(昭和 34 年 9 月 28 日受理)

繊維および糸の曲げ剛さの測定法

信州大学繊維学部 呉 祐吉・篠 原 昭
古 平 善 蔵

MEASUREMENTS OF THE FLEXURAL RIGIDITY OF FIBER AND YARN

By Yukichi Go, Akira Shinohara and Zenzo Kodaira

(Faculty of Textiles, Shinshu University, Ueda, Japan)

The two elastica methods (long column and loop) to measure the flexural rigidity of the fiber and yarn are devised.

In the long column method, a sample of length l is standed perpendicularly and a load larger than its critical one of the buckling is applied to the top (free) end. In measuring the vertical deflection x_α ie the interval between a horizontal line and loaded end is measured experimentally, the flexural rigidity is obtained by the folloing equation :

$$EI = \frac{Pl^2}{[F(\alpha, k)]^2}$$

Where ; $F(\alpha, k)$ denominator of perfect elliptical integration of the 1st kind, $k = \sin \alpha/2$ where α is tangent of loaded end of the distorted sample, this α is obtained by the graph (Fig. 3) indicating the relations between $x_\alpha/l - k - F(\alpha, k)$. When the sample's own weight is negligible small, this formula is available to the cantilever method loaded at its free end. In this case, it is convenient to obtain α using a graph of $y_\alpha/l - k$ (Fig. 2), where y_α is the vertical deflection from its initial coordinate and $P \cos \alpha \sin \alpha$ is used replaing P . These long column method is applicable only for large deniers of above 20 denier and yields incorrect results at lower deniers.

The loop method is a development from the above method, applicable to more fine filaments. This principle is reported by D. Sinclair in 1950 (ref. cited No.10). As shown in Fig. 4 & 5, looped sample is extended verticlely between torsion balance and cathetometer. If the height a from the vertical line between two clamped ends where distance is large enough to neglect the end moment, and loop apex, and tension T are measured experimentally, EI is obtained from the equation :

$$EI = \frac{a^2 T}{4}$$

It is more convenient to make fiber into a bundle to measure finer samples.

In order to measure EI of the fiber bundle, stable ply twist yarn is used, when twisted yarn composed of m filaments is folded, expected stable ply is obtained (Fig. 7). In this case, there are relations denoted in eqs. 1-3 between apparent flexural rigidity of twisted sample B_h and EI of a filament, especially when the twisted angle with fiber axis $(\pi/2 - \theta)$ is very small, i.e. $\theta = 90$,

$$EI = \frac{1 + \sin^2 \theta}{4 m \sin \theta} B_h$$

The results of EI of a filament from this method is larger than that from the other single yarn method, its value increases as θ is increased.

(Received September 28, 1959)

1. 緒 論

繊維や糸のような繊細なものの曲げ剛さの測定は技術的にむずかしく、二、三の方法が試みられているにすぎ

ない。著者らは織物の剛さの研究において原糸ないしは原繊維の曲げ剛さとの関係調べる目的の一環として、それに便利な測定法を考えてみた。

従来、糸あるいは繊維類の曲げ剛さ (EI) の測定に用

いられてきた方法を大別すると、

- (1) 自重あるいは荷重による微小撓み現象を利用するもの。
- (2) 長柱の挫屈現象を利用するもの
- (3) Elastica として取扱うもの
- (4) Heavy Elastica として取扱うもの
- (5) 動的振動測定によるもの

