円柱状組物における繊維束配向の過渡的变化予測モデル

京都工芸繊維大学工芸科学研究科 西本博之・仲井朝美
JAXA/ISAS 大谷章夫

Prediction Method for Temporal Change in Fiber Bundle Orientation on Cylindrical Braided Preforms

Hiroyuki Nishimoto^{*1}, Akio Ohtani^{*2}, and Asami Nakai^{*1}

^{*1} Faculty of Textile, Kyoto Institute of Technology, Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto 606-8585, Japan

^{*2} JAXA/ISAS, 3-1-1 Yoshinodai Chuo-ku Sagami-hara Kanagawa, Japan

Abstract : An advantage of braided composites is that the fiber bundle orientation angle, called the “braiding angle,” can be changed, because the braiding angle affects the mechanical properties. Control of the angle is an important means of adjusting the stiffness distribution as required. However, when the braiding angle is changing from an initial braiding angle to a targeted braiding angle designated by the longitudinal velocity of the mandrel, some delay occurs before the actual braiding angle reaches the targeted braiding angle. The delay is caused by movement of “creating point” which is defined as a fell-down point with the braiding yarn on the mandrel. After the creating point reaches the targeted point, the braiding angle will be constant. In order to obtain the temporal change in braiding angle under unsteady-state conditions, this paper presents a step response model in braiding angle on a cylindrical braided fabric. The mechanism in the temporal change is simple. Velocity of the creating point is in proportion to distance between the current creating point and the steady-state creating point designated as the targeted angle. The solution can be described by a time constant, because the motion equation is the first-order of differential equation which is derived from geometrical position of a braiding yarn. Furthermore, the method is verified with the experimental data. As a consequence, the model has proved effective for predicting fiber orientation on a cylindrical braided preform under unsteady-state conditions.

(Received 2 December, 2010 ; Accepted 5 October, 2011)

1. 緒 言

繊維、特に連続繊維を基材としたFRPの特徴は、強化形態である繊維の配向状態を製品の要求性能に合わせて最適化できることである。Fig. 1に丸打組物の基本的な構造を模式図として示す。丸打組物^[1]では繊維束はらせん状にそれぞれ左右回転しながら互いに交差して組物を形成する。このため、作製できる組物は円筒の芯となるマンドレルを設置した場合三次元的な中空円筒形状となる。組物は、繊維束が他の繊維束と交差しながら製品の長手方向に対して斜めに配向する。この長手方向に対する繊維束の配向角度は、組角度(braiding angle)と定義される。強化形態にテキスタイルを用いた複合材料、いわゆるテキスタイルコンポジットのプリフォーム作製技術の一つとして組物技術(braiding technique)が優れている点は、繊維束の切断部や継目のないシームレス構造を実現でき、力学的特性に優れた構造物の作製が可能なことである。

組物技術は、機械化・自動化^[2-4]が進められ、組物複合

材料の力学的特性を決定する組角度を自由に設定できることから、FRPの形状を変えずに先端部と末端部の剛性を変えたい場合等に、繊維束の配向状態を製品の要求性能に合わせて最適化するテーラーメイドの手法を活用できる特徴がある。具体的には、組角度を小さく設計すれば、曲げ弾性率は高くなる。こうした特徴を活かすには、組物の繊維束配向^[5-7]の予測が重要となる。

本研究で使用した丸打組機は、ボビンを保持したスピンドルが移動する機構と、組まれた製品を引き取る機構から構成される。スピンドルの軌道は、組物を引き取る方向に対して垂直の平面に位置し、時計回りおよび反時計回りの2経路存在する。その2経路はFig. 2に示す外側の円で、図では簡略化されているが、実際には互いに逆方向に蛇行しながら交差しているため、組糸が互いに絡み合い、斜め方向に配向しながら織り構造を組織し、組物が形成される。丸打組物は筒状の組物であるため、マンドレルと呼ばれる芯棒を組物作製時に挿入することにより、マンドレルの断面形状に沿うように組物が作製さ

