(昭和31年12月21日受理)

繊維系の撚り構造と弾性的性質

第1報 スライバ状集合体の撚り構造とその剛性率

群馬大学工学部繊維工業研究室 木 下 茂 武

THEORETICAL INVESTIGATION OF ELASTIC BEHAVIOUR OF
TWISTED SLIVER-LIKE FIBRE SYSTEM (PART I) FORMULATION OF
SHEAR MODULUS AND THE EFFECT OF TWIST ON STRUCTURE
FACTOR OF A BUNDLE OF STAPLE FIBRES

By Shigetake Kinoshita

(Laboratory of Textile Research, Faculty of Engineering, Gumma University, Kiryu, Japan)

The purpose of this research is to estimate the influence of elementary fibre properties on the torsional elastic behaviour of sliver-like fibre system for the analysis of spinning mechanisms and for the prediction of yarn quality.

In this paper, using the principle of double elasticity theory which was previously discussed by the author, the shear modulus G of sliver-like fibre bundle (length L , radius R , sectional area A and density $\bar{\rho}$) is derived as a function of fibre dimensions (length l , diameter b , density ρ and direction to sliver axis θ) and fibre properties (shear rigidity μ_f , Young's modulus ϵ_f , Poisson's ratio σ and coefficient of friction f), that is

$$G = \frac{\alpha_2}{1 - (1 - \alpha_2)\lambda} \mu$$

where $\lambda = \frac{l \cos \theta}{4L}$, $\alpha_2 = f \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \frac{l \sin \theta}{2b} \left(\frac{\bar{\rho}}{\rho} \right)^2$ and $\mu = \mu_f \left(\frac{\bar{\rho}}{\rho} \right) \sin \theta$.

Then, by the application of same method to torsional displacement of fibre in a bundle which are twisted by Θ per unit length, the effects of amount of Θ on structure factors L , R and $\bar{\rho}$ of system are determined theoretically by the following:

$$L(\Theta) = L \left(1 + S/E - \frac{1}{2} R^2 \Theta^2 \right),$$

$$R(\Theta) = R \left\{ 1 - (\alpha_1 S)/E - \frac{1}{2} \Sigma (1 - \alpha_1) R^2 \Theta^2 \right\},$$

$$\bar{\rho}(\Theta) = \bar{\rho} \left\{ 1 + (2\alpha_1 \Sigma - 1) S/E + \left(\frac{1}{2} + \Sigma - \alpha_1 \Sigma \right) R^2 \Theta^2 \right\},$$

where, E is Young's modulus, Σ is Poisson's ratio of untwisted sliver:

$$E = \frac{\alpha_1 \epsilon}{1 - (1 - \alpha_1)\lambda}, \quad \Sigma = \frac{\sigma}{1 - (1 - \alpha_1)\lambda}$$

$$\text{here, } \alpha_1 = f \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \frac{l \cos \theta}{2b} \left(\frac{\bar{\rho}}{\rho} \right)^2, \quad \epsilon = \epsilon_f \left(\frac{\bar{\rho}}{\rho} \right) \cos \theta.$$

And S is applied tensile stress of sliver. If sliver is twisted with constant length, it may be put:

$$S = \frac{1}{2} E R^2 \Theta^2.$$

(Received 21. 12. 1956)

は し が き

endless filament からなる引揃糸の弾性的挙動については、古くは撚りのモーメント則の帰納や海底電信

線の強度解析に関連して物理学者によって論じられ、最近では繊維工学あるいは水産学の分野において粘弾性的効果をも含めて詳細な検討が行なわれている。しかしステープルファイバーの集合からなる紡績糸に対し

ては、摩擦力の総和あるいは純統計現象としての切断強度の研究のほかには、モーメント曲線や強伸度曲線の基礎的な解析においてさえ、引揃糸の場合ほどにはまだ実験事実に忠実な論議が加えられていない。

