「ポリマー加工の最前線」特集

複合材料における最適設計の概念

三 木 光 範

1. 緒 言

構造材料における複合材料とは二種類以上の材料を巨視的、あるいは準巨視的に組み合わせた材料であり、単一の材料では実現できない優れた特性を有する材料である。現在広範囲に利用されている高分子系の複合材料はガラス繊維強化ポリエステル樹脂であり、一方、航空機やスポーツ用品に用いられている先進複合材料は炭素繊維強化エポキシ樹脂である。これらはいずれも高強度な強化繊維を高分子材料で固めたもので、アルミニウムより軽く、高強度の鉄鋼より強い材料となり、高性能かつ軽量化が要求される様々な分野で幅広く利用されている。特に、航空機や宇宙機などの分野ではこうした材料がなければ新しい発展は有り得ないほどである。

複合材料の際立った特長は軽量かつ高強度であるが、それとは別に材料設計ができるテーラードマテリアル (Tailored material) であるという特長も重要である。繊維複合材料では繊維とマトリックスの組み合わせ、繊維の含有率、繊維の形態、繊維の配向角、そして積層材料ではその積層順序などを変化させることにより、できあがる複合材料の特性は著しく異なる。このため、応用に際しては、その特性が最も好都合のように材料自身を設計することができる。ここでは構造用の複合材料についての材料設計とその最適化について基本的な考え方を述べる。

2. 複合材料設計と最適化

複合材料を構成する素材、すなわち繊維複合材料では強化繊維とマトリックスの選択はまず最初の材料設計であろう。繊維をガラスにするか、アラミドにするか、あるいは炭素繊維にするかで複合材料の特性は本質的に異

なる。炭素繊維だけをとっても多くの種類があり、その選択によって一方向強化材料の引張強度は1~4 GPa、弾性率は100~400 GPaと大きく変化する。一方、マトリックスにはポリエステル樹脂、エポキシ樹脂、ポリイミド樹脂、ポリウレタン、PEEKなどが用いられ、複合材料の、特に圧縮強度、せん断強度などが変化するほか耐熱性や耐腐食性などが大きく異なる。しかし、こうした選択は繊維とマトリックスの界面の問題を除けば、一般の材料選択問題とあまり異なるところはない。それぞれの素材の特長を考慮して最適な組み合わせを考えればよい。

一方、繊維とマトリックスの界面の制御は難しい問題である。繊維の表面処理によって変化する界面接着強度は複合材料の強度や靱性などに著しい影響を与える。界面接着強度が高ければ高強度となるが、一方では靱性を低下させる。このため、特定の応用に関しては界面接着強度の最適化も要求される。

使用する繊維とマトリックスが決まれば、次は繊維の形態を検討する。それは長繊維か短繊維か、一方向プリプレグか織物かランダムマットか、という選択である。これは主として必要とされる強度特性、構造の形状、そして製作方法などによって決まる。複雑な形状の機械部品で、中程度の強度が必要なら、短繊維のランダム配向が採用される。このとき、材料設計のファクターは繊維の含有率となる。一方、高強度が要求される場合には長繊維のプリプレグまたは織物が利用される。このとき材料設計のファクターは繊維の含有率のみならず繊維の配向角やラミナの積層順序となる。

繊維の配向角は繊維複合材料において極めて重要な因子である。たとえば、ある一方向炭素繊維複合材料の繊維方向(0度方向)の強度は1.5 GPa、弾性係数は180 GPaであるが、繊維直角方向(90度方向)の強度は0.04 GPa、

Concept of Optimum Design with Composite Materials

筆者紹介 MITSUNORI MIKI

Department of Aeronautical Engineering, University of Osaka Prefecture

大阪府立大学工学部航空工学科 助教授, 工学博士

筆者は、複合材料工学、人工知能の設計への応用等が専門で、日本複合材料学会、林賞(1985)を受賞。趣味はテニス、旅行、デザイン。本稿では、構造用複合材料の極限性能を引き出すための材料設計と最適化について論じていただいた。

