一般報文

(平成 6 年 2 月 19 日受理)

非線形最小自乗法による
布の曲げ振動特性値の推定

信州大学繊維学部 高寺 政行・鮑 力民・篠原 昭

Estimating the Bending Characteristics of Fabric by a Nonlinear Least-squares-method

Masayuki Takatera, Limin Bao, and Akira Shinohara

Faculty of Textile Science, and Technology, Shinshu University, Ueda, Nagano-ken, 386 Japan

Abstract: A simulation method is presented for the estimation of the parameters which characterize the forced-bending vibration of a strip of textile fabric, such as the constants related to the hysteresis and damping; a nonlinear least-squares-method is adopted to consider the nonlinearity inherent to the phenomena, and the stability of estimation as well as the influence of experimental error on the estimation are examined. The amplitude-frequency dependency obtained by experiment could be sufficiently reproduced from the parameters estimated by this method. In the estimation of the whole curve of hysteresis, the accuracy was not so good but could be fairly improved if the rigidity data at higher curvatures were incorporated as auxiliary information.

(Received February 19, 1994)

1. 緒 言

織物など繊維集合体の曲げにおいては繊維間摩擦によるヒステリシス特性を示す。曲げ振動においても、鋼やプラスチックなどの主として塑性や粘性が関与する振動とは異なり、織物においてはこのヒステリシス特性が大きく影響する[1,2]。朱ら[3]は織物の曲げ振動を非線形曲げ剛性を考慮した1自由度振動として解析した。筆者ら[2]は静的測定法により得られるヒステリシスループをモデル近似し、非線形有限要素法で連続体の非線形振動として解析、検討している。

粘弾性体はりの微小振動においては線形振動方程式に材料の曲げ剛性と粘性係数を代入し動的挙動が求められる。逆に実験から得られた励振周波数-振幅曲線より材料の曲げ剛性と粘性係数を推定する方程式が得られており、振動リード法による曲げ剛性と粘性係数の測定に應用されている[4]。曲げヒステリシス特性をもつ織物の振動に対しても振動実験による動的応答を利用して、振動方程式におけるパラメータ推定することが可能となれば織物の曲げ振動特性の測定や設計への応用が期待できる。

振動分野において、このようにある系からの出力をもとにその系への入力あるいは系そのものの欠落情報を推

定することを同定と呼ぶ。大熊と長松[5]は線形系振動の特性行列(質量、減衰および剛性マトリックス)を振動実験から得られたデータを用いて同定する方法を開発し、設計の有力な手段としている。安田ら[6,7]は多自由度非線形系の同定法を検討し、ばね特性や減衰特性に非線形性を持つ系の同定法を提案している。また、Hishidaら[9]は金属材料の粘塑性モデルのパラメータを実験データから最小自乗法を用いて求めている。しかしながら織物のような非線形曲げヒステリシス特性[2]を持つ曲げ振動方程式のパラメータの同定に対してこれらの手法をそのまま用いることはできない。

本報では前報[2]で報告した非線形有限要素法による曲げヒステリシスを考慮した織物の曲げ振動の解析と非線形最小二乗法[8]などの数値計算法を用いて織物の動的応答実験から曲げ振動モデルのパラメータを推定する方法を提案し、数値シミュレーションと実験によりその適応性を検討した。

2. 基礎理論

2.1 順計算

純曲げ試験により得られる織物の曲げモーメント-曲率の関係は一般に図1のようなヒステリシス曲線となる。これを前報[2]と同様に以下のRateモデルで近似する。

Fig. 1 Typical bending hysteresis curve of a fabric.

$$M = D \frac{1}{\rho} + D_1 \exp \left(-\alpha \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho} \right) \right) - M_0, \quad \frac{d \frac{1}{\rho}}{dt} > 0 \quad (1-a)$$

$$M = D \frac{1}{\rho} - D_1 \exp \left(-\alpha \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) \right) + M_0, \quad \frac{d \frac{1}{\rho}}{dt} < 0 \quad (1-b)$$