これは、引揃糸では構成繊維自身の弾性あるいは粘弾性のみで糸の性質がほとんど解決されるのに比べ、紡績糸の方は外力に対する抵抗力が繊維自身の弾性力と繊維相互間の摩擦力とから同時に生じ、この摩擦力は糸の密度によって支配されるのに外力に応じた密度の値がまた繊維の弾性と摩擦力とにもとづく繊維の配向性から定ってくるという、格別に困難な事情に因るものである。

われわれが先に提出した繊維系の二重弾性模型は、かように複雑な紡績糸の撚り構造およびその弾性的挙動をも、かなりの程度に再現できるように構成されている。よって本研究では、まず撚りの基本的な理論式をこの模型から誘導し、ついでその結果を実験的に検討してゆこう。そしてできればわれわれの立場から、従来の撚糸機構や紡績糸の品質に対して、弾性学的な批判を最後につけ加えたいと思う。

第1報、第2報は、これから述べる予定の撚糸の振りモーメント、引張伸度あるいは振りの履歴効果などの解析法の基礎をなすものであつて、主として糸の構造因子と加撚条件との差異による糸の密度変化と振りモーメントの変化との相互関係が、二重弾性論の応用によって定量的に導き出されることが示されている。

1. 撚り構造とその剛性率

はじめ糸軸にほとんど平行に短い繊維がならんでいゝるスライパ状の繊維束を長さ軸のまわりに振る場合には、(i) 両端距離を変えず試長を一定に行う、(ii) 長さ方向を自由にして偶力のみで撚る、(iii) 長さ方向の束の張力を一定に行う、の3通りの仕方がある。このうち(ii)の場合は長さ軸に垂直な断面内に生ずる shear だけで振りモーメントが現われるが、(i) および (iii) では shear のほかに繊維の extension に基因するモーメントが加わってくる。が、いずれの場合にも単位長さ当りの撚角度 θ の増加につれて、束の断面積 A が減少してその密度 $\bar{\rho}$ が増し、それによって束の剛性率 G は θ とともに増大して、断面積の減少にも拘らず束の振りモーメント M は撚られるほど大きくなってゆくであろう。ここではこの経過を数

式的に追究するための準備として、まず繊維の糸軸周の shear にもとづく束の剛性率を求めてみよう。

いま振り変形に二重弾性模型¹⁾を用いて、Fig. 1. 1 に示すごとく、繊維束が z 軸周に単位長さ当り $\delta\theta$ が振られるとき、要素繊維の中心は単位長さ当り $\delta\bar{\varphi}$ 振られ、かつその繊維は中心に関して単位長さ当り $\delta\varphi$ の振れを生ずるものとしよう。そうすると繊維上の一点の座標を円筒座標 (r, φ, z) で表わして、最初中心の座標が $\bar{P}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{z})$ で着目点が $P(r, \varphi, z)$ なる繊維が束の振れによって中心が $\bar{P}'(\bar{r}, \bar{\varphi}', \bar{z})$ で着目点が $P'(r, \varphi', z)$ の位置に移るものとすれば、振れ角の間には $\delta\theta z = \delta\varphi(z - \bar{z}) + \delta\bar{\varphi}\bar{z}$ または

$$\delta\theta = \left(1 - \frac{\bar{z}}{z}\right)\delta\varphi + \frac{\bar{z}}{z}\delta\bar{\varphi} \quad (1.1)$$

なる関係がなりたつ。ただし繊維の伸長の効果は無視してある。一方中心媒質の剛性率を $\bar{\mu}$ 、繊維媒質のそ

Fig. 1. 1. Illustration of fibre displacement in twisted sliver.

