高臨場感音響技術とその理論

Theory of Three-Dimensional Sound Field Reproduction

安藤彰男 Akio ANDO

アブストラクト 臨場感の高い音響を実現するため、様々な音場再生技術が研究開発されている。これらは、心理音響モデルに基づく方式と、物理音響モデルに基づく方式に大別できる。前者としては、5.1 サラウンドから22.2 マルチチャンネル音響に至る様々な方式が提案されている。いずれも、2チャンネルステレオの音像制御方式を基本としており、チャンネル数を増やすことで、音場再生能力を向上させている。一方、後者は、音の物理量再現を目的とした方式であり、Wave Field Synthesisや境界音場制御法など、音の場の再現を目指す方式と、アンビソニックスに代表される、受音点での音の物理量を再現する方式に分けることができる。本稿では、これらの方式の基本技術を概観するとともに、その背景となる理論を紹介する。

キーワード 音場再現、マルチチャンネル音響、キルヒホッフ・ヘルムホルツ積分定理、Wave Field Synthesis、アンビソニックス

1. はじめに

音の臨場感をもたらす上で、音場再生・再現技術は、極めて重要な位置を占める。特に、近年は、三次元音場を表現し得る方式が提案され、その有効性が示されている。その一つの研究開発の流れは、2チャンネルステレオの拡張に基づくものである。この流れは、既に普及が始まった5.1 サラウンド⁽¹⁾を経て、スーパーハイビジョンのために開発された22.2 マルチチャンネル音響⁽²⁾に至って、本格的な三次元音響システムとなった。2チャンネルステレオは、人間の音の方向知覚を利用したものであり⁽³⁾、したがって、これらの音響方式は、心理音響モデルに基づく方式といえることができる。

もう一つの研究開発の流れとして、音の物理量を正確に再現する試みがなされている。音場を再現する方式の代表例は、欧州を中心として研究されてきたWave Field Synthesis⁽⁴⁾であり、我が国でも、このような音場再現型の方式が研究されている^{(5)・(6)}。また、欧州では、音の方向性再現を目的とした收音・再生モデルであるアンビソニックス⁽⁷⁾の研究も盛んである。近年、アンビソニックスは、受音点における音の物理量の再現方式として定式化されるようになった^{(8)~(10)}。

本稿では、これらの方式の基本技術とその背景となる理論を紹介する。なお、音の臨場感を再現する方式としては、本稿で紹介する方式以外に、頭部伝達関数を用いる音響再生があるが、これらについては、優れた解説論文⁽¹¹⁾が本誌に掲載されているため、詳細は、そちらに譲る。

2. 心理音響モデルに基づく方式

2.1 2チャンネルステレオ

2チャンネルステレオは、前方に配置された二つのスピーカを用いて、音の広がり感や方向性を表現するものである。2チャンネルステレオでは、音の信号の強度差を制御することにより、音像定位を実現する。このような制御法を、振幅パンニング (amplitude panning) と呼ぶ。また、スピーカ間に定位させられた音像を、仮想音像 (phantom source) と呼ぶ。

一般に、人間の音の方向定位の知覚は、左右の耳における音の強度差、位相差 (時間差)、音色の違いの三つの要素によって決まる。第3の要素は、耳介での反射や頭の周りの回折などによるものである。2スピーカを前方に配置した場合、振幅パンニングに基づく左右チャンネル間の信号のレベル差は、両耳の位置において、両スピーカからの音波の加算によって得られる位相差⁽¹²⁾と、頭の周りの回折に起因する強度差を生み出す。方向定位知覚に関しては、少なくとも700Hzより低い周波数帯域では位相差が支配的となり、高い周波数になるほど強度差が支配的となる⁽³⁾。人間はこの位相差や強度差により、仮想音像の定位を知覚するが、実際の音源 (実音像) と比べ、上記の三つの要素を同時に満足していないため、この定位知覚は錯覚に近いものと考えられる。

以下、振幅パンニングによって、両耳の位置で位相差と強度差が生成される原理を示す。ある信号 $s(t)$ が、重み係数 w_L と w_R によって、左右のスピーカに分配される場合を考える (図1)。いま、スピーカ配置及び人間の頭部形状に対して左右対称性を仮定する。このとき、左スピーカから左耳へ音波が到達する時間と、同スピーカから右耳に音波が到達する時間の差を 2τ とすると、右スピーカからの再生音についても、

安藤彰男 正員：シニア会員 日本放送協会放送技術研究所
E-mail ando.a-io@nhk.or.jp
Akio ANDO, Senior Member (Science and Technology Research Laboratories, Japan Broadcasting Corporation, Tokyo, 157-8510 Japan).
電子情報通信学会 基礎・境界サイエティ
Fundamentals Review Vol.3 No.4 pp.33-46 2010年4月
©電子情報通信学会 2010

両耳の位置で同等な時間差を仮定できる。また、左スピーカー→左耳の伝搬に対する、左スピーカー→右耳の伝搬の音圧減衰率を α とすると、右スピーカー→右耳の伝搬に対する、右スピーカー→左耳の音圧減衰率も α となる。これらの減衰は、主に頭部の遮へい効果によって直接音が伝搬しなくなることに由り生じるが、波長の長い中・低域の周波数帯域では、回折によってこの減衰が補われるため、無視できるようになる。更に、左スピーカーへの入力信号と、左耳での音圧の比例係数を G とするとき、右スピーカーの入力信号と、右耳での音圧も同じ比例係数に従う。このような条件を仮定すると、 $s(t) = \sin \omega t$ のとき、左耳における音圧 $p_L(t)$ と右耳における音圧 $p_R(t)$ は、

$$\begin{aligned} p_L(t) &= Gw_L \sin\{\omega(t+\tau)\} + G\alpha w_R \sin\{\omega(t-\tau)\} \\ &= G\sqrt{w_L^2 + \alpha^2 w_R^2 + 2\alpha w_L w_R \cos 2\omega\tau} \sin\left\{\omega t + \tan^{-1}\left(\frac{w_L - \alpha w_R}{w_L + \alpha w_R} \tan \omega\tau\right)\right\} \\ p_R(t) &= G\alpha w_L \sin\{\omega(t-\tau)\} + Gw_R \sin\{\omega(t+\tau)\} \\ &= G\sqrt{\alpha^2 w_L^2 + w_R^2 + 2\alpha w_L w_R \cos 2\omega\tau} \sin\left\{\omega t - \tan^{-1}\left(\frac{\alpha w_L - w_R}{\alpha w_L + w_R} \tan \omega\tau\right)\right\} \end{aligned} \quad (1)$$

と表される。式 (1) より、頭部の遮へい効果による音圧の減衰が無視できる中低域の周波数では、 α はほぼ 1 となるため、左右の耳における音の強度差は無視できる。一方位相差は、

$$\phi \approx 2 \tan^{-1} \left(\frac{w_L - w_R}{w_L + w_R} \tan \omega\tau \right) \quad (2)$$

で与えられる。これに対して、高域の周波数では、音の位相差の知覚は困難となる。この際には、音圧のレベル差 (音の強度差)

$$10 \times \log(w_L^2 + \alpha^2 w_R^2 + 2\alpha w_L w_R \cos 2\omega\tau) - 10 \times \log(\alpha^2 w_L^2 + w_R^2 + 2\alpha w_L w_R \cos 2\omega\tau) \quad (3)$$

によって、音像定位が知覚される。式 (2) 及び式 (3) のいずれにおいても、 $w_L = w_R$ の場合には、左右の位相差、強度差はなくなり、音像は、正面方向に定位する。

図1 振幅パンニングにおける音の伝搬

図2 振幅パンニングによる仮想音像の生成

代表的な振幅パンニング法として、サイン則 (Sinus law) とタンゼント則 (Tangent law) が知られている。振幅パンニングのブロック図を図2に示す。図2において、 φ_0 は、正面から各スピーカーまでの角度 (2チャンネルステレオの標準的なスピーカー配置では 30 度)、 φ は、正面から仮想音像までの角度である。サイン則では、角度 φ に音を定位されるために、利得を、式

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_0} = \frac{w_L - w_R}{w_L + w_R} \quad (4)$$

に従って定める。一方、タンゼント則では、利得を、式

$$\frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} = \frac{w_L - w_R}{w_L + w_R} \quad (5)$$

に従って定める。サイン則は、頭を固定した場合の音像定位のモデルであり、タンゼント則は、仮想音像の方向に頭を向けた場合の音像定位のモデルといわれている⁽¹³⁾。

2.2 5.1 サラウンド

5.1 サラウンドは、ITU-R BS775.2 で規格化された音響システムである⁽¹⁾。同システムは、図3に示すスピーカー配置を有しており、L (Left)、R (Right)、C (Center)、SL (Surround Left)、SR (Surround Right) の五つのチャンネルのほか、LFE (Low Frequency Effect) チャンネルを有する。LFE チャンネルは、大音圧が必要な特殊効果のための低域専用チャンネルである。「0.1」は、LFE チャンネルの帯域 (120Hz 以下) が、他の五つのチャンネルの帯域の 1/10 以下であることに由来している。