図1 (a)炭素繊維強化複合材料(一方向)の弾性定数と繊維配向角の関係

図1 (b)引張・圧縮強度と繊維配向角の関係

図2 内圧を受ける円筒圧力容器

弾性係数は10GPaと減少する。図1はこうした関係を表しており¹⁾、繊維配向角によって力学的特性が著しく変化していることが分かる。こうした特性を力学的異方性とよぶ。このため、長繊維複合材料においては繊維の配向角を最適化すること、すなわち異方性の最適化が重要な問題となる。短繊維複合材料では一般に繊維の配向はランダムであり、設計変数とはならない。

いま、図2に示す圧力容器を考えてみる。円筒形の圧力容器の円筒部分の板に生じる応力は材料力学の初歩的な解析によって、円周方向の応力が軸方向の応力の2倍となる。鉄鋼などの等方性の材料を用いる場合には高いほうの円周方向の応力を基にして板の厚さを決定し、このとき軸方向に関しては過剰品質となっている。これは等方性材料を用いる限りは避けられないことである。しかし、繊維複合材料では材料によっても異なるが、 ± 60 度程度の繊維配向角を持たせたり、0度と90度の繊維配向角を組み合わせることにより、円周方向の強度を軸方向の強度の2倍にすることができ、材料に無駄のない設計を行うことができる。

以下では、繊維配向角の最適化を中心に複合材料の材料設計の最適化について述べることにする。

3. 材料特性の最適化

3.1 面内および曲げ剛性の最適化

図3における座標系において複合材料積層平板の面内剛性の最適化について考える。目的関数をたとえば1-軸方向の縦弾性係数 E_1 とし、制約条件を2-軸方向の縦弾性係数 E_2 、および1-軸方向のせん断弾性係数 E_6 とする。すなわち、一例として次式

$$\text{Maximize } E_1 \text{ Subject to } E_2 > 40, E_6 > 15 \text{ GPa} \quad (1)$$

で表される問題を考える。板の厚さは一定とする。この時、積層素材である一方向プリプレグシートの積層枚数 N が決まる。積層は、垂直-せん断カップリング変形が生じないよう対称積層とする。設計変数を各層の繊維配向角とすると、その数は $N/2$ となる。たとえば、ラミナの厚みを0.2mm、板厚を4mmとすると、片側積層数は10となる。こうして、この問題は

$$\text{Find } \Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_{10}\}^T$$

$$\text{such that } E_1(\Theta) \text{ is maximized}$$

$$\text{Subject to } E_2(\Theta) > 40, E_6(\Theta) > 15 \text{ GPa} \quad (2)$$

と記述される。これは非線形数値計画問題となる。 $E_1(\Theta)$ などの関数形は分かっているから、あとは適当な極

図3 座標系 x : 繊維方向, y : 繊維直角方向, 1, 2: 構造力軸

値探索手法を用いて計算を行えば最適解を見いだすことができる。

しかし、こうした問題には局所的最適解が数多く存在し、大域的最適解を求めることが困難である。また、数値計画的な手法では解の一般的性質が捕らえにくい。そのため、設計変数を各層の繊維配向角にするのではなく、剛性に直接関係する積層パラメータとするのがよい。すなわち、対称積層板の層数がいくら多くても剛性は高々8個の積層パラメータによって決定されており、剛性に関する材料設計において基本的に考慮すべき設計変数は各層の繊維配向角ではなく、これらの積層パラメータでなければならないといえる。これによって最適解の探索は極めて容易になり、しかも大域的最適解が得られやすくなる^{2,3)}。

3.2 面内強度の最適化

積層板の強度を考えるにはまず、一方向強化材料の強度特性を知らねばならない。一方向強化材料の強度に関しては種々の考え方があるが、大別すると次の二つに分けられる。

(1)最大ひずみ、または最大応力説

(2)2次応力またはひずみ多項式で評価

一方向強化材料ではない積層板では作用している荷重から各層の応力を求め、それを回転変換して破損を調べる。こうして各層の破損状態は分かるが、積層板の強度が各層の破損とどのような関係があるのかについては種々の考え方がある。もっとも簡単なのは、積層板のうち一層でも破損したら積層板が破損したと見なす方法である。これは初期プライ破損(First-Ply-Failure: FPF)とよばれる。

