講 義

紡績工場における実験計画法
—分割法について—

東京農工大学 中 里 博 明

1. ま え が き

実験計画をたてて実験を行ない、得られたデータを解析する場合、データの構造と分散分析における不偏分散の期待値は、二元配置（2因子とも母数模型）に例をとると次のようになる。ただし各種の記号は下記のように表わすことになる。ただし各種の記号は下記のように表わすことにする。

要因	添字	水準数	自由度	効果
A	i	l	ϕ_A	a
B	j	m	ϕ_B	b
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A×B			$\phi_{A \times B}$	(ab)
$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$
e (誤差)			ϕ_e	z

(1) 繰返しのない二元配置の場合

データの構造

$$x_{ij} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + z_{ij} \quad (1.1)$$

表 1.1 分散分析表

要因	S	ϕ	V	E(V)
A	S_A	$l-1$	V_A	$\sigma_e^2 + m\sigma_A^2$
B	S_B	$m-1$	V_B	$\sigma_e^2 + l\sigma_B^2$
e	S_e	$(l-1)(m-1)$	V_e	$\sigma_e^2 + \sigma_{A \times B}^2$
計	S	$lm-1$		

(2) 繰返し (r 回) のある二元配置の場合

データの構造

$$x_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + z_{ijk} \quad (1.2)$$

上記の(1), (2)はすべての処理が実験の場合全体でランダムに行なわれている必要がある。しかし繊維工場における実験では実験のやり易さ, 所要日数, 経費等の関係で実験全体をランダムに行なわないことが少なくない。

表 1.2 分散分析表

要因	S	ϕ	V	E(V)
A	S_A	$l-1$	V_A	$\sigma_e^2 + mr\sigma_A^2$
B	S_B	$m-1$	V_B	$\sigma_e^2 + lr\sigma_B^2$
A×B	$S_{A \times B}$	$(l-1)(m-1)$	$V_{A \times B}$	$\sigma_e^2 + r\sigma_{A \times B}^2$
e	S_e	$lm(r-1)$	V_e	σ_e^2
計	S	$lmr-1$		

たとえば原綿のタイプを1つの因子A（3水準）とし、ゲージ、ドラフトなどの紡出条件を他の因子B（4水準）として原綿と紡出条件とを組合せて作られる糸の特性を調べたいとき、 $3 \times 4 = 12$ 通りの組合せをランダムに行なうとすれば原綿を12回の実験のつど変更してゆかなければならない。しかも測定に実際必要な糸の量はわずかも、その糸を作るためには多量の原綿を供給しなければならない。

このようなとき原綿のタイプAの水準 A_i をまずランダムに選び、 A_i の原綿を供給して、その中でBの水準4つをランダムに変えて実験を行なうようにすれば、原綿は3通りだけ変えればよいことになる。

またこのようにして作られた糸は一般に $A_i B_j$ の水準で1本だけサンプリング測定されることはほとんどなく、少くとも数本は測定されるのが普通である。

この例のように実験全体をランダムに行なわない場合や繰返しがサンプリング以降のみでなされる場合には、データは前述の(1), (2)と同じ形に並べることができてもデータの構造は式(1.1)および(1.2)に示されるものと異なってくるから解析の方法に十分留意しないと誤まつた結論に導くおそれがある。このような実験のやり方は分割法といわれ、Aを1次因子、Bを2次因子といい、誤差 z はそれぞれに付随して出てくる。

以下に述べようとするのは分割法についてわりつけの方法や特徴などを、繊維工場での説明のモデルになり易い例をいくつかあげながら説明してゆこうとするものである。実際の実験の場合はさらにいろいろの工夫が必要であるが、これについては実験計画に関する書物¹⁾を参

Design of Experiments for Spinning Mill—on Split plot Design.

HIROAKI NAKAZATO, Faculty of Engineering,
Tokyo University of Agriculture and Technology,
Koganei City, Tokyo, Japan.

