(昭和34年8月26日受理)

ファイバー集合体(毛布カード上り)の圧縮弾性

第1報 圧縮特性曲線

東洋紡績株式会社 松島正信・松尾達樹
繊維化学研究所

COMPRESSIONAL RESILIENCE OF BLANKETS AND CARDED FIBRE MASS

(I) PRESSURE-DEFORMATION CURVES

By Masanobu Matsushima and Tatsuki Matsuo

(Toyo Spinning Co., Ltd. Textile Research Institute, Katada Machi, Shiga Prefecture, Japan)

Utilizing an Instron tester, the shapes of the pressure-deformation curves for blankets and carded fibre mass are measured.

They are fitted by the equation $P = B_0 \alpha_0^x$

P : Where pressure, x : deformation α_0 and B : constants.

Applying a model which consists of $m(x)$ springs in series and the $n(x)$ serial springs in parallel, to samples, we derived the pressure-deformation equations. The theoretical equations include the arithmetical expressions described by several workers and show satisfactory agreement with the observations.

(Received August 26, 1959)

緒 言

この報文で使用される用語を特に次のように定義する。

圧縮特性：圧縮変位と圧縮圧力の関係をいう。

圧縮回復性：圧縮による圧縮特性に関連した量の変化の割合をいう。

圧縮弾性：以上両者を合わせていう。

従つて、以下研究されることは、直接には、「圧縮弾性」から連想されるような心理的因子は考慮の対象にはなっていない。

第1報では圧縮特性を問題とし、次報では圧縮回復性を取り扱う。圧縮特性を正確に測定できるようになつたのは、力を電気的な方法で連続的に測定され始めた最近のことであり、不連続な測定では、応力緩和、クリープにもとづく時間的変化を考えねばならぬ以上、そのデータの厳密な解析は途方もなく困難なものになつて来る。

従来(広義の)圧縮弾性については、実用的観点から心理的な要素をも考慮して、その数量化が種々試みられている¹⁾²⁾³⁾⁴⁾。また圧縮特性がどのような式で表現されるかは、従来幾多の人の研究がある⁵⁾⁶⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾。これらの式については、岡島、池田¹³⁾が自己の実験結果に基づいて検討している。また C. M. van Wyk¹⁴⁾ がファイバーのまげ機構から理論的に式を導き出しているが、好ましくないと思われる仮定が入っており、実験結果に

もあまり適合しないようである。

この研究では、圧縮特性式を圧縮に伴つて個数の変化するスプリングの集合に対応させ、従来提出された幾多の式を包括する理論式を導出した。特にわれわれの実験結果から P. Larose¹²⁾ の式をとりあげ、そこに含まれるパラメーターを分析した。更に種々の条件下にあるファイバー集合体について、上の理論式が、実験に比較的よく適合していることを確めた。

実験方法

実験は温度 20°C、相対湿度 65% で行なつた。

(イ) 毛布の圧縮特性測定

平板がインストロンテストスターのストレンゲージに連結

Fig. 1 Pressure-deformation measuring apparatus

されている。

円筒棒の底面直径は 3.5 cm で圧縮力 P と圧縮変位の関係を自記させる。

(ロ) カード上りの圧縮特性測定

試料を圧縮する方法として、三つの方法を試みた。

- イ 試料を円筒に入れて圧縮する。
- ロ 試料を溝型の箱に入れて圧縮する。
- ハ 試料を自由な状態で圧縮する。

イ、ロにおいては試料の量の規定が容易な点で有利であるが、実験結果によると、円筒や箱が圧縮円筒棒に比して充分大きくなければ、側圧の影響が大きく効いて来て、試料の特徴が表われにくい。

ハの方法は、試料の量の規定が困難であるが、理論的には最も扱い易い。従つて以下の実験はハの方法を採用している。(Fig. 1 参照)

圧縮円筒棒の底面の直径は 5.7 cm である。試料のおき方が問題であるが、試料の断面が常に様で一定の大きさをとるよう、またかさばり高さ、試料の重量をも規制した。なおこれについては若山、服部¹⁵⁾の優れた方法があるが、試料の量の関係で上記の方法を採用した。