れを μ 、とすると、 $\bar{P}, P$ 点の迂り応力 $\delta\bar{\tau}, \delta\tau$ はそれぞれ $\delta\bar{\tau} = (\delta\bar{\varphi})\bar{\mu}\bar{r}$ 、 $\delta\tau = (\delta\varphi)\mu r$ で与えられ²⁾、 z 軸周のモーメント $\delta\bar{m}_z, \delta m_z$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \delta\bar{m}_z &= \int \int (\delta\bar{\tau})\bar{r}(d\bar{r}d\bar{\varphi}) = (\delta\bar{\varphi})\bar{\mu}\bar{\omega}I \\ \delta m_z &= \int \int (\delta\tau)r(rd\varphi) = (\delta\varphi)\mu\omega I \end{aligned} \quad (1.2)$$

の如く求められる。ここで $\omega \equiv 1 - \bar{\omega}$ は束の断面の充

実度、 I は断面の二次モーメントを表わす。ところでわれわれの繊維系では応力強制 ($\delta\tau = \delta\bar{\tau}$)、繊維は z 軸に平行 ($r = \bar{r}$) としているから

$$\mu \delta\varphi = \bar{\mu} \delta\bar{\varphi}, \quad (1.3)$$

$$\delta m_z / \delta \bar{m}_z = \omega / \bar{\omega} \quad (1.4)$$

であって、(1.1)、(1.2)、(1.4) 式から

$$\left. \begin{aligned} \delta \bar{m}_z &= \frac{\bar{\omega}}{(1-\bar{z}/z)/\mu + (\bar{z}/z)/\bar{\mu}} \delta\theta, \\ \delta m_z &= \frac{\omega}{(1-z/z)/\mu + (z/z)/\bar{\mu}} \delta\theta \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

がえられる。

そこで微小角 $\delta\theta$ の振れによって生ずる繊維の z 軸周の shear のみによる束のモーメントを δM とすると、 $\delta M = \delta \bar{m}_z + \delta m_z$ でかつ二重弾性論の (2.24) 式より $\delta M = GI \delta\theta$ となる¹⁾。よって束の剛性率 G はこの2式に (1.5) 式を用いて $1/G = (1-\bar{z}/z)/\mu + (\bar{z}/z)/\bar{\mu}$ であるが、実際の撓りは長さ L の束の一端に偶力を加えて与えられるからそこを着目点に選べば、 $z = L$ 、 $\bar{z} = L - \bar{\xi}$ とおける。この $\bar{\xi}$ は束の一つの端に把持されている繊維の中心のその端から測った平均距離で、平均繊維長を $\bar{l}$ とすると二重弾性論 (3.3) 式から $\bar{\xi} = \bar{l}/4$ である²⁾。したがって応力強制の場合の束の剛性率 G は

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{\mu} \frac{\bar{\xi}}{L} + \frac{1}{\bar{\mu}} \left(1 - \frac{\bar{\xi}}{L}\right), \quad \bar{\xi} = \frac{\bar{l}}{4} \quad (1.6)$$

のごとく与えられる。これは実は弾性論における (2.21) 式： $1/G = (1/\mu)\{1 - (\bar{a} + \bar{b})/2\} + (1/\bar{\mu})(\bar{a} + \bar{b})/2$ ですでに与えられていたもので、同式で横幅方向の定長比 $\bar{b} = 1$ 、縦の長さ方向の定長比 $\bar{a} = 1 - 2\bar{\xi}/L$ といったものにほかならない。なお

$$\alpha_2 \equiv \bar{\mu}/\mu \leq 1, \quad \lambda \equiv \bar{\xi}/L = \bar{l}/(4L) \leq 1 \quad (1.7)$$

として定長比 λ 、滑沢度 α_2 を導入すると (1.6) 式はかきえられて

$$G = \frac{\alpha_2}{1 - (1 - \alpha_2)\lambda} \mu \quad (1.8)$$

となる。この (1.8) 式は束の剛性率 G は繊維長 $\bar{l}$ が長いほどあるいは両端距離 L が短いほど (ともに $\lambda \rightarrow 1$) 大きく、また繊維の剛性率 μ が大きい、繊維相互が密着して渋くなる (このとき $\alpha_2 \rightarrow 1$) ほど増加することを示している。

