技 術 報 文

(昭和46年1月16日受理)

回転時におけるゴム被覆ローラの粘弾性理論 の実験による検討

山形大学工学部 安 喰 功・小川 敬之

A COMPARISON OF THE THEORY WITH THE EXPERIMENT OF THE VISCOELASTIC BEHAVIOR OF ROTATING RUBBER-COVERED ROLLS

By Isao Ajiki* and Hiroyuki Ogawa

(Faculty of Engineering, Yamagata University,
Yonezawa City, Yamagata Prefecture, Japan)

The nip width and the driving torque were measured during rotation of metal and rubber-covered rollers under dead weight and with constant peripheral speed. The characteristic values of mechanical model of the cover were also decided from the measurement of the dynamic modulus and $\tan \delta$ of the rubbers, and a comparison of the dynamic mechanical characteristic of model with them was made.

Comparing the experimental results with the calculated ones using the method explained in the previous paper, the following conclusions were obtained:

(1) In our test apparatus the center distance between the rollers changes with peripheral speed, particularly when soft rubber is used. Thus our theory is compared with the experiments of hard rubber-covered rollers.

(2) The nip width during rotation is smaller than that of standing still, and it decreases with an increase in peripheral speed.

(3) For soft rubber-covered rollers the rolling friction increases with an increase in peripheral speed, and for rollers covered by hard rubber it is constant or decreases in the high range of speed.

(4) The experimental results do not coincide with the calculated ones. The disagreement is considered to arise from the fact that the characteristic values of mechanical model are decided on the basis of the measurement of the dynamic modulus of the cylindrical test pieces, where the free deformation of the test piece is allowed.

(Received January 16, 1971)

1. 結 言

前報⁽¹⁾においてローラに被覆されているゴムを瞬間弾性率 G_0 のスプリングと Voigt モデルの直列モデル (Fig. 1) として、回転時の接触幅、圧力分布、回転トルクについて理論的に解析した。そこで実験装置を試作し、接触幅、回転トルクを測定し理論値と実験値を比較し、検討した。

本報で用いる記号を示す。

W : 荷 重

L : ローラの幅

G_0 : instantaneous elastic modulus.

G : elastic modulus of spring in Voigt model.

η : coefficient of viscosity of dashpot in Voigt model.

*現在, 山形大学教育学部: 山形市小白川町1丁目4-12

Fig. 1 Equivalent model of rubber.

- l : ゴムの厚さ
 R_1 : トップローラ (ゴム被覆ローラ) の半径
 R_2 : ボトムローラの半径
 v : 周速度
 G_0 : ゴムモデル中のスプリング瞬間弾性率
 G : Voigt モデルのスプリングの弾性率
 η : Voigt モデルのダッシュポットの粘性係数
 D : 瞬間弾性率と Voigt モデルの弾性率との比
 $\left(= \frac{G_0 + G}{G} \right)$
 τ : 遅延時間 $(= \eta / G)$
 G_∞ : 平衡弾性率 $(= G_0 / D)$
 G : ゴムモデルの動的弾性率
 G' : ゴムモデルの動的損失
 $|G^*|$: ゴムモデルの複素弾性率
 $\tan \delta$: ゴムモデルの損失正接 $(= G' / G)$
 ω : 角周波数
 E^* : 棒状試片による複素弾性率
 k : ゴムの平板状試片による圧縮弾性率と棒状試片によるヤング率の比
 h_0 : 静止状態の接触幅
 h_v : 周速度 v で回転しているときの接触幅
 V_s : オシロスコープの掃引時間
 a : 磁器がゴムローラと接触してから離れるまでのオシロスコープの画面上の距離
 T : 回転トルク
 λ : ゴムローラのころがり摩擦係数

2. 実験装置及び方法

2.1 装置

Fig 2 Apparatus for measuring nip width and driving torque.

- A: Rubber covered roller.
 B: Metal roller.
 C: Weight.
 D: Motor.
 E: Powder clutch.
 F: Torque pick-up.
 G: Torque indicator.