実験結果

特にことわらない限り、圧縮変形速度は毛布においては 0.5 cm/min、カード上りについては 10 cm/min。

毛布、カード上りの圧縮特性曲線を $\log P-x$ (P …圧力, x …変位) のグラフにプロットした。その代表例を Fig. 2, Fig. 3 に掲げる。

毛布、カード上り両方共、 $P=Be^{ax}$ が x の相当広い

Fig. 2 Pressure-deformation curves of A₁ blanket

- 1 F; 1st compression
- 2 F; 2nd compression
- 1 B; 1st compression removal

Fig. 3 Pressure-deformation curves of carded staple fiber mass

範囲にわたつて実験にあてはまつている。ウール、アクリル系 A₁ 繊維の毛布については、途中で折れまがり、があり、圧縮機構が 2 段にわかれていることを示唆している。またカード上りについては、 P の大なる部分にて、 $P=Be^{ax}$ からのずれが目立っている。

圧縮特性式の考察

圧縮荷重はファイバーの変形抵抗で支えられているわけで、この変形抵抗は、主としてまげ抵抗によるものとみられる。このファイバーのまげは、たとえば、両端支持梁まげ、片持梁まげ、垂直柱のまげ、およびこれらの組合わさつたまげが考えられる。いずれも材料力学的考察から非常に良好な近似でもつて、ファイバーのまげについて、

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{\Delta M}{\kappa EI}$$

が成立する。

ただし、 ρ , ρ_0 : 変形前、変形後の曲率半径

ΔM : まげモーメントの増加分

E : ファイバーのヤング率

I : ファイバーの断面二次モーメント

κ : 修正係数

どのような型のまげが効いているにしろ、それらの平均現象を考へて変位 x において、

$$\Delta M(x) = l(x) \Delta p(x) \quad \dots\dots\dots (1)$$

とおく、ただし $p(x)$ は、1 本のファイバーにかかる荷重で、 Δp は p の増加で、ファイバーにかかるまげモーメントが ΔM だけ増大したとする。

$$x \rightarrow x + \Delta x \quad p \rightarrow p + \Delta p \quad \text{に対して}$$

$$\Delta x = \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) L(x) \quad \dots\dots\dots (2)$$

とおく、(1)(2) から

Fig. 4 $n(x) \cdot m(x)$ springs $n \cdot m$ 個のスプリング model

が第4図の如く組み合わさっており、これが全体として圧縮荷重 P を支えていることになる。スプリング1個について(3)式が成立しているものとする。この場合 $n=n(x)$, $m=m(x)$ で、 n , m は x の関数と考える。この1個のスプリングは、1本のファイバーに必ずしも対応しているわけではない。1本のファイバーで数個のスプリングに当たる場合もありうるわけで、また変位が小であれば、 $n \cdot m$ は試料全体のファイバーの数に比べて極く小部分に当たるだろう。以下このスプリングに当たるファイバーを有効ファイバーと呼ぶことにする。従って1本のファイバーで数個の有効ファイバーにもなりうる。

まず $m(x)$, $b(x)$ について

$$m(x) = m_0 \left(\frac{b_0}{b(x)} \right)^{\delta} \quad \dots\dots\dots (5)$$

で近似されうると仮定する。ただ m_0 , b_0 は $P=0$ における m , b とする。

集合体全体が $x \rightarrow x+dx$ に圧縮された場合(3)から上のモデルを適用して、

$$\frac{dx}{m_0 \left(\frac{b_0}{b(x)} \right)^{\delta}} = \frac{1}{k} \Gamma(x) dp \quad \dots\dots\dots (6)$$

(4)を参照して更に一般的に

$$\Gamma(x) = Kb^{\alpha}(x) \quad \dots\dots\dots (7)$$

とおく、また n 本の有効ファイバーの梁の長さ b とみなされているのだから、 n 個の点のまわりに b^{β} の空間を作るとそれは x についてほとんど不変とみなされる。

$$\Delta x = \frac{1}{k} l(x) L(x) \cdot$$

$$\Delta p(x) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $k = \kappa EI$ でファイバーのまげ剛さを表わしている。

