(昭和42年8月9日受理)

織物組織の基礎的研究

第5報 完全両面組織について

信州大学繊維学部 篠 原 昭
長野女子短期大学 篠 原 房 江

FUNDAMENTAL STUDIES ON THE FABRIC WEAVES
V. ON THE EVEN-SIDED WEAVES

By Akira Shinohara* and Fusae Shinohara**

*(Faculty of Textile Science and Technology, Shinshu University,
Ueda City, Nagano Prefecture, Japan)

** (Nagano Women's College, Uki, Nagano City, Nagano Prefecture, Japan)

The rotation and rotary inversion of textile weaves are classified into 8 groups as shown in Table 1. and it is shown that these successive operation makes an Abelian group as Table 2.

The conditions to be complete even-sided weave are: (1) the weave has reversion symmetry in respect to warp or/and weft way, and (2) the weve has screw symmetry in respect to warp or/and weft way.

There are 27 types of symmetry satisfying these conditions. The examples of the weaves are shown in Fig. 4 using 8 harness weaves.

The weaves (1) to (5) in Fig. 4 and Table 3 have reversion symmetric axes along warp and weft. These are independent of the operations C^Y and C^X , known as "the complete even-sided weave of the 1st kind". The weaves (6) to (18) have reversion symmetric axes along warp or weft. These weaves transform to the equivalent weaves of the 2nd kind, by the operation C^Y . This is type of "the complete even-sided weave of the 2nd kind". The weaves satisfying the condition (2) belong to (19)-(27). These transform to the half-slided weaves along the warp-way of initial weaves, by the operation C^Y , knowd as "the complete even-sided weave of 3rd kind".

(Received August 9, 1967)

1. 緒 論

織物組織は一般には表と裏とで異なる交さく状態になっているが、平織のように表も裏も組織的には全く同じものと、第3報¹⁾で報告した両面斜文のように厳密には両面でなく、斜文線の方が変わってしまうものを総括して広義の両面組織と呼んでいるが、本報においては平織のように完全に表裏の組織が同一な、いわゆる完全両面組織について論じる。平織のほかには完全両面組織として知られているものに $\frac{2}{2}$ 斜文の破れになる市楽織がある。これは一名両面綾とも呼ばれているように表裏の組織が同じであり、地合いがタイトでしわになりにくいという特徴があることは周知の通りである。このような完全両面組織はこの他にも色々知られているが、完全両面組織になるための条件と、新しい完全両面組織を創成す

る方法について報告する。

2. 組織のシンメトリー

織物組織における糸の浮き沈みを表示するために図1のように座標軸を定める。たとえば図1の(1)のような3枚組織のたて、よこ糸の状態を模型的に示すと図1の(2)のようになる²⁾。

x 方向をよこ糸方向、 y 方向をたて糸方向にとると、 x, y はたて、よこ糸の番号に対応した整数値をとるのに対し、 z の値はたて糸がよこ糸の上に浮いた点を $z=+1$ 、下になる点を $z=-1$ と定義すると $(+1)$ か (-1) かのいずれしかとりえないことになる。

この組織図を z 軸の回りに回転する場合を考えてみる。いま任意の組織点 $r(x, y, z)$ を角 α だけ回転して $r'(x', y', z')$ に移動したとすると、その間の関係はつぎの

Fig. 1. Coordinate system showing the interlacing state of weave. An abscissa x is taken along the weft direction, and $z=+1$ when the warp is on the weft.

ようになる。

$$r = Ar' \quad (1)$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

織物組織の場合には2つ割の回転しか意味をもたないから α のとりうる値は $\alpha=0 \cdot \alpha=\pi$ のいずれかとなり、したがって $\sin \alpha$ はすべて0になる。また x 軸、 y 軸まわりの回転は最初の仮定から $z=\pm 1$ であるから、これも当然2つ割の回転となる。式1から組織の回転変換操

Table 1. Classification of the rotation and rotary inversion of weave

	symbol	permutation	explanation	example	
1	E	(x_1, x_2, x_3)	Identity permutation	(1)	Rotation
2	C_z	$(-x_1, -x_2, x_3)$	Rotation about Z axis	(2)	
3	C^x	$(x_1, -x_2, -x_3)$	Rotation about X axis	(3)	
4	C^y	$(-x_1, x_2, -x_3)$	Rotation about Y axis	(4)	
5	I	$(-x_1, -x_2, -x_3)$	Inversion	(5)	Rotary inversion
6	S_h	$(x_1, x_2, -x_3)$	Reversion	(6)	
7	σ^x	$(x_1, -x_2, x_3)$	Mirror reflexion respect to X axis	(7)	
8	σ^y	$(-x_1, x_2, x_3)$	Mirror reflexion respect to Y axis	(8)	