れる。この状態で、樹脂を含浸させて組物複合材料を成形し、マンドレルを抜去することにより、マンドレルの形状に沿った中空構造物の作製が可能となる。このときの組角度は、理論的には、マンドレルの断面形状、マンドレルの移動速度、およびスピンドルの移動速度の相対関係により決定される。スピンドルと作製される組物との間に位置するガイドリングと呼ばれる輪は、スピンドルから供給された数多くの組糸を、その内径側を経て収束させ、安定的に組物を作製するために用いられる。

以上の組物作製機構および真円断面を有するマンドレルを幾何学的に示した模式図を Fig. 2 に示す。すべての組糸はガイドリングを経てマンドレル上に組織されるため、本機構を幾何学的に考慮する上で、ガイドリングを組成円 (creating circle) と定義し、組糸がマンドレルに最初に接触するポイントを組成点 (creating point) と定義した。

この図に示すように、マンドレルの断面形状が円形で、マンドレルの中軸と組成円の中心が一致している場合、組角度 θ は、マンドレルの半径 r 、移動速度 v 、およびスピンドルの角速度 ω の比を用いて次式で表される。

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{r\omega}{v} \right) \quad (1)$$

しかし、Fig. 3 に示すように、例えば組角度が 45° から 30° に変化するように、マンドレルの移動速度を瞬時 (ステップ状) に設定変更した場合 (Fig. 3 (a))、実際の組角度が設定値に達するまでには時間的な遅れが生じる。経過時間に合わせて、設定変更後の組角度に徐々に収束する (Fig. 3 (b))。このように組物作製開始時や設定変更直後において、組角度が設定値に達するまでの間、いわゆる過渡状態における組角度の変化は数式化されておらず、予測不能であった。このため、力学的特性の要求に合わせて、繊維束の配向状態を最適化できるという組物の優位性が活かされない状況にあった。そこで本研究では、この組角度の過渡的变化を予測するモデルを開発し、実際の組角度との比較検討を行った。

2. 円柱状組物における組角度の過渡的变化予測モデル^[9]

Fig. 4 に示すように、マンドレル移動速度を v_{in} から v_{out}

Fig. 1 Tubular Braid

にステップ状に変化させた場合における組角度の θ_m から θ_{out} への過渡的变化 (組角度のステップ応答特性) について考察する。

2.1 モデルの前提条件

本研究では、過渡的变化時の組角度の予測に焦点をあてるため、その他の条件は可能な限り単純化したモデルを考える。マンドレルの形状は円柱で、その中軸が組成円の中心と一致する配置で、スピンドル (ポビン) から供給される組糸に働く張力は、組糸に弛みが生じない程度で、力の大きさも一定と仮定する。

Fig. 2 Braiding mechanism in a simple model.

Fig. 3 Temporal change in braiding angle designated by mandrel velocity change.

Fig. 4 Braiding angle controlled by longitudinal velocity of mandrel.

また、本モデルでは全ての組成点が同じ方向へ様に移動し、Fig. 5 に示す収束領域(convergence area)^[6,7]における繊維束間には摩擦が無視できる程度の隙間があり、組系には弾性率の高い炭素繊維を使用するため、繊維束の伸縮も無視できると仮定する。

逆に、マンドレルの中軸が組成円の中心から外れている場合には、隣り合う繊維束間で大きな摩擦が生じ、収束領域の形状が組成点の挙動に大きく影響をする。このように繊維束間の摩擦が無視できない場合、予測値は実際の組角度から乖離する。これが本モデルの適用限界となる。

Fig. 5 Convergence area.