両端支持梁、片持梁等の集中荷重によるたわみでは、

$$l(x) L(x) = \Gamma(x) \\ = Kb^{\beta}(x) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 b は梁の長さ。

ここでファイバー集合体に目を移して、圧縮抵抗を有効に支えているファイバーの集りを次のようなモデルで考える。すなわち、

すなわち、適当な β の値 β_s によって

$$nb^{\beta_s} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (8)$$

が近似的に成り立つと仮定する。(7)より

$$\Gamma(x) = \text{const.} n^{-\frac{\alpha}{\beta_s}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$P=np$ から

$$\frac{dP}{dx} = n \frac{dp}{dn} + p \frac{dn}{dx} = n \frac{dp}{dx} + \frac{P}{n} \frac{dn}{dx}$$

$$(6)(8)(9) \text{ から } \frac{dp}{dx} = \frac{\text{const. } k}{m_0} n^{\frac{\alpha-\delta}{\beta_s}}$$

$$\therefore \frac{dP}{dx} = P \left\{ \frac{\text{const. } k}{m_0} \frac{n^{1+\frac{\alpha-\delta}{\beta_s}}}{P} + \frac{d}{dx} \log n \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで $n=n(x)$ を考察する。

C. M. van Wyk はファイバーを d なる直径の円柱として、その方向 θ がファイバー集合体のかさばり高さ h に無関係であると仮定して、 $n=n(x)$ に当るものを導いている。しかし圧縮が進めば、ファイバーの配向が生じて来て θ の分布 $f(\theta)$ は h の関数とみなさなければならぬ。すなわち $f(\theta) = f(\theta, h)$, これに C. M. van Wyk の考え方を適用して、

$$b = \text{const. } n^{-\frac{1}{\beta_s}} = \frac{h}{2ld \cdot \frac{1}{4\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi \sin^2 \theta f(\theta, h) d\theta} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 l : 集合体単位断面積下のファイバーの全長、

$I(\theta, h)$ は集合体の形態によつてきまる函数で C. M. van Wyk には $f(\theta, h)$ の因子が含まれていないから、C. M. van Wyk の圧縮特性式も、形態によつて変化する自由度が入っていない。しかし $f(\theta, h)$ はこのような形態によつて決まる自由さを持つている以上、一般的考察は非常に困難なものになっている。従つて、実験結果をとり入れて、 $n=n(x)$ を決めることにする。

$$P = \bar{K}^{-1} n^{\xi(n)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

とおく。これを(10)式に代入する。

$$\frac{d}{dx} \log P = \frac{dn}{dx} \left[\xi' \log n + \frac{\xi(n)}{n} \right] \text{ から}$$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\text{const. } k}{m_0} (PK)^{\frac{1+\frac{\alpha-\delta}{\beta_s}}{\xi(n)}} + \frac{1}{(\bar{K})^{1/\xi(n)} P^{-1/\xi(n)}} \cdot$$

$$\frac{1}{\xi'(n) \log n + \frac{\xi(n)}{n}} \frac{dP}{dx}$$

$$\therefore \frac{dP}{dx} \left[1 - \frac{1}{\xi'(n) \log n + \frac{\xi(n)}{(\bar{K})^{1/\xi(n)} P^{1/\xi(n)}}} \right]$$

$$\frac{1}{(\bar{K})^{1/\xi(n)} P^{-1/\xi(n)}} \left] = \frac{\text{const. } k}{m_0} (PK)^{\frac{1+\frac{\alpha-\delta}{\beta_s}}{\xi(n)}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで後記す実験結果からみて、

$\xi(n) = \xi_0 (= \text{constant}) \dots (12')$ とおく

$$\frac{dP}{dx} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\xi_0}} \frac{\text{const. } k}{m_0} (P\bar{K})^{\frac{1 + \frac{\alpha - \delta}{\beta_s}}{\xi_0}} \dots (14)$$

$$t = \frac{1 + \frac{\alpha - \delta}{\beta_s}}{\xi_0} \quad \text{かつ} \quad N = \frac{\xi_0 \text{const. } k\bar{K}}{\xi_0 - 1} \frac{1 + \frac{\alpha - \delta}{\beta_s}}{m_0}$$