作はすべて変換行列 A によつて表わせるが、恒等変換は、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ となり、この行列を簡単に次のように書くことができる。

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y & z \\ x & y & z \end{pmatrix} = (x, y, z) \quad (3)$$

これらすべての変換をまとめると表1のようになる。またこの変換操作の連続施行は群をなすことは容易に証明することができる。この群を表2に示した。このうち狭義の回転 E, C^z, C^y, C^x によるものは表中の太線で囲んだ部分になるが、これはKleinの四元群にはならない。また回反を含めた広義の回転についてもこの群が、Abel群をなすことがわかる。

この広義の回転操作によつて組織が実質的に変わらない場合にはそれぞれの操作に対して対称(symmetry)であると呼ぶことにする。したがって対称軸を有する組織ではこの回転操作によつて組織は実質的に変化しないことになる。ここに実質的というは見掛けは変化して第2種の等価組織になる場合も組織として同じと見なすことを意味している。

正則斜文は第3報¹⁾で報告したように任意のよこ糸の1循環内の、浮き沈みだけで表示できるため、一般に、

$\frac{a_1 a_2}{b_1 b_2}$ のような表示法をとることが

できる。いまこの単位組織図についてのシンメトリーと両面斜文との関係について考える。図2の $\frac{112}{211}$ 斜文ではIの部分(黒)を軸 $\bar{a}\bar{a}$ に対して鏡映し、反像したものがIIの部分になっているが、表2から鏡映・反像は C^y すなわちIの部分(黒)を $\bar{a}\bar{a}$ 軸まわりに 180° 回転したものに一致するから、この場合は $\bar{a}\bar{a}$ 軸が操作 $C^y = \sigma^y S_h$ に対して対称軸になつており、かつ C^z に対しても対称である。このような対称の類型をWoods⁹⁾は $2/a$ 型の対称と呼んでいる。また $\frac{121}{121}$ 斜文でも C^y に対して軸 $\bar{a}\bar{a}$ が対称軸であるが、 C^z に対しては対称でない。すなわち天地逆にする¹⁰⁾と互に重ならない。これを2型の対称と呼んでいる。この $2/a$ 型と $2'$ 型の対称を有するものが第3報で定義した第1種両面斜文である。また、 $\frac{123}{312}$ ではIの部分(黒)を半循環だけ並進させて反像したものがIIになつて

Fig. 1. Unit types of the even sided twills.

Fig. 3. Instruction of reversion symmetry (1) and screw reversion symmetry (2).

Table 2. Group table of the weave permutation

	E	C ^Z	C ^X	C ^Y	I	S _h	σ ^X	σ ^Y
E	E	C ^Z	C ^X	C ^Y	I	S _h	σ ^X	σ ^Y
C ^Z	C ^Z	E	C ^Y	C ^X	S _h	I	σ ^Y	σ ^X
C ^X	C ^X	C ^Y	E	C ^Z	σ ^Y	σ ^X	S _h	I
C ^Y	C ^Y	C ^X	C ^Z	E	σ ^X	σ ^Y	I	S _h
I	I	S _h	σ ^Y	σ ^X	E	C ^Z	C ^Y	C ^X
S _h	S _h	I	σ ^X	σ ^Y	C ^Z	E	C ^X	C ^Y
σ ^X	σ ^X	σ ^Y	S _h	I	C ^Y	C ^X	E	C ^Z
σ ^Y	σ ^Y	σ ^X	I	S _h	C ^X	C ^Y	C ^Z	E

いる。すなわち螺旋対称軸を有している。このようなものをa型の対称と呼んでいるが、これは第2種の両面斜文である。

両面斜文におけるこのような対称は単位組織図についてであつて組織全体について成り立たないため組織図についてC^X, C^Yの操作に対して斜文線が逆になり、完全な両面組織にはならない。

3. 完全両面組織

いうまでもなく完全両面組織の1循環は必ず偶数でなければならない。また裏返しの操作にはたて糸まわりに180°回転させるC^Yとよこ糸まわりに180°回転させるC^Xとがある。操作C^YあるいはC^Xによつて不変なものと、天地逆にしたものに重なるものがある。いま1循環をRとすると、1循環の組織の半×R_F分R_W/2

が残りの半分を操作C^Yによつて裏返したのものになつていなければならない。すなわち完全両面組織になるためには組織の1循環の半分が互に鏡映反像(σ^YS_h=C^Yまたはσ^XS_h=C^X)対称でなければならない。一方組織の半分が並進R/2を行ない、さらに鏡映反像した組織すなわち螺旋対称軸を有する場合も裏返しによつて元に戻る。この場合には表と裏とで組織がR/2だけずれている。この場合

