(昭和29年9月29日受理)

繊維物性論(III)繊維材料の物理的性質の測定法(誘電率の測定)

第1報 繊維の方向分布の影響についての注意

山形大學工學部 堀 越 源 一

THEORETICAL INVESTIGATION OF THE PHYSICAL PROPERTIES OF TEXTILE MATERIALS(III). (PART I) SOME REMARKS ON THE MEASUREMENT OF DIELECTRIC CONSTANT OF FIBEROUS MATERIALS.

By Genichi Horikoshi

Usually, to obtain the dielectric constant of materials, one must measure the capacity increment of condenser due to the insertion of materials between its plates. Especially, in the case of the assemblage of fibers, the increment of capacity is much dependent upon the distribution of fiber direction. In the present paper, the author marks this point, and calculates the capacity increment by approximation. Some of the results are as follows:

- 1) When each fiber is perpendicular to the plate, the rate of capacity increment $\Delta C/C_0$ becomes

$$\frac{\Delta C}{C_0} = (\epsilon - 1)\xi$$

- 2) When the fibers are parallel each other and to the plate, the rate of increment becomes

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} \xi$$

- 3) When the distribution functions are as follows:

- a) $f(\theta) = \sin \theta$ (where θ is the angle between the fiber and the normal of the plate), the rate of increment becomes

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \left[0.318(\epsilon - 1) + 0.682\left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}\right] \xi$$

- b) $f(\theta) = \text{constant}$ (i.e., the direction of fiber is completely at random), the rate of increment becomes

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \left[0.378(\epsilon - 1) + 0.622\left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}\right] \xi$$

Where ΔC is the capacity increment due to the insertion of materials, C_0 is the capacity of air filled condenser, ϵ is the dielectric constant of specimen, and ξ is the volume fraction of materials.

The experimental data, presented in this paper, show a very good agreement with the theory.

(Received 29, 9, 1954)

1. 緒 言

誘電率 ϵ の測定の際、一つの方法として資料を挟んだ際の condenser の容量変化を知る必要がある。若し資料が繊維集合体の様な場合、condenser の容量変化は、繊維の方向性及びその分布状態に依存しているので、繊維方向の分布函数を知ることなく ϵ を求めることはできない。この點は多くの人々により指摘されその計算が試みられているが、あまり近似の良いものはない様は思われる。本報告では、電気容量の變化率を近似的に計算し、一方同一物質で繊維方向の異つた

資料を用いて測定を行い、理論式と比較検討した。

2. 理論的計算

誘電率 ϵ の繊維よりなる資料を平行板 condenser の極板間に挟んだ時の容量は、その繊維の方向分布に大いに影響されることは既述の通りであるが、この精密な計算は、ごく少数の簡単な場合以外は一般にはできない。そこで以下二、三の場合を單純化して、近似計算を行うことにする。先ず計算に先立つて、繊維の形狀を半径 a の圓形斷面を有する棒状のものであるとして、近似を進めて見よう。

(1) 繊維が凡て極板に垂直な場合

このときの極板間の電場は常に極板に垂直であるから、簡単な計算により直ちに、資料を挟んだ場合の condenser 容量 C は

$$C = \frac{\epsilon S'}{4\pi d} + \frac{S-S'}{4\pi d} = \frac{1}{4\pi d} [S + (\epsilon-1)S'] \dots\dots(1)$$

但し ϵ = 繊維の誘電率, S = condenser の極板面積, S' = 繊維断面面積の総和, d = condenser の極板間の距離である。ここで資料を挟まないときの電氣量を C_0 とすれば

$$C_0 = \frac{S}{4\pi d}$$

$$\therefore \frac{C}{C_0} = 1 + (\epsilon-1) \frac{S'}{S} \dots\dots(2)$$

(2) に現われた S'/S を ξ とおけば

$$\xi = \frac{S'}{S} = \frac{S'd}{Sd} = \frac{\text{繊維の眞の體積}}{\text{極板間の全體積}}$$

故に ξ は、繊維の占積率ということが出来る。この ξ を用いれば(2)は

$$\frac{C}{C_0} = 1 + (\epsilon-1)\xi \equiv f_1(\xi) \dots\dots(3)$$

(2) 繊維同志が平行で且つ極板に平行な場合

この場合更に次の理想化を行う。即ち、(a) 個々の

の繊維が規則正しく上下左右に $2l$ cm の距離で並んでいること。(b) 繊維長さが半径に比して充分長く、した

がつて end effect が無視できること。この假定に従えば、繊維の配列状態は第1圖の如くなる。この極板間に電圧をかけると、電場は必ずしも極板に垂直ではなく、(第2圖参照) 断面の形に關係して来るが、圓形断面の場合には比較的簡単に電場を求めることができる。

