(昭和30年12月8日受理)

綾 振 り の 理 論 的 研 究

第1報 綾 振 り の メ カ ニ ズ ム

信州大学繊維学部 篠原 昭・内田 貞夫・呉 祐吉

A THEORETICAL STUDY ON THE TRAVERSE MOTION (I) MECHANISM OF THE TRAVERSE MOTION

By Akira Shinohara, Sadao Uchida and Yukichi Go

The relation between the traverse motion $x=x(t)$ and the shape of a thread reeled up on the cylindrical reel, $\xi=\xi(t)$ is given as follows

$$\frac{r\omega_0}{l} \cdot \frac{d\xi}{dt} + \xi = x \quad (1)$$

where, r : diameter of reel, ω_0 : Angular velocity, so $r\omega_0$: reeling velocity, l : tangential length between reel and traverse bar.

By this equation we can obtain the gains i. e. the ratio of both amplitudes. So when the traverse motion $x=x(t)$ is given, we can solve this equation.

Generally, when $x=x(t)$ is given as the form of the Fourier series, we can obtain its gain as the sum of each gains. But in the proper assumptive cases, we can analyse some important motions approximately. Traverse limit, i. e. upper limit of ω/ω_0 , depends upon the two factors, frictional coefficient between the surface of reeled thread and the thread, and yarn stiffness; the latter is negligible in this case, so we obtain the result as follows:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{\mu}{br}} \quad (3)$$

General determination of the sectional shape of thread layers, reeled on the reel surface, is very difficult, but in the case of S. H. M., it becomes:

$$\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{1 + r^2 \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 - (\xi/b)^2}} \quad (4)$$

but, this slightly different from that of the experimental result, because of the neglect of geometrical form factors of the thread.

(Received 8. 12. 1955)

1. 緒 言

われわれは繰糸機械を中心として綾振りのメカニズムを解析し、これが一般の綾振りにもあてはまることを認めた。

繰糸機に用いられている綾振りは、高速巻返機や紡績機械のそのように精密且つ規則的な巻取りを必要とするわけではなく、at random な交叉状態に糸を巻きとればよいものである。またこの綾振りの特徴は絡紋杆 (Traverse Bar) と小枠 (Reel) との接線距離が相当に長いことである。そのために綾振運動の複振幅よりも巻取られた巻玉の幅 (以下巻付幅) が小さくなり、また綾振運動と巻取運動との間に時間的なズレが生

ずることになる。この現象は現場で常に経験するもので、綾振り速度が相対的に速い程、また接線距離が長い程顕著になり、このために理想的な綾振運動を行った場合でも、小枠に巻き取られた巻玉の両耳部が異常に隆起し、硬化する現象が起るわけである。

2. 綾振運動の基本式

計算を簡単にするために小枠は円筒状とする、いま Fig. 1 のように絡紋杆 1 の方向に x 座標、絡紋杆上の糸道 (Thread Guide) 2 を通過した糸が小枠 3 に接する点 P を通って枠軸 5 に平行に ξ -座標をとり、両座標軸間の距離 (接線距離) を l とし、枠の周速を $v=r\omega_0$ とすると、両者の間には次の関係が成り立つ。

Fig. 1

$$\frac{d\xi}{dt} = (x - \xi) \frac{v}{l} \quad (1)$$

便宜上 $v/l = r\omega_0/l$ は一定とし、これを $1/c$ とおき、特に l/r を「巻取常数」と呼ぶことにする。(1)式を変形すると

$$c \frac{d\xi}{dt} + \xi = x \quad (2)$$

われわれはこれを「綾振りの基本式」と呼ぶことにする。 $x = x(t)$ は絡絞杆の運動を表わすものであるから、これに適当な式を与えて基本式を解き、糸層曲線の形状を調べてみる。

a) 正弦運動の場合

$$x = a \sin \omega t \quad (2)$$

とおくと定常状態では

$$\xi = b \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

(3)を(1)に入れて解くと

$$\xi = \frac{a}{\sqrt{1+(c\omega)^2}} \sin(\omega t - \tan^{-1}(c\omega)) \quad (4)$$

また周波数特性として次が得られる

$$\left. \begin{array}{l} \text{振幅比(ゲイン)} \quad b/a = 1/\sqrt{1+(c\omega)^2} \\ \text{位相差} \quad \varphi = -\tan^{-1}(c\omega) \end{array} \right\} \quad (5)$$