ここで M は曲げモーメント, D , D_1 および α はそれぞれ曲げ曲線を表すためパラメータである。また, $1/\rho_0$ はループ中の最大曲率, M_0 は定数で,

$$M_0 = \frac{1}{2} D_1 \left(1 + \exp \left(-2 \alpha \frac{1}{\rho_0} \right) \right) \quad (2)$$

で与えられる。式 1-a および 1-b を変換して等価曲げ剛性と等価減衰係数を導き, それらを利用して, 有限要素法で曲げ振動を数値解析する [2]。

$[K]$, $[C]$, $[m]$, $[Q]$, $|w|$, $|P|$ をそれぞれ布の剛性, 減衰, 質量, 自重, 変位および外力マトリックスとすると, 以下の曲げ振動方程式が得られる。

$$[m] \ddot{w} + [K] \dot{w} + [C] \dot{w} - [Q] w = |P| e^{i\omega t}, \quad (3)$$

ここで t は時間, $\dot{w}$ および $\ddot{w}$ はそれぞれ t に関する 1 階および 2 階微分を表す。

式 3 を実数部と虚数部に分解して, 増分法を用いた非線形有限要素法で計算すると図 2 のような振幅一周波数曲線が求まる。

すなわち, 純曲げ実験で測定した織物の曲げヒステリシスループをモデル近似する際のパラメータ D , D_1 , α と, 励振振幅, 材料の質量 γ および長さなどにより, 順計算で織物の動的曲げ挙動が求められる。

2.2 パラメータの同定

振動リード法のように細長い織物の固定端に調和励振変位を加えたときに, 測定した織物の自由端振幅-励振周波数曲線を補助情報として用いることにより, 動的特性を表すパラメーターを同定することを考える。線形,

Fig. 2 Example of calculated amplitude-frequency curve of fabric.

振動系においては同定するパラメータとして特性行列を用いるのが一般的であるが, ヒステリシスを持つ織物ではヒステリシスによる等価曲げ剛性項および等価減衰項が最大曲げ曲率の関数となるため [2], 曲げヒステリシスループモデルのパラメータ D , D_1 , α を同定する未知パラメータとして採用する。また, 共振振動数に関しては粘性減衰項を無視しても実験値と計算値がよく一致するが [2], 振幅に対しては空気抵抗の影響が必ずしも無視できないものと考え粘性減衰係数 C を未知パラメータに含める。

いま, 未知パラメータを $\mathbf{X} = (D, D_1, \alpha, C)^T = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ とする。励振周波数 ω_i における織物の自由端振幅の測定値 $E(\omega_i)$ と, それに対応する式 3 の解 $F(\omega_i, \mathbf{X})$ との差の二乗和

$$S(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^m |E(\omega_i) - F(\omega_i, \mathbf{X})|^2 \quad (4)$$

が最小となるようにパラメータ $\mathbf{X}$ を決定する。 $S(\mathbf{X})$ が $\mathbf{X} = \mathbf{X}_s$ で最小値となるならば

$$\left. \frac{\partial S}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_s} = 0 \quad (j=1 \sim 4) \quad (5)$$

が成り立つ。 $F(\omega_i, \mathbf{X})$ は未知のパラメータ $\mathbf{X}$ に対して非線形な関数であるので, 式 5 は非線形方程式となる。上式にニュートンラプソン法を適用し, 解を求める。高次の偏微分項を無視すれば, k 番めの近似値 $\mathbf{X}^{(k)}$ に対し,

$$\sum_{i=1}^4 \frac{\partial^2 S}{\partial x_j \partial x_i} \Delta x_i = -\frac{\partial S}{\partial x_j} \quad (j=1 \sim 4) \quad (6)$$

を解くことにより $\Delta \mathbf{X} = (\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \Delta x_4)^T$ を求め

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \Delta \mathbf{X} \quad (7)$$

を次の近似値として繰り返して計算することによって $\mathbf{X}_s$ の近似値が得られる。なお, $\Delta \mathbf{X}$ を修正してベクトルと呼ぶ。ここでは式 4 に対して偏微分し

$$\frac{\partial S(\mathbf{X})}{\partial x_j} = -2 \sum_{i=1}^m \frac{\partial F(\omega_i, \mathbf{X})}{\partial x_i} |E(\omega_i) - F(\omega_i, \mathbf{X})|^2 \quad (8)$$