2. 撓りに伴う束の長さ、断面積および密度の変化

さて撓られる前に半径 R_0 であった繊維束は単位長さ当たり θ の割合に撓り上がると半径 $R(\theta)$ に収縮し、

このため最初 $\bar{\rho}_0$ であった束の密度は $\bar{\rho}(\theta)$ となる。その有様は束の長さ変化 $L(\theta)$ が与えられると、 z 軸に関して同心円筒層内にある繊維が撓りによって伸びて内部繊維に圧力をおよぼすことから計算できるが、平均的な考察では同じ結果になる筈であるから、ここでは簡単のため撓りによる平均的な繊維の伸びが束の伸長に等しいものとして束のポアソン比を用いて半径の縮みを導いてみよう。

(1) 両端距離一定で撓る場合

いま束の両端距離を一定にして撓られたのちの繊維束で、軸から半径 r の層内にある一本の繊維に着目する。これは撓られぬ前は z 軸に平行であったから、Fig. 1.1 を参照すると撓りによる繊維の伸率 δe および繊維相互間の伸び率 $\delta \bar{e}$ はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \delta e &= \sqrt{1 + (\delta\varphi)^2 r^2} - 1 \approx \frac{1}{2} (\delta\varphi)^2 r^2 \\ \delta \bar{e} &= \sqrt{1 + (\delta\bar{\varphi})^2 \bar{r}^2} - 1 \approx \frac{1}{2} (\delta\bar{\varphi})^2 \bar{r}^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

となる。ただし $r = \bar{r}_0$ 。しかるに $\delta\varphi$ 、 $\delta\bar{\varphi}$ と $\delta\theta$ との間には (1.1)、(1.3) 式から

$$\left. \begin{aligned} \delta\varphi &= \alpha_2 / \{1 - (1 - \alpha_2)\lambda\} \cdot \delta\theta \\ \delta\bar{\varphi} &= 1 / \{1 - (1 - \alpha_2)\lambda\} \cdot \delta\theta \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

の関係があるから、これを (1.9) 式に代入すると撓角 $\delta\theta$ に対する半径 r の層内の繊維自身および相互間の伸率は

$$\left. \begin{aligned} \delta e &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\alpha_2}{1 - (1 - \alpha_2)\lambda} \right\}^2 r^2 (\delta\theta)^2 \\ \delta \bar{e} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{1 - (1 - \alpha_2)\lambda} \right\}^2 \bar{r}^2 (\delta\theta)^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

で与えられる。よって弾性論の (1.10) 式を用いて、両端距離を一定にして撓ったときの束の r 層は撓り上がりの繊維方向すなわち Fig. 1.2 のごとく z 軸と $\delta\theta = r\delta\theta$ の傾角をなす方向に

$$\begin{aligned} \delta r(r) &= \lambda \delta e + (1 - \lambda) \delta \bar{e} \\ &= \frac{1}{2} r^2 (\delta\theta)^2 \frac{1 - (1 - \alpha_2^2)\lambda}{\{1 - (1 - \alpha_2)\lambda\}^2} \quad (1.12) \end{aligned}$$

だけ伸ばされていることがわかる。

(1.12) 式を用いて r 層の z 軸方向の伸率 $\delta r_z(r)$ が計算される。それは傾角 $\delta\theta$ 方向の r 層のヤング率を $E(r)$ とすると (1.12) 式の伸び $\delta r(r)$ を生ずるに要する応力は $\delta S(r) = E(r) \delta r(r)$ で、一方 z 軸方向の r 層のヤング率を $E_z(r)$ とすれば z 方向の応力は $\delta S_z(r) = E_z(r) \delta r_z(r) = \delta S(r) \cos^2(\delta\theta)$ となり、

$$\delta r_z(r) = \{E(r) \cos^2(\delta\theta) / E_z(r)\} \delta r(r)$$

Fig. 1. 2. Method of resolving fibre tension.