は位相がR/2だけずれることになるが組織としては全く等価である。

したがって完全両組織であるためには1循環が必ず偶数で、かつ次の条件のいずれかを満たしていればよいことになる。

1) たて方向またはよこ方向、あるいはたて、よこ両方向に組織の半分が互に鏡映反像対称になるような対称軸を有すること。

2) たて方向またはよこ方向、あるいはたて、よこ両方向に組織の半分が互に1循環の半分の並進をする螺旋対称になるような対称軸を有すること。

この関係を Woods の方法にならつて図3に示した。記号法は原則として Mauquin のものを用いた。

記号のは鏡映反像対称軸をS字形の記号は螺旋対称軸を意味している。また鏡映対称軸、映進対称軸をそれぞれm, gで示すとする。Woodsは操作C^YまたはC^Xによつて図形および色(織物の場合は浮き沈みの関係)が不変な対称図形を拾い出しているが、このうち織物組織に可能なものは27種類である。この類型を8枚斜文組織を例にとつて図4に示した。表3は対称軸の種類と数とを示したものである。

この表からわかるように(1)から(5)まではX軸およびY軸の両方向に鏡映反像対称軸を有している。したがつてこの種のものは操作C^Y, C^Xのいずれによつて転覆しても組織図形が全く変わらない組織である。このようなものを第1種の完全両面組織と呼ぶことにする。平織はもつとも簡単な例である。

螺旋軸、鏡映軸、映進軸の数は鏡映反像対称軸1循環内に3本ある(厳密には2本で他の1本は次の繰返し分になるが、便宜上3本とした)場合の値で、これらの軸が3本という場合には鏡映反像対称軸と一致し、2本の場合は対称軸の位置が鏡映反像対称軸に対してR/4だけずれていることを意味している。したがつて織物全体からみれば対称軸の数が2本か3本かの区別はないわけである。また鏡映反像対称軸と映進軸、螺旋軸と鏡映軸は重なることが可能であるが、鏡映反像対称軸と鏡映軸、螺旋軸と映進軸は重ならないことはいままでの

Fig. 3. Symmetric patterns and complete even-sided 8 harness twill weaves. Expression of symmetry and reversion pattern are similar to the Mauguin's or Woods' S, m and g show the screw, mirror reflection and glide axis respectively. Positive and negative arrow are in relation of surface and its back.

い。また鏡映反像対称軸と螺旋軸が重ならないことも当然である。

(6)から(18)までの組織では Y 軸方向に鏡映反像対称軸を有するものであつて、操作 C^Y によつて転覆しても組織が全く変わらないが、操作 C^X によつて転覆した組織は原組織を天地逆にしたものに一致する。すなわちよこ軸まわりに裏返した組織と原組織とは互に第2種の等価組織になる。この種のものを第2種完全両面組織と呼ぶことにする。このうち(15)~(18)の組織は X 方向に3本の螺旋軸を有するため、操作 C^Z で天地逆にした組織は原組織を X 方向に $R/2$ だけ並進させた組織に一致する性質のあることがわかる。最も広く知られている市楽織は図5のごとく(6)の $112'$ 型あるいは、軸を反対にした $12'1$ 型であることは容易に認められる。

(19)から(27)までは鏡映反像対称軸がなく、 Y 軸あるいは X 、 Y 両軸方向に螺旋軸を有する場合である。

これはすでに図3で説明したように、操作 C^Y によつて原組織を Y 方向に $R/2$ だけ並進したものに重なり、また操作 C^X によつては操作 C^Z で天地逆にした組織をさらに Y 軸方向に $R/2$ だけ並進させたものに一致する。これらを第3種完全両組織と呼ぶことにする。(19)の $112_1'$ 型は最も普通にみられるもので変わり蜂巢織の名で知られているものである。

完全両面組織は Y 軸を基準にすると表3の27種類の型が存在する。このうち第1種が文字通りの完全両面組

Fig. 5. Example even-sided weave called *ichiraku*.