となる。式8を式7に代入して

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial F(\omega_i, \mathbf{X})}{\partial x_1} \frac{\partial F(\omega_i, \mathbf{X})}{\partial x_j} \right) \Delta x_i \\ &= \sum_{i=1}^m |E(\omega_i) - F(\omega_i, \mathbf{X})| \frac{\partial F(\omega_i, \mathbf{X})}{\partial x_j} \\ & \quad (j=1 \sim 4) \quad (9) \end{aligned}$$

が得られる。

いま

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\omega_1, \mathbf{X})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F(\omega_m, \mathbf{X})}{\partial x_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F(\omega_1, \mathbf{X})}{\partial x_4} & \dots & \frac{\partial F(\omega_m, \mathbf{X})}{\partial x_4} \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} E(\omega_1) \\ \vdots \\ E(\omega_m) \end{bmatrix}$$

$$F = (F(\omega_1, \mathbf{X}), \dots, F(\omega_m, \mathbf{X}))^T$$

とすると、式9は

$$E - F = [A] \Delta \mathbf{X} \quad (10)$$

となる。精度よく $\Delta \mathbf{X}$ を求めるために Householder 法[8]で修正ベクトルを計算する。このような方法はガウスニュートン法[8]と呼ばれ、非線形モデルを線形近似し反復改良を行う基本的な解法であるが、初期値が真の解から大きく離れていたり、対象とする関数の非線形性が大きい場合には安全性が悪く、反復の各ステップで残差二乗和 $S(\mathbf{X})$ が減少することは保証されていない。そこで安定化のために修正ベクトルに縮小因子 a ($0 < a \leq 1$) を導入し、式7の代わりに

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + a \Delta \mathbf{X} \quad (11)$$

とおく。 a を小さくすれば安定になるが、収束は遅くなる。本研究では a の上限値を0.8とした

$$S^{(k+1)}(\mathbf{X}) \leq^{(k)} S(\mathbf{X}) \quad (12)$$

となるまで a の値を半分にしてゆく。この時無限ループに入らないように a には下限値を設定する。これにより、非線形性が大きい場合には a が小さく、線形に近づくにつれて a が大きくなるように調節される。

パラメータ $\mathbf{X}$ を求める反復計算において、次に示す二つの式のうちいずれかが満足されたときに収束したと判定する。すなわち、

$$(i) \quad \|\mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k)}\| \leq \eta_1 \quad (13)$$

$$(ii) \quad |S^{(k+1)}(\mathbf{X}) - S^{(k)}(\mathbf{X})| \leq \eta_2 \quad (14)$$

(i)はパラメータの修正量のノルムが、ある与えられた許容限度 η_1 以下となったときに収束したとみなすものである。(ii)は目的関数の変化量の絶対値が、ある与えられた許容限度 η_2 以下になったときに収束したとみなすものである。

$$(iii) \quad |S(\mathbf{X})| \leq \eta_3 \quad (15)$$

得られた極小値が局部極小値である場合、これを排除す

るために(iii)式が満足されるかどうかで判断する。局部極小値の可能性のある時には初期値を変え、他の極小値を探索する。最終段階ですべての局部極小値を比較し最小値を決める。

また、式9における $F(\omega_i, \mathbf{X})$ の偏微分項は

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{F(x_i + \Delta x_i) - F(x_i)}{\Delta x_i} \quad (16)$$

ただし、 $\Delta x_i = 0.01 \times x_i$ により求める。

2.3 パラメータの推定手順

振動実験により得られた自由端振幅-励振周波数曲線の離散化したデータから、非線形最小二乗法と非線形有限要素法を利用し、以下の手順でヒステリシスループモデルのパラメータ $\mathbf{X}$ を推定する。

1) 離散化された測定データ $E(\omega_i)$ ($i=1 \sim m$)、式3の解析に必要な試料長、質量などの基礎データおよびパラメータの初期推定値 $\mathbf{X}^{(0)}$ を入力する。