以上のごとくなる。(1)は材料力学における梁の撓みの公式を利用する¹⁾か、試料を円環または弧状にして撓みを与えカスチリアノの定理を応用するもの²⁾であり、繊維や糸には必ずしも適当な方法ではない。(2)の方法は桜田・辻両氏により報告されたもので、長柱の挫屈に関するオイラーの公式を応用し、トーションバランスとカセットメーターを用いて挫屈荷重(繊維柱の縦圧縮が曲げに変わる臨界荷重)を求めるものである。elasticaのうち最も広く用いられているのは自由端荷重式の片持梁法である。これの解析は F. H. Hummel & W. B. Morton⁴⁾によつて行われたが、他の elastica の場合と同様楕円積分表を用いれば容易にとくことができるため、比較的多くの応用例が報告されている。この方法の変形として半円形の筒に一定張力で糸を捲きつけ、その捲付き状態から間接的に求めようとするものがあり⁵⁾、また試料を半円形に曲げ、そのモーメントを測定し、 $EI = -Mp$ (M : モーメント、 p : 円の半径)の関係から求める方法⁶⁾などがある。(4)の heavy elastica も Hummel らの研究に始まるのであるが、F. T. Peirce⁷⁾によつて繊維の測定に便利な公式が導かれ、さらに W. G. Bickley⁸⁾によつてより精度の高い式が導かれた。ただ heavy elastica の方法では糸類のように比較的線密度の小さなものではかえつて不便な場合が多いようである。最後の動的方法は振動リード法あるいは附加質量振動リード法⁹⁾などによる測定が報告されているが、いまの場合繊維との関連性に主眼をおくために、これは一応考慮外におくことにした。

これらの方法が実際に応用できるのは試料が比較的太く、しかも静置状態で真直ぐなものに限られる。したがつて 2 den. 前後のモノフィラメントや捲縮のある羊毛などには適さないし、束繊維では生糸のように相互に接触し、無撚のものにのみ利用できるにすぎない。そこで糸条件を次の2つに大別し、それぞれに便利な方法のうち、われわれが採用した elastica 法について報告する。

- a) 集束状態の抱合が悪く、さらに撚のあるもの
 - b) 比較的太く、真直ぐで、しかも撚のないもの
- 本報では便宜上 a) に応用するものを長柱法、b) のをループ法と呼ぶことにする。

2. 原理および方法

(i) 長柱法: 片持梁法を繊維に応用する場合に、撓みを適当にするような荷重の選択がむずかしく、また辻氏の方法では圧縮力の印加が細長比 (slenderness ratio) の大きな場合には技術上むずかしい欠点がある。そこでわれわれはこの欠点を除いて長柱の挫屈後の撓みを測定し、かつ同一荷重に対しては水平片持梁より荷重効果を少なくするため、Fig. 1-A のとき方法を用いたすなわち適当な長さの繊維の一端に荷重を附し、その撓みから EI を求めることができる。これは原理的には、F. T. Peirce の方法や水平片持梁法と全く同じものであるが、自重効果が小さいことと、垂直固定が容易なことと測定が水平状のより簡単である等の長所がある、

いま荷重を P 、試長を l 、荷重端における接線と垂直軸となす角を α とすれば EI は次式により求まる。

(A) Vertical method

(B) Horizontal method

Fig. 1 Principle showing long column method

Fig. 2 Quasi-nomograph for horizontal method

$$EI = \frac{Pl^2}{F(\pi/2, k)} \quad (1)$$

ここで $k = \sin \alpha/2$, F は第一種完全楕円積分である。いま水平撓みまたは垂直撓み y_α , x_α が実験的に求めたとすると

$$\frac{y_\alpha}{l} = \frac{2k}{F(\pi/2, k)} \quad (2)$$

$$\frac{x_\alpha}{l} = \frac{2E(\pi/2, k)}{F(\pi/2, k)^*} - 1 \quad (3)$$

ここに E は第二種完全楕円積分である。 y_α/l , x_α/l を実験的に測定し, k を求め, (1) に代入すると EI が求まる。

さて $y_\alpha/l-k$, $x_\alpha/l-k$ の関係を図示すると Fig. 2, Fig. 3 のごとくなる。したがって (2) 式よりも (3) 式の方が実用的には都合よいことがわかる。 $x_\alpha/l-k-F(\pi/2, k)$ の求め方は Fig. 3 に示したごとく, 図中の矢印の方向に順次たどればよい。なお式の誘導法については文末に略述した。