5.1 サラウンドでは、前方音像の安定した定位を実現するため、2チャンネルステレオに対して、C チャンネルが追加されている。一方、後方の2チャンネルは、音による包み込まれ感を実現するために設置されたものである。本来、360度方向への仮想音像実現を意図したものではないため、スピーカー間隔の広い L-SL チャンネル間、SL-SR チャンネル間、及び R-SR チャンネル間での安定した音像定位は困難である。また、ほぼ耳の高さの水平面内のみのスピーカー配置であるため、音の上下感を表現することは難しい。このような問題はああるものの、5.1

図3 5.1サラウンドのスピーカ配置

サラウンドでは、2チャンネルステレオで実現されていた音の左右の移動や、左右の広がり表現を強化したほか、音の前後の移動や、音による包み込まれ感の表現ができるようになった。

2.3 22.2チャンネル音響

5.1サラウンドは、水平面にスピーカを配置した二次元音響システムであるため、音の上下の移動などが表現できなかった。これに対して、2チャンネルステレオを基本として、三次元音響にまで拡張したのが、22.2チャンネル音響システムである⁽²⁾。同システムのスピーカ配置を、図4に示す。図5は、愛・地球博(2005年日本国際博覧会)で展示した22.2チャンネル音響システムである。なお、図5に示したシステムでは、SiR, BRなどのチャンネルに、2つずつのスピーカを利用している。また、天井に見える筒状のスピーカは、LFEチャンネルを更に補強するためのものである。

22.2チャンネル音響システムは、ハイビジョンの16倍の画素を持つスーパーハイビジョンのための音響システムとして開発された。特に、大画面における音像と映像の一致や、視聴位置を取り囲む全方位からの音の到来、三次元的な音による包み込まれ感を実現するため、三層構造のスピーカ配置を有している。22.2チャンネル音響システムの特徴は、5.1, 6.1, 7.1チャンネルなどの既存のマルチチャンネル音響システムと互換性があることである。すなわち、22.2チャンネル音響のスピーカのうち、幾つかを取り除くと、従来のマルチチャンネル音響システムのスピーカ配置となる。

22.2マルチチャンネル音響では、三次元振幅パンニングによって、音像定位を制御する。三次元振幅パンニングは、立体的に配置された3スピーカによって、振幅パンニングを行う方法である。その具体的な方法を、2.4で述べる。

図4 22.2チャンネル音響システム

図5 愛・地球博における22.2チャンネル音響システム

2.4 三次元振幅パンニング

本節では、従来から提案されているVBAP法 (Vector Base Amplitude Panning)⁽¹⁴⁾について述べた上、22.2チャンネル音響のために開発された三次元振幅パンニング法を紹介する。

VBAP法は、仮想音像位置とスピーカ位置によって、信号の分配比を求めるものである。この方法では、2チャンネルステレオのように、両耳における位相差や強度差という観点から仮想音像の定位を評価することは、もはや困難である。

まず、全再生空間を、3個のスピーカ位置からなる三角形で分割する。そして、各三角領域において、音源信号を、重み係数 g_1, g_2, g_3 によって各スピーカに分配することにより、振幅パンニングを行う。図6にVBAP法の概要を示す。重み係数の求め方は、以下の通りである。まず、受音点を原点とし、仮想音像方向に向いた単位ベクトルを $\mathbf{p} = (p_1 \ p_2 \ p_3)^T$ で表す。ここに、 T は、ベクトルまたは行列の転置を表す。また、同じ原点から、三つのスピーカ方向への単位ベクトルを、それぞれ、 $\mathbf{l}_1 = (l_{11} \ l_{12} \ l_{13})^T$, $\mathbf{l}_2 = (l_{21} \ l_{22} \ l_{23})^T$, $\mathbf{l}_3 = (l_{31} \ l_{32} \ l_{33})^T$ とする。このとき、ベクトル $\mathbf{p}$ を、スピーカ方向ベクトルを基底として

$$\mathbf{p} = g_1 \mathbf{l}_1 + g_2 \mathbf{l}_2 + g_3 \mathbf{l}_3 \quad (6)$$

で表した場合の係数ベクトル $\mathbf{g} = (g_1 \ g_2 \ g_3)^T$ を求める。このベクトルは、式

$$\mathbf{g} = \mathbf{p} \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix}^{-1} \quad (7)$$

図6 VBAP 三次元パンニング

によって、計算することができる。スピーカが、受音点から等距離に配置された場合、この距離を単位距離とすると、ベクトル p, l_1, l_2, l_3 は、受音点を原点とする極座標 (図7) により、

$$l_1 = (\tilde{\theta}_1, \tilde{\varphi}_1), \quad l_2 = (\tilde{\theta}_2, \tilde{\varphi}_2), \quad l_3 = (\tilde{\theta}_3, \tilde{\varphi}_3), \quad p = (\tilde{\theta}, \tilde{\varphi})$$

と表される。このとき、式 (6) は、

$$\begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta}_1 \cos \tilde{\varphi}_1 & \cos \tilde{\theta}_2 \cos \tilde{\varphi}_2 & \cos \tilde{\theta}_3 \cos \tilde{\varphi}_3 \\ \sin \tilde{\theta}_1 \cos \tilde{\varphi}_1 & \sin \tilde{\theta}_2 \cos \tilde{\varphi}_2 & \sin \tilde{\theta}_3 \cos \tilde{\varphi}_3 \\ \sin \tilde{\varphi}_1 & \sin \tilde{\varphi}_2 & \sin \tilde{\varphi}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (8)$$

と変形される。式 (8) の解は、

$$g_1 = \frac{D_1}{\bar{D}}, \quad g_2 = \frac{D_2}{\bar{D}}, \quad g_3 = \frac{D_3}{\bar{D}} \quad (9)$$

で与えられる。ここに、

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \sin(\tilde{\theta}_1 - \tilde{\theta}_2) \cos \tilde{\varphi}_2 \cos \tilde{\varphi}_1 \sin \tilde{\varphi}_3 + \sin(\tilde{\theta}_1 - \tilde{\theta}_3) \cos \tilde{\varphi}_3 \cos \tilde{\varphi}_2 \sin \tilde{\varphi}_1 + \sin(\tilde{\theta}_2 - \tilde{\theta}_3) \cos \tilde{\varphi}_1 \cos \tilde{\varphi}_3 \sin \tilde{\varphi}_2 \\ D_1 &= \sin(\tilde{\theta}_3 - \tilde{\theta}_2) \cos \tilde{\varphi}_2 \cos \tilde{\varphi}_1 \sin \tilde{\varphi}_3 + \{\sin(\theta - \tilde{\theta}_3) \cos \tilde{\varphi}_3 \sin \tilde{\varphi}_2 - \sin(\theta - \tilde{\theta}_2) \cos \tilde{\varphi}_2 \sin \tilde{\varphi}_3\} \cos \varphi \\ D_2 &= \sin(\tilde{\theta}_1 - \tilde{\theta}_3) \cos \tilde{\varphi}_3 \cos \tilde{\varphi}_1 \sin \tilde{\varphi}_2 + \{\sin(\theta - \tilde{\theta}_1) \cos \tilde{\varphi}_1 \sin \tilde{\varphi}_3 - \sin(\theta - \tilde{\theta}_3) \cos \tilde{\varphi}_3 \sin \tilde{\varphi}_1\} \cos \varphi \\ D_3 &= \sin(\tilde{\theta}_2 - \tilde{\theta}_1) \cos \tilde{\varphi}_2 \cos \tilde{\varphi}_1 \sin \tilde{\varphi}_3 + \{\sin(\theta - \tilde{\theta}_2) \cos \tilde{\varphi}_2 \sin \tilde{\varphi}_1 - \sin(\theta - \tilde{\theta}_1) \cos \tilde{\varphi}_1 \sin \tilde{\varphi}_2\} \cos \varphi \end{aligned}$$

図7 受音点を原点とする極座標系

である。VBAP法では、得られた係数によって、信号 $s(t)$ を各スピーカに分配することにより、三次元パンニングを実現している。なお、実際にVBAP法を利用する際には、得られた係数に対して、分配比は保ったまま、利得補正を行う必要がある⁽¹⁴⁾。