考にされたい。

2. わりつけの例と解析のやり方

2.1 1次因子A, 2次因子B

(1) わりつけの例。

原綿の種類A ($l=3$) を1次因子, 紡出条件としてゲージB ($m=4$) を2次因子として作られた糸の外観を測定する。実験の順序はまずAの水準をランダムに選びその中でBの水準をランダムにきめる。たとえば表2.1のようになる。

表 2.1 実験順序

実験順序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
原綿 A	A_3				A_1				A_2			
ゲージ B	B_2	B_4	B_3	B_1	B_4	B_1	B_2	B_3	B_3	B_2	B_4	B_1

(2) データの構造

$$x_{ij} = \mu + a_i + z_{(1)i} + b_j + (ab)_{ij} + z_{(2)ij} \quad (2.1)$$

(3) 分散分析表

表 2.2

要因	ϕ	$E(V)$
A(e_1)	$l-1=2$	$\sigma_2^2 + m\sigma_1^2 + m\sigma_A^2$
B	$m-1=3$	$\sigma_2^2 + l\sigma_B^2$
e_2	$(l-1)(m-1)=6$	$\sigma_2^2 + \sigma_{A \times B}^2$
計	$lm-1=11$	

(4) 解析の考え方とやり方

データの構造が式(1.1)と異なるのは誤差 z_{ij} が2つに分れている点である。 $z_{(1)i}$ はAをわりつけた第1段階でのランダムな環境条件の影響で1次誤差は、 $z_{(2)ij}$ 紡出条件における第2段階での誤差で2次誤差といわれる。

分散分析表の平方和S, ϕ , 不偏分散V, 分散比Fの値の求め方は普通の二元配置の場合の計算と全く同じである。表2.2の $E(V)$ をみればわかる通り交互作用 $A \times B$ が無視できればBは e_2 で検定できるが、Aと1次誤差とは完全に交絡しているから、Aが有意になった場合いずれの効果によるかわからない。これはAの各水準が1回しか出て来ないで、 A_2 を先にやり、 A_3 を後にやるということからも当然と考えられるであろう。

しかし原綿の効果よりもむしろ紡績条件との交互作用の効果についての情報を得たい実験ならば、たとえば2次因子としてゲージB, ドラフトCをとれば3者の交互作用について知ることができる。このときの実験順序はまずAの水準をランダムに選び、その中でBとCの mn 通りの組合せでランダムにするこのようにしたときのデ

ータの構造と分散分析表は次のようになる。

データの構造

$$x_{ijk} = \mu + a_i + z_{(1)i} + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + z_{(2)ijk} \quad (2.2)$$

表 2.3

要因	ϕ	$E(V)$
A(e_1)	$l-1$	$\sigma_2^2 + mn\sigma_1^2 + mn\sigma_A^2$
B	$m-1$	$\sigma_2^2 + ln\sigma_B^2$
C	$n-1$	$\sigma_2^2 + lm\sigma_C^2$
$A \times B$	$(l-1)(m-1)$	$\sigma_2^2 + n\sigma_{A \times B}^2$
$A \times C$	$(l-1)(n-1)$	$\sigma_2^2 + m\sigma_{A \times C}^2$
$B \times C$	$(m-1)(n-1)$	$\sigma_2^2 + l\sigma_{B \times C}^2$
e_2	$(l-1)(m-1)(n-1)$	σ_2^2
計	$lmn-1$	

この場合のA以下各要因のSなどの計算は普通の三元配置の場合と全く同じである。

Aの効果も1次誤差 e_1 と分離したいときには次に述べるように r 回の反復を行えばよい。

2.2 1次因子A, 2次因子B, 反復R

(1) わりつけの例

前節の例に示した表2.1の実験を r 回反復する。たとえば $r=2$ として表2.4のような順序で行なう。

表 2.4

反復	R_1								R_2							
実験順序	1	2	3	4	5	6	...		13	14	...				24	
A	A_3				A_2				A_1				A_2			
B	B_3	B_1	B_2	B_4		...			B_2	B_3	...					