とおくと, (14) 式は,

$$\frac{dP}{P^t} = N dx$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{イ } t \neq 1 \text{ なら } \frac{1}{1-t} P^{1-t} = N + \text{const.} \\ \text{ロ } t = 1 \text{ なら } P = \text{const. } e^{Nx} \end{array} \right\} \dots (15)$$

圧縮特性が $P = Be^{a_0 x}$ で表現される範囲では, $t = 1$ で

$$\left. \begin{array}{l} \xi_0 = 1 + \frac{\alpha - \delta}{\beta_s} \\ a_0 = kc \quad c = \frac{\xi_0}{\xi_0 - 1} \frac{\bar{K}}{m_0} \text{const.} \end{array} \right\} \dots (16)$$

$$\text{ただし } \bar{K} = \frac{n^{1 + \frac{\alpha - \delta}{\beta_s}}}{P}$$

圧縮特性式の構造

圧縮特性式として $P = Be^{a_0(x)}$ を採用することにする。これには次のような利点がある。 x の充分広い範囲にわたって $a(x) \simeq a_0$ とみなされる(ある種の毛布では x の範囲によつて 2 個の値をとる) から, 特性式はこの範囲では, パラメーター a_0 のみで規定され得る。従つて (16) に注目して圧縮特性が, ファイバー集合体の性質によつてどのように決つて来るか吟味することにする。なお a_0 のかわりに $a(x)$ を採用しても議論の大筋には変更を来たさないだろう。

(1) $a_0 = kc$ について

k は前記の通りファイバーのまげ剛さに当るから, ファイバー固有の値をもつており, $k = \kappa EI \propto d^2 E$, $d \dots$ ファイバーのデニール, また (16) で

$$c = \frac{\xi_0 \text{const.}}{\xi_0 - 1} \frac{1}{m_0} \frac{n^{1 + \frac{\alpha - \delta}{\beta_s}}}{P}$$

であるから, c は一定の $P(x)$ に対して n の大小に関連する量であつて, 明らかにファイバーの集合状態によつて左右される量である。 c の大きいことはすなわち a_0 の大きいことで, $\frac{dP}{dx} = a_0 P$ から, P の増加率が大きくなつてゐる。 $a_0 = kc$ の如く圧縮特性値 a_0 がファイバーのまげ剛さ k と集合形態因子 c に分離されることは注目すべきことと思われる。二度三度と圧縮を繰り返せば c は増大し, 従つて a_0 も増大する。このことについては次報で詳しく触れることにする。

(2) 試料のかさばりと圧縮特性

試料のかさばり高さを h とすると $h \propto m_0$ とみられる

Fig. 5 Weight of sample ; $W(g)$ } $h = \frac{5}{3} W$
Height of sample ; $h(\text{cm})$

$$\text{から, } a_0 \propto \frac{1}{h} \dots (17)$$

からかさばり高さ h を変えて圧縮特性値 a_0 を実験から求めた結果を Fig. 5 にまとめる。

大体の傾向は, (17) 式と一致している。この程度のバラツキは, 試料のおき方に帰せられよう。また試料の自重も一応 $P \approx 0$ の付近では考慮されねばならない。

(3) ファイバーのデニールと圧縮特性値 a_0 について

試料の重量が一定の場合, デニール d_1, d_2 のファイバーの集合体 1, 2 について, 双方の形態的条件が同一なる場合は, 大よそ $n_1 m_1 d_1 = n_2 m_2 d_2$ とみなされる。一方, $k_1 = K_1 d_1^2 E_1$, $k_2 = K_2 d_2^2 E_2$, ファイバーが同種のものであれば, $K_1 = K_2$, $E_1 = E_2$ とみなして,

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad \text{また, } m_1 = m_2 \text{ にとると}$$

$$n_1 d_1 = n_2 d_2 \quad (16) \text{ から}$$

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{a_2} &= \frac{k_1 c_1}{k_2 c_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{1 + \frac{\alpha - \delta}{\beta_s}} \\ &= \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{1 - \frac{\alpha - \delta}{\beta_s}} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{\nu} \dots (18) \end{aligned}$$