The relation of axial strain δr_z and fibre directional strain δr is $\delta r_z = (E/E_z) \cos^2(\delta\theta) \delta r$.

のごとく求められる。しかし実際のスライバの燃りでは $\delta\theta = 1 \text{ rad} = 57.3^\circ$ をこえることはほとんどなく、最後のモーメント式で $\delta\theta = r \delta\theta$ の第3近似を目標にするとして、現在は第2近似で十分であるから、ヤング率 $E(r)$, $E_z(r)$ の $\delta\theta$ 依存性を二重弾性論を用いて計算するまでもなく

$$\delta r_z(r) = \delta r(r) = \frac{1}{2} r^2 (\delta\theta)^2 W_0 \quad (1.13)$$

とおいて差支えない。ただし W_0 は (1.12) 式の重み函数 $\{[1 - (1 - \alpha_2^2)\lambda] / [1 - (1 - \alpha_2)\lambda]^2\}$ の初期値である。したがって試長を一定にして燃ると、束内の各層は z 軸方向に (1.13) 式のごとき割合で伸ばされることとなり、この伸びは軸の中心部 $r = 0$ で零で最外層 $r = R$ では最大となる。そしてその平均伸率 δr は

$$\begin{aligned} \delta r &= \int_0^R 2\pi r \delta r(r) dr / \int_0^R 2\pi r dr \\ &= \frac{1}{4} R^2 (\delta\theta)^2 W_0 \end{aligned} \quad (1.14)$$

であって、結局半径 R_0 の束は両端距離を一定に固持して単位長さ当り $\delta\theta$ の割合で振られると、束の半径は R に変わりこのとき束は軸方向に平均して δr だけ伸ばされることに相当することが知られる。したがってもし両端を自由にすれば束は逆に δr だけ縮んで、(1.14) 式は自由燃りの燃り縮みをも与えてくれるであろう。

さてはじめの半径 R_0 であった束が振られて伸ばされた結果半径が R になったものとすれば、半径の縮み率を β として $R = R_0(1 - \beta)$ で、 β は束のポアソン比を Σ とすると $\Sigma = d\beta/d\theta$ から求められる。無燃りの束の軸方向のポアソン比は弾性論 (2.9) 式で $\bar{\alpha}^{(0)} = 1$ とおくことによって

$$\Sigma = \sigma / \{1 - (1 - \alpha_1)\lambda\}, \quad \alpha_1 = \bar{\alpha} / \varepsilon \quad (1.15)$$

となる。以上の関係をわれわれの場合に適用すれば $\delta\beta/\delta\theta = (\delta\beta/\delta r) \cdot (\delta r/\delta\theta)$ であって、これに (1.14), (1.15) 式および後に (1.23) 式からわかるように $W_0 = 2$ となるからその値を代入して、燃り角 θ の第2近似までとると

$$\beta(\theta) = \frac{1}{2} \Sigma_0 R_0^2 \theta^2,$$

$$\Sigma_0 \equiv \sigma / \{1 - (1 - \alpha_{10})\lambda_0\} \quad (1.16)$$

をうる。ゆえに両端距離を一定にして燃ったの束の半径 $R(\theta) = R_0 \{1 - \beta(\theta)\}^2$, 断面積 $A(\theta) = A_0 \{1 - \beta(\theta)\}^2$, 密度 $\bar{\rho}(\theta) = \bar{\rho}_0 / \{1 - \beta(\theta)\}^2$ および試長 $L(\theta)$ はそれぞれ