これに対して22.2チャンネル音響では、受音点における音響物理量の制御に基づく三次元振幅パンニング法を用いる⁽¹⁵⁾。この方法では、仮想音像位置に実スピーカを置いた場合の受音点における音響インテンシティを再現するように、3スピーカへの分配係数を決定する。いま、音を定位すべき位置を、受音点を原点とした極座標によって、 $\xi = (\sigma \theta \varphi)^T$ で表す。また、三つのスピーカの位置を、同じ極座標によって、 $\xi_l = (\tilde{\sigma}_l \tilde{\theta}_l \tilde{\varphi}_l)^T$, $1 \leq l \leq 3$ で表す。このとき、部屋の反射音が無視可能で、スピーカが点音源で近似できる場合、仮想音像位置に実スピーカをおいて、信号 $s(t)$ を入力した場合の、受音点における音圧 $p(t)$ と粒子速度 $u(t)$ のフーリエ変換は、

$$\begin{aligned} p(\omega) &= G \frac{e^{-ik\sigma}}{\sigma} s(\omega) \\ u(\omega) &= -G \frac{e^{-ik\sigma}}{\rho c \sigma} \left(1 + \frac{1}{ik\sigma} \right) \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} s(\omega) \end{aligned} \quad (10)$$

で表される。ここに、 ω は音の角周波数、 G はスピーカ入力信号とスピーカから単位距離の点における音圧との比を表す定数、 ρ は空気密度、 c は音速、 i は虚数単位、そして $k = \omega / c$ は波長定数である。このとき、受音点での時間平均音響インテンシティ⁽¹⁶⁾は、

$$I(\omega) = \text{Re} [p(\omega) \overline{u(\omega)}] = -\frac{G^2}{2\rho c \sigma^2} \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} |s(\omega)|^2 \quad (11)$$

で表される。ここに、 $\overline{u(\omega)}$ は $u(\omega)$ の共役複素数を表す。一方、3スピーカに対して、信号 $s(t)$ に重み係数 w_1, w_2, w_3 を乗じて入力した場合の受音点における時間平均音響インテンシティは、

$$\tilde{I}(\omega) = -\frac{G^2}{2\rho c} \text{Re} \left[\left(\sum_{l=1}^3 \frac{e^{-ik\tilde{\sigma}_l}}{\tilde{\sigma}_l} w_l \right) \left(\sum_{l=1}^3 \frac{e^{ik\tilde{\sigma}_l}}{\tilde{\sigma}_l} \left(1 - \frac{1}{ik\tilde{\sigma}_l} \right) \begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta}_l \cos \tilde{\varphi}_l \\ \sin \tilde{\theta}_l \cos \tilde{\varphi}_l \\ \sin \tilde{\varphi}_l \end{pmatrix} w_l \right) \right] |s(\omega)|^2 \quad (12)$$

で表される。

式 (11) と (12) を等しくする重み係数を求めると、

$$w_1 = \frac{\tilde{\sigma}_1}{\sigma} \frac{D_1}{\sqrt{\bar{D}\bar{D}}} \text{sign}(\bar{D}) e^{-ik(\sigma - \tilde{\sigma}_1)}, \quad w_2 = \frac{\tilde{\sigma}_2}{\sigma} \frac{D_2}{\sqrt{\bar{D}\bar{D}}} \text{sign}(\bar{D}) e^{-ik(\sigma - \tilde{\sigma}_2)}, \quad w_3 = \frac{\tilde{\sigma}_3}{\sigma} \frac{D_3}{\sqrt{\bar{D}\bar{D}}} \text{sign}(\bar{D}) e^{-ik(\sigma - \tilde{\sigma}_3)} \quad (13)$$

が得られる。ここに、

$$D = D_1 + D_2 + D_3$$

$$\text{sign}(\tilde{D}) = \begin{cases} 1; & \tilde{D} \geq 0 \\ -1; & \tilde{D} < 0 \end{cases}$$

である。もし、受聴位置からスピーカまでの距離がすべて等しく、この距離が、仮想音像位置の距離とも等しい場合には、式(13)は、

$$w_1 = \frac{D_1}{\sqrt{D\tilde{D}}} \text{sign}(\tilde{D}), \quad w_2 = \frac{D_2}{\sqrt{D\tilde{D}}} \text{sign}(\tilde{D}), \quad w_3 = \frac{D_3}{\sqrt{D\tilde{D}}} \text{sign}(\tilde{D}) \quad (14)$$

となる。

式(9)と(14)を比べて分かるように、二つの方法の音の分配比は同じである。一方、22.2チャンネル音響で用いる三次元振幅パンニング法は、音響インテンシティ量を制御することによって、VBAP法のような利得補正を不要としている。

以上で示したように、22.2チャンネル音響では、実音像と仮想音像とで、受音点での音響物理量を一致させる振幅パンニングを用いる。これは、2チャンネルステレオを三次元音響システムに拡張するためには、物理音響モデルの導入が必要であることを意味する。

3. 物理音響モデルに基づく方式

3.1 キルヒホッフ・ヘルムホルツ積分定理に基づく方式

ある音場を、別の空間に再現する方法として、原空間の中の受音領域と、再生空間とで、音響物理量を一致させる方法が提案された⁽¹⁷⁾。この方法は、直方体領域の表面上(領域境界上)で音響物理量を一致させれば、その領域の内部全体で、音響物理量が一致するという原理を利用している。図8に、この方法の概要を示す。

以下、この方法の理論的根拠となっている、キルヒホッフ・ヘルムホルツ積分定理を導出する。音場などのベクトル場 $\mathbf{A}$ に含まれる三次元領域 V を考え、 V の境界面を S とする。 S における外向き法線方向の単位ベクトルを $\mathbf{n}$ とする。このとき、ガウスの発散定理⁽¹⁸⁾より

図8 Camrasの方法による音場再現

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{A}) dV = \int_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS \quad (15)$$

が成り立つ。ここに、ベクトル $\mathbf{A}$ の x, y, z 成分を、 A_x, A_y, A_z とすると、

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \text{div}(\mathbf{A}) = \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} \right) \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

である。いま、ベクトル $\mathbf{A}$ が、二つのスカラー関数 f, g によって、

$$\mathbf{A} = f \nabla g \quad (16)$$

と表されているとする。ここに、

$$\nabla g = \text{grad}(g) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial z} \end{pmatrix}$$

である。このとき、

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} \right) f \nabla g = \nabla f \cdot \nabla g + f \nabla^2 g \quad (17)$$

が成り立つ。式(17)において、 ∇^2 はラプラシアン

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

である。式(16)、(17)を(15)に代入することにより、

$$\int_V (\nabla f \cdot \nabla g + f \nabla^2 g) dV = \int_S (f \nabla g) \cdot \mathbf{n} dS \quad (18)$$

が得られる。式(18)は、グリーンの第1定理と呼ばれる。また、式(18)から、(18)において f と g を入れ替えた式を引くことにより、

$$\int_V (f \nabla^2 g - g \nabla^2 f) dV = \int_S (f \nabla g - g \nabla f) \cdot \mathbf{n} dS \quad (19)$$

を得る。式(19)は、グリーンの第2定理と呼ばれている。式(19)は、

$$\int_V (f \nabla^2 g - g \nabla^2 f) dV = \int_S \left(f \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial f}{\partial n} \right) dS \quad (20)$$

と変形できる。ここに、 $\frac{\partial f}{\partial n}$ は、関数 f の $\mathbf{n}$ 方向のこう配である。さて、点 $\mathbf{r}$ における音圧 $p(\mathbf{r}, t)$ に関する波動方程式

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0$$

をフーリエ変換すると、ヘルムホルツの方程式

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, \omega) + k^2 p(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (21)$$

が得られる⁽¹⁹⁾。ここに、 $p(\mathbf{r}, \omega)$ は、 $p(\mathbf{r}, t)$ のフーリエ変換

$$p(\mathbf{r}, \omega) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} dt$$

であり、 c は音の伝搬速度、 ω は角周波数、 $k (= \omega / c)$ は波長定数である。ヘルムホルツの方程式を満たす二つの関数 $p(\mathbf{r}, \omega)$ 、 $q(\mathbf{r}, \omega)$ に対して、

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}, \omega) \nabla^2 q(\mathbf{r}, \omega) - q(\mathbf{r}, \omega) \nabla^2 p(\mathbf{r}, \omega) \\ = -k^2 (p(\mathbf{r}, \omega) q(\mathbf{r}, \omega) - q(\mathbf{r}, \omega) p(\mathbf{r}, \omega)) = 0 \end{aligned}$$

が成り立つ。この $p(\mathbf{r}, \omega)$ 、 $q(\mathbf{r}, \omega)$ を、それぞれ、式(20)の f 、 g に代入すると、上式より、式(20)左辺の被積分項が0となつて、

$$\int_S \left(p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial q(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} - q(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right) dS = 0 \quad (22)$$

を得る。

いま、図9のように、境界面 S と S' に囲まれた領域 V を考え、 $p(\mathbf{r}, \omega)$ を点 $\mathbf{r}$ における音圧のフーリエ変換とし、 $q(\mathbf{r}, \omega)$ を

$$q(\mathbf{r}, \omega) \triangleq \frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \quad (23)$$