$\Gamma(x) \propto b^x$ で $\alpha > 2$ とみられ $\delta \approx 1$ から $\nu < 1$

数種のデニールのスフカード上りについて, 実験結果は Fig. 3 これによれば, $\nu \approx 0$ よつて $\alpha \approx \beta_s + \delta$
 $\alpha \approx 3$, $\delta \approx 1$ とみれば $\beta_s \approx 2$ となる。

(4) P と n に関する実験

Fig. 6 Variation of contact area with various pressure for A₁ carded fiber mass
Figures are pressure gr/cm²

Fig. 7 Pressure-contact area relationship for A₁ fiber mass

(12') 式 $P = K^{-1} n^{\xi_0}$ がどれ程妥当なものか吟味する。

1 実験方法

一様な濃さに染料を付着させたガラス平板に試料をおき、一定の圧力 P を加える。平板との接触点で、染料を付着された試料は再び白紙に押しつけられ付着染料は白紙上にうつされる。(Fig. 6 参照)

Fig. 6 はカード上りについて染料を付着された白紙である。圧力 P における平板との接触面積は白紙上の

染料付着面積に比例しており、従って n に比例しているものとみなすことにする。付着面積 S は、スペクトロフォトメーターの Y の値から求めた。

ロ 実験結果

染料付着面積 S と P との関係を Fig. 7 のグラフに書く、グラフ上の点のパラッキは主として、平板における付着染料のむらによるものと

みられる。グラフから $P = \text{const.}$ $S^7, n \propto S$ とすれば $P = K^{-1} n^{\xi_0}$ となる。

毛布については $\xi_0 \approx 3.4$ カード上りについては、 $\xi_0 \approx 3.0$ カード上りについては、上に述べたように別の実験から $\frac{\alpha - \delta}{\beta_s} \approx 1$ よつて $\xi_0 \approx 2$ となる。これはこの実験結果と若干くいちがっているが、これは双方の実験における n の意味の相違と、前述の実験における仮定、特に $E_1 = E_2$ etc に問題があるだろう。

総 括

毛布、カード上りの圧縮圧力-変位曲線を $n \cdot m$ 個のスプリングモデルに適用して、一般的な理論式を導いた。実験結果から特に

$$P = B e^{a_0 x} \quad P: \text{圧縮圧力} \quad x: \text{圧縮変位}$$

を採用し、パラメーター a_0 の内容を分析し、実験と比較的良好な一致をみた。

最後に本研究について、有益な助言を与えられた本研究所周員、八星 孚氏に感謝する。

文 献

- 1) H. Mark; *Text. Res. J.*, 16, 361 (1946)
- 2) Winson; *J. Text. Inst.*, 23, T 386 (1932)
- 3) Robinson; *Text. Res.*, 8, 310 (1938)
- 4) Kaswell; *Textile. Fibre. Yarns and Fabrics* 49
- 5) F. T. Peirce; *J. Text. Inst.*, 21, T 377 (1930)
- 6) F. T. Peirce; *Text. Res. J.*, 17, 123 (1947)
- 7) R. M. Hoffman, L. F. Beste; *Text. Res. J.*, 21, 66 (1951)
- 8) H. Bogaty, N. R. S. Hollies, J. C. Hintermeyer & M. Harris; *Text. Res. J.*, 23, 108 (1953)
- 9) J. Schofield; *J. Text. Inst.*, 29, T 239 (1938)
- 10) W. H. Rees; *J. Text. Inst.*, 39, T 131 (1948)
- 11) A. Demiruren, R. H. Burns; *Text. Res. J.*, 25, 635 (1955)
- 12) P. Larose; *Text. Res. J.*, 23, 730 (1953)
- 13) 岡島, 池田; 織学誌, 12, 720 (昭.31)
- 14) C. M. van Wyk; *J. Text. Inst.*, 37, T 285 (1946)
- 15) 若山, 服部; 織機学誌, 11, 15 (昭.33)