2.2 組成円と組糸の接点を原点とする座標系

円柱マンドレル上では、組角度を使って数式化するよりも、組成点の変位を変数に用いる方が、予測式が単純になることが知られている^[6,7]。したがって、本研究においても、Fig. 6 に示すとおり、組成円から組成点までの距離を z と定義する。すると、この距離 z は Fig. 2 に示した組成円の半径 R 、円柱マンドレルの半径 r 、組角度 θ を用いて次式で表される。

$$z = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{\tan \theta} \quad (2)$$

これを組角度 θ で表すと、次式となる。

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{z} \right) \quad (3)$$

さらに、組成点の変位を解明するには、着目した任意の組糸が固定される座標系が好ましいため、組糸と組成円との接点を原点とする座標系を設定する。実際には、スピンドルの回転に合わせて接点も移動するが、本座標系においては、この接点が原点となるため、相対的にマンドレルが回転しながら、 z 軸方向(組成円に対して垂直方向)に移動していると見なされる。円柱マンドレル上の組角度が不変の場合、本座標系では、組成点は不動点と

して観察される。

本座標系を用いて、マンドレルの移動速度を v_{in} から v_{out} に変化させて、組角度を 45° から 60° に変化させた場合の過渡応答を示した模式図を Fig. 6 に示す。この図に示すように、実際の組角度が変化するには、組成点も A_{in} (z 座標: z_{in}) から A_{out} (z 座標: z_{out}) に移動する必要がある。この組成点の移動に時間が必要となるため、Fig. 3(b) に示した組角度の変化の遅れが発生する。したがって、このステップ応答時の組角度の過渡的变化を解明するには、組成点の変位に着目し、その運動方程式を導出すれば良いことがわかる。

Fig. 6 Movement of a creating point under unsteady-state condition.

2.3 組角度を形成する組成点の軌跡

式(1)と式(3)はいずれも組角度の予測式であるが、式(3)には式(1)と大きく異なる点がある。組角度は、マンドレル上に張り付いた組糸が形成する配向角度であるが、視点を変えると、マンドレル上に描かれる組成点の軌跡が形成する配向角度と言い換えることが可能である。したがって、式(1)は、組成点が速度 v と速度 $r\omega$ の合成ベクトルの方向に移動し、その際マンドレル上に描かれる軌跡が組角度を形成すると解釈できる。しかし、式(1)には過渡的变化を発生させるための速度成分が含まれておらず、過渡状態における組角度予測式には適用できないことがわかる。すなわち、式(1)は、組成点不動状態における組角度の予測に適用が限定される。

これに対し、式(3)には組成点の変位を表す変数 z が含まれるため、組成点が移動している状態での組角度予測式として活用可能である。したがって、本研究では式(3)を基本式として、組角度の過渡的变化および組成点の運動方程式を解明する。

2.4 ステップ応答時の組成点の運動方程式

組成点の運動方程式は、Fig. 7 に示すように、最初にマンドレルの断面形状が、半径 r の円に内接する正多角形であると想定し、その角数を無限大にすることで、円形の場合における組成点の運動方程式を導出する。

Fig. 8 は、Fig. 7 の角柱マンドレルの一側面のみを図式

化したもので、マンドレルの移動速度を v_{in} から v_{out} にステップ状に変化させた時の組成点の変位を示す。 $\overline{PQ}$ および $\overline{MB}_{in}$ は平行で、マンドレル断面の正 n 角形の一边の長さと同じ線分である。

組角の初期値 θ_{in} と、過渡的变化終了時の目標値 θ_{out} は、スピンドルの角速度を ω_0 の一定値として、マンドレルの移動速度のみを v_{in} から v_{out} に変化させるため、各々、下記の式(4)と式(5)で表される。

$$\angle OA_{in}P = \theta_{in} = \tan^{-1}\left(\frac{r\omega_0}{v_{in}}\right) \quad (4)$$

$$\angle OA_{out}P = \theta_{out} = \tan^{-1}\left(\frac{r\omega_0}{v_{out}}\right) \quad (5)$$