(2) データの構造

$$x_{ijk} = \mu + a_i + r_k + z_{(1)ik} + b_j + (ab)_{ij} + z_{(2)ijk} \quad (2.3)$$

(3) 分散分析表

表 2.5

要因	ϕ	$E(V)$
R	$r-1$	$\sigma_2^2 + m\sigma_1^2 + lm\sigma_R^2$
A	$l-1$	$\sigma_2^2 + m\sigma_1^2 + mr\sigma_A^2$
e_1	$(l-1)(r-1)$	$\sigma_2^2 + m\sigma_1^2$
B	$m-1$	$\sigma_2^2 + lr\sigma_B^2$
$A \times B$	$(l-1)(m-1)$	$\sigma_2^2 + r\sigma_{A \times B}^2$
e_2	$l(m-1)(r-1)$	σ_2^2
計	$lmr-1$	

(4) 解析の考え方とやり方

この場合はRとAとの組合せで1つの実験単位(1次単位)になっている。 e_1 は見かけ上 $A \times R$, e_2 は $B \times R$

$+A \times B \times R$ である。したがって平方和と自由度の求め方は e_1 に対しては $S_{A \times R}$, $\phi_{A \times R}$, e_2 は全体から他の要因のを引けばよい。

検定は $E(V)$ でわかるように e_1 を e_2 で検定, e_1 が有意ならば R と A は e_1 で他は e_2 で, 有意でなければ e_1 と e_2 をプールして検定すればよい。

もしこの実験で反復 r_1 回, それぞれの組合せで得られた糸からランダムに r_2 本ずつとつて測定した場合の分散分析表は表 2・6 のようになる。

このときのデータの構造は

$$x_{ijkl} = \mu + a_i + r_k + z_{(1)lk} + b_j + (ab)_{lj} + z_{(2)ljk} + z_{(3)ljk} \quad (2.4)$$

ただし $z_{(3)ljk}$ は $A_l B_j$ の条件で作られた糸からのサンプリングと測定の誤差 (分散 σ_3^2), $z_{(2)ljk}$ は $A_l B_j$ の条件で糸を作るときに付随してくる誤差 (分散 σ_2^2) である。

表 2・6

要因	ϕ	$E(V)$
R	$r_1 - 1$	$\sigma_3^2 + r_2 \sigma_2^2 + m r_2 \sigma_1^2 + l m r_2 \sigma_R^2$
A	$l - 1$	$\sigma_3^2 + r_2 \sigma_2^2 + m r_2 \sigma_1 r_2 \sigma_A^2$
e_1	$(l - 1)(r_1 - 1)$	$\sigma_3^2 + r_2 \sigma_2^2 + m r_2 \sigma_1^2$
B	$m - 1$	$\sigma_3^2 + r_2 \sigma_2^2 + l r_1 r_2 \sigma_B^2$
$A \times B$	$(l - 1)(m - 1)$	$\sigma_3^2 + r_2 \sigma_2^2 + r_1 r_2 \sigma_{A \times B}^2$
e_2	$l(m - 1)(r_1 - 1)$	$\sigma_3^2 + r_2 \sigma_2^2$
e_3	$l m r_1(r_2 - 1)$	σ_3^2
計	$l m r_1 r_2 - 1$	

上の実験でもし r_2 個のデータの平均値を使つて解析すると分散分析表は表 2・7 のようになる。このようにするとサンプリングと設定の誤差に関する情報 (σ_3^2 など) がえられなくなる。しかし計算は少し楽になりまた σ_3^2 は σ_3^2/r_2 になってくる。データの数之余り多くなければ平均値をとらないでそのまま解析した方が有利であるが, 糸のようなサンプリング誤差が比較的大きい場合には平均値を用いることがしばしばある。

表 2・7

要因	ϕ	$E(V)$
R	$r_1 - 1$	$1/r_2 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + m \sigma_1^2 + l m \sigma_R^2$
A	$l - 1$	$1/r_2 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + m \sigma_1^2 + m r_1 \sigma_A^2$
e_1	$(l - 1)(r_1 - 1)$	$1/r_2 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + m \sigma_1^2$
B	$m - 1$	$1/r_2 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + l r_1 \sigma_B^2$
$A \times B$	$(l - 1)(m - 1)$	$1/r_2 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + r_1 \sigma_{A \times B}^2$
e_2	$l(m - 1)(r_1 - 1)$	$1/r_2 \sigma_3^2 + \sigma_2^2$
計	$l m r_1 - 1$	

2.3 不偏分散の期待値について

分割法の場合には上に述べたように誤差がいくつかに分れてくるので, 検定, 推定を行なう際データの構造と不偏分散の期待値をはつきりしておく必要がある。それぞれの場合に応じて $E(V)$ を誘導してゆくのは大変であるので次のようなルールを知つておくとう便利である。