2) パラメータを仮定し、非線形有限要素法の順解析により励振周波数における織物の自由端の変位

$F(\omega_i, \mathbf{X})$ ($i=1 \sim m$) を求める。

3) 式4により残差平方和 $S(\mathbf{X})$ を計算する。ガウスニュートン方により修正ベクトル $\Delta \mathbf{X}$ を求める。

4) 縮小因子法を用いて、縮小因子 a を求める。式11を利用して近似パラメータ $\mathbf{X}^{(*)}$ を決める。

5) 収束判定基準に従って収束判定を行い、収束判定基準を満たす場合は、その時のパラメータ $\mathbf{X}$ を最適解とし、計算を終了する。収束判定基準を満たさない場合は、ステップ2)に戻り計算を繰り返す。

3. 実 験

3.1 数値シミュレーション実験

パラメータの推定方法の適応性および安定性について検討するために、数値シミュレーション実験を行った。曲げヒステリシス曲線モデルのパラメータとして表1に示す11種を設定する。表1の真値を式3に代入し、各励振周波数 ω_i における織物の自由端での振幅を計算した。計算において試料長を50 mm、励振振幅を0.1 mmとした。それらに実験を想定した誤差を加えたものを測定値 $E(\omega_i)$ として、逆にパラメータ $\mathbf{X}$ を推定し、真値との差について検討を加える。なお、測定データに含まれる主な誤差として、不規則雑音[10]を取り上げた。

サンプリングデータ点数 m が少なければ、補助情報が不足するため推定されるパラメータの精度が実験値誤差に大きく影響される。逆に、多ければ式3と $[A]$ の計算量が増大するため実用的な計算が不可能となる。試行錯誤の結果 $m=20$ を採用した。また、共振ピーク付近を細かくサンプリングすることにより補助情報が十分生か

Table 1 The Parameters Used in Simulation

Case	Parameter				Number of Iterations	Mean Error of Estimation %
	D	D_1	α	γ		
1	50	-4	10	0.018	22	0.09
2	100	-8	25	0.014	11	0.04
3	150	-12	40	0.010	16	0.18
4	200	-16	55	0.006	28	0.13
5	100	-8	40	0.014	9	0.14
6	100	-12	25	0.014	7	0.04
7	100	-12	40	0.014	13	0.40
8	150	-8	25	0.014	19	0.06
9	150	-8	40	0.014	17	0.05
10	150	-12	25	0.014	31	0.06
11	150	-12	40	0.014	20	0.05

Table 2 Details of Samples

Sample	Material	Mass per unit area (g/m ²)	Thickness (mm)	Yarn density (number/cm)	Yarn counts (Tex)
Fabric 1	Cotton 100%	143	0.32	Warp	24.6
	Plain weave			Weft	22.4
Fabric 2	Wool 100%	196	0.45	Warp	24.1
	Twill weave			Weft	18.1

されることがわかった。

3.2 織物による実験

市販織物を用いてパラメータ推定法の検証を行った。実験に用いた織物の主な規格を表2に示す。曲げヒステリシス曲線を得るために KES-FB2 純曲げ試験機を用いて純曲げ試験を行った。試験機の曲げモーメントと曲率の出力信号をノイズ除去のためのフィルタと A/D 変換ポートを通してコンピュータに入力した。得られたヒステリシスループから Rate モデルのパラメータ D , D_1 , α を求めた[1]。振動実験として掃引発振を利用した振動リード法[2]により試料の幅 10 mm, 試料長 50, および 60 mm における 1 次振動の自由端の振幅をレーザ変位計で測定した。

振動実験で測定した励振周波数-自由端振幅曲線から推定用の測定値のサンプリングを行った。図3に測定した織物の共振曲線を実線で推定用の実験値サンプリング点を○で示す。推定精度を上げるために共振ピークの付近を細かく取っている。

サンプリングした測定値を用いて、提案したパラメータの推定法を用いて織物の曲げヒステリシスループのパラメータを同定した。

4. 結果および考察

数値シミュレーションにおける収束までの反復回数を表1に示す。いずれも35回以下で収束した。パラメータの真値 X と対応するパラメータの推定値を $Y = (y_1, y_2, y_3, y_4)^T$ とすると、推定値の相対誤差の平均 $\bar{\epsilon}$ % は

$$\bar{\epsilon} \% = \frac{1}{m} \left| \sum_{i=1}^m \left(\frac{x_i - y_i}{x_i} \right) \right| \times 100 \quad (17)$$