この角度差により、組成点は z_{in} から z_{out} に移動する。

ここで、スピンドルが $360/n$ 度回転する時間(組糸が正 n 角形断面のマンドレルの一边に巻きつく時間)を Δt と定義すると、本座標系においては、マンドレルが回転していると見なされるため、原点 O から見た組成点 A_i は、 Δt 後にまで変位することになる。このとき、組成点は速度 v_{out} と速度 $r\omega_0$ の合成ベクトルの方向に移動するため、過渡的变化終了時の目標値 θ_{out} の方向と一致する。したがって、 $\angle OA_{out}P = \angle B_{i+1}A_iM$ である。組成点が B_{i+1} に達したとき、組糸 OB_{i+1} は、マンドレルの辺 PM に接触するため、この接点が次の組成点 A_{i+1} となり、組角度は $\angle B_{i+1}A_{i+1}M$ となる。

この組成点の移動は、 Δt 時間ごとに繰り返され、最終的に、組角度が目標値 θ_{out} に収束するまで繰り返される。組角度が目標値 θ_{out} に達すると、組角度および組成点の変化は止まる。逆に少しでも差が生じると、組角度は目標値 θ_{out} との差が小さくなるように変化する。したがって、この時の組成点の位置は、組成点が安定する位置と言える。

ここで、Fig. 8 の三角形 $OA_{i+1}A_{out}$ と三角形 $B_{i+1}A_{i+1}A_i$ は相似形であることより、次式が成立する。

$$A_iA_{i+1} : B_{i+1}A_{i+1} = A_{out}A_{i+1} : OA_{i+1} \quad (6)$$

組成円から組成点 A_i までの距離 $\overline{PA_i} = z_i$ 、組成円から組成点 A_{i+1} までの距離 $\overline{PA_{i+1}} = z_{i+1}$ なので、組成点の変位は次式で表される。

$$\overline{A_iA_{i+1}} = z_{i+1} - z_i = \Delta z \quad (7)$$

また、 Δt が小さいため、 $\overline{PQ} = \overline{MB}_{in} = r\omega_0\Delta t$ と仮定すると次式が成立する。

$$\overline{B_iA_i} = \frac{r\omega_0\Delta t}{\sin \theta_i} \quad (8)$$

同様に、 $\overline{OP} = \sqrt{R^2 - r^2}$ と仮定すると次式が成立する。

$$\overline{A_{out}A_i} = z_i - z_{out} = z_i - \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{\tan \theta_{out}} \quad (9)$$

$$\overline{OA_i} = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{\sin \theta_i} \quad (10)$$

したがって、式(7)から式(10)を用いて式(6)を整理すると、次式が成立する。

$$\frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{r \cdot \omega_0} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta t} + z_i = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{\tan \theta_{out}} \quad (11)$$

Fig. 7 Braiding angle controlled by longitudinal velocity of mandrel.

Fig. 8 Braiding angle on a lateral of regular prism.

式(15)は、正多角柱マンドレル上の組成点の運動方程式である。この運動方程式は、組糸が正多角柱マンドレルに接触する瞬間から Δt ごとの組成点の位置を表す差分方程式である。この正多角形の角数を無限大にすることで、円柱マンドレル上の組成点の運動方程式が導出される。したがって、式(11)の $\Delta t \rightarrow 0$ にして、式(11)の差分方程式を次式のとおりに微分方程式に変形する。

$$\frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{r \cdot \omega_0} \cdot \frac{dz}{dt} + z = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{\tan \theta_{out}} \quad (12)$$

式(12)の右辺は、組角度 θ_{out} の場合の組成円から組成点までの距離なので、右辺を次式のとおりに z_{out} と定義し、

$$z_{out} = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{\tan \theta_{out}} \quad (13)$$

$\frac{dz}{dt}$ の比例定数をTとすると、式(12)は次式となる。

$$-T \cdot \frac{dz}{dt} = z - z_{out} \quad (14)$$

ただし、

$$T = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{r \cdot \omega_0} = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{\tan \theta_{out}} \frac{1}{v_{out}} \quad (15)$$