(5)から判るように振幅比、位相差とも巻取常数及び角速比 ω/ω_0 の函数で、巻付幅は常に綾振幅より小さくなる。

Fig. 2 は l/r , ω/ω_0 の各種の値に対するゲインを与えたものである。われわれは Scotch Yoke を用いてこの実験を行い、実際にもよく上式と一致することを認めた。

b) 二つの正弦運動よりなる場合

実際の絡絞原器においては、両耳部の隆起、硬化を少なくするため、いわゆる「綾くずし」の工夫が種々考案されている。ここでは二つの正弦運動の合成したものについて糸層曲線を解析してみる。この部類に属

Fig. 2

するものは実際にも多く、増沢式多糸機などに備えつけられたものはその一例である。

基本式は線型であるから「重ね合せの原理」が成り立ち、おのおのの周波数特性の代数和を求めればよいことになり、以下に述べる複雑な綾振り運動に対してもフーリエ級数が使えることになる。

Fig. 3

いま Fig. 3 の模式図の如く 2 つの異周期異振幅の正弦運動の合成したものを考える、この運動は周知の如く時間とともに振幅と位相が大きな周期で変化するものである。今二つの運動を

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = a_1 \sin \omega_1 t \\ x_2 = a_2 \sin \omega_2 t \end{array} \right\} \quad (6)$$

とし、 $OB = a(t)$ とすれば

$$a(t) = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\omega_1 - \omega_2)t} \quad (7)$$

また OB と x 軸とのなす角を α とすると

$$\tan \alpha = \frac{a_1 \sin \omega_1 t + a_2 \sin \omega_2 t}{a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t} \quad (8)$$

これを計算して

$$\alpha = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \tan^{-1} \left(\frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \tan \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \quad (9)$$

故に $x = x_1 + x_2 = a(t) \cos \alpha$

$$= a(t) \sin \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \phi(t) \right) \quad (10)$$

$$\phi(t) = \tan^{-1} \left(\frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \tan \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \quad (11)$$

(10)式は絡紋杆の運動を示す式である。 $a(t)$ はこの綾振曲線の極大値に対する包絡線を与えるから、これから糸層曲線の振幅の変化過程を容易に推定できる。この周波数特性は代数的に和をとればよいが、実際には a が比較的小さいので次のような近似解で実用的には充分である。いま(10)式を次のようにおく、

$$x = a(t) \sin f(t) \quad (12)$$

但し

$$f(t) = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \tan^{-1} \left(\frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \tan \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \quad (13)$$

この場合 $\xi = \xi(t)$ は次の形で与えられるはずである

$$\xi = A(t) \sin(f(t) - \varphi(t)) \quad (14)$$

これを基本式に代入し、 A, φ が緩かに周期的に変化すると仮定すれば $A, \dot{\varphi} \approx 0(\epsilon)$ 、故にこれを近似的に省略して

$$\left. \begin{aligned} A(f - \dot{\varphi}) \cos \varphi - A \sin \varphi - A/c \sin \varphi &= 0 \\ A \cos \varphi + A(f - \dot{\varphi}) \sin \varphi + A/c \cos \varphi &= a/c \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

が得られ、従って

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= \tan^{-1}(cf) \\ A(t) &= \frac{a(t)}{\sqrt{1+(cf)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

故に周波数特性は上の仮定をおけば(5)式と形式的に一致することになる。よって糸層曲線は次で与えられる

$$\xi = \frac{a(t)}{\sqrt{1+(cf)^2}} \sin(f(t) - \tan^{-1}(cf)) \quad (17)$$

係数 $a(t)/\sqrt{1+(cf)^2}$ は綾振曲線の $a(t)$ に相当するもので糸層曲線の極大値に対する包絡線であるから、糸層曲線の最大振幅は(17)式を微分して零とおけば

$$a\{1+(cf)^2\} = acf\dot{f}$$

でなければならない。これより $\sin(\omega_1 - \omega_2)t = 0$ また

は $\cos(\omega_1 - \omega_2)t = 1$ なる条件をみたす t において最大を示すから $f = \omega_1$ となり、

$$A_{max} = \frac{a_1 + a_2}{\sqrt{1+(c\omega_1)^2}}$$

これは a_1 と a_2 が一直線上にある場合に他ならない。

増沢式多糸機の絡紋原器は3個の歯車よりなるもので、上とは逆に2つの異周期異振幅の正弦運動の差になっている。また実際には絡紋原器と絡紋杆との連結が有限長の棒のために完全な正弦運動になっていない。