初期プライ破損しても積層板はまだ荷重に耐えられることが多い。しかし、初期破損後は、破損した層をどのように取り扱うか、初期破損後は層間剝離が生じやすく、これが最終破損を決定していることが多いなどの理由から理論的な強度推定は極めて困難である。

多軸応力下での破損強度を考えるときには、いくつかの考え方がある。たとえば負荷応力の成分が比例的に増加する場合に初期破損強度を最大にするには次式で定義される強度比 R を最大にすればよい。

$$\sigma_i = R \sigma_{ia} \quad (i=x, y, s) \quad (3)$$

ここで、 σ_i は破損則で表される破損応力であり、 σ_{ia} は負荷応力である。この式を破損条件式に代入して解けば強度比 R が得られる。これが最大となるような積層構成を求める。

面内荷重を受ける平板の場合に最大強度基準で設計を行う場合にはこの他に、破損に関するある基準値を最小化する考え方がある。破損に関する基準値としては次の

図4 $[-\phi/0/\phi]_s$ 材の最適繊維配向角

様な式が用いられることも多い⁴⁾。

$$Q = \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + 0.5 \epsilon_6^2 \quad (4)$$

これを目的関数とし、各層の繊維配向角を設計変数として非線形数値計画問題に定式化すると最大強度設計解が得られる。

図4はCFRPを素材とし、積層構成を $[-\phi/0/\phi]_s$ として式(4)の Q を最小にする繊維配向角 ϕ を負荷応力をパラメータにして求めたもの⁴⁾である。積層構成をこのように具体的に決めると設計変数は少なくなり、最適化は解析的にも数値的にも簡単である。この結果より、たとえば、応力(1, 0.2, 0.4)MPaでは $[-33/0/33]_s$ の積層構成が最適となる。

4. 曲げ荷重下での最大剛性設計⁵⁾

複合材料積層板はしばしば機械構造物のパネル材として用いられ、横荷重を受ける。このときたわみをもっとも少なくなる積層構成を見いだすことは重要なことである。これには積層板の曲げ剛性を最大にすればよい。

一般に、ある荷重の下で構造物の剛性を最大にするには構造物のひずみエネルギーを最小にすればよい。ひずみエネルギーを求める方法はRayleigh-Ritz法を用いる。図5は一様分布荷重および集中荷重下での最適配向角とアスペクト比との関係である。アスペクト比が1のとき最適配向角が $\pm 45^\circ$ になるのは同じであるが、それ以外のアスペクト比では荷重条件によって最適配向角はかなり異なる。一様分布荷重ではアスペクト比が1をこえると配向角が急速に 90° に近づくが、集中荷重では $\pm 60^\circ$ くらいからなかなか増加しない。一様分布荷重の場合、細長い板では短い辺に平行になるように繊維を配置すると良いことが分かる。これは我々のまわりでも板を角材で補強する場合に通常行われている方法である。

図5 平板のたわみに関する最適繊維配向角

図6 座屈強度に関する最適繊維配向角

5. 座屈強度の最大化⁶⁾

次に、積層板が面内の圧縮荷重を受ける場合の座屈に対する最適化を考える。図6は座屈荷重の最大化を行った場合の最適繊維配向角とアスペクト比の関係を示したものである。結果的には、 $[(\pm\theta)_N]_S$ のアンギュラプライ積層が最適となる⁶⁾。最適な配向角はアスペクト比が

図7 座屈荷重と板のアスペクト比

0.6近くなるまで0°であり、その後アスペクト比の増加と共に増加し、アスペクト比が1で±45°となる。

図7はアスペクト比と座屈荷重の関係を計算したものである。図には各アスペクト比での最適積層の座屈荷重とともに0°材、90°材、および±45°材の座屈荷重も示した。これより、最適化された積層構成では常に最大の座屈荷重が実現されていることが分かる。しかしながら、実用的を0°とし、0.7~1では±45°としても十分であろう。なお、アスペクト比が1以上となると生じる座屈半波数の関係で問題は複雑になる。