FIG. 2

電場が2次元的であり、又場所の周期的函数であることは明らかであるから、繊維に垂直な断面内で繊維断面を中心に含み、一邊の長さ $2l$ なる正方形の

内部の電場を求めればよい。

問題点をはつきりさせる爲、要約すると、第2圖に於いて繊維中心に原點をとり圖の様に直交座標をとるとき

$$\left. \begin{aligned} \text{圓の半径} &= a \\ \text{圓の内部の誘電率} &= \epsilon \\ \text{圓の外部の誘電率} &= 1 \\ AB &= BC = 2l \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

境界条件: 正方形の周囲で電場の方向は x 軸に平行更に $l \gg a$ とすれば、上の境界条件は事實上無限遠に於いて電場が x 軸に平行であると置換えても殆んど差は認められないから、境界条件をこの様に置換えて計算を行うことにする。このときの potential $U(x,y)$ は簡単に求められて²⁾

$$\left. \begin{aligned} \text{圓の内部では } U_1 &= -\frac{2\epsilon}{\epsilon+1} Ex \\ \text{圓の外部では } U_2 &= -Ex + \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} \frac{a^2 x}{r^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5)$$

この U より生ずる電場は大體(4)の境界条件を満足するものと見なせるから、単位長さの厚さを有する空間について考えれば、 AB 面及び CD 面は近似的に等電位面と見なせる。 AB 面及び CD 面の電位をそれぞれ $U_{x=l}$, $U_{x=-l}$, 又 AB 面に生ずる電氣量を $-q$ (これは負の電氣量であるから負號をつける) とすれば、これ等の量は近似的に

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_{x=l} &= -\frac{1}{2l} \int_{-l}^l U(l,y) dy \\ -q &= \frac{1}{4\pi} \int -VU \cdot n \cdot dS = \frac{1}{4\pi} \int_{-l}^l \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=l} dy \end{aligned} \right\} \dots\dots(6)$$

(但し n は dS より外側に向けて立てた法線)

(6)を用いて AB , CD 面を極板に持つ様な condenser の容量 C' を表わせば、計算の結果 $\xi \ll 1$ とすれば

$$\begin{aligned} C' &= \frac{q}{\bar{U}_{x=-l} - \bar{U}_{x=l}} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1 + \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} \xi}{1 - \frac{2}{\pi} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} \xi} \right] \\ &\approx \frac{1}{4\pi} \left[1 + \left(1 + \frac{2}{\pi} \right) \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} \xi \right] \dots\dots(7) \end{aligned}$$

今、極板間隔 d , 極板面積 $a'b$ (第1圖に於いて幅が a' , 厚さが b と考えよ) なる condenser に資料を挟んだときの容量を C とすれば、

$$C = \frac{a'/2l \cdot b}{d/2l} C' = \frac{a'b}{d} C'$$

一方資料を取去つたときの容量 C_0 は

$$C_0 = -\frac{a'b}{4\pi d}$$

故に

$$\frac{C}{C_0} = 1 + \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \xi = f_2(\varepsilon) \quad \dots\dots\dots (8)$$

FIG. 3.

(3) 繊維軸が極板に立てた法線と θ なる傾きをなす場合
第3圖に於いて、極板間に電圧を加えたとき電場 E の方向は大體矢印の方向となるから、 E を繊維軸に平行な成分 $E_{\parallel}$ と垂直な成分 $E_{\perp}$ とに分ければ、その各成分は、

$$E_{\parallel} = E \cos \theta,$$

$$E_{\perp} = E \sin \theta \quad \dots\dots\dots (9)$$

(但し $E = |E|$)

したがつてこの場合、 C/C_0 は $\cos \theta$, $\sin \theta$ を重みとした(3)(8)の1次結合として表わすことが出来る。即ち

$$\frac{C}{C_0} = \frac{f_1(\xi) \cos \theta + f_2(\xi) \sin \theta}{F(\theta)} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$F(\theta)$ を決定する爲 $\varepsilon = 1$ とすれば、 $f_1(\xi) = f_2(\xi) = 1$, 且つ $C/C_0 = 1$ であるから、

$$F(\theta) = \cos \theta + \sin \theta$$

故に

$$\frac{C}{C_0} = 1 + \frac{A(\varepsilon) \cos \theta + B(\varepsilon) \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} \xi \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{但し, } A(\varepsilon) = \varepsilon - 1, \quad B(\varepsilon) = \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}$$

(4) 繊維方向が分布函数 $f(\theta)$ に従つて分布している繊維集合體の場合

この場合は $f(\theta)$ を重み函数として(11)を平均すればよいから、

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\int_0^{\pi/2} \left[1 + \frac{A(\varepsilon) \cos \theta + B(\varepsilon) \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} \xi \right] f(\theta) d\omega}{\int_0^{\pi/2} f(\theta) d\omega}$$

$$= 1 + \frac{\int_0^{\pi/2} \frac{A \cos \theta + B \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} f(\theta) \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} f(\theta) \sin \theta d\theta} \xi \quad \dots\dots\dots (12)$$

