0$ において $R_{\text{coop}}(\theta)$ は θ の増加関数であり, また $R_{\text{sum}}(\theta)$ は θ の減少関数であるから, 上記の不等式の左辺は, $R_{\text{coop}}(\theta) = R_{\text{sum}}(\theta)$ を満たす θ で最小値をとる. これより

$$\begin{aligned} &\frac{(1 - \rho^2)}{D_1 D_2 (1 - \theta^2)} \\ &= \frac{\rho^2}{1 - \rho^2} \cdot \frac{1 + 2(1 + \theta) \sqrt{D_1 D_2} \frac{\rho}{1 - \rho^2}}{(1 + \theta)^2 D_1 D_2 \frac{\rho^2}{(1 - \rho^2)^2}} \end{aligned}$$

を得る. 上式を整理すると, θ についての二次方程式

$$\theta^2 + \left(\frac{1 - \rho^2}{\rho \sqrt{D_1 D_2}} \right) \theta - 1 = 0 \quad (26)$$

が得られる. 二次方程式 (26) は, 区間 $(0, 1)$ 内にただ一つの根を持つ. それを θ^* と置く. 方程式 (26) を解くと

図 14 L 個のガウス情報源に対する分散符号化

$$\theta^* = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1 - \rho^2}{\rho \sqrt{D_1 D_2}} \right)^2} - \frac{1 - \rho^2}{\rho \sqrt{D_1 D_2}} \right]$$

を得る．このとき，計算により

$$R_{\text{coop}}(\theta^*) = R_{\text{sum}}(\theta^*) \\ = \frac{1}{2} \log \left[\frac{1 - \rho^2}{D_1 D_2} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\rho^2}{(1 - \rho^2)^2} \cdot D_1 D_2} \right) \right]$$

を得る．以上により定理 13 が証明された．

上記の証明を振り返ると，ステップ 1 で単一情報源の符号化に対する伝送率・ひずみ理論における既知の結果を利用する箇所，ステップ 4 で，ガウス形 CEO 問題に対する筆者の得た結果を利用する箇所以外は，情報理論の専門的知識を必要としない初等的な議論で定理 13 が証明されることが分かる．

初等的とはいえ，上記の Wagner ら⁽³⁾の用いた議論は，大変巧妙である．特にステップ 5 の議論から，Berger and Tung の得たレートの下限の式が現れるのは，非常に唐突で手品のように感じられるかもしれない．実はステップ 5 の議論から Berger and Tung の得た下限が得られるという手品の背後にはあるからくりが働いている．これを理解するには，Wagner ら⁽³⁾が行った $R(D_1, D_2)$ を求める問題のより一般的な定式化についての議論が必要になる．この議論は多端子情報源符号化における専門的な内容になるのでここでは省略する．

5.5 今後の課題

筆者は，2005 年の 11 月に Wagner からの電子メールにより，彼らが $R(D_1, D_2)$ の決定問題を解決したことを知った．筆者の論文⁽⁴⁾には，彼らが解決に利用した定理 12 の結果を含むより一般の場合の結果が記されている．筆者がこの論文を IEEE に投稿したのは，2001 年 4 月のことである．筆者自身，このころから，論文⁽⁴⁾の結果の導出のために開発した手法を利用すれば，Berger and Tung の得たレートの下限の最適性が証明できるのではないかと考えていた．そこで何度か証明を試みたが成功しなかった．Wagner のメールに添付されていたプレプリントの証明を読んだとき，自分の得た結果が本質的なところで使われていることを知りショックを受けた．問題解決に近いところにいながら先を越されてしまい，大変悔しい思いをした．研究における競争の厳しさを思い知らされることとなったが，良い勉

強になったと考えている．

ここで考察しているのは，情報源が二つの場合であるが，これを一般化して， L 個のガウス形情報源に対する分散符号化の枠組みを考えることができる．この符号化システムを図 14 に示す． $D_i, i = 1, 2, \dots, L$ を与えられた L 個の正数とし， $D^L \triangleq (D_1, D_2, \dots, D_L)$ と置く．情報源から発生する長さ n の確率ベクトル X_i とセンタで得られる X_i の推定値 $\hat{X}_i$ の間の平均二乗誤差

$$\Delta_i \triangleq \frac{1}{n} \mathbb{E} \left[\sum_{t=1}^n (X_i(t) - \hat{X}_i)^2 \right]$$

を D_i 以下に抑えるという制約の下での伝送率ベクトル $(R_1, R_2, \dots, R_L)$ の占める領域 $\mathcal{R}(D^L)$ を求める問題が考えられる． $L \geq 3$ の場合のこの問題は未解決である．Wagner らの手法は， $L = 2$ に強く依存しているため， $L \geq 3$ の場合の解決については，新たな手法を導入する必要があると考えられる．

6. む す び

多端子情報源符号化の研究を概観し，これまでに提起された幾つかの基本的未解決問題について述べた．特に，その中の一つである多端子伝送率・ひずみ問題に焦点を当て，この問題の困難さと，この問題に関するこれまでの研究の進展について述べた．更に最近，情報源がガウス形で，二乗誤差ひずみの場合に関しては，完全な解決が得られた．これに関しては，完全解決のエッセンスを紹介し，筆者の得たガウス形 CEO 問題に対する研究成果が結果の導出に極めて本質的な役割を果たしていることを明らかにした．