6. あとがき

最適設計では設定された目的関数が最大または最小になる。このため、当然のことながら他の性能は無視されている。最適設計問題では、設定された目的関数を最適化するために考慮しなかった他の性能が著しく悪化していないかどうか十分検討する必要がある。また、目的関数が複数の場合には多目的最適化や多水準最適化の方法を適用する必要がある。一方、強度に関する最適化では荷重と強度の不確定性は避けては通れない。もし、荷重や強度の不確定性に関して何も情報がなければ強度特性の設計変数に対する頑健性(ロバストネス)を規準に最適設計を行う必要があると考えられる。これらは筆者の新しい提案である^{7,8)}。なお、複合材料の最適設計については文献(9)も参照して載ければ幸いである。

参考文献

- 1) S. W. Tsai and H. T. Hahn, "Introduction to Composite Materials", 藤井太一監訳, "複合材料の強度解析と設計入門", 日刊工業新聞社, p. 51 (1986)
- 2) M. Miki, "Progress in Science and Engineering of

- Composites", Japan Soc. for Composite Materials (1982) 1725
- 3) 三木光範, 日本機械学会論文集, 50-A, 448 (1984)
- 4) W. J. Park, *J. Composite Materials*, **16**, 341 (1982)
- 5) 三木光範, 杉山吉彦, 桜井健司, 材料, **39**巻, 438号, 236 (1990)
- 6) 三木光範, 日本機械学会論文集, 50-A, 1325 (1984)
- 7) M. Miki, Proc. 30th SDM Conference, p. 1032, AIAA Paper 89-1277, (1989), American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- 8) M. Miki, Proc. 31st SDM Conference, p. 1333, AIAA Paper 90-1071, (1990), American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- 9) 三木光範, 材料, **38**巻, 425号, 193 (1989)
(平成2年11月19日受理)

第6 タンパク質ハイブリッド研究会

主 催: タンパク質ハイブリッド研究会
協 賛: (社)繊維学会ほか
日 時: 1991年5月27日(月) 10:00~17:05
会 場: 池袋サンシャインシティ・プリンスホテル
天覧の間
〒170 東京都豊島区東池袋 3-1-5
Tel 03-3988-1111

研究会参加費: 本研究会賛助会員及び協賛学会
会員2,000円, 学生1,000円, その他3,000円
(抄録代を含む)

懇親会: 17:30~20:00 サンシャイン60ビル, 59階,
トリアノン

懇親会費: 10,000円

申込方法: 郵便局の払込通知表の通信欄に(1)住所(2)氏名
(3)所属(4)連絡先電話番号(5)懇親会参加の有無を
記入の上, 下記口座へお払込下さい。折り返し
参加券をお送りします。

口座番号: 東京 1-44179

口座名: タンパク質ハイブリッド研究会

申込締切: 4月30日

問い合わせ先: 〒227 横浜市緑区鉄町 1614
桐蔭学園横浜大学工学部
タンパク質ハイブリッド研究会
代表者 稲田祐二 Tel045-972-5881 Ext.735

平成3年度 工学・工業教育に関する 研究講演会の講演募集

主 催: 社団法人 日本工業教育協会
協 賛: (社)繊維学会ほか
日 時: 平成3年7月17日(水)
会 場: 愛知厚生年金会館(名古屋市千種区池下町2-63:
☎052-761-4181)

講演テーマ: 工学・工業教育に関する研究論文・報告

講演者の資格: (社)日本工業教育協会, 各地区工業教育
協会の会員及び協賛学協会の会員

講演時間: 1 題目につき講演15分, 討議5分(予定)

講演申込: 締切 平成3年3月15日(金)必着
申込先 (社)日本工業教育協会
〒105 東京都港区新橋2-19-10
蔵前工業会館内 電話03-3571-1720

申込方法① 所定の研究講演会講演申込書をコピーして
使用して下さい。協賛の学・協会の方
は, 下記の(社)日本工業教育協会まで講演
申込書をご請求下さい。

② 申込者には, 3月25日(月)までに採否を通
知します。

講演論文集原稿: 講演採択者は, 5月24日(金)必着で講
演論文集の原稿を提出すること。原稿は, (社)
日本工業教育協会から送付する原稿用紙2枚又
は4枚とする。

問い合わせ先: (社)日本工業教育協会
電話 03-3571-1720
〒105 東京都港区新橋 2-19-10
蔵前工業会館内(担当 原田・青山)