(1) 1 次因子および 1 次因子間の交互作用は 1 次要因となる。

(2) 2 次因子, 1 次因子と 2 次因子間の交互作用および 2 次因子間の交互作用はいずれも 2 次要因となる。

(3) 各分散成分にかかる係数はランダム化された実験の場合と同じ考えでよい (1 次誤差 σ_1^2 の係数は 1 次単位内の 2 次単位の数になる)。

たとえば A (l 水準), B (m 水準) を 1 次因子, C (n 水準), D (p 水準) を 2 次因子として実験を行なつたときの不偏分散の期待値は 3 因子交互作用を無視すると表 2・8 のようになる。

表 2・8

要因	ϕ	$E(V)$
A	$l - 1$	$\sigma_2^2 + n p \sigma_1^2 + m n p \sigma_A^2$
B	$m - 1$	$\sigma_2^2 + n p \sigma_1^2 + l n p \sigma_B^2$
e_1	$(l - 1)(m - 1)$	$\sigma_2^2 + n p \sigma_1^2 + n p \sigma_{A \times B}^2$
C	$n - 1$	$\sigma_2^2 + l m p \sigma_C^2$
D	$p - 1$	$\sigma_2^2 + l m n \sigma_D^2$
$A \times C$	$(l - 1)(n - 1)$	$\sigma_2^2 + m p \sigma_{A \times C}^2$
$A \times D$	$(l - 1)(p - 1)$	$\sigma_2^2 + m n \sigma_{A \times D}^2$
$B \times C$	$(m - 1)(n - 1)$	$\sigma_2^2 + l p \sigma_{B \times C}^2$
$B \times D$	$(m - 1)(p - 1)$	$\sigma_2^2 + l n \sigma_{B \times D}^2$
$C \times D$	$(n - 1)(p - 1)$	$\sigma_2^2 + l m \sigma_{C \times D}^2$
e_2	*	σ_2^2
計	$l m n p - 1$	

注 1) * $\phi_{e_2} = \phi_{A \times B \times C} + \phi_{A \times B \times D} + \phi_{A \times C \times D} + \phi_{B \times C \times D} + \phi_{A \times B \times C \times D}$

2) 1 次誤差 e_1 には $A \times B$ が交絡する。

2.5 検定と推定

(1) 検定

検定は $E(V)$ の項をみればどれでどれを検定すればよいかわかる。たとえば表 2・5 の場合はまず e_1 を e_2 で検定し, e_1 が有意ならば R と A は e_1 で, B と $A \times B$ は e_2 で検定する。 e_1 が有意でなくて $\sigma_1^2 = 0$ とみなすならば e_1 と e_2 とをプールして他の要因を検定する。このときは普通の二元配置の反復と同じになる。

(2) 推定

分割された誤差が有意になつたときは区間推定はややめんどうである。表 2・5 の分散分析表についていくつか

の場合を次に示そう。

(a) R と e_1 とが無視できる場合

このときは式 (2.3) のデータの構造は

$$x_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + z_{ijk} \quad (2.5)$$

となり、繰返しのある二元配置と同じになる。

(b) R と $A \times B$ とが無視できる場合

データの構造は

$$x_{ijk} = \mu + a_i + z_{(1)ik} + b_j + z_{(2)ijk} \quad (2.6)$$

A_i の母平均 $\mu_{i..}$ の推定値 $\hat{\mu}_{i..}$ とその分散 $V(\hat{\mu}_{i..})$ は次式のようになる。

$$\hat{\mu}_{i..} = \bar{x}_{i..} = \mu + a_i + \bar{z}_{(1)i.} + \bar{z}_{(2)i..} \quad (2.7)$$

$$V(\hat{\mu}_{i..}) = \frac{1}{mr} (\sigma_2^2 + m p_1^2) \quad (2.8)$$

したがって A_i の母平均の信頼度 $1-\alpha$ の信頼限界は

$$\bar{x}_{i..} \pm t(\phi_1, \alpha) \sqrt{\frac{V_1}{mr}} \quad (2.9)$$

B_j の母平均 $\mu_{.j.}$ に対しては

$$\hat{\mu}_{.j.} = \bar{x}_{.j.} = \mu + \bar{z}_{(1).} + b_j + \bar{z}_{(2).} \quad (2.10)$$