通信の限界の追求としての多端子情報理論の研究には，未解決課題がたくさんある．これらの課題には，解決が容易でないものも多い．一般に，基本的未解決問題と呼ばれる問題に正面から取り組むことは，いわゆるオールオアナッシングのリスクを伴うもので，余り勧められないことだとされている．果たしてそうであろうか？

問題の困難さを別にすれば，未解決問題の中には，非常に興味を引かれるものが少なくない．興味の赴くままにただひたすらに思考を重ねるうちに，わずかではあるが何がしかの前進がある．この前進を積み重ねていくうちに，いつの間にか難問題の解決のすぐそばまで来ていることがある．筆者の勝手な思い込みかもしれないが，これまで取り組んできたガウス形多端子情報源符号化の研究を通じ，このような研究のプロセスを少しだけ経験できたように思う．

夢中になって問題に取り組んでいるときは，それ自体がとても楽しいことである．そのようなとき，取り組んでいる問題の難しさや，その解決にどれだけ近づいているのかといったことは忘れてることが多いように思う．一言で言えば，多端子情報理論における通信の理論限界の解明の研究には，一度味わったら病みつきになる面白さがある．本稿をきっかけに，このような研究に興味を持つ読者が現れたら筆者としては望外の喜びである．

- (1) T. Berger, "Multiterminal source coding," in *The Information Theory Approach to Communications* (CISM Courses and Lectures, no. 229), G. Longo, ed., pp.171-231, Springer-Verlag, Vienna and New York, 1977.
- (2) Y. Oohama, "Gaussian multiterminal source coding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 43, pp. 1912-1923, Nov. 1997.
- (3) A. B. Wagner, S. Tavildar, and P. Viswanath "Rate region of the quadratic Gaussian two-encoder source-coding problem," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 54, pp. 1938-1961, May 2008.
- (4) Y. Oohama, "Rate-distortion theory for Gaussian multiterminal source coding systems with several side Informations at the decoder," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, pp. 2577-2593, July 2005.
- (5) D. Slepian and J. K. Wolf, "Noiseless coding of correlated information sources," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-19, pp. 471-480, July 1973.
- (6) T. M. Cover, "A proof of the data compression theorem of Slepian and Wolf for ergodic sources," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-21, pp. 226-228, May 1975.
- (7) A. D. Wyner, "On source coding with side information at the decoder," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-21, pp. 294-300, May 1975.
- (8) R. F. Ahlswede and J. Körner, "Source coding with side information and a converse for degraded broadcast channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-21, pp. 629-637, Nov. 1975.
- (9) A. D. Wyner and J. Ziv, "The rate-distortion function for source coding with side information at the decoder," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-22, pp. 1-10, Jan. 1976.
- (10) S. Y. Tung, "Multiterminal source coding," Ph.D. dissertation, School of Electrical Engineering, Cornell University, Ithaca, NY, May 1978.
- (11) T. S. Han and K. Kobayashi, "A unified achievable rate region for a general class of multiterminal source coding systems," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-26, pp. 277-288, May 1980.
- (12) J. Körner and K. Marton, "Images of a set via two channels and their role in multi-user communication," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-23, pp. 751-761, Nov. 1977.
- (13) I. Csiszár and J. Körner, "Towards a general theory of source networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-26, pp. 155-165, March 1980.
- (14) I. Csiszár and J. Körner, *Information Theory, Coding Theorems for Discrete Memoryless Systems*, Akademiai Kiado, Budapest, Hungary, 1981.
- (15) Körner and Marton, "How to encode the module-two sum of binary sources," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-25, pp. 219-221, March 1979.
- (16) S. I. Gelfand and M. S. Pinsker, "Source coding with incomplete side information," (in Russian) *Probl. Pereda. Inf.*, vol. 15, no. 2, pp. 45-57, 1979.
- (17) A. B. Wagner and V. Anantharam, "An Improved outer bound for multiterminal source coding problem," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 54, pp. 1919-1937, May 2008.
- (18) A. H. Kaspi and T. Berger, "Rate-distortion for correlated sources with partially separated encoders," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-28, pp. 828-840, Nov. 1982.
- (19) T. Berger and R. W. Yeung, "Multiterminal source encoding with one distortion criterion," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-35, pp. 228-236, March 1989.
- (20) T. S. Han and S. Amari, "Statistical inference under multiterminal data compression," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, pp. 2300-2324, Oct. 1998.
- (21) T. Berger, Z. Zhang, and H. Viswanathan, "The CEO problem," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 42, pp. 887-902, May 1996.
- (22) H. Viswanathan and T. Berger, "The quadratic Gaussian CEO problem," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 43, pp. 1549-1559, Sept. 1997.

- (23) Y. Oohama, "The rate-distortion function for the quadratic Gaussian CEO problem," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, pp. 1057-1070, May 1998.
- (24) 大濱靖匡, "多端子情報理論とセンサネットワーク," *電子情報通信学会誌小特集「センサネットワーク」*, pp.367-373, 2006 年 5 月.

(平成 20 年 7 月 2 日受付 平成 20 年 8 月 28 日最終受付)

大濱 靖匡 (正員)

昭和 62 東大・工・計数卒。平成元同大学院修士課程修了。平成 4 同大学院博士課程修了。現在、徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部教授。数理工学，特に情報理論，非線形理論とその応用に関する研究に従事。