$$L(\theta) = L_0, \quad (1.17)$$

$$R(\theta) = R_0 (1 - \frac{1}{2} \Sigma_0 R_0^2 \theta^2), \quad (1.18)$$

$$A(\theta) = A_0 (1 - \Sigma_0 R_0^2 \theta^2), \quad (1.19)$$

$$\bar{\rho}(\theta) = \bar{\rho}_0 (1 + \Sigma_0 R_0^2 \theta^2) \quad (1.20)$$

のごとく求められる。ここで添数 0 は各量の初期値を示す。

(2) 自由燃りの場合

次に長さ方向の張力零で自由に燃る場合の束の長さの収縮と直径の減少とを考えよう。そのため最初長さ L_0 , 半径 R_0 の束が燃られて長さ L_1 , 半径 R_1 , 燃り上がりの捩角が単位長さ当り θ_1 の束になったものとする。これは仮に両端固定して燃って長さ L_0 , 半径 R , 燃角 θ のものが張力を取り去ることによって長さ方向に r だけ縮み半径が β だけ増大して仕上がったものと考えてもよいから、前項の (1.14) 式の燃縮み r と弾性論 (2.9) 式で $\bar{\alpha}^{(0)} = 0$ として燃られた場合のポア

ソソ比 Σ_1 :

$$r = \frac{1}{4} W_0 R^2 \theta^2, \quad \Sigma_1 = \frac{\alpha_1 \sigma}{\{1 - (1 - \alpha_1) \lambda\}} \quad (1.21)$$

とを用いると, $L_1 = L_0 / (1 + r)$, $R_1 = R / (1 - \beta)$ ただし $d\beta/dr = \Sigma_1$, および

$$L_1^2(1 + R_1^2 \theta_1^2) = L_0^2, \quad R_1 \theta_1 = R \theta \quad (1.22)$$

なる関係式がなりたつ。(1.22)式は自由撚りの母線の長さが L_0 に等しいとしてえられた。そこで (R, θ) の第2近似を目標にして上式を整理すると

$$W_0 = 2, \quad \theta_1 = \theta \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_{10} \Sigma_0 R_0^2 \theta^2\right) \quad (1.23)$$

となり, われわれの近似では (1.14) 式の重みは $W_0 = 2$ でなければならぬこと, また $\theta_1 = \theta$ で撚り角は撚りの前後の試長のどちらに対するものを用いても差支えないことが知られる。こうして自由撚りの場合の束の形態は単位長さ当りの θ の撚り角に対して

$$L_1(\theta) = L_0 \left(1 - \frac{1}{2} R_0^2 \theta^2\right), \quad (1.24)$$

$$R_1(\theta) = R_0 \left(1 - \frac{1}{2} (1 - \alpha_{10}) \Sigma_0 R_0^2 \theta^2\right), \quad (1.25)$$

$$A_1(\theta) = A_0 \{1 - (1 - \alpha_{10}) \Sigma_0 R_0^2 \theta^2\}, \quad (1.26)$$

$$\bar{p}_1(\theta) = \bar{p}_0 \left[1 + \left\{\frac{1}{2} + (1 - \alpha_{10}) \Sigma_0\right\} R_0^2 \theta^2\right] \quad (1.27)$$

のごとく変化することがわかる。滑渉度 α_{10} は常に1より小でその値は束の密度が大きいくほど大きいから, 束が緊密なほど撚りに伴う半径 $R_1(\theta)$ や密度 $\bar{p}_1(\theta)$ の変化は粗雑のものに比べて少なくなる。

(3) 張力一定で撚る場合

今度は長さ L_0 , 半径 R_0 の束に一定荷重 P_0 を与えて撚り, 仕上りの撚角が単位長さ当り θ_2 で長さが L_2 , 半径が R_2 の束になったものとする。この仕上がり状態は厳密に言えばちがうが近似式では差支えないから, 最初は無荷重で自由に撚って (R_1, L_1, θ_1) 状態になった束に改めて荷重 P_0 を加えることによって最後の状態が (R_2, L_2, θ_2) に変るものとして導くことができる。そうすると (R_1, L_1, θ_1) なる束に P_0 を加えたときの束の伸率 r_1 は $P_0 = S_1(r) A_1(r)$ を充す r として求められ, ここで r は $(R_1 \theta_1)$ の自乗と same order なるゆえ, (R_1, L_1, θ_1) 状態の初期ヤング率を E_1 , 初期ポアソン比を Σ_1 とすると