$$V(\hat{\mu}_{.j.}) = \frac{1}{lr} (\sigma_2^2 + \sigma_1^2) \quad (2.11)$$

式 (2.11) の分散は分散分析表の $E(V)$ からそのままでは求められないので、 $E(V)$ を見て合成すると

$$V(\hat{\mu}_{.j.}) = \frac{V_1 + (m-1)V_2}{lmr} \quad (2.12)$$

したがって B_j の母平均の信頼限界は

$$\bar{x}_{.j.} \pm t(\phi, \alpha) \sqrt{\frac{V_1 + (m-1)V_2}{lmr}} \quad (2.13)$$

このときの自由度 ϕ は Satterthwaite の方法によつて

$$\phi = \frac{\{V_1 + (m-1)V_2\}^2}{\frac{V_1^2}{\phi_1} + \frac{(m-1)^2 V_2^2}{\phi_2}} \quad (2.14)$$

ただし、 V_1 : 1 次誤差の不偏分散

V_2 : 2 次誤差の不偏分散

ϕ_1 : 1 次誤差の自由度 $(l-1)(m-1)$

ϕ_2 : 2 次誤差の自由度 $l(m-1)(r-1)$

(c) e_1 と $A \times B$ とが無視できない場合

データの構造は

$$x_{ijk} = \mu + a_i + z_{(1)ik} + b_j + (ab)_{ij} + z_{(2)ijk} \quad (2.15)$$

$A_j B_j$ の母平均 $\mu_{ij.}$ の推定は

$$\hat{\mu}_{ij.} = \bar{x}_{ij.} = \mu + a_i + \bar{z}_{(1)i.} + b_j + (ab)_{ij} + \bar{z}_{(2)ij.} \quad (2.16)$$

$$V(\hat{\mu}_{ij.}) = \frac{1}{r} (\sigma_2^2 + \sigma_1^2) \quad (2.17)$$

信頼限界は前と同様にして

$$\bar{x}_{ij.} \pm t(\phi, \alpha) \sqrt{\frac{V_1 + (m-1)V_2}{mr}} \quad (2.17)$$

このときの自由度 ϕ は式 (2.14) と同じになる。

3. 例

ある紡績工程である部分のゲージ A (2 水準) および B (2 水準) を 1 次単位、ドラフト C (3 水準) を 2 次単位の因子にとり、分割実験を行なった。 $A_i B_j C_k$ の条件で作られたコップからランダムに 3 本をサンプリングし、各コップから 5 本糸をとつてそのムラを測定した。表 3.1 のデータは各コップごとに得られた 5 個の値の平均値を示したものである。

表 3.1 のデータによつて分散分析表を作ると表 3.2 が

表 3.1

	B ₁			B ₂		
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₁	C ₂	C ₃
A ₁	14.4	13.8	15.2	15.1	13.2	15.2
	14.6	13.6	14.6	14.2	13.7	15.1
	15.7	13.0	14.1	14.1	13.9	15.5
A ₂	15.5	15.0	15.0	16.0	15.3	15.7
	16.7	14.8	15.7	16.5	14.6	15.9
	17.2	15.8	14.8	16.2	15.7	15.2

表 3.2

要因	S	ϕ	V	$E(V)$
A	13.44	1	13.44	$1/5 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + 9 \sigma_1^2 + 18 \sigma_A^2$
B	0.13	1	0.13	$1/5 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + 9 \sigma_1^2 + 18 \sigma_B^2$
e_1	0.04	1	0.04	$1/5 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + 9 \sigma_1^2 + 9 \sigma_{A \times B}^2$
C	8.96	2	4.47	$1/5 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + 12 \sigma_C^2$
$A \times C$	2.74	2	1.37	$1/5 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + 6 \sigma_{A \times C}^2$
$B \times C$	0.90	2	0.45	$1/5 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + 6 \sigma_{B \times C}^2$
$A \times B \times C$	0.08	2	0.04	$1/5 \sigma_3^2 + \sigma_2^2 + 3 \sigma_{A \times B \times C}^2$
e_2	6.23	24	0.26	$1/5 \sigma_3^2 + \sigma_2^2$
計	32.52	35