Table 3. kinds and numbers of symmetry axes

		reversion		screw		mirror		glide		C^Y	C^X
		Y	X	Y	X	Y	X	Y	X		
1st kind	① $22'2'$	3	3							E	E
	② $n 2'2'$	3	3					2	2	E	E
	3 $a 2, 2 (b 2, 2)$	3	3			2			3	E	E
	④ $c 2'2'2'$	3	3	2	2					E	E
	⑤ $ca 2 2$	3	3	2	2	2	2	3	3	E	E
2nd kind	6 $112' (12'1)$	3								E	C^Z
	7 $a 12 (b 21)$	3				2				E	C^Z
	8 $2'2'2 (2'22')$	3					3			E	C^Z
	9 $b 12_1 (a 2_1 1)$	3						3		E	C^Z
	10 $n 2_1 1 (n 12_1)$	3						2		E	C^Z
	11 $2'2_1 2' (2'2'2_1)$	3							3	E	C^Z
	12 $c 112' (c 12'1)$	3	2							E	C^Z
	13 $ca 12 (cb 21)$	3	2			2		3		E	C^Z
	14 $c 2'22' (c 2'2'2)$	3	2				3		2	E	C^Z
	15 $22_1'2' (22'2_1')$	3		3						E	$C^Z \text{org}^H$
	16 $b 2_1 2_1 (a 2_1 2_1)$	3		3				3		E	$C^Z \text{org}^H$
	17 $n 22_1 (n 2_1 2)$	3		3		2		2		E	$C^Z \text{org}^H$
	18 $a 22 (b 22)$	3		3		2	3			E	$C^Z \text{org}^H$
3rd kind	19 $112_1' (12_1'1)$			3						g^Y	$C^Z \cdot g^Y$
	20 $n 21 (n 12)$			3		2				g^Y	$C^Z \cdot g^Z$
	21 $b 12 (a 21)$			3		3				g^Y	$C^Z \cdot g^Y$
	22 $2'2_1'2 (2'22_1')$			3			3			g^Y	$C^Z \cdot g^Y$
	23 $b 2_1 1 (a 12_1)$			3				2		g^Y	$C^Z \cdot g^Y$
	24 $2'2_1'2_1'$			3					3	g^Y	$C^Z \cdot g^Y$
	②⑤ $22_1'2_1'$			3	3					g^Y	$C^Z \cdot g^Y$
	②⑥ $n 22$			3	3	2	2			g^Y	$C^Z \cdot g^Y$
	27 $b 2_1 2 (a 22_1)$			3	3	3			2	g^Y	$C^Y \cdot g^Y$

E : Identity permutation

g^H : glide along weft way by $R/2$

g^V : glide along warp way by $R/2$

The symmetric pattern in parentheses shows the one, when the warp and weft are interchanged.

織である。また各対称軸の数が X 、 Y の両方とも同数のものでは Y 軸を基準にしても X 軸を基準にしても対称の類型は全く変わらない。(1)の $22'2'$ 、(2)の $n 2_1 2_1$ 、(4)の $c 22'2'$ 、(5)の $ca 22$ 、(25)の $22_1'2_1'$ (26)の $n 22$ の6種類はこれに属するものである。したがつて基準軸を X 軸にとる場合も考慮すると完全両組織になるための対称類型の数は48種類になる。その内わけは第1種が6種類、第2種が26種類、第3種が16種類である。

完全両面組織を実際に問題にする場合には操作 C^Y による転覆の方である。したがつて第1種と第2種の完全

両面組織は操作 C^Y で不変であるため、組織としては2つに分類しても差し支えない。この場合の第1種と第2種完全両面組織の特徴はたて方向に n (n は整数) 循環をもつテープ状の織物で Möbius のリングを作つたときに組織的に不連続な部分をもたない。すなわち表裏の区別のないリングになることである。一方第3種完全両面組織ではたて方向に $(n+1/2)$ 循環をもつテープ状の織物で Möbius のリングを作つたときに表裏の区別のないものになる性質を有している。

Y 軸すなわちたて糸方向に鏡映反像対称軸を有するものでは上の Möbius のリングからもわかるように1完全組織中に必ず一対のたて糸の浮き沈みが逆になるものが含まれるわけであるから、このような組織ではろくろ仕掛けが可能である。

なお図4、表3は Y 軸すなわちたて糸方向を基準にしているのであるが、これを 90° 回転したものも同様に両面組織になることはいうまでもない。これを表2の()内に示した。

4. 総 括

織物が完全両面組織であるためには鏡映反像対称軸を有するか、螺旋対称軸を有することが必要十分条件であることを指摘し、それに対する対称類型が27種類存在することを明かにし、8枚斜文組織を引例して、それを示した。この27種類のうちたて軸、よこ軸いずれの軸まわりに転覆させても組織が全く変わらないものを第1種完全両面組織と呼び、よこ軸まわりに転覆したときに見掛け上組織が変わるものを第2種、螺旋対称のみを有するものを第3種と呼ぶことにした。これによつて所要の完全両組織を創成することができて実用上便利であることがわかった。

文 献

- 1) 吳 祐吉, 松橋房江, 篠原 昭; 織学誌, 20, 7 (1964)
- 2) A. V. Shbnikov and N. V. et al. (trans. by J. Itzkoff and J. Gollob); "Colored Symmetry", Pergamon Press (1964)
- 3) H. J. Woods; *J. Text. Inst.*, 27, T 305 (1936)