で与える。ここに、 $\mathbf{r}_A$ は、本来、領域 V 内の点であったが、境界面 S' を設定することによって、いったん V の外に出している。その結果、関数(23)は、 V においてヘルムホルツ方程式を満足する。このとき、境界面 $S \cup S'$ 上で、式(22)を積分すると、

$$\begin{aligned} \int_{S'} \left(p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \right) - \frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right) dS \\ = - \int_S \left(p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \right) - \frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right) dS \end{aligned} \quad (24)$$

を得る。 S' における立体角を $d\Omega$ と書くと、 S' 上では、 $|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A| = \varepsilon$ 、 $\frac{\partial}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial \varepsilon}$ であり、

$$dS = \varepsilon^2 d\Omega$$

であるから、 $\varepsilon \rightarrow 0$ のとき、式(24)の左辺は、

図9 音場内の領域 V

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{S'} \left(p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \right) - \frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right) dS \\ = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{4\pi} \left(p(\mathbf{r}, \omega) \frac{e^{-ik\varepsilon}}{\varepsilon} \left(ik + \frac{1}{\varepsilon} \right) + \frac{e^{-ik\varepsilon}}{\varepsilon} \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial \varepsilon} \right) \varepsilon^2 d\Omega = 4\pi p(\mathbf{r}_A, \omega) \end{aligned}$$

となる。よって、キルヒホッフ・ヘルムホルツの積分定理

$$p(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} - p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \right) \right) dS \quad (25)$$

を得る。式(25)の導出において、 $\varepsilon \rightarrow 0$ とすることにより、点 $\mathbf{r}_A$ が、領域 V 内に戻されていることに注意されたい。

式(25)によれば、音場領域 V の中の任意の点の音圧は、境界面 S 上の音圧と音圧傾度(音圧の法線方向微分)から定めることができる。したがって、図8における原空間の受音領域境界に、マイクロホンを多数配置して、音圧と音圧傾度を測定し、これを再生空間境界に配置したスピーカで再生すれば、原空間の受音領域のすべての点での音圧が、そのまま再生空間で再現される。

波の伝搬や回折を説明する原理として、ホイヘンス・フレネルの原理が知られている。この原理では、伝搬する波の波面から二次波面が生成され、この二次波面の包絡によって、次の波面が形成されると考える。キルヒホッフは、ホイヘンス・フレネルの原理が、ある積分定理の近似形式としてみなせることを示した⁽²⁰⁾。この積分定理は、ヘルムホルツによって、音響学の分野で導出された式(25)である。キルヒホッフ・ヘルムホルツの積分定理や、後で述べる Wave Field Synthesis が、一般にホイヘンス・フレネルの原理によって説明されるのは、このような理由による。また、式(25)は、名前の順が逆転して、ヘルムホルツ・キルヒホッフの積分定理などと呼ばれることもある⁽²⁰⁾。

我が国で研究されている境界音場制御法⁽⁵⁾も、同じくキルヒホッフ・ヘルムホルツの積分定理に基づくものである。この方法は、図10に示すように、再生空間において、受音領域境界上の音響物理量を再現するスピーカ信号を求めることを

図10 境界音場制御法

特徴としている。

3.2 Wave Field Synthesis (WFS)

WFSは、Camrasの方法のように、受音点を囲む領域で音圧と音圧傾度を一致させる代わりに、無限平面上での音圧を制御することにより、音場を再現する方法である⁽⁴⁾。

いま、式(23)の関数 $q(\mathbf{r}, \omega)$ の代わりに、新たに、

$$q(\mathbf{r}, \omega) \triangleq \frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \quad (26)$$

を考える。ここに、 $\Gamma(\mathbf{r}, \omega)$ は、領域 V 内でヘルムホルツ方程式を満たす関数とする。式(26)を、式(22)に代入して、図8の境界面 S' 上の積分を計算すると、

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{S'} & \left\{ p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) - \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right\} dS \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{4\pi} \left[p(\mathbf{r}, \omega) \left\{ \frac{e^{-ik\varepsilon}}{\varepsilon} \left(ik + \frac{1}{\varepsilon} \right) - \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right\} + \left(\frac{e^{-ik\varepsilon}}{\varepsilon} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial \varepsilon} \right] \varepsilon^2 d\Omega \\ &= 4\pi p(\mathbf{r}_A, \omega) \end{aligned} \quad (27)$$

となる。したがって、もう一つのキルヒホッフ・ヘルムホルツの積分定理

$$p(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left\{ \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} - p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) \right\} dS \quad (28)$$

を得る。これ以降、 $\mathbf{n}$ を内向き法線方向の単位ベクトルとする。その結果、

$$p(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left\{ p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) - \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right\} dS \quad (29)$$

が成り立つ。

ここで、新たに、図11に示す境界面 S を考える。 $S = S_1 + S_2$ であり、 S_1 と S_2 は、

$$\begin{aligned} S_1 &\triangleq \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq R^2, z = z_1\} \\ S_2 &\triangleq \{(x, y, z) | (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 + (z - z_A)^2 = R^2, z \geq z_1\} \\ R &\triangleq \sqrt{R^2 - (z_A - z_1)^2} \end{aligned} \quad (30)$$

で表される。また、 $R > 0$ とする。このとき、

$$p(\mathbf{r}_A, \omega) = p_1(\mathbf{r}_A, \omega) + p_2(\mathbf{r}_A, \omega)$$

が成り立つ。ただし、

$$\begin{aligned} p_1(\mathbf{r}_A, \omega) &\triangleq \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \left\{ p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) - \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right\} dS \\ p_2(\mathbf{r}_A, \omega) &\triangleq \frac{1}{4\pi} \int_{S_2} \left\{ p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) - \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right\} dS \end{aligned} \quad (31)$$

である。

さて、音の観測時間を $0 \leq t \leq T_{\max}$ とし、 $t < 0$ では、考えている空間内に音は存在しないと仮定する。また、 R_0 を $R_0 \triangleq cT_{\max}$ で定義する。ここに、 c は音の伝搬速度である。 $R > R_0$ のとき、 S_2 で生じる音波は、観測時間内には、点 $\mathbf{r}_A$ に到達しない。したがって、 R を R_0 よりも十分大きく取ると、 $p(\mathbf{r}_A, \omega) \approx p_1(\mathbf{r}_A, \omega)$ となり、近似的に

$$p(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \left\{ p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) - \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} + \Gamma(\mathbf{r}, \omega) \right) \frac{\partial p(\mathbf{r}, \omega)}{\partial n} \right\} dS \quad (32)$$

が成り立つ。

いま、図12に示すように、点 $\mathbf{r}_A'$ を、 S_1 に対して、 $\mathbf{r}_A$ と鏡像の位置にある点とする。関数 $\Gamma(\mathbf{r}, \omega)$ を、

$$\Gamma(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A'|} \quad (33)$$

とすると、この関数は領域 V 内に特異点を持たないため、 V において、ヘルムホルツの方程式を満たす。 $\mathbf{r}_A$ と $\mathbf{r}_A'$ の鏡像位置の関係により、 S_1 上で、

図11 境界面 S_1, S_2

図12 S_1 に対して鏡像の位置にある点 $\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_A'$

$$\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|} - \frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|} = 0 \quad \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|} \right) - \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|} \right) = 2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l|} \right)$$

が成り立つ。そこで、式(33)を式(32)に代入し、 $\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial z}$ を考慮すると、式

$$p(\mathbf{r}_A, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} p(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \right) dS \quad (34)$$

を得る。式(34)は、第2種レイリー積分と呼ばれている。
ところで、

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A| = \sqrt{(x-x_A)^2 + (y-y_A)^2 + (z-z_A)^2}$$

に注意すると、

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|} \right) = (z_A - z) \frac{1+ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|^3} e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|}$$

である。この式を、式(34)に代入して、WFSの基本式

$$p(\mathbf{r}_A, \omega) = (z_A - z_1) \int_{S_1} p(\mathbf{r}, \omega) \frac{1+ik|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}|}{2\pi|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}|^3} e^{-ik|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}|} dS \quad (35)$$

を得る。式(35)によれば、領域 V 内の任意の点の音圧は、境界面 S_1 上の音圧から定めることができる。また、WFSでは、境界面 S_1 上の音圧傾度情報は必要ではない。

式(35)は、実際には、離散的レイリー積分

$$p(\mathbf{r}_A, \omega) = (z_A - z_1) \sum_n \left(p(\mathbf{r}_n, \omega) \frac{1+ik|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_n|}{2\pi|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_n|^3} e^{-ik|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_n|} \right) \Delta x \Delta y \quad (36)$$