と定義される。いずれのケースとも相対誤差の平均は表1で示したように小さい値であった。図4はケース1～4のパラメータの真値と推定値を用いて式3により計算した自由端振幅-励振周波数曲線である。

測定データに不規則波形が含まれる場合のシミュレーションは励振周波数 ω_i における真の自由端の振幅 $E(\omega_i)$ に次式のように絶対値の最大値が ΔE である一

Fig. 3 Experimental amplitude-frequency curves and sampling points for the parameter estimation.

Fig. 4 Comparison between the curves of amplitude-frequency reproduced from the model parameter and the estimated parameter.

様乱数により作成された相対誤差 E_{ei} を加えた値を、測定データ $E_m(\omega_i)$ とした。

$$E_m(\omega_i) = E(\omega_i)(1 + E_{ei}) \quad (18)$$

図5はそれぞれ $\Delta E = 0$, $\Delta E = 3\%$, $\Delta E = 8\%$ の場合の励振周波数と誤差を含んだ織物の自由端振幅のデータ例である。図にはケース2とケース5の曲線だけを示すが、他のケースも同じ傾向を示す。

誤差を含むデータを測定値として織物の曲げヒステリシスループモデルのパラメータ X を推定した結果、相

Fig. 5 Influence of experimental error on the model simulated amplitude-frequency curves.

対誤差が8%以下のときはすべて収束したが、8%を超えると収束しないケースもある。ケース2および5において推定したパラメータを式1に代入して得られた曲げモーメント-曲率曲線と真のパラメータを代入して得られた曲線をそれぞれ図6、7に示す。実線は真のパラメータを用いたもので、点線は推定したパラメータを使って計算したものである。両ケースとも相対誤差が大きくなるに従って、真のパラメータから求めた曲線からはずれてくる。図8は実験データの相対誤差と推定値の相対誤差の平均値の変化を表わした図である。各ケースとも実験データの相対誤差が大きいほど推定値の誤差も大きくなる。図9はケース5の測定値に8%の相対誤差を加えた曲線により推定したパラメータを式3に代入して計算した自由端振幅-励振周波数曲線と誤差を加えない測定値の関係図である。この時の誤差を加えた測定値からの推定値の相対誤差の平均値は7.8%であるが図7(c)と較べて両者の差はわずかである。

以上の結果から推定値の誤差は ΔE に大きく依存するものと考えられる。したがって、実験に際しては測定装

Fig. 6 Influence of experimental error on the estimated hysteresis curve, for model simulation case 2.

Fig. 7 Influence of experimental error on the estimated hysteresis curve, for model simulation case 5.

Fig. 8 Dependency of the mean error in the estimated hysteresis curve on the relative error ΔE in the amplitude-frequency curve.

Fig. 9 Influence of experimental error on the calculated amplitude-frequency curve, for model simulation case 5.

Fig. 10 Comparison between the estimated and experimental curves of hysteresis.

Fig. 11 Comparison between the sampling points in the experimental amplitude-frequency curve and the curve reproduced from the estimated parameters.

Fig. 12 Comparison between the hysteresis curve obtained by experiment and that estimated by the present method with auxiliary data of parameter D .

置の精度や雑音の除去などに十分注意する必要がある。

実織物に対する推定では両織物とも収束した。同定したパラメータを式1に代入し、計算して得たヒステリシスループを図10に示す。実線は純曲げ試験による測定値で、点線は推定パラメータを利用して計算した結果である。図11は同定したパラメータを式3に代入して順計算した曲線と測定値サンプルの関係である。織物の振動曲線では両者ともよく合っている。このことから本手法で用いた非線形最小二乗法により、曲げ振動方程式から自由端振幅—励振周波数曲線を再現することが可能なパラメータが推定できることがわかった。