図 3.1 ドラフトと糸ムラ

得られる。各要因の平方和の計算は e_1 が $A \times B$ に相当する他、繰返しのある三元配置と同じである。また σ_3^2 はコップ内のバラツキと測定バラツキを意味する。

e_1 を e_2 で検定すると有意でなく、 $V_{A \times B \times C}$ も小さいのでこれらをプールすると表 3.3 の分散分析表がえられ、 $A, C, A \times C$ が高度に有意となる。この結果をグラフにかくと 3.1 が得られる。

表 3.3

要 因	S	ϕ	V	F
A	13.44	1	13.44	56.0**
B	0.13	1	0.13	—
C	8.96	2	4.48	18.7**
$A \times C$	2.74	2	1.37	5.71**
$B \times C$	0.90	2	0.45	1.88
e	6.35	27	0.24	
	32.52	35		

注1) この実験で e_1 が有意にならなかったからよいが、 e_1 には $A \times B$ が交絡しているのでもし e_1 が有意になるとこれは e_1 のためか $A \times B$ のためかわからない。またこの場合 $\sigma_{A \times B}^2$ があると A と B の厳密な検定はできなくなる。 e_1 と $A \times B$ とを分離したいならば、1次単位の A と B の組合せて繰返しをとればよい。

2) 1次誤差 e_1 はゲージ A および B を組合せてランダム化する段階で付随してくる3を誤差で、2次誤差 e_2 はドラフトをランダム化するとき付随してくる誤差である。

3) 3次誤差 e_3 はコップ内のサンプリング誤差とムラ測定の誤差である。表 3.1 のデータにはコップごとの平均値しか与えられていないが、コップごとの5個のデータの R から求めた R を用いれば R/d_2 で σ_3 の推定ができる。

4. 分割法の特徴

分割法のわりつけのいくつかの例を示して来たが、ここで分割法の特徴をあげてみると次のような点が考えられる。

(1) 実験全体をランダム化しないので、水準変更の困難な因子のあるとき有利である。また糸や織物の測定にはある因子水準の組合せで作られた中から何個かの試料をとる場合が多いが、これも一種の分割法である。

(2) ある因子の効果を求めるのに多量の原料を必要とするが、他の因子の効果に対しては比較的少量ですむ場合。たとえば前述したような原綿は多量に必要とするが糸の段階では少量ですむ実験の場合などに便利である。

(3) ある因子の主効果よりも他の因子との交互作用をとくに目的としたい場合。たとえば原綿を因子にとるが原綿の主効果よりもむしろ原綿と紡績条件との組合せの効果を問題とする実験の場合有効である。

(4) 分割法では完全ランダム化の場合と違って分割ごとに誤差がでてくる。たとえば2段分割の場合1次

表 5.1 直交配列表 $L_{16}(2^{15})$

列番 No.	1	2	3	4	5	6	6	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	2	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
成	a	b	a	c	a	b	a	d	a	b	a	c	a	b	a
分	1	b	b	c	c	c	c	d	d	d	d	d	d	d	d
	1 群	2 群	3 群	4 群

図 5.1 求めたい関係

図 5.2 用いた線点図

誤差がなければ完全ランダムの場合と同じになるが、1次誤差があるときには2次単位の要因は $E(V)$ からもわかるように2次誤差だけで検定、推定ができるからそれだけ精度がよくなる。その代り1次単位の要因はそれだけ精度が悪くなる。

5. 直交配列表によるわりつけ

5.1 直交配列表による分割法

直交配列表を用いて分割法のわりつけを行なったり、解析するには次のルールを知っていると比較的簡単に行なうことができる。

(1) 異なつた群に属する列の積(交互作用)は必ず高次の群の中の列になる。

(2) 同一の群に属する列の積はその全部が(2^n 型の場合)それより低次の群にはいる。

以下に $L_{16}(2^{15})$ および $L_{32}(2^{31})$ 型直交配列表による分割法のわりつけの例を比較的単純なもので示そう。

5.2 $L_{16}(2^{15})$ 型にわりつけた例

1次因子 A, B (2水準)

2次因子 C, D, E, F (2水準)