で代用される。ここに、 $\mathbf{r}_n$ は、超平面 $z=z_1$ 上のサンプル点である。

図13に示すように、音場を、原音場(一次音場)と合成音場(二次音場)に分割し、原音場における超平面上にマイクロホンをアレー状に設置して、音圧を観測し、その音圧信号に基づいて、別空間で音場を合成する方法を考える。原音場でマイクロホンを設置した超平面を $z=z_0$ 、合成音場でスピーカを設置した超平面を $z=z_1$ とする。このとき、 $z=z_1$ 上の位置 $\mathbf{r}_n$ におけるスピーカが再生すべき音圧 $P(\mathbf{r}_n, \omega)$ は、 $z=z_0$ 上の位置 $\mathbf{r}_l$ に設置したマイクロホンで観測した音圧 $P(\mathbf{r}_l, \omega)$ によって、

$$p(\mathbf{r}_n, \omega) = \sum_l W_{nl} p(\mathbf{r}_l, \omega) \quad (37)$$

と表される。ここに、

$$W_{nl} \triangleq |z_0 - z_1| \frac{1+ik|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|}{2\pi|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|^3} e^{-ik|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|} \quad (38)$$

である。 $|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|$ が、波長に比べて十分大きいとき、すなわち、

$$k|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l| \gg 1$$

のとき、

$$\frac{1+ik|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|^2} \approx \frac{ik}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|}$$

と近似できる。したがって、図14より

$$\cos \phi_{nl} \triangleq \frac{|z_0 - z_1|}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|}$$

と置くと、

$$W_{nl} \approx \frac{e^{-ik|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|}}{2\pi|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|} (ik \cos \phi_{nl}) \Delta x \Delta y \quad (39)$$

を得る。したがって、式(37)は、

$$p(\mathbf{r}_n, \omega) = \sum_l \left(p(\mathbf{r}_l, \omega) \frac{e^{-ik|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|}}{2\pi|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l|} \right) (ik \cos \phi_{nl}) \Delta x \Delta y \quad (40)$$

図13 WFSによる音場合成

図14 角度 ϕ_{nl}

図15 平面アレイスピーカの例

と変形される。

WFSでは、式(40)に基づいて、音場を別の空間に再現する。理論的には、無限平面のスピーカアレイが必要となるが、一般的には、有限の平面アレイで実装される。図15に、WFSで用いる平面アレイスピーカの例を示す。

WFSは、音場の物理量再現を目指した方式であるが、これを厳密に実現するには、無限平面を無数のスピーカで覆う必要がある。実際には、二次元アレイスピーカの代わりにラインアレイスピーカが代用される。この際、スピーカ間隔が広い場合には、空間的な折返しによって波面の乱れが生じる。しかしながら、人間が知覚できなければ、折返しは問題にならないとされており⁽²¹⁾、WFSシステムの設計は、心理音響モデルに依存している。

3.3 アンビソニックス

受音点に入射する音の方向性を表現する方法として、方向性パターンをフーリエ表現する方法が提案されている⁽²²⁾。ある受音点に入射する方向性パターンを、角度 ω の関数として $S(\omega)$ と表すと、関数 $S(\omega)$ は、図16のように、周波数によ

図16 音の入射の方向性パターンのフーリエ表現

図17 アンビソニックス Aフォーマット⁽²³⁾

らない定数成分と一次の $\cos$ 成分と $\sin$ 成分、二次の $\cos$ 成分と $\sin$ 成分 $\cdots$ という形に分解できる。ところで、定数成分に対応する指向性を持つ收音デバイスは、全指向性マイクロホンであり、一次の成分に対応する收音デバイスは、両指向性マイクロホンである。したがって、全指向性マイクロホンを利用すれば、定数係数を観測でき、両指向性マイクロホンを利用すれば、一次の係数を観測できる。

アンビソニックスは、図16の方向性表現に基づいて、モノホニックから2チャンネルステレオ、水平面のサラウンド、三次元音響までの階層構造に発展させた方式である。特に、三次元音場の表現や再現のために、球面調関数が導入された⁽⁷⁾。アンビソニックスには、様々なフォーマットが用意されている。Aフォーマットはアンビソニック マイクロホンと呼ばれており、図17に示すように、四面体構造に四つのカプセル配置したマイクロホン構造である。ここに、LFは左前方の上向き、LBは左後方の下向き、RFは右前方の下向き、RBは右後方の上向きにマイクロホンカプセルを配している。一方、Bフォーマットは全指向性と両指向性マイクロホンの組合せによる空間收音方式である(図18)。その他、Cフォーマットは伝送方式、Dフォーマットは復号・再生方式を示す⁽³⁾。

アンビソニックスは、当初、收音・再生モデルの研究が先行し、その理論背景は余り明確にされていなかったが、その後、受音点での音圧を、受音点を取り囲むスピーカによって再現するという形で、定式化された^{(8)~(10)}。以下、二次元および三次元アンビソニックスの理論を紹介する。

3.3.1 二次元アンビソニックス

二次元アンビソニックスでは、受音点を水平面内で等間隔に取り囲むスピーカ配置を考え、到来音波及びスピーカからの合成音波をベッセル関数展開し、これらある一定の次数まで一致させるよう、スピーカ入力を制御する方法として定式化された^{(8), (9)}。この際、到来音波及びスピーカからの音波は平面音波を仮定している。その結果、スピーカ数 N が奇数の場合には、 $N=2M+1$ を満たす数 M に対して、 l 番目のスピーカ信号を

図18 アンビソニックス Bフォーマット⁽²⁴⁾

$$a_l = \frac{1}{N} (Q_\psi + \sum_{m=1}^M 2Q_\psi \cos m\psi \cos m\theta_l + \sum_{m=1}^M 2Q_\psi \sin m\psi \sin m\theta_l) \quad (41)$$

で与えれば、到来音波を M 次の係数まで近似するスピーカ再現が可能となる。ここに、 Q_ψ は、到来音波の音圧振幅、 ψ はその到来方向、 θ_l は、 l 番目のスピーカの方向を表す。 $M=1$ の場合の一次アンビソニックスでは、式 (41) は、

$$a_l = \frac{1}{N} (Q_\psi + 2Q_\psi \cos \psi \cos \theta_l + 2Q_\psi \sin \psi \sin \theta_l)$$

となる。このとき、 Q_ψ は全指向性マイクロホンで観測でき、 $Q_\psi \cos \psi$ と $Q_\psi \sin \psi$ は、両指向性マイクロホンで観測できるため、これらのマイクロホン出力に、スピーカ角度に応じた $\cos$ 関数、 $\sin$ 関数を乗じれば、スピーカ入力を得られる。一方、 N が偶数の場合には、 $M=N-1$ とすると、式 (6) と類似した式が得られる。以下、二次元アンビソニックスの理論を紹介する。

ベッセルの微分方程式

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{du}{dz} + \left(1 - \frac{n^2}{z^2}\right) u = 0$$

の解として与えられる関数

$$J_n(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(n+m)!} \left(\frac{z}{2}\right)^{n+2m} \quad (42)$$

を、次数 n のベッセル関数 (第1種円柱関数) という。このベッセル関数は、関数 $e^{\frac{z}{2}(t-\frac{1}{t})}$ をローラン級数に展開したときの係数に等しい⁽²⁵⁾。すなわち、

$$e^{\frac{z}{2}(t-\frac{1}{t})} = J_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ t^n + (-1)^n t^{-n} \right\} J_n(z)$$

が成り立つ。この式に、 $t = e^{i\theta}$ を代入すると、

$$e^{iz \sin \theta} = J_0(z) + 2i \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(z) \sin((2n-1)\theta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(z) \cos 2n\theta \quad (43)$$

を得る。式 (43) において、 θ を $\pi/2 - \theta$ に置き換えると、

図19 平面波の到来

$$e^{iz \cos \theta} = J_0(z) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n J_n(z) \cos n\theta$$

が成り立つ。これより、展開式

$$e^{iz \cos(\theta-\psi)} = J_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} 2i^n J_n(z) [\cos m\psi \cos n\theta + \sin m\psi \sin n\theta] \quad (44)$$

を得る。

さて、図19に示すような平面音波の到来を考え、その到来方向を ψ とし、受音点の極座標を (r, θ) とする。このとき、平面音波の音圧は、その角周波数を ω とすると、

$$P_\psi e^{i(\omega t - k(-r \cos(\theta-\psi)))}$$

で表される。したがって、一般に、到来方向 ψ からの音波を (r, θ) で受聴したときの音圧は、

$$p(r, \theta) = Q_\psi e^{ikr \cos(\theta-\psi)} \quad (45)$$

で表される。この音圧を、式 (44) に従って、ベッセル関数を用いて展開すると、

$$p(r, \theta) = Q_\psi \left[J_0(kr) + \sum_{n=1}^{\infty} 2i^n J_n(kr) (\cos m\psi \cos n\theta + \sin m\psi \sin n\theta) \right]$$