式(14)は、円柱マンドレル上の組成点の運動方程式であり、現在の組成点と目標とする位置の距離の差に、組成点の移動速度が比例すること、言い換えると、式(13)が示す組成点が安定する位置に近づくにしたがい、組成点の移動速度は遅くなることを示す。この微分方程式の解は自然対数を底とする指数関数となり、比例定数Tは、組成点が設定値に達するまでの応答時間の長短を示すパラメータとして、時定数と呼ばれる。この時定数Tが大きい場合、応答時間は長くなり、応答特性は悪くなる。逆に時定数Tが小さい場合、応答時間は短く、応答特性は良くなる。これは、組成円の半径Rが大きいほど、組成点の移動距離が長くなること、言い換えると、組角度が設定値に達するまでの時間が長くなることを意味する。

この微分方程式の解は次式で表される。

$$z(t) = (z_{out} - z_{in}) \left(1 - e^{-t/T} \right) + z_{in} \quad (16)$$

ただし、

$$z_{in} = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{\tan \theta_{in}} \quad (17)$$

ここで式(16)を式(3)に代入すると、組角度のステップ応答時の予測式が求まる。

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{\tan \theta_{out}} - \frac{1}{\tan \theta_{in}} \right) \left(1 - e^{-t/T} \right) + \frac{1}{\tan \theta_{in}}} \right) \quad (18)$$

3. 検証実験

3.1 実験方法

円柱状組物の組角度のステップ応答特性を示す理論式(18)を検証するため、丸打組機に24個のスピンドルを設置し、組糸に炭素繊維束(東邦テナックス(株)製 Tenax UT500-12k(フィラメント数=12000本、フィラメント径=6.9mm、テックス数=800tex))を使用し、1繊維束当りの張力は約10Nに設定し、マンドレル($r=10\text{mm}$)上に組物を作製した。組角度は、繊維束の配向をテープにて固定した後、組物

をマンドレルから切り離し、平面上に展開した状態で撮影した画像上で測定を実施した。

ステップ応答開始時からの経過時間は、Fig. 3(c)の組物の左端からの距離(z軸方向の距離)をマンドレルの移動速度で除した値とした。

3.2 実験結果

Fig. 9からFig. 12に、組成円の半径Rが異なる場合の実験結果を示す。縦軸は組角度、横軸はマンドレルの移動速度(組角度の設定値)を変化させた時刻からの経過時間を表す。Fig. 9およびFig. 10は組成円の半径R=38.0mmの場合の実験結果で、Fig. 11およびFig. 12は組成円の半径R=68.0mmの場合の実験結果を示す。Fig. 9およびFig. 11はマンドレル移動速度を加速させ、目標とする組角度を減少させた場合のステップ応答特性で、Fig. 10およびFig. 12はマンドレル移動速度を減速させ、目標とする組角度を増加させた場合のステップ応答特性を示す。スピンドルの角速度は0.176rad/secの一定値とし、マンドレル移動速度を3.20mm/sec, 1.83mm/sec, 1.07mm/secと変化させて、目標とする組角度を30°, 45°, 60°と変化させた。

式(15)に示す時定数Tは過渡的变化が収束するまでの時間を決めるパラメータで、時定数Tが、組成円の半径R、マンドレルの半径r、スピンドルの角速度 ω で構成されていることより、式(17)から導かれる推論として、式(15)の時定数Tが同じ場合、目標とする組角度に達するまでの時間は、組角度の大小に関係なく一定値となること、組成円の半径Rが小さいほど、目標とする組角度に達するまでの時間が短くなることが判るが、これらの点において、実験値は式(18)と一致している。

4. 結 言

円柱状組物の組角度は、マンドレルの移動速度とスピンドルの角速度の比によって決定される。例えば組角度が30°から45°になるように、マンドレルの移動速度を瞬時に変化させても、実際の組角度が設定値に達するまでには時間的な遅れが生じる。この遅れは、組成点(組糸がマンドレルに接触するポイント)の移動に起因する。