実験装置の略図は Fig. 2 に示す。金属製ボトムローラは直径 55mmφ、幅 200 mm であり、無段変速機付モータで駆動する。トップローラは鉄芯 40mmφ のまわりに厚さ 15mm のゴムを被覆したローラで、ボトムローラの軸に平行に重さね、一定荷重をかける。ローラに荷重を加えた時ゴムがひずみ同時に軸受も下がる。

2.2 回転時の接触幅の測定

ボトムローラの表面にローラの長さ方向に幅 0.5 mm のチタン酸バリウム磁器をエポキシ系接着剤を充填して、表面が金属ローラの表面にほぼ一致するように埋めた。

圧力によって磁器に生ずる圧電効果をスリップリングを介してブラウン管オシロスコープで観測した。ボトムローラが一定速度で回転しているとき、ローラの表面に埋め込んだ磁器とゴム被覆ローラと接触し磁器に圧力が加わると負の電圧が生ずる。

Fig. 3.1 Figure of model on pressure distribution and out-put curve.
 (1) Pressure distribution of rollers.
 (2) Calculated curve.
 (3) Experimental curve.

Fig. 3.2 Photograph of Cathod-ray tube oscilloscope.

- Upper: Center of roller.
 Lower: End of roller.
 load: 18.14kg,
 peripheral speed: 120 cm/s,
 sweep time: 2×10^{-8} s/cm.

前報⁽⁹⁾において測定部の過渡応答の実験結果、一次遅

れ作用があることを認めた。そこで磁器とゴムローラとの接触点、離れる点を見出すため Fig. 3.1 に示すように、ローラ間の圧力分布を放物線 (1) と仮定し、一次遅れ作用によって生ずる曲線 (2) を算出した。実際にオシロスコープに引き出された曲線 (Fig. 3.2) は、算出して得た曲線と比べて、a 点 (A点)、b 点 (B点) 近傍が曲線となっている。これは磁器の幅のため、移動平均的作用によるものと考ええる。磁器がゴムローラに接触し始める点は A 点であり、離れ始める点は B であるから、接触幅は AB である。BB' は磁器の幅である。そこで間隔 AB' を測定し、その間隔を a cm とすると、オシロスコープの掃引時間 V_s sec./cm から磁器が接触してから離れ終るまでの時間 $a \times V_s$ を知ることができ、その時のローラの周速度 v cm/sec. とすると、接触幅は $h_v = (v \times a \times V_s - \text{磁器の幅})$ となる。

2.3 試料

ゴム被覆ローラに用いたニトリルゴムの力学的性質は Table 1 に示す。

Table 1 Characteristics of rubbers.

Roller No.	Cover thickness	Hardness	Compressive modulus
1	1.5 cm	40	140 kg/cm ²
2	1.5	60	750
3	1.5	80	3500
4	1.5	90	5300

ゴム硬度は JIS-K6301 に基づいて、スプリング式硬さ試験器を用いて測定した。

ゴムの圧縮弾性率は厚さ 1.5 cm のゴム平板上に直径 1 cm の円板鉄片をのせ、圧縮し、圧縮応力-歪曲線を描きその勾配から圧縮弾性率を求めた。

3. 実験結果

3.1 回転時の接触幅

荷重 26.3 kg, 18.14 kg, 8.16 kg を加え、一定速度 38 cm/sec. で回転し、5 分後と 30 分後測定したが変化は見られなかった。そこで接触幅の測定はすべて回転 5 分後におこなった。又ローラ幅の中央部と端部の二箇所では接触幅を測定したがほとんど差は見られなかった。そこで測定はすべて中央部でおこなった。周速度 0.32~370 cm/sec. まで変化し、それにともなう接触幅の変化を Fig. 4 に示す。速度の増加にともなう接触幅は狭くなった。この傾向は 4 種のゴムローラについて同じであった。

静止状態の接触幅はローラ間に印画紙をはさみ、感光せずに白く残った部分を読取顕微鏡で読みとった。それを周速度 0 として Fig. 4 に示す。ただし Δ : 荷重 26.3

Fig. 4 Effect of peripheral speed on nip width of rubber-covered rollers.

kg, ×: 荷重 18.14 kg, ○: 荷重 8.16 kg である。回転時の接触幅は静止状態の接触幅より狭くなっている。

3.2 回転トルクの測定結果

回転トルクの測定は Fig. 2 に示すように駆動モーターとボトムローラとの中間に磁歪式トルク計を接続した。そこで測定値にはボトムローラの軸受部のトルクも検出することになるが、ボトムローラだけを回転した場合のトルク 0.1 kg-cm 以下であった。

ころがり軸受の摩擦係数は一般に $0.0005 \sim 0.001 \text{ cm}^{(3)}$ であるから荷重 26.3 kg のときのボトムローラ、ゴムローラの 4 箇所全部の損失トルクは $0.026 \sim 0.053 \text{ kg-cm}$ となる。そこでゴムの変形に要するトルクは測定値からこの損失トルクを荷重 26.3 kg, 18.14 kg, 8.16 kg のとき各々 0.05 kg-cm, 0.04 kg-cm, 0.02 kg-cm として差引いた値とした。

(1) 荷重との関係

Fig. 5 Effect of load on torque at a peripheral speed of 0.14 cm/sec.