を得る。便宜上、上式を、ベクトル表現する：

$$p(r, \theta) = Q_\psi \mathbf{c}_\infty^T \mathbf{h}_\infty \quad (46)$$

ここに、

$$\mathbf{c}_\infty^T \triangleq \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \psi \quad \sin \psi \quad \cdots \quad \cos m\psi \quad \sin m\psi \quad \cdots \right)$$

$$\mathbf{h}_\infty^T \triangleq \sqrt{2} \left(\frac{J_0(kr)}{\sqrt{2}} \quad iJ_1(kr) \cos \theta \quad iJ_1(kr) \sin \theta \quad \cdots \quad i^n J_n(kr) \cos n\theta \quad i^n J_n(kr) \sin n\theta \quad \cdots \right)$$

である。式 (46) を、次数 M までのベッセル関数で近似すると、

$$p(r, \theta) \approx Q_\psi \mathbf{c}^T \mathbf{h} \quad (47)$$

図20 受音点を取り囲むスピーカ

を得る。ここに、

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^T &\triangleq \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \psi & \sin \psi & \cdots & \cos M\psi & \sin M\psi \end{pmatrix} \\ \mathbf{h}^T &\triangleq \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{J_0(kr)}{\sqrt{2}} & iJ_1(kr)\cos\theta & iJ_1(kr)\sin\theta & \cdots & i^M J_M(kr)\cos n\theta & i^M J_M(kr)\sin n\theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (48)$$

である。

図20に示すように、受音点を中心とする円の円周上に、等間隔に N 個のスピーカを配置した場合を考える。 l 番目のスピーカの角度 θ_l を

$$\theta_l = \frac{2\pi l}{N} \quad (49)$$

とする。以下、スピーカ数 N を奇数とし、 M を $N=2M+1$ を満たす数で与える。このとき、スピーカからの音波も平面波で近似し、各スピーカへの入力信号を a_l , $l=1, \dots, N$ とすると、

$$\tilde{p}(r, \theta) = \sum_{l=1}^N a_l e^{ikr \cos(\theta - \theta_l)} = \sum_{l=1}^N a_l \mathbf{c}_l^T \mathbf{h} \quad (50)$$

を得る。ここに、

$$\mathbf{c}_l^T \triangleq \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta_l & \sin \theta_l & \cdots & \cos M\theta_l & \sin M\theta_l \end{pmatrix}$$

と置いた。いま、

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^T &\triangleq (a_1 \cdots a_N) \\ \mathbf{C} &\triangleq (\mathbf{c}_1 \cdots \mathbf{c}_N)^T = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 & \cdots & \cos M\theta_1 & \sin M\theta_1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta_2 & \sin \theta_2 & \cdots & \cos M\theta_2 & \sin M\theta_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta_N & \sin \theta_N & \cdots & \cos M\theta_N & \sin M\theta_N \end{pmatrix} \end{aligned}$$

とすると、式 (50) は、

$$\tilde{p}(r, \theta) = \mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{h} \quad (51)$$

と表される。したがって、式 (47) と (51) より、式

$$\mathbf{a}^T \mathbf{C} = \mathbf{Q}_\psi \mathbf{c}^T \quad (52)$$

が成り立てば、到来音波を、 N 個のスピーカによって再現できる。

ところで、付録の補題2により、

$$\begin{aligned} \mathbf{C} \mathbf{C}^T &= 2 \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 & \cdots & \cos M\theta_1 & \sin M\theta_1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta_2 & \sin \theta_2 & \cdots & \cos M\theta_2 & \sin M\theta_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta_N & \sin \theta_N & \cdots & \cos M\theta_N & \sin M\theta_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \theta_1 & \cos \theta_2 & \cdots & \cos \theta_N \\ \sin \theta_1 & \sin \theta_2 & \cdots & \sin \theta_N \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cos M\theta_1 & \cos M\theta_2 & \cdots & \cos M\theta_N \\ \sin M\theta_1 & \sin M\theta_2 & \cdots & \sin M\theta_N \end{pmatrix} \\ &= 2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_1 - \theta_1)\} & \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_2 - \theta_1)\} & \cdots & \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_N - \theta_1)\} \\ \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_1 - \theta_2)\} & \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_2 - \theta_2)\} & \cdots & \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_N - \theta_2)\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_1 - \theta_N)\} & \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_2 - \theta_N)\} & \cdots & \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos \{l(\theta_N - \theta_N)\} \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{I} \end{aligned} \quad (53)$$

が成り立つ。ここに、 $\mathbf{I}$ は単位行列である。そこで、式 (52) の右側から $\mathbf{C}^T$ を乗じ、式 (53) を用いると、式

$$\mathbf{N} \mathbf{a}^T = \mathbf{Q}_\psi \mathbf{c}^T \mathbf{C}^T$$

が成り立つ。よって、

$$\mathbf{a} = \frac{1}{N} \mathbf{Q}_\psi \mathbf{C} \mathbf{c} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} Q_\psi + 2 \sum_{m=1}^M Q_\psi \cos m\psi \cos m\theta_1 + 2 \sum_{m=1}^M Q_\psi \sin m\psi \sin m\theta_1 \\ \vdots \\ Q_\psi + 2 \sum_{m=1}^M Q_\psi \cos m\psi \cos m\theta_N + 2 \sum_{m=1}^M Q_\psi \sin m\psi \sin m\theta_N \end{pmatrix} \quad (54)$$

であり、 l 番目のスピーカ信号として、式 (41) を得る。

一方、 N が偶数の場合には、付録の補題2が成り立たない。そこで、 M を $M=N-1$ と選ぶ。このとき、スピーカからの平面音波の合成音圧は、

$$\tilde{p}(r, \theta) = \sum_{l=1}^N a_l e^{ikr \cos(\theta - \theta_l)} = \sum_{l=1}^N a_l \hat{\mathbf{c}}_l^T \hat{\mathbf{h}} \quad (55)$$

と表される。ここに、

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{c}}_l^T &= \sqrt{2} (1 \cos \theta_l \sin \theta_l \cdots \cos M\theta_l \sin M\theta_l) \\ \hat{\mathbf{h}}^T &= \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} J_0(kr) \ iJ_1(kr)\cos\theta \ iJ_1(kr)\sin\theta \cdots i^M J_M(kr)\cos M\theta \ i^M J_M(kr)\sin M\theta \right) \end{aligned}$$

である。このとき、

$$\hat{\mathbf{C}} \triangleq (\hat{\mathbf{c}}_1 \cdots \hat{\mathbf{c}}_N)^T = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 \cdots \cos M\theta_1 \sin M\theta_1 \\ 1 \cos \theta_2 \sin \theta_2 \cdots \cos M\theta_2 \sin M\theta_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \vdots \\ 1 \cos \theta_N \sin \theta_N \cdots \cos M\theta_N \sin M\theta_N \end{pmatrix}$$

とすると、式 (55) は、

$$\tilde{p}(r, \theta) = \mathbf{a}^T \hat{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{h}} \quad (56)$$

と表される。一方、上式のベクトル $\hat{\mathbf{h}}$ を用いると、到来した音波の音圧の M 次までのベッセル関数近似は、

$$p(r, \theta) = Q_\psi \hat{c}^T \hat{h} \quad (57)$$

で表される。ここに、

$$\hat{c}^T = \sqrt{2} (1 \cos \psi \sin \psi \cdots \cos M\psi \sin M\psi)$$

である。よって、 N が奇数の場合と同様に、

$$a^T \hat{C} = Q_\psi \hat{c}^T \quad (58)$$

が成り立てば、到来する音波の音圧を、スピーカによって合成できる。

ところで、付録の補題1より、

$$\hat{C} \hat{C}^T = 2 \begin{pmatrix} 1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 \cdots \cos M\theta_1 \sin M\theta_1 \\ 1 \cos \theta_2 \sin \theta_2 \cdots \cos M\theta_2 \sin M\theta_2 \\ \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \\ 1 \cos \theta_N \sin \theta_N \cdots \cos M\theta_N \sin M\theta_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \cos \theta_1 & \cos \theta_2 & \cdots & \cos \theta_N \\ \sin \theta_1 & \sin \theta_2 & \cdots & \sin \theta_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos M\theta_1 & \cos M\theta_2 & \cdots & \cos M\theta_N \\ \sin M\theta_1 & \sin M\theta_2 & \cdots & \sin M\theta_N \end{pmatrix} \quad (59)$$

$$= 2 \begin{pmatrix} M+1 & \sum_{l=0}^M \cos \{l(\theta_1 - \theta_2)\} & \cdots & \sum_{l=0}^M \cos \{l(\theta_1 - \theta_N)\} \\ \sum_{l=0}^M \cos \{l(\theta_1 - \theta_2)\} & M+1 & \cdots & \sum_{l=0}^M \cos \{l(\theta_2 - \theta_N)\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{l=0}^M \cos \{l(\theta_1 - \theta_N)\} & \sum_{l=0}^M \cos \{l(\theta_2 - \theta_N)\} & \cdots & M+1 \end{pmatrix}$$

$$= 2NI$$

が成り立つ。したがって、式(54)の導出と同様に、

$$a = \frac{1}{2N} Q_\psi \hat{C} \hat{c} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} Q_\psi + \sum_{m=1}^M Q_\psi \cos m\psi \cos m\theta_1 + \sum_{m=1}^M Q_\psi \sin m\psi \sin m\theta_1 \\ \vdots \\ Q_\psi + \sum_{m=1}^M Q_\psi \cos m\psi \cos m\theta_N + \sum_{m=1}^M Q_\psi \sin m\psi \sin m\theta_N \end{pmatrix} \quad (60)$$