この設定値を入力値とし、実際の組成点の過渡的变化を出力値とする特性は、ステップ応答と呼ばれる。本研究では、この特性を解明するため、組成点の運動方程式を、断面形状が正多角形の角柱マンドレルを想定し、その角数を無限大にすることにより導出した。これにより、ステップ応答時の組成点の移動速度が、設定値との距離の差に比例することを示す一階微分方程式で表されることを明らかにした。この解はネイピア数を底とする指数関数で表され、その指数部は時定数と定義される。このモデルから導出される組角度の理論値が、実験値とも精度良く一致することを明らかにした。誤差が小さいことから、本モデルで想定しなかったパラメータは無視できると考える。具体的には、予測式に組糸の張力に関する

変数がないことから、張力の大小が組成点の変位に影響しないことが判る。また、Fig. 5 に示す収束領域における繊維束間の摩擦力や炭素繊維の弾性率も無視できると考える。これは、組成点のまわりで力が釣り合っていることを意味し、組成点は力以外の要因で移動していることが判る。

組成点のステップ応答モデルでは、この時定数 T のパラメータに、組成円の半径が含まれており、この半径が小さいほど、組角度が設定値に達するまでの移動距離が短くなり、時間的な遅れが小さくなることを理論的に解明した。言い換えると、組成円には、組角度を変更した際に、移動する組成点の移動量を減少させる役目も有する。すなわち、組成円の半径を可能な限り小さくすることで、過渡的変化の影響を小さくすることができ、設定値との乖離の小さい組物が作製できることが示唆された。

さらに、式(14)は、単なる組成点の過渡的変化時の予測式ではなく、繊維束間の摩擦の影響を排除した特殊な条件下における組成点の運動原理と捉えと、他の予測モデルの精度向上へ寄与する可能性のある理論式と考える。

Fig. 9 A decreasing step response in braiding angle ($R = 38.0$ mm, $r = 10.0$ mm).

Fig. 10 An increasing step response in braiding angle ($R = 38.0$ mm, $r = 10.0$ mm).

Fig. 11 A decreasing step response in braiding angle ($R = 68.0$ mm, $r = 10.0$ mm).

Fig. 12 An increasing step response in braiding angle ($R = 68.0$ mm, $r = 10.0$ mm).

文献

1. Tadashi Uozumi, Kumimono FRP in Japanese, Textile Machinery Society of Japan : Vol.52, No.7, pp.290-294 (1999).
2. Makiko Tada and Hiroyuki Hamada, Determining the Structure and Manufacturing Parameters of Coupled Square Braids, Society of Fiber Science and Technology : Vol. 58, No. 2, pp.40-45 (2002).
3. Makiko Tada, Asami Nakai and Hiroyuki Hamada, Design and Method of Rotary Braiding for Coupled Square Braids with Hollow Cross Sections, Society of Fiber Science and Technology : Vol. 59, No. 6, pp.230-234 (2003).
4. Zenichiro Maekawa, Hiroyuki Hamada, Tsuneo Horino, Atsushi Yokoyama and Yasuhiko Iwasaki, Mechanical Properties of FRP with Braided Structure Part1 : Lateral Compressional Behaviors of Tubes, Textile Machinery Society of Japan : Vol.41, No.1, pp.T1-T7 (1988).
5. Hiroyuki Hamada, Akihiro Fujita, Asami Nakai, Design Methodology for Braided Composite Tubes : 1st Report, Bending Properties, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. A : Vol.61, No.587, pp.1460-1466 (1995).
6. J.F.A. Kessels, R. Akkerman, Prediction of the yarn trajectories on complex braided preforms, Composites : Part A 33, pp.1073-1081 (2002).
7. G. W. Du, P. Popper, Analysis of circular braiding process for complex shapes. Journal of Textile Institute, 85, pp.316-337 (1994).
8. Hiroyuki Nishimoto, Akio Ohtani, Asami Nakai and Hiroyuki Hamada, Prediction Method for Temporal Change in Fiber Orientation on Cylindrical Braided Preforms, Textile Research Journal Volume 80 Issue 9, pp.814-821 (2010).