速度 0.14 cm/sec. 一定のときの荷重と回転トルクとの関係を Fig. 5 に示す。各ローラのゴムについてもほぼ荷重に比例している。

(2) 速度との関係

Fig. 6 Effect of peripheral speed on torque under a load of 18.14 kg.

各ローラに一定荷重 18.14 kg かけ、速度を変化させたときの回転トルクの変化を Fig. 6 に示す。No. 1, No. 2 ローラは速度の増加にともなって回転トルクも増加するが、No. 3 の荷重の小さいときと No. 4 ローラの約 10 cm/sec. までは速度の増加にともなってトルクも増加するが 10 cm/sec. 以上になると一定もしくは逆に下がり始める。

(3) ころがり摩擦係数

Fig. 7 Effect of peripheral speed on coefficient of rolling friction under a load of 18.14 kg.

ころがり摩擦係数 λ は次式から求めた。

$$\lambda = T / R_2 W \quad T: \text{回転トルク}$$

ころがり摩擦係数 λ は 0.01 ~ 0.03 の範囲にある。No. 1, No. 2 ローラは速度の増加にともなって係数は増加する。No. 3 ローラは速度 10 cm/sec. 以上ではほぼ一定となり、No. 4 ローラは 10 cm/sec. 以上になると減少する。

4. 実験値と理論値との比較および考察

接触幅、回転トルクの測定結果と前報⁽¹⁾の粘弾性理論によるこれらの値との比較、検討する。

4.1 ローラの中心距離の変化

前報⁽¹⁾の仮定 (iv) を検討するため、ローラの中心距離の変化を非接着型抵抗線ひずみ計で測定した。荷重 26.3 kg の場合についての測定結果を Table 2 に示す。動的測定であるため機械的な振動によって測定値は振動した。Table 2 の数値はその振動の中心値で示した。又その振幅は $\pm 0.0004 \text{ cm}$ 程度である。

Table 2 Center distance between metal and rubber-covered rollers.

Roller No.	0 cm/sec	0.32 cm/sec	9.2 cm/sec	370 cm/sec
1	5.4581 cm	5.4629 cm	5.4708 cm	5.4764 cm
2	5.4885	5.4890	5.4890	5.4894
3	5.4967	5.4969	5.4969	5.4971
4	5.4970	5.4972	5.4973	5.4974

測定結果からローラの中心距離が周速度によって変化するので、前報⁽¹⁾の仮定 (iv) は成立しないことになる。そこで比較的中心距離の変化の少ない No. 2, 3, 4 のローラについて実験と理論とを比較する。

4.2 ゴムモデルの動力学的性質の検討

Fig. 1 に示すモデルに正弦歪を与えたときの定常状態における応力を求め、そのときの実数部及び虚数部より次式を得る。

$$\text{動的弾性率 } G = \frac{G_0(D + \omega^2\tau^2)}{D^2 + \omega^2\tau^2}$$

$$\text{動的損失 } G' = \frac{G_0(D-1)\omega\tau}{D^2 + \omega^2\tau^2}$$

$$\text{損失正切 } \tan\delta = \frac{(D-1)\omega\tau}{D + \omega^2\tau^2}$$

$$\text{複素弾性率 } |G^*| = G_0 \sqrt{\frac{1 + \omega^2\tau^2}{D^2 + \omega^2\tau^2}}$$

Fig. 8 Dynamic modulus and $\tan\delta$ of equivalent model of rubbers.