実験方法——試料を黒塗りの板 (幅 5cm 位) に 5mm 間隔で捲き, 幅 1.5 cm くらいの紙を繊維と板との間の一方側の端に挿し込み, 繊維の上からセロテープ様のものを貼って固定し, クランプ端にする。他の側には繊維と板との間に薄い錫箔 (幅 3mm, 厚さ 0.2mm) を入れ, 繊維の上から同様に細いセロテープで固定する。クランプ端と錫箔の中心間との距離は試料により調節すべきである。21 den. 生糸では 2 cm 前後が適当である。繊維

のクリンプを除去するため, 1~数週間そのままの状態 (緊張状態) で恒温恒湿室に放置し, 一種 mechanical conditioning をほどこした。

しかる後クランプ端を繊維一本宛切りはなし, 錫箔も適当な大きさに切る。錫箔の大きさは撓みが Fig. 2 の直線部分になるように序め検定しておく。撓みは読取顕微鏡で読めばよい。

Fig. 1-B のような水平片持梁法においても全く同じである。自重を無視してあるから垂直撓み y_α と自由端に垂直に吊した荷重 P' を求めればよい。垂直荷重 P' を水平力 P になおすと上の長柱法と全く同じになり (1) 式に $P = P' \sin \alpha \cos \alpha$ を代入すればよいことになる。

第 1 表 21 中生糸, $l=2$ cm

	$P(\text{mg})$	$x_\alpha(\text{cm})$	$F(\pi/2, k)$	$EI(\text{dyne} \cdot \text{cm}^2)$
1	1.50	1.20	1.77	1.88
2	1.95	1.10	1.79	2.39
3	1.40	0.95	1.85	1.61
4	1.45	1.02	1.82	1.72
5	1.50	0.35	2.11	1.34
6	1.50	0.81	1.89	1.66
7	1.50	0.60	1.98	1.50
8	1.75	1.80	1.61	2.55
mean				1.83

Fig. 3 Quasi-nomograph for vertical method

$$EI = \frac{P/l^2 \sin \alpha \cos \alpha}{\{(F\pi/2, k)\}}$$

したがって(2)式から Fig. 2 を用いて求めることができる。第1表は長柱法により 21 中生糸について求めた一例である。

この結果を他の方法により求めたものと比較する目的で、次のループ法を用いた。本法は以下に詳述することく比較的細いものにも利用できる。

(ii) ループ法 これは D. Sinclair¹⁰⁾がガラス繊維に応用したもので、試料を Fig. 4]のようなキンク状のルー

プにし、張力 T とループの高さ a との関係

$$EI = T/4 \cdot a^2 \quad (1)$$

$$\text{または} \quad \log T = \log 4 EI - 2 \log a \quad (1)'$$

Fig. 5 Schematic diagram of an apparatus for loop method

↑
Fig. 6 T-S curve of 21 dem. raw silk, dotted line indicates (-2) gradient's

←
Fig. 4 Principle showing loop method

より、 T と a とを測定して EI を求めることができる。 $1'$ 式からわかるごとく、この関係は対数グラフでは常に勾配 -2 の直線になり、縦軸との交点より EI を求めることができる。

実験方法 長柱法の場合と同様、試料に緊張を与えて十分コンディショニングし、ほとんど完全に真直ぐな試料約 15cm を選び、一端をトーションバランスの荷重鉤に結びつけ、一端を読取顕微鏡かカセットメーターに付け、垂直状態を検定する。試料 2 のほぼ中央にループを作る。トーションバランスのアーム 4 を動かして所要の荷重量を定め、それにバランスするように読取顕微鏡のラックとピニオンを利用して 3 を上下させそのときのループ径 a を顕微鏡を用いて読む。張力 T を徐々に大きくし、それに伴って 3 を下降させ、ループを小さくしていく。この場合試料にクリンプが残存している場合はその効果があるので、かかるデータは棄却した。

前記長柱法の場合と同じ試料を用いて実験した一例を Fig. 6 に示した。実験範囲は $T=10\sim 150\text{mg}$ 、 $a=10\sim 2\text{mm}$ くらいであり、 a の大きな場合には再現性のあるデータは得られなかった。なお式の誘導法は Appendix に示した。