$$r_1 = P_0 / (A_1 E_1) \quad (1.28)$$

をうる。ただし応力 $S_1(r) = E_1 r$, 断面積 $A_1(r)$

$= A_1(1 - 2 \Sigma_1 r)$ である。

よって $(R_1 \theta_1)$ の第2近似を目標にすれば

$$R_2 = R_1(1 - \Sigma_1 r_1) = R_1 \left(1 - \frac{\Sigma_1 P_0}{A_1 E_1}\right), \quad (1.29)$$

$$L_2 = L_1(1 + r_1) = L_1 \left(1 + \frac{P_0}{A_1 E_1}\right) \quad (1.30)$$

$$\theta_2 = \theta_1(1 - r_1) = \theta_1 \left(1 - \frac{P_0}{A_1 E_1}\right) \quad (1.31)$$

が成り立つ。最後の関係は, この近似では両状態を通じて撚りの総数が変わらないことを示している。

そこで上式に, 弾性論による定義式:

$$\Sigma_1 = \frac{\alpha_1 \sigma}{1 - (1 - \alpha_1) \lambda}, \quad E_1 = \frac{\alpha_1 \epsilon}{1 - (1 - \alpha_1) \lambda} \quad (1.32)$$

$$\alpha_1 \equiv f\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{l \cos \theta}{2b} \left(\frac{\bar{p}_1}{\rho}\right)^2, \quad \epsilon \equiv \left(\frac{\bar{p}_1}{\rho}\right) \cos \theta \epsilon_f \quad (1.33)$$

を用いて (R_1, L_1, θ_1) 状態の初期ポアソン比 Σ_1 , 初期ヤング率 E_1 を撚らぬ前の Σ_0, E_0 の函数として求めて代入しよう。そのため撚りによって繊維常数 (l, b, ρ) および定長比 λ はほとんど変らぬものとし, また $\alpha_{10} \ll 1$ でその自乗が省略できるものとする, $\theta = r \theta$ と (1.27) 式の $\bar{p}_1(\theta)$ とから

$$\begin{aligned} \overline{l \cos \theta} &= l \int_0^{R_1} \cos(r \theta) 2\pi r dr / \int_0^{R_1} 2\pi r dr \\ &= l \left(1 - \frac{1}{4} R_0^2 \theta^2\right), \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$\alpha_1 = \alpha_{10} \left\{1 + \left(\frac{3}{4} + 2 \Sigma_0\right) R_0^2 \theta^2\right\} \quad (1.35)$$

が出る。よって

$$\Sigma_1 = \alpha_{10} \Sigma_0 \left\{1 + \left(\frac{3}{4} + 2 \Sigma_0\right) R_0^2 \theta^2\right\}, \quad (1.36)$$

$$E_1 = E_0 \left\{1 + \left(\frac{5}{4} + 3 \Sigma_0\right) R_0^2 \theta^2\right\} \quad (1.37)$$

である。したがって (1.29)~(1.31) 式はそれぞれ

$$\begin{aligned} R_2(\theta) &= R_0 \left\{ \left(1 - \frac{\alpha_{10} \Sigma_0}{A_0 E_0} P_0\right) - \frac{\Sigma_0}{2} \left(1 - \alpha_{10}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 \alpha_{10} \Sigma_0}{A_0 E_0} P_0 R_0^2 \theta^2 \right\} \end{aligned} \quad (1.38)$$

$$\begin{aligned} L_2(\theta) &= L_0 \left\{ \left(1 + \frac{P_0}{A_0 E_0}\right) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 P_0}{A_0 E_0}\right) \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{7}{4} + 2 \Sigma_0 + \alpha_{10} \Sigma_0\right) R_0^2 \theta^2 \right\}, \end{aligned} \quad (1.39)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(\theta) &= \theta \left\{ \left(1 - \frac{P_0}{A_0 E_0}\right) + \frac{P_0}{A_0 E_0} \left(\frac{5}{4} + 2 \Sigma_0\right) \right. \\ &\quad \left. + \alpha_{10} \Sigma_0 R_0^2 \theta^2 \right\} \end{aligned} \quad (1.40)$$