そこで $\omega\tau$ を横軸に D をパラメーターとして、 $\tan\delta$ 及び $|G^*|/G_0$ を示すと Fig. 8 のようになる。 $|G^*|/G_0$ は $\omega\tau \rightarrow 0$ によって $1/D$ に近づき、 $\omega\tau \rightarrow \infty$ によって 1 に近づ

く。即ち複素弾性率は $\omega\tau \rightarrow 0$ によって平衡弾性率 G_∞ に近づき、 $\omega\tau \rightarrow \infty$ によって瞬間弾性率 G_0 に近づく。又 $\tan\delta$ は $\omega\tau = \sqrt{D}$ で最大値 $\frac{D-1}{2\sqrt{D}}$ をもつ。

実際に 4 種のゴムについて $\tan\delta$ 及び複素弾性率 E^* を直読式粘弾性装置（東洋測器製）を用いて試片長さ 0.7 ~ 0.9 cm 断面積 $0.23 \times 0.05 \text{ cm}^2$ に周波数 3.5, 11, 35, 110 cps で室温 20°C で測定した。その結果を Fig. 9 に示した。

Fig. 9 Dynamic modulus and $\tan\delta$ of rubber rod.

3.5 cps ~ 110 cps の範囲でゴムの複素弾性率 E^* は No. 1, No. 2, No. 3, No. 4 の順に大きく、周波数の増加にとともに大きくなっている。又、 $\tan\delta$ も周波数の増加にとともに増加している。

直読式粘弾性装置は棒状試片に正弦歪を加えるように設計されており、この複素弾性率 E^* 、 $\tan\delta$ の実験値から、ゴムの圧縮における複素弾性率、 $\tan\delta$ を直接推測する必要がある。又、実験のタイムスケールは、接触幅を通過するに要する時間だけ作用している時間と考えたと No. 1 ローラで $2.1 \text{ sec} \sim 9 \times 10^{-4} \text{ sec}$ 、No. 4 ローラで 0.5

sec $\sim 5 \times 10^{-4}$ sec 程度である。したがって、この直読式粘弾性装置では比較的遅い時間領域の挙動しかわからないことになる。

そこで棒状試片による複素弾性率の測定値からゴム平板状の圧縮挙動を次の仮定に基づいて考え、ゴムモデルの定数を決定する。

ゴムの平板状における圧縮弾性率とヤング率との比を k とするとき、ゴムモデルの瞬間弾性率は棒状試片による瞬間弾性率の k 倍に等しいと仮定する。

ゴムモデルは実験のタイムスケールよりも短い時間即ち 1000 cps $\sim$ 2000 cps 以上に対しては弾性体と同じ又はそれに近い挙動を示すと考えられるから 3.5 cps $\sim$ 110 cps の測定値の結果から 1000 cps における複素弾性率の値を推定し、その値を瞬間弾性率と仮定する。

Table 3 Characteristic values of mechanical model.

Roller No.	Young's modulus	G_{∞}	k	G_0	D	τ
1	15 kg/cm ²	140 kg/cm ²	9.3	280 kg/cm ²	2	0.0043 sec.
2	85	750	8.8	1500	2	0.0019
3	250	3500	14	35000	10	0.0075
4	400	5300	13	53000	10	0.0058

瞬間弾性率と平衡弾性率から D の値が決まり、実測値と理論曲線と一致する範囲を見出して遅延時間 τ の値を決定した。実線は Table 3 のモデル値を用いて計算した曲線である。一方 $\tan \delta$ については、このモデル値による計算値と実測値とは一致しなかった。

ゴムの粘弾性モデルの定数を決定するのに、棒状試片によるヤング率と複素弾性率を測定し、平板状におけるゴムの圧縮弾性率と比較し、平衡弾性率、瞬間弾性率を決めた。周囲から拘束された状態の圧縮弾性率とヤング率との比が約 9 $\sim$ 13 となったが、この値はゴムのポアソン比に関係する値である。ゴムのポアソン比を 0.49 とし横方向に完全に膨張を阻止したときの見かけの弾性率はヤング率の約 17 倍となることからこの k の値は妥当な値と考える。

4.3 静止状態の接触幅

各々の荷重を加えたときの静止状態の接触幅の実験値と前報第 3 式の理論値を比較するため、Table 3 のモデル値を用いて計算した。(Table 4)

理論値と実験値はほぼ一致する。したがってゴムモデルの弾性率は平板状ゴムの圧縮弾性率として取り扱うのが妥当と考える。

4.4 回転時の接触幅

各荷重と速度による接触幅の実験結果から、縦軸に静止状態と回転状態の接触幅の比、横軸に速度と遅延時間

Table 4 Nip width when rollers stand still.