を得る。

3.3.2 三次元アンビソニックス

三次元アンビソニックスは、二次元の場合のベッセル関数の代わりに、球面調和関数を用いて、音の到来方向を表現する方式である^{(7), (10)}。その一例として、三次元收音再生のためのアンビソニックス B フォーマットを、図18に示した。図18において、Wは全指向性マイクロホンX、Y、Zは両指向性マイクロホンである。図18のマイクロホンによって、三次元の一次アンビソニックスのための音の観測ができる。この原理を以下に示す。

任意の方向 (ψ, ϕ) から平面波が到来する場合を考える。ここに、 ψ は到来方向の方位角、 ϕ は到来方向の仰角であり、図6の極座標系を用いている。また、この方向を、単位球上の点の座標によって

$$\hat{y} = (\cos \psi \cos \phi \quad \sin \psi \cos \phi \quad \sin \phi)^T$$

でも表現する。以下、ベクトル y と同方向の単位ベクトルを $\hat{y}$ と記す。

受音点 $r = (r, \theta, \varphi)$ を、直交座標にて

$$r = (r \cos \theta \cos \varphi \quad r \sin \theta \cos \varphi \quad r \sin \theta \sin \varphi)^T$$

と表した場合、 r での音圧は、

$$p(r, k) = Q_{\hat{y}} e^{ikr(\hat{y}^T \hat{r})} \quad (61)$$

で与えられる。ここに、 k は波長定数である。式(61)は、球面調和関数を用いて、

$$p(r, k) = 4\pi Q_{\hat{y}} \sum_{n=0}^{\infty} i^n j_n(kr) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta, \varphi) \overline{Y_n^m(\psi, \phi)} \quad (62)$$

と展開できる⁽¹⁶⁾。式(62)において、 $j_n(z)$ は、第1種球ベッセル関数であり、式(42)のベッセル関数 $J_n(z)$ によって、

$$j_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{n+\frac{1}{2}}(z)$$

と表される。また、

$$Y_n^m(\theta, \varphi) \triangleq \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi(n+m)!}} P_n^m(\sin \theta) e^{im\varphi} \quad (63)$$

は球面調和関数であり、 $\bar{Y}$ は、 Y の複素共役を表す。式(63)において、 $P_n^m(x)$ は、第1種ルジャンドル陪関数であり、

$$P_n^m(x) = \frac{(2n)!}{(n-m)!} \frac{(1-x^2)^{m/2}}{2^n n!} \left\{ x^{n-m} \frac{(n-m)(n-m-1)}{2(2n-1)} x^{n-m-2} + \frac{(n-m)(n-m-1)(n-m-2)(n-m-3)}{2 \cdot 4(2n-1)(2n-3)} x^{n-m-4} \cdots \right\} \quad (64)$$

で表される⁽²⁵⁾。ただし、式(64)の $\{\}$ 内は、 x のべき乗の係数が0になる項で打ち切られるものである。球面調和関数⁽⁶³⁾は、正規直交関数となっている。すなわち、式

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Y_n^m(\theta, \varphi) \overline{Y_p^q(\theta, \varphi)} \cos \varphi d\varphi = \delta_{np} \delta_{mq} \quad (65)$$

が成り立つ。ここに、 δ_{np} は、

$$\delta_{np} = \begin{cases} 1; & n=p, \\ 0; & n \neq p \end{cases}$$

で表される関数である。

原点を中心とした半径 σ の球面上にスピーカを N 個配置し、これらのスピーカによって、受音点 r における音圧を合成する問題を考える。この際、受音点は、球の内部に含まれるものとする。すなわち、 $r < \sigma$ とする。いま、 l 番目のスピーカ方向を (θ_l, φ_l) 、そのスピーカ入力を $a_l(k)$ とし、スピーカからの音波も平面波で近似すると、 l 番目のスピーカによ

る受音点の音圧は、

$$4\pi a_l(k) \sum_{n=0}^{\infty} i^n j_n(kr) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta, \varphi) \overline{Y_n^m(\theta_l, \varphi_l)}$$

となるから、 N 個のスピーカによる合成音圧は、

$$\begin{aligned} \tilde{p}(\mathbf{r}, k) &= 4\pi \sum_{l=0}^N a_l(k) \sum_{n=0}^{\infty} i^n j_n(kr) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta, \varphi) \overline{Y_n^m(\theta_l, \varphi_l)} \\ &= 4\pi \sum_{n=0}^{\infty} i^n j_n(kr) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta, \varphi) \sum_{l=0}^N a_l(k) \overline{Y_n^m(\theta_l, \varphi_l)} \end{aligned} \quad (66)$$

で表される。このとき、受音点 $\mathbf{r}$ において、観測された音圧と、スピーカによる合成音圧とが一致する条件は、

$$p(\mathbf{r}, k) = \tilde{p}(\mathbf{r}, k) \quad (67)$$

で与えられる。

式(67)を与えるスピーカ入力信号 $a_l(k)$, $l=1, \dots, N$ を求めるため、式(67)に、式(62)と(66)を代入すると、

$$Q_y \sum_{n=0}^{\infty} i^n j_n(kr) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta, \varphi) \overline{Y_n^m(\psi, \phi)} = \sum_{n=0}^{\infty} i^n j_n(kr) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta, \varphi) \sum_{l=0}^N a_l(k) \overline{Y_n^m(\theta_l, \varphi_l)} \quad (68)$$

を得る。式(68)の両辺に $\overline{Y_p^q(\theta, \varphi)}$ を乗じて、単位球上で積分すると、式(65)より、

$$Q_y \overline{Y_p^q(\psi, \phi)} = \sum_{l=0}^N a_l(k) \overline{Y_p^q(\theta_l, \varphi_l)}$$

が得られる。したがって、 p, q を新たに n, m と書き直して、式(63)を用いると、上式は

$$Q_y P_n^m(\sin\phi) e^{-im\psi} = \sum_{l=0}^N a_l(k) P_n^m(\sin\varphi_l) e^{-im\theta_l}, \quad n=0, \dots, \infty, -n \leq m \leq n \quad (69)$$

と変形できる。二次元アンビソニックスの場合と同様に、次数を M までに制限して近似すると、式(69)から、三次元アンビソニックスの基本式

$$Q_y P_n^m(\sin\phi) e^{-im\psi} = \sum_{l=0}^N a_l(k) P_n^m(\sin\varphi_l) e^{-im\theta_l}, \quad n=0, \dots, M, -n \leq m \leq n \quad (70)$$

を得る。

以下で、三次元一次アンビソニックスの例を示す。 $n=0$ 及び $n=1$ の場合について、式(64)を計算すると、

$$\begin{aligned} P_0^0(x) &= 1, \\ P_1^{-1}(x) &= -\frac{(1-x^2)^{1/2}}{2}, \\ P_1^0(x) &= x, \\ P_1^1(x) &= (1-x^2)^{1/2} \end{aligned}$$

が得られる。よって、一次アンビソニックスの場合、式(70)は

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^N a_l(k) &= Q_y & (n=0, m=0) \\ \sum_{l=0}^N e^{i\theta_l} \cos\varphi_l a_l(k) &= Q_y e^{i\psi} \cos\phi & (n=1, m=-1) \\ \sum_{l=0}^N \sin\varphi_l a_l(k) &= Q_y \sin\phi & (n=1, m=0) \\ \sum_{l=0}^N e^{-i\theta_l} \cos\varphi_l a_l(k) &= Q_y e^{-i\psi} \cos\phi & (n=1, m=1) \end{aligned} \quad (71)$$

となる。ところで、式(71)の第2式と第4式より、新たな式

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^N \cos\theta_l \cos\varphi_l a_l(k) &= Q_y \cos\psi \cos\phi \\ \sum_{l=0}^N \sin\theta_l \cos\varphi_l a_l(k) &= Q_y \sin\psi \cos\phi \end{aligned} \quad (72)$$