のごとくなる。また (1.28) 式の伸率は小さいものとしてその自乗および $R_0^2 \theta^2$ との積を省略すると (1.38), (1.39) 式から

$$A_2(\theta) = A_0 \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha_{10}\Sigma_0 P_0}{A_0 E_0} \right) - \Sigma_0 (1 - \alpha_{10}) R_0^2 \theta^2 \right\}, \quad (1.41)$$

$$\bar{p}_2(\theta) = \bar{p}_0 \left\{ 1 + (2\alpha_{10}\Sigma_0 - 1) \frac{P_0}{A_0 E_0} + \left(\frac{1}{2} + \Sigma_0 - \alpha_{10}\Sigma_0 \right) R_0^2 \theta^2 \right\} \quad (1.42)$$

がえられる。この場合には (1.38)~(1.40) 式の第 2 項 $R_0^2 \theta^2$ の係数で $P_0/(A_0 E_0)$ を含むものは省略することができる。これらの諸式の添数 0 は無撓りの束における特性値を表わしており、 θ は無撓りの際の試長に対する単位長さ当りの撓角である。もし撓り上がりの撓角 θ_2 に関するものに式を改めたければ (1.40) 式を用いてかきかえればよい。

このようにして、われわれは最初の形態が $(R_0, L_0,$

$\bar{p}_0)$ でその弾性的な特性が (E_0, Σ_0) で与えられている繊維束を、(i) 一定長で (ii) 無張力で (iii) 一定張力で、それぞれ加撓する場合の束の長さ L , 半径 R , 密度 $\bar{p}$ の変化を撓角 θ の函数として導くことができた。このうち (ii) は (iii) で $P_0 = 0$ としたものであり、(i) は (1.39) 式の近似式で $L_2(\theta) = L_0$ とおいて求めるか、または (1.21), (1.28) 式から求められるように、やはり (iii) で張力を

$$P_0 = \frac{1}{2} (A_0 E_0) (R_0 \theta)^2 \quad (1.43)$$

のごとく増加させた場合であって、いずれも (iii) の状態に含まれてしまうことがわかる。

文 献

- 1) 木下茂武；本誌，11, 468 (昭 30)
- 2) 木下茂武；本誌，12, 116 (昭 31)

毛 織 物 生 産 高

(単位 1,000 ファヤード)

種 別 月 別	梳 毛				紡 毛			
	毛 織	綿 織	絹フィラメント	計	毛 織	絹 織	絹フィラメント	計
31 年 計	129,521	5,910	2,132	137,563	73,318	5,708	76	79,102
31 年 7 月	10,275	453	160	10,888	7,163	475	12	7,650
8	10,437	478	260	11,175	6,757	537	12	7,306
9	11,107	764	307	12,178	6,911	456	11	7,378
10	10,501	499	296	11,296	7,142	944	4	8,090
11	11,144	584	343	12,071	7,746	903	5	8,654
12	12,208	735	284	13,227	7,285	836	15	8,136
32 年 1 月	12,058	733	148	12,939	5,497	617	9	6,923
2	14,411	705	118	15,234	4,920	807	1	5,728
3	13,939	944	96	14,979	4,152	349	11	4,512
4	12,077	903	90	13,070	4,820	535	1	5,356
5	11,383	901	96	12,353	5,238	286	22	5,546
6	12,003	949	93	13,045	5,756	811	22	6,589

出所．化学繊維需給統計（8月号）