Roller No.	Load		
	8.16 kg	18.14 kg	26.3 kg
1	0.43 cm 0.414	0.57 cm 0.546	0.68 cm 0.615
2	0.255 0.238	0.315 0.310	0.362 0.351
3	0.165 0.142	0.181 0.186	0.192 0.210
4	0.150 0.124	0.155 0.162	0.180 0.183

Upper : Measured values.

Lower : Calculated values.

の積に対する静止状態の接触幅との比をとった。各々のローラについてほぼ一つの曲線上にある。4.2 で求めたモデルの定数値を用いて得られた曲線を実線で示した。(Fig. 10)

実験値と理論値と比較するといずれのゴムローラについても速度に対する接触幅の変化が、理論値のようにある $v\tau/h_0$ の値から急激に減少するというのではなく、 $v\tau/h_0$ の変化にともなわずに減少するという傾向である。

Fig. 10 Comparing measured nip width with calculated one.

4.5 ころがり摩擦係数

回転トルクの実験結果から、各々の荷重の静止状態の接触幅を基準として縦軸に $\frac{\lambda R_2}{h_0}$ 、横軸に $v\tau/h_0$ をとった。(Fig. 11) No. 2 ローラの実験値はほぼ一つの曲線上にあるが、No. 3, No. 4 ローラの特に低荷重で速度の大きい場合その曲線とは差が生じている。No. 2 ローラ

Fig. 11 Comparing measured coefficient of rolling friction with calculated one.

ラはほぼ一定で $v\tau/h_0$ が 1.0 以上で大きくなる。No. 3 ローラについては $v\tau/h_0$ が 1.0 まで上昇し 1.0 以上ではほぼ一定となる。No. 4 ローラは 1.0 以上から下降している。実線は 4.2 で定めたモデル定数を用いて計算して得られた曲線である。

理論曲線と実験値を比較すると No. 2 ローラについてはほぼ一致したが、No. 3, No. 4 ローラについては一致しない。

理論において、ころがり摩擦係数は $v\tau/h_0$ が約 0.1 以下では速度の増加につれて大きくなる。比較的軟かいゴムの場合又は硬いゴムの周速度の遅い場合にこの傾向が見られる。しかし 10 cm/sec. 以上の周速度においては逆

に減少する。これは $v\tau/h_0 = 0.1$ 以上の現象と考える。接触幅を通過するに要する時間を観測時間と考え、この実験の周速度の範囲では No. 2, No. 3, No. 4 の場合約 $10^{-1} \sim 10^{-4}$ sec である。したがって一般に知られているゴムの緩和スペクトルのくさび型分布の範囲内で観測していることになる。我々はゴムを単一の遅延時間をもつモデルを考えて解析したが、より実際のゴムに近いモデルに改良するため遅延時間を二つ、又はそれ以上もったモデルにする必要があると考えられる。

5. 総 括

ゴム被覆ローラと金属ローラが一定荷重を受けて回転するときの接触幅ところがり摩擦の変化について実験をおこなった。その実験結果と前報⁽¹⁾による理論値と対比することによって 2, 3 の知見を得た。

(1) この実験装置ではローラの中心距離が変化するため、前報の仮定 (iv) によって理論を適用する範囲が限られる。荷重 8.16 kg ~ 26.3 kg, 周速度 370 cm/sec. 以下の実験条件においては、ローラの中心距離の変化の少ない No. 2 ローラ, No. 3 ローラ, No. 4 ローラに限られる。

(2) 静止状態の接触幅については理論値とほぼ一致したが回転状態の接触幅は No. 2, No. 3, No. 4 ローラにくいちがいが生じた。くいちがいの原因として、棒状試片による動的挙動をゴムの平板状における圧縮動的挙動と等価と仮定して理論値を求めたが、実際は等価ではないものと考えられる。又ゴムは鉄芯に接着しはめ込まれているとすれば、ゴムに内部応力が生じていることも考えられる。

(3) ころがり摩擦係数は No. 2 ローラの周速度の遅い範囲のとき理論値とほぼ一致した。

本論文の一部は昭和 45 年 11 月日本繊維機械学会東海地方大会にて発表した。

文 献

- (1) 安喰, 小川: 織学誌, Vol. 27, No. 11 (1971)
- (2) 小川, 安喰: 山形大学紀要(工学) 11-1, 1 (S45)
- (3) たとえば, 日本機械学会編, 機械工学便覧 (1954) p. 3-58