C) 一般の場合

フーリエ級数の形で運動を表わすもので、早戻り運動や等速往復運動を用いた綾振りの場合はその例である。

前者に類似のもので Fig. 4 の如きものは綾くずしの目的からしばしば用いられている。これは交流理論などでよくあるもので

Fig. 4

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\{(2n-1)\omega t\} \quad (18)$$

で表わせる、故にこれに対する応答は

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\sqrt{1+\{(2n-1)\omega c\}^2}} \times \sin[(2n-1)\omega t - \tan^{-1}\{(2n-1)\omega c\}] \quad (19)$$

で、これについてフーリエ解析すればよい訳である。

等速往復運動の場合は全く同様にして

$$x = \frac{8a}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{(2m+1)^2} \sin(2m+1)t \quad (20)$$

$$\xi = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{\sqrt{1+\{(2m+1)c\}^2}} \cdot \frac{a_0}{(2m+1)^2} \times \sin\{(2m+1)t - \tan^{-1}(2m+1)c\} \quad (21)$$

この計算は煩雑であるが、綾振りの周期が十分長い時には、上のような周期運動の一部分の過渡状態を調べるのが便利であり、この過渡減衰項の影響が無視できる領域では糸層曲線の過渡部分がそのまま独立に現わ

れることになる。

いま $t < 0$ で $0, t \geq 0$ で at なる無周期綾振運動を行った場合の糸層曲線は基本式に $x=at$ を代入して解き

$$\xi = A/c^2 e^{-ct} + at + k \quad (22)$$

今 $t=0$ で $\xi=0, \dot{\xi}=0$ なる条件を入れると $A=a, k=-a/c$, 故に求むる解は

$$\xi = a \left\{ t + \frac{1}{c} e^{-ct} - \frac{1}{c} \right\} \quad (23)$$

(23)式を図示すると Fig. 5 のようになり、過渡項のために原点の近傍が直線からずれて曲線となる。(23)式の第三項は位相差に相当するものである。それ故上のような条件下ではこの論法で周期運動を逐次解析することができる。

このことからわかるようにハートカムを用いた場合や円嚙カムを用いた山道絞紋の場合、たとえそれが理

Fig. 5

想的な等速綾振運動を行ったとしても ωc の大きなものでは綾振り、糸層両曲線の振幅差が大きくなることは当然である。高速巻返機のような場合は l の大きさが繰糸機程度であっても v が大きいために c が小さくなり振幅差は小さくなる。

d) 糸層の累積を考慮した場合

Fig. 6

いま小粋またはポビンに糸が均一に巻きついた場合を考える。 t の函数 $\theta(t)$ をパラメーターとして (近似的に)

$$\left. \begin{aligned} l(t) &= p \cos \theta(t) \\ v(t) &= p \omega \sin \theta(t) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

これを(1')式に代入すると

$$\dot{\xi} + \omega \tan \theta(t) \cdot \xi = \omega a \sin \omega t \cdot \tan \theta(t) \quad (25)$$

上式の解は一般に次の形となる

$$\xi = a(t) \sin(\omega t - \varphi(t)) \quad (26)$$

$a, \varphi = 0(c)$ であるから、これを省略し(6)と同様にし

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= \tan^{-1}(\cot \theta(t)) \\ a(t) &= a / \sqrt{1 + \cot^2 \theta(t)} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$a(t)$ は $\theta(t)$ の増加につれて大きくなることを示しており、糸層が厚くなるに従って糸層幅が広くなることを意味している。

3. 糸層曲線の最大曲率

以上からわかる如く l が小さく且つ ω が大きな場合、理論的にはいくらかでも大きな曲率で糸を巻きとれるわけであるが、実際には糸の硬さ及び小粋 (または巻玉表面) と糸との摩擦を考えねばならない。唐沢氏は摩擦を無視し、糸を単純弾性体の自由変形としオイラーの坐屈公式からその形状を解析しているが、われわれの場合後者の方が問題になると思われる。円筒上に糸が正弦曲線状に巻きついた場合を考える。その最大曲率点における主法線と円筒軸とのなす角を、 $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ 、摩擦係数を μ とすると $\mu = \tan \alpha$ の関係がある。円筒の半径が与えられた場合には α は糸層曲線の函数である。そこで μ と α の最大角即ち最大曲率との関係をみる。