(iii) **加撚法** もし試料に撚（厳密には完全にセットされた塑性撚または双糸のような安定撚）のある場合には曲げ剛さとして相当曲げおよび振り剛さ B_h, C_h を用いればよい、すなわち n プライ撚の糸では

$$\left. \begin{aligned} B_h &= nB_0 \\ C_h &= nC_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$B_0 = 2 \sin \theta \left\{ \frac{1 + \sin^2 \theta}{B} + \frac{\cos^2 \theta}{C} \right\}$$

$$C_0 = \sin \alpha \left\{ \frac{\cos^2 \alpha}{B} + \frac{\sin^2 \alpha}{C} \right\}$$

$$B = \sum_{j=0} m_j B_{sj}, \quad C = \sum_{j=0} m_j C_{sj}$$

$$B_{sj} = 2 \sin \beta_j \left\{ \frac{1 + \sin^2 \beta_j}{EI} + \frac{\cos^2 \beta_j}{GI_p} \right\}$$

$$C_{sj} = \sin \beta_j \left\{ \frac{\cos^2 \beta_j}{EI} + \frac{\sin^2 \beta_j}{GI_p} \right\}$$

ここに

B_h, C_h : 撚糸の見掛けの曲げおよび振り剛さ

B_0, C_0 : 螺旋状素糸の見掛けの曲げおよび振り剛さ

B, C : 素糸の曲げおよび振り剛さ

B_{sj}, C_{sj} : 素糸を構成する撚角 β_j の螺旋状単繊維の見掛けの曲げおよび振り剛さ

EI, GI_p : 単繊維の曲げおよび振り剛さ

θ : プライ撚の撚角（横軸となす角）

β_i : 素糸の第 i 層にある単繊維の撚角（横軸となす角）

m_i : 素糸の第 i 層にある単繊維の総数

単繊維の撚角としてその平均値をとると、繊維総数を m として

$$B = mB_s, \quad C = mC_s \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} B_s &= 2 \sin \beta \left\{ \frac{1 + \sin^2 \beta}{EI} + \frac{\cos^2 \beta}{GI_p} \right\} \\ C_s &= \sin \beta \left\{ \frac{\cos^2 \beta}{EI} + \frac{\sin^2 \beta}{GI_p} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。一本撚の場合は $\theta = 90^\circ$ となるから $B_0 = B$ となり、 $\beta = 90^\circ$ の場合は $B_{si} = EI, C_{si} = GI_p$ となるのは当然である。

しかし上の式を適用するには振り実験を行って振り剛さを求めねばなる欠点があるが、一般には $\sin \theta \approx 1, \cos^2 \theta \approx 0$ とみなせるから

$$B_0 = \frac{2 \sin \theta}{1 + \sin^2 \theta} B$$

となり、 GI_p の項を消去できる。さらに $\beta > \theta$ であるから同様にして

$$EI = \frac{1 + \sin^2 \theta}{4 m \sin \theta} \cdot B_h$$

となる。

実験方法 : 適当な曲げ剛さを持つ程度に繊維を引き揃え、甘く撚を加え試料繊維の中央部で折り曲げて撚を戻し、双撚糸を作る Fig. 7 のように撚が比較的強い場合には先端に小さなループができるが、弱撚の際には大きなループになる。このループが大き過ぎると付加荷重として考慮せねばならないので、適当なところで切つて撚の戻らぬように注意して結ぶ。先端より一定長を残して図のごとく試料をボール紙にはさんで糊で固定する。試料長はその繊維の種類および太さにより適宜に変えた方がよい。100~200den. のものなら 2~3 cm が適当である。