交互作用 $A \times C, A \times D, A \times F, B \times C, B \times D, B \times F, C \times F$

それぞれの因子水準の組合せで r 個のサンプルを測定する場合のわりつけの1例を示す。

求めたい交互作用の関係は図5.1のようになるので、表5.1の直交配列表と図5.2とを用いて表5.2のわりつけ表がえられる。

このときの分散分析表は表5.3のようになる。

5.3 $L_{32}(2^{31})$ 型にわりつけた例

表 5.2

実験順序	列 因子	1	2	4	7	8	15
		A	B	C	E	D	F
16		1	1	1	1	1	1
15		1	1	1	1	2	2
14		1	1	2	2	1	2
13		1	1	2	2	2	1
2		1	2	1	2	1	2
4		1	2	1	2	2	1
1		1	2	2	1	1	1
3		1	2	2	1	2	2
11		2	1	1	2	1	2
12		2	1	1	2	2	1
9		2	1	2	1	1	1
10		2	1	2	1	2	2
5		2	2	1	1	1	1
8		2	2	1	1	2	2
7		2	2	2	2	1	2
6		2	2	2	2	2	1

表 5.3

要因	わりつけた列	ϕ	$E(V)$
A	1	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_1^2 + 8r\sigma_A^2$
B	2	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_1^2 + 8r\sigma_B^2$
e_1	3	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_1^2$
C	4	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 8r\sigma_C^2$
D	8	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 8r\sigma_D^2$
E	7	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 8r\sigma_E^2$
F	15	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 8r\sigma_F^2$
$A \times C$	5	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_{A \times C}^2$
$A \times D$	9	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_{A \times D}^2$
$A \times F$	14	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_{A \times F}^2$
$B \times C$	6	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_{B \times C}^2$
$B \times D$	10	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_{B \times D}^2$
$B \times F$	13	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_{B \times F}^2$
$C \times F$	11	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2 + 4r\sigma_{C \times F}^2$
e_2	12	1	$\sigma_s^2 + r\sigma_2^2$
e_3	$16(r-1)$		σ_s^2
計		$16r-1$

図 5.3 求めたい関係

図 5.4 用いた線点図

1次因子 A, B (原綿のタイプ, 2水準)

2次因子 C, D, E (紡績条件, 2水準)

3次因子 F, G (紡績条件, 2水準)

交互作用 $A \times C, A \times D, A \times E, B \times D, A \times G, C \times G$

表 5・4 直 交 配 列 表 $L_{32}(2^{31})$

列番 No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
4	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
6	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1
7	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
8	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
9	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
10	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
11	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
12	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
13	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
14	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2
15	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
16	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1	1
17	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
18	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
19	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
20	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
21	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	2	2	1
22	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	1	2	1
23	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	1
24	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1
25	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
26	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2
27	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
28	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1
29	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
30	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1
31	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	1
32	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	2
成	a	a	a	c	a	b	a	d	a	b	a	c	a	b	a	c	a	b	a	c	a	b	a	d	a	b	a	c	a	b	a
		b		c	c	c	b	b	b	d	b	d	c	c	c	c	e	e	e	e	c	c	c	e	e	e	e	e	e	e	e
分	1	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

以上を $L_{32}(2^{31})$ 型直交配列表にわりつけ、作られた 32 種類の糸をさらに 8 台の織機 (H, 8 水準) にわりつけて製織し、それぞれから r 個の布をサンプリングして測定する。

この場合必要な線点図は図 5・4 のようになるので、表 5・4 の $L_{32}(2^{31})$ 型直交配列表と図 5・4 の線点図から表 5・5 のわりつけ表がえられる。このときの分散分析表は表 5・6 のようになる。

注 1) 表 5・5 のわりつけでは 32 種類の糸を作ることになるので、要因を整理して各因子を列 15 までにわりつけられるようにすれば糸は 16 種類ですむ。

2) 糸のいろいろの特性についての解析、織物の特性と糸の特性との相関分析などがこのデータによつて行なわれる。

3) 織機 8 台にわけて同時に製織すると、この方向で

さらに分割が行なわれるがこれについては無視してある。

4) 各要因の平方和はその要因がわりつけられた列から求められる。

6. む す び

分割法は一見複雑そうに見えるが完全ランダム配置と本質的に異なるものでなく、ただ誤差がいくつかに分れてくるだけである。紡織工程では他の工程でも同様であろうが分割実験の形になることがきわめて多いと考えられる。実際には低次の誤差は余り問題にならず結果的にはランダムに行なつた場合と同じような形になることもあろうが、実験の実施上の点では非常に便利なが多い。