円筒 $x^2 + z^2 = r^2$ の表面上に $\xi = b \sin \omega t$ (平面曲線として) なる曲線をとる、空間座標では

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(\theta) = r \sin \omega_0 t \\ y &= f_2(\theta) = r \sin \frac{\omega}{\omega_0} \theta \\ z &= f_3(\theta) = r \cos \omega_0 t \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

r は円筒の半径、 b は振幅である ds は s の向きを θ の増す向きに与えれば $k = \omega / \omega_0$ として

$$ds = \sqrt{f_1'(\theta)^2 + f_2'(\theta)^2 + f_3'(\theta)^2} \cdot d\theta \quad (29)$$

$$\frac{dx}{ds} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 + k^2 b^2 \cos^2 r k \theta}}$$

$$\therefore \frac{d^2x}{ds^2} = \frac{k^2 b^2 \cos bk\theta (kr \sin kr\theta \cdot \cos \theta - \sin \theta \cdot \cos kr\theta) - \sin \theta}{(1 + b^2 k^2 \cos rk\theta)^{3/2}} \cdot \frac{d\theta}{ds}$$

$$\frac{1}{\rho^2} = \left(\frac{d^2x}{ds^2} \right)^2 = \left(\frac{d^2y}{ds^2} \right)^2 = \left(\frac{d^2z}{ds^2} \right)^2 \quad (30)$$

であるから、上と同様な計算を行い、 $bk\theta = \max$ 。即ち $rk\theta = \pi/2$ の点 p における曲率半径は $\cos rk\theta = 0$ 、であるからこれを上式に入れると

$$\rho = \frac{b}{\sqrt{1 + b^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 r^2}} \quad (31)$$

いま角 α との関係を調べるために P 点における接触平面が円錐を切った時の切口を考え、これで近似すると、 $a' \cos \alpha = b'$ であるから楕円の曲率半径 ρ_e は

$$\rho_e = \frac{(a'^4 r^2 + b'^4 x^2)^{3/2}}{a'^4 b'^4} \quad (32)$$

$\rho_e = \min$ の点を考えると $\rho_e = b' \cos \alpha$ 、仮定により $\rho = \rho_e$ であるから(31)(32)式から

$$\sqrt{1 + b^2 k^4 r^2} = b' \cos \alpha$$

$$r = b' \text{ であるから}$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = \frac{1}{br} \tan \alpha \quad \text{又は} \quad \frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{\tan \alpha}{br}} \quad (35)$$

となり、 μ 、 b 、 r が与えられた場合の角速比の限界が求まったわけである。

4. 巻玉の形状

次に巻付いた糸が枠上に如何に累積するかを考察する。いま巻玉の直断面の形状を「糸層分布曲線」と呼ぶ。しかしこれの一般的解析は困難である。 a の場合は簡単に解ける。この場合は $ds/dt = 1/\cos \theta$ を考えればよいことになる。 ds は

$$ds = \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$

$$y = vt, \quad \xi = b \sin \omega t \text{ であるから}$$

$$y = v/\omega \sin^{-1} \xi/b$$

$$\frac{dy}{d\xi} = \frac{v}{\omega} \frac{1}{\sqrt{1 - (\xi/b)^2}}$$

$$\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{1 + r^2 \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\xi}{b} \right)^2} \quad (36)$$

(36)式は正弦曲線の場合の直断面形を与える分布函数である。これは Fig. 7 の如くなる。

Fig. 7

いま単位時間に巻きとられる糸の占める直断面積を a とすると T 時間後に $\xi=0$ の点に累積する即ち巻玉の中央部の糸層厚 δ は

$$\delta = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{c} \right)^2} \int_0^T a dt}{2 \int_0^b \sqrt{1 + \left(\frac{l}{c} \right)^2} \frac{1}{1 - \xi^2} d\xi} \quad (37)$$

$\int_0^T a dt$ を測定すれば δ が判り、これを標準にした時の理論的計算ができる。しかし実際の場合は l 、 v が時間とともに変化した糸相互の交叉角の相違による密度分布も考慮する必要がある。

5. 総 括

綾振りの基本式として $c\xi^2 + \xi = x$ を用いた。これを使って綾振運動が与えられた時の糸層分布曲線及び綾振限界等について考察した。なおこれにもとづく設計的な問題については次の機会に報告する。

本研究に際し御指導御教授を賜った諸氏に深く感謝の意を表する。本報の要約は昭和30年秋の群大の発表会で講演したことを付記する。

文 献

- 1) 唐沢惟儀; 繊維学誌, 4, 711, (1951, 昭26)