3. 考 察

ループ法では $\log T - \log a$ 直線の勾配が試料に関係なく -2 となるはずであるが、Fig. 6 に示したごとく、得られた直線は多少勾配が、 -2 よりずれる傾向を示している。この原因として考えられることは理論式からの背離と実験誤差であるが、生糸のようなものではほとんどエラスティカとみなしても差し支えないことが他の実験からたしかめられている。また背異の傾向が一様性でなく前後にほぼランダムに分布している点からも、これは実験誤差とみなすべきものとおもわれる。ループを作るには多少の熟練を要するが、ループさえ正確に作ればやや実験操作の煩雑なきらいはあるが長柱法より精度の高い測定が期待できるとおもわれる。

長柱法もループ法もエラスティカとしての基礎的原理は全く同一のもので、単に境界条件のみが異なるだけであるから、両者の方法によつて得られた測定値もほぼ同じ

Fig. 7 Schematic diagram of specimen for loop method

Fig. 8 Plots for EI of rawsilk vs. twist/in.

になることが予想され、実測の結果、長柱法とループ法との間には得られた値の有意差がないことがわかった。

Fig. 8 にしめたのは撚数とフィラメント1本の曲げ剛さの関係であるこれからもわかる通り、単繊維1本について測定した曲げ剛さは集束加撚状態で測定したものに比して、かなり小さな値を示しており撚が大きくなるに従って順次大きな値を示し、ある程度の大きさに達するとほとんど平衡値に達する。21中生糸の場合では集束状態で測定したもののほうが2倍近くも大きくなっている。その理由として考えられることは次の二つである。

(1) 各フィラメントまたはその一部が糸の中心軸以外の軸で曲げられている。すなわち断面二次モーメントが大きくなっている。このことは Steiner の定理によつて示されることである。

(2) 各フィラメントまたはその一部が横圧と摩擦力とによつて接着し、全体が一本となつて挙動する。

以上の二つは本質的には全く同じ効果である。フィラメントが完全にフリーな状態の場合には1本で測定した結果と一致するはずであら減摩処理等により、かなりこれに近づくことができるようにおもわれる。したがつてフィラメント1本についての値を求める場合になるべく撚数を少なくし、フィラメント間の相互作用を少なくさせるようにすればよい。

4. 総 括

(1) 長柱(片持梁)法により繊維または糸の曲げ剛さを図的に求める方法を考察し、

(2) さらにエラスティカ法によるループ法により測定した結果と比較し、両者により得られた数値間には差がないことをみとめた。

(3) マルチフィラメントに加撚した状態で曲げ剛さを測定しそれより、フィラメント1本のそれを推定する方法を導いた。

(4) それより各種撚数において測定し、1本に対する曲げ剛さが他の状態で1本について測定した結果より大きくなることがわかった。

(5) この原因はフィラメント間の相互作用によるものと考えられる。これについて種々の原因を検討した。

5. あ と が き

本研究の一部は昭和33年度秋期(大阪)ならびに昭和34年度春期(東京)の繊維学会研究発表会において講演した。実験の一部は本学松橋房江氏の協力によるものである。なお著者の一人古平は現在旭化成工業株式会社高規研究所に在籍している。

Appendix 1 長柱法の解析法

座標の原点を自由端(荷重端)にえらび、座標軸を Fig. 1 のようにとると

$$EI \frac{d\theta}{ds} = -Py \quad (1)$$

s は試料の自由端からの距離である。 $dy/dx = \sin \theta$ であるから

$$EI \frac{d^2\theta}{ds^2} = -P \sin \theta \quad (2)$$

両辺に $d\theta/ds$ を乗じて積分し、 $(d\theta/ds)_{s=0}=0$, $\theta_{s=0}=\alpha$ なる条件を入れる、

$$EI \int d \left(\frac{d\theta}{ds} \right) \frac{d\theta}{ds} = -P \int \sin \theta d\theta \quad (3)$$

$$\frac{EI}{2} \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 = P (\cos \theta - \cos \alpha) \quad (4)$$

$P/EI \equiv K^2$ とおくと

$$ds = \frac{-d\theta}{K \sqrt{2 \cos \theta - \cos \alpha}} \quad (5)$$

これを積分して全長 l を求めると

$$l = \int \frac{d\theta}{K \sqrt{2 \cos \theta - \cos \alpha}} = \frac{1}{2K} \int_0^\alpha \frac{d\theta}{\sqrt{\sin^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2}}} \quad (6)$$