今までいろいろ述べてきた内容はわりつけと $E(V)$ が主になつてほとんどデータを示さなかつたが、以上の事

表 5.5

列		1	2	4	10	12	19	28		8	15	25
因子		A	B	C	D	E	F	G	H	(H	H	H)
実験順序	28	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1
	27	1	1	1	1	1	2	2	4	1	1	2
	30	1	1	1	2	2	1	2	7	2	2	2
	29	1	1	1	2	2	2	1	1	2	2	1
	31	1	1	2	1	2	1	2	5	1	2	1
	32	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2	2
	25	1	1	2	2	1	1	1	8	2	1	2
	26	1	1	2	2	1	2	2	6	2	1	1
"	16	1	2	1	2	1	2	1	5	1	2	1
	15	1	2	1	2	1	1	2	2	1	2	2
	11	1	2	1	1	2	2	2	8	2	1	2
	12	1	2	1	1	2	1	1	6	2	1	1
	14	1	2	2	2	2	2	2	3	1	1	1
	13	1	2	2	2	2	1	1	4	1	1	2
	10	1	2	2	1	1	2	1	7	2	2	2
	9	1	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1
"	3	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2
	4	2	1	1	1	1	1	2	5	1	2	1
	6	2	1	1	2	2	2	2	6	2	1	1
	5	2	1	1	2	2	1	1	8	2	1	2
	2	2	1	2	1	2	2	2	4	1	1	2
	1	2	1	2	1	2	1	1	3	1	1	1
	8	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1
	7	2	1	2	2	1	1	2	7	2	2	2
"	23	2	2	1	2	1	1	1	4	1	1	2
	24	2	2	1	2	1	2	2	3	1	1	1
	17	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1
	18	2	2	1	1	2	2	1	7	2	2	2
	20	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2
	19	2	2	2	2	2	2	1	5	1	2	1
	21	2	2	2	1	1	1	1	6	2	1	1
	22	2	2	2	1	1	2	2	8	2	1	2

項は分割実験に際してしばしば出てくるとされる点を考えて列挙してみた。実際の計画はさらに種々の工夫をする必要がある。上に述べたわりつけの例はなるべくわかり易いということを考慮したので、とくに与えられた条件における最適のものであるというものでないこともおことわりしておきたい。また変量因子が入ってくる場

表 5.6

要 因	わりつけ た列	ϕ	$E(V)$
A	1	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 8r\sigma_1^2 + 16r\sigma_A^2$
B	2	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 8r\sigma_1^2 + 16r\sigma_B^2$
e_1	3	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 8r\sigma_1^2$
C	4	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 16r\sigma_E^2$
D	12	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 16r\sigma_E^2$
E	10	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 16r\sigma_E^2$
A × C	5	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 8r\sigma_{A \times C}^2$
A × D	13	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 8r\sigma_{A \times D}^2$
A × E	11	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 8r\sigma_{A \times E}^2$
B × C	6	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 8r\sigma_{B \times C}^2$
B × D	14	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 8r\sigma_{B \times D}^2$
H' (一部)	7, 8, 15	3	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2 + 4r\sigma_{H'}^2$
e_2	9	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 2r\sigma_2^2$
F	28	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 16r\sigma_F^2$
G	19	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 16r\sigma_G^2$
A × G	18	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 8r\sigma_{A \times G}^2$
C × G	13	1	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 8r\sigma_{C \times G}^2$
H'' (一部)	17, 22, 25 30	4	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2 + 4r\sigma_{H''}^2$
e_3	—	8	$\sigma_4^2 + r\sigma_3^2$
e_4	—	$32(r-1)$	σ_4^2
計	—	$32r-1$	

合、サンプリング実験などでよく用いられるいわゆる枝分れ実験についても触れなかつた。

参 考 書

- 1) 田口玄一：実験計画法上，下，丸善

(昭和42年5月12日受理)