次に $f(\theta)$ として種々の形を入れて計算を行えば、その結果は

a) $f(\theta) = 1$ (繊維の方向性全くない場合)

$$\frac{C}{C_0} = 1 + [0.378A(\varepsilon) + 0.622B(\varepsilon)] \xi \quad \dots\dots\dots (13)$$

b) $f(\theta) = \sin \theta$ (第4圖参照)

$$\frac{C}{C_0} = 1 + [0.318A(\varepsilon) + 0.682B(\varepsilon)] \xi \quad \dots\dots\dots (14)$$

FIG. 4

當然の結果ではあるが、 $\left(\frac{C}{C_0} - 1\right) \sim \xi$ 曲線を求めて見ると、 $\xi \ll 1$ の範囲ではいずれも原点を通る直線で近似され、その勾配

より ε を求めることができる。

3. 實 験

condenser の容量測定には、筆者は次のような方法を用いた。即ち LC 發振回路の condenser の一部として、未知容量 C_x を並列に入れて、發振周波数を水晶共振器に同調させ、 C_x の變化による周波数のずれを他の既知容量の變化でもとに戻し、既知容量の日盛より讀む。この際水晶共振器の尖鋭度 Q が非常に高い爲、 $10^{-2} pf$ 迄十分に測定する事ができる。

資料としては、約一晝夜五酸化燐で乾燥させたス・フのスライバーを縦に並べたもの、横にはぼ平行に並べたもの、及び繊維方向性のあまりないものの3種を用い、それぞれこの場合につき ξ と $\Delta C/C_0$ の關係を調べた。ここで、 V ……繊維の體積、 V_0 ……極板間の體積、 W ……資料の重さ、 S ……極板面積、 d ……極板間の距離、 D ……繊維の比重、とすれば ξ , $\Delta C/C_0$ は次式で與えられる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{V}{V_0} = \frac{W}{D} \left/ \frac{Sd}{SdD} \right. \\ \frac{\Delta C}{C} &= \frac{\Delta C}{\frac{S}{4\pi d}} = \frac{4\pi d}{S} \cdot \Delta C \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

用いた condenser は眞鍮製、極板面積 100 cm^2 で、極板間隔が $0 \sim 20 \text{ mm}$ の任意の値を取る様に平行移動のできるものである。第5圖に於いて最初 C_x に資料を挟み、main condenser C_1 で水晶共振器と同調させる。この同調點は出力電壓が最大になる點であるから、これを眞空管電壓計で讀みながら C_1 を調節する。次に極板間隔を固定して資料を取去り、微小 condenser

FIG. 5.

Fig. 6

TABLE. 1

Specimen	Angular coefficient	Dielectric constant (calculated)	Distribution of fiber direction
a	10.3	11.3 (calculated from (3))	Perpendicular to the plate
b	~ 2.93	7.5 (calculated from (14))	Almost random
c	2.35		Almost parallel to the plate

C_2 を動かし再び同調點を取れば、ここに C_2 の目盛の差として ΔC を得ることができる。かくして得た結果を第 6 圖及び第 1 表に示す。

4. 検討及び結び

得られた 3 つの場合の $\Delta C/C_0$ と ξ の関係は殆んど完全に直線的であると言つてよく、その勾配 m の値も資料 a, b, c の三種につき $m_a > m_b > m_c$ となり、大體定性的には理論と一致する。ただし定量的に吟味すれば、理論式を用いて求めた a と b の ϵ に相當の差を生ずるが、これは b に用いた分布函數 $f(\theta) = \sin\theta$ よりも實際の纖維方向の分布が横方向に多い爲と思われる。測定點を延長したものが原點を通らないのは condenser の end effect 等による爲と思われるがはつきりした事は言えない。

以上を總合して次の事が言える。即ち、纖維集合體のような資料の見掛けの誘電率 ϵ' は、その纖維方向の分布に強く影響され、 ϵ' は電場に平行な纖維が多い程大きい事、及び $\xi \ll 1$ の場合纖維方向の分布函數 $f(\theta)$ が知れば(12)を用いて、纖維の誘電率 ϵ は求める事ができる。

最後に測定器を提供して下さい協立計測工業株式會社、及び絶えず御指導を賜つた山工大學部木下先生に深く感謝の意を表します。

文 献

- 1) 坂上, 江端, 甲斐, 田中, 高岸, 本誌, 7, 369 (昭26), J.W.S. Hearle; *Text. Res. J.*, 24, 307 (1954)
- 2) 例えば, A. Becker; *Theorie der Elektrizität* Bd. I (1933)