$k = \sin \alpha/2$ とおき、 $\sin \theta/2 = k \sin \phi = \sin \alpha/2 \cdot \sin \phi$ なる変数変換をすれば積分範囲は $\theta(0, \alpha)$ から $\phi(0, \pi/2)$ となる。したがつて

$$d\theta = \frac{2k \cos \phi d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \quad (7)$$

これを(6)式に代入すると

$$l = \frac{1}{K} \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi}} = \frac{1}{K} F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \quad (8)$$

となる。Kに元の値を入れて変形すれば本文の(1)式が得られる。また $dy = ds \sin \theta$ に(5)式を代入すると

$$dy = ds \sin \theta = \frac{-\sin \theta d\theta}{K \sqrt{2 \sqrt{\cos \theta} - \cos \alpha}} \quad (9)$$

となり、上端の水平方向の撓みは

$$y_\alpha = \frac{1}{2K} \int_0^\alpha \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{\sin^2 \alpha/2 - \sin^2 \theta/2}} \quad (10)$$

$$= \frac{2k}{K} \int_0^{\pi/2} \sin \phi d\phi = \frac{2k}{K} = 2k \sqrt{\frac{EI}{P}} \quad (10)'$$

(8), (10) 式より

$$\frac{y_\alpha}{l} = \frac{2k}{F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)} \quad (11)$$

同様にして垂直撓みは

$$x_\alpha = \frac{1}{2K} \int_0^\alpha \frac{\cos \theta}{\sqrt{\sin^2 \alpha/2 - \sin^2 \theta/2}} d\theta$$

$$= \frac{1}{K} \int_0^{\pi/2} \frac{1-2k^2 \sin^2 \phi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi}} d\phi \quad (12)$$

$$= \frac{1}{K} \left[2E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \right] \quad (13)$$

$$\frac{x_\alpha}{l} = 2 \frac{E\left(\frac{\pi}{2}, k\right)}{F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)} - 1 \quad (14)$$

Appendix 2 ループ法の解析法

Fig. 4 からわかるごとくモーメントの釣合の式は

$$M = M_1 + T(a-y) = EI/\rho$$

ρ は曲率半径である。繊維がループの曲率半径に比し十分長い場合は M_1 は省略できるから

$$\frac{1}{\rho} = \pm A \frac{dA/dy}{(1+A^2)^{3/2}} = b(a-y) \quad (16)$$

ここに $A = dy/dx$, $b = T/EI$ である。(16) 式を積分すると

$$\pm \frac{1}{\sqrt{1+A^2}} = \frac{1}{2} by^2 - bay + C \quad (17)$$

$y'|_{y=0}=0$ であるから正号で $c=1$, $y'|_{y=a}=0$ となるから

$$b = \frac{4}{a^2}$$

となる。

文 献

- 1) 辻和一郎；人絹界，8，191 (1940)
 - 2) 川上達也，池田栄雄；織工試験報 No. 32 (1955-3)
 - 3) 桜田一郎，辻和一郎；人絹界，7，882 (1939)
 - 4) F. H. Hummel & W. B. Morton；*Phil. Mag.*, 4 348 (1927)
 - 5) 高木春郎；私信
 - 6) 一志淑夫，内田貞夫；織機誌，7，331 (1954)
 - 7) F. T. Peirce；*J. Text. Inst.*, 21, T 377 (1930)
 - 8) W. G. Bickley；*Phil. Mag.*, 17, 603 (1934)
 - 9) 吳祐吉，篠原昭；未発表 (1959)
 - 10) D. Sinclair；*J. Appl. Phys.*, 21, 380 (1950)
- なお類似の取扱いをしたものに(目的は同じではないが)，
- 11) H. D. Conway；The nonlinear bending of thin circular rods, *J. Appl. Mech.*, 23, 7 (1956) がある。