が得られる。よって、式(71)と(72)より、三次元一次アンビソニックスの基本式

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^N a_l(k) &= Q_y \\ \sum_{l=0}^N \cos\theta_l \cos\varphi_l a_l(k) &= Q_y \cos\psi \cos\phi \\ \sum_{l=0}^N \sin\theta_l \cos\varphi_l a_l(k) &= Q_y \sin\psi \cos\phi \\ \sum_{l=0}^N \sin\varphi_l a_l(k) &= Q_y \sin\phi \end{aligned} \quad (73)$$

を得る。式(73)の四つの式の右辺は、それぞれ、アンビソニックスBフォーマットのW, X, Y, Zマイクロホンで観測される信号である。式(73)の第1式は、観測された音圧を、 N 個のスピーカで合成するための関係式である。一方、式(73)の第2式から第4式は、それぞれ、粒子速度の x 成分、 y 成分、 z 成分を、 N 個のスピーカで合成するための関係式となっている。

4. おわりに

音の超臨場感再生技術の大きな二つの流れである、心理音響モデルによる方式と、物理音響モデルによる方式について、その基本技術を解説した。心理音響モデルに基づくマルチチャンネル音響は、三次元音響に拡張する際に、三次元振幅パンニングを必要としたが、この際に、物理音響モデルを導入した。一方、物理音響モデルに基づくWFSでは、有限長のラインアレーを利用することが一般的となっているが、その根拠として、心理音響的な評価結果を採用している。また、式(73)に示した三次元一次アンビソニックス基本式の第2式から第4式は、スピーカ数が3の場合、式(8)に示した三次元振幅パンニングの式と一致する。今後は、心理音響モデルと物理音響モデルの一層の融合により、堅固な物理音響モデルに立脚しながら、高い心理評価をもたらす方式の実現が期待される。

(平成21年12月21日受付 平成22年1月26日最終受付)

- (1) ITU-R Rec. BS.775-2, "Multi-channel stereophonic sound system with or without accompanying picture," ITU, 2006.
- (2) K. Hamasaki, T. Nishiguchi, R. Okumura, Y. Nakayama, and A. Ando, "A 22.2 multichannel sound system for ultrahigh-definition TV," SMPTE Motion Imaging J., April (2008).
- (3) F. Rumsey, Spatial Audio, Focal Press 2001.
- (4) A. J. Berkout, D. de Vries, and P. Vogel, "Acoustic control by wave field synthesis," J. Acoust. Soc. Am., vol.93, no.5, pp.2764-2778, 1993.
- (5) 伊勢史郎, "キルヒホッフ-ヘルムホルツ積分方程式と逆システム理論に基づく音場制御の原理," 音響誌 vol.53, no.9, pp.706-713, 1997.
- (6) T. Takane, Y. Suzuki, and T. Sone, "A new method for global sound field reproduction based on kirchhoff's integral equation," Acustica, vol.85, pp.250-257, 1999.
- (7) M. A. Gerzon, "Periphony: With- height sound reproduction," J. Audio Eng. Soc., vol.21, no.1, pp.2-10, 1973.
- (8) J. S. Bamford, "An analysis of ambisonic sound systems of first and second order," M.S. thesis, Univ. Waterloo, Waterloo, ON, Canada 1995.
- (9) R. Nicol and M. Emerit, "3D-sound reproduction over an extensive listening area: a hybrid method derived from holophony and ambisonic," Proc. AES 16th International Conference on Spatial Sound Reproduction, 1999.
- (10) D. B. Ward and T. D. Abhayapala, "Reproduction of a plane-wave sound field using an array of loudspeakers," IEEE Trans. Speech and Audio Proc., vol.9, no.6, pp.697-707, 2001.
- (11) 平原達也, 大谷 真, 戸嶋巖樹, "頭部伝達関数の計測とバイノーラル再生にかかわる諸問題," 信学 FR 誌, vol.2, no.4, pp.68-85, April 2008.
- (12) H.A.M.Clark, G.F.Dutton, and P.B.Vanderlyn, "The 'stereophonic' recording and reproduction system," J. Audio Eng. Soc., vol.6, no.2, pp.102-117, 1958.
- (13) B. Bernfeld, "Attempts for better understanding of the directional stereophonic listening mechanism," Proc. 44th Audio Eng. Soc. Convention, Feb. 1973.
- (14) V. Pulkki, "Virtual sound source positioning using vector base amplitude panning," J. Audio Eng. Soc., vol.45, no.6, pp.456-466, 1997.
- (15) A. Ando and K. Hamasaki, "Sound intensity based three-dimensional panning," Proc. AES 126th Convention, Paper no.7675, 2009.
- (16) E. G. ウィリアムズ, フーリエ音響学, 吉川 茂, 西條猷児 (訳), シュプリンガーフェアラーク東京, 2005.
- (17) M. Camras, "Approach to recreating a sound field," J. Acoust. Soc. Am., vol.43, no.6, pp.1425-1431, 1968.
- (18) 岩堀長慶, ベクトル解析, 裳華房, 東京, 1960.
- (19) A.D.Pierce, "Acoustics, An Introduction to Its Physical Principles and Applications," the Acoustical Society of America, 1989.
- (20) M.Born and E.Wolf, Principles of optics, 7th ed. Cambridge University Press, 1999.
- (21) D. de Vries, "Wave field synthesis: history, state-of-the-art and future," Proc. 2nd International Symposium on Universal Comm., pp.31-35, 2008.
- (22) D. H. Cooper, et. al., "Discrete-matrix multichannel stereo," J. Audio Eng. Soc., vol.20, no.5, pp.346-360, (1972).
- (23) M. A. Gerzon, "Ambisonics. part two: studio techniques," studio sound, vol. 17, pp 24-26, 28, 40, Aug. 1975.
- (24) M. A. Gerzon, "Hierarchical system of surround sound transmission for HDTV," Proc. AES 92nd Convention, 1992.
- (25) 寺沢寛一, 自然科学者のための数学概論 増補版, 岩波書店, 東京, 1983.

補題1

K を0以外の整数, M を自然数とすると, 式

$$1 + \sum_{l=1}^M \cos\left(\frac{2Kl}{M+1}\pi\right) = 0$$

が成り立つ.

(証明)

式

$$\sum_{l=0}^M e^{i\frac{2Kl}{M+1}\pi} = 1 + e^{i\frac{2K}{M+1}\pi} + \dots + (e^{i\frac{2K}{M+1}\pi})^M = \frac{1 - (e^{i\frac{2K}{M+1}\pi})^{M+1}}{1 - e^{i\frac{2K}{M+1}\pi}} = 0$$

より,

$$1 + \sum_{l=1}^M e^{i\frac{2Kl}{M+1}\pi} = 0$$

を得る. この式の実部を取れば, 補題1が得られる.

補題2

K を0以外の整数, M を自然数とすると,

$$\frac{1}{2} + \sum_{l=1}^M \cos\left(\frac{2Kl}{2M+1}\pi\right) = 0$$

が成り立つ.

(証明)

式

$$\sum_{l=0}^{2M} e^{i\frac{2Kl}{2M+1}\pi} = 1 + e^{i\frac{2K}{2M+1}\pi} + \dots + (e^{i\frac{2K}{2M+1}\pi})^{2M} = \frac{1 - (e^{i\frac{2K}{2M+1}\pi})^{2M+1}}{1 - e^{i\frac{2K}{2M+1}\pi}} = 0$$

が成り立つ. 一方,

$$\sum_{l=M+1}^{2M} e^{i\frac{2Kl}{2M+1}\pi} = \sum_{v=M}^1 e^{i\frac{2K}{2M+1}(2M+1-v)\pi} = \sum_{v=1}^M e^{i2K\pi} e^{-i\frac{2Kv}{2M+1}\pi} = \sum_{v=1}^M e^{-i\frac{2Kv}{2M+1}\pi}$$

を得る ($v \triangleq 2M+1-l$ と置いた). したがって,

$$\sum_{l=0}^{2M} e^{i\frac{2Kl}{2M+1}\pi} = 1 + \sum_{l=1}^M e^{i\frac{2Kl}{2M+1}\pi} + \sum_{l=1}^M e^{-i\frac{2Kl}{2M+1}\pi} = 1 + 2 \sum_{l=1}^M \cos\left(\frac{2Kl}{2M+1}\pi\right) = 0$$

が成り立ち, これより, 補題2を得る.

安藤 彰男 (正員: シニア会員)

昭55九州芸工大大学院修士課程了. 同年NHK入局. 昭58から同放送技術研究所勤務. パターン識別, 音声認識, 電気音響変換, 空間音響再生, 音響認知科学などの研究に従事. 本会論文賞のほか, 日本音響学会技術開発賞, 情報処理学会業績賞, 映像情報メディア学会業績賞など各受賞. 著書「リアルタイム音声認識」(本会編)など. IEEE, AES, 日本音響学会, 映像情報メディア学会各会員. 工博.