これに対して推定されたヒステリシスループはシミュレーションに比べて実験値とややはずれている。この原因として図7、9で示したように、自由端振幅—励振周波数曲線のわずかな変化に対して対応するヒステリシスループが大きく変化する傾向があるための実験誤差の影響が考えられる。改善する方法として振動実験値として自由端振幅—励振周波数曲線の代わりに、たとえば、ヒステリシスに關係する(2)励振振幅—共振周波数曲線を用いる方法が考えられる。しかし、計算量が数百倍になることが予想され現段階では検証できていない。また、本実験範囲での微小振動においては試料の最大曲率がきわめて小さく[1]、比較的大きな曲率範囲の曲げ特性の推定に対しては情報量が足りない点も考えられる。図12にRateモデルにおいて高曲率域の曲げ剛性を与える D 値を既知とし、残りのパラメータを推定して得たヒステリシスループを示す。推定結果が改善されることがわかる。

5. 結 論

曲げヒステリシスを持つ織物の曲げ振動のパラメータを、強制曲げ振動実験により得られた励振周波数—自由端振幅の測定値と、非線形有限要素で表した曲げヒステリシスを考慮した振動方程式から得られた数値解とから非線形最小二乗法を用いて推定した。その際、振動のパラメータとしてヒステリシスループモデルのパラメータを用いた。測定値に不規則な雑音を含む場合を想定し、数値シミュレーション実験を行った。また、実際の織物を使った推定を試みた。得られた結果を要約して述べれば以下のとおりである。

(1). 想定したシミュレーションでは、測定値に不規則な雑音を含まない場合のパラメータの推定は比較的少ない反復で解が収束し、また推定値の誤差も小さく、推定が良好であることが分かった。

(2). 測定値に不規則な雑音を含まれた場合におけるパラメータの推定の誤差は不規則な雑音の ΔE が大きくな

るにつれて大きくなる。また不収束ケースもあるので、実験に際しては測定装置の環境、精度やデータの処理などに十分な注意が必要であると考えられる。

(3). 実際の織物を使って同定した結果、いずれもパラメータの推定解が収束した。推定したパラメータを利用し、順計算した振動曲線が実験値と良く合ったことから曲げ振動を予測するパラメータとしては同定できることが分かった。ヒステリシスループそのものの同定に関しては、高曲率域の剛性情報の不足および実験誤差の影響等の原因により十分なものとはいえないが、高曲率域の曲げ剛性値を推定時の補助情報として加えることにより改善される。

逆計算に必要な CPU 時間は信州大学情報処理センター HP9000 (23.7 MFLOPS) で収束の速いもので約 20 分である。今後計算時間を減らすため計算方法の改良を検討する必要があるであろう。

本研究で対象とした微小曲げ振動に関しては比較的高曲率域での曲げ剛性である KES-B 値に相当する値の直接的寄与は少ないものと考えられ、微小曲率範囲の曲げ特性の重要性が明らかになった。カーテンやスカート等のゆるやかな振動においても振動自体による曲率の変化はわずかな場合が少なくないものと考えられる。動的シミュレーションや風合い評価における曲げ特性値としていかなる値を採用すべきかについて、ヒステリシスの

大きな布に対してはその変形の曲率範囲を考慮すべき点を示唆するものである。

文 献

1. 鮑 力民, 高寺政行, 篠原 昭, 織学誌, **49**, 642 (1993).
2. 鮑 力民, 高寺政行, 篠原 昭, 織学誌, **50**, 92 (1994).
3. 朱 承興, 石川左武郎, 吉田幸吉, 小形信男, 柳川 紹明, 呉 小玲, 織機誌, **40**, T81 (1987).
4. M. Horio and S. Onogi, *J. Appl. Phys.*, **22**, 971, (1951).
5. 大熊政明, 長松昭男, 機論 C, **51**-464, 719 (1985).
6. 安田仁彦, 河村庄造, 渡辺浩太郎, 機論 C, **53**-495, 2191 (1987).
7. 安田仁彦, 神谷恵輔, 機論 C, **55**-515, 1609 (1989).
8. たとえば田辺国土, 応用統計学, **9**, pp.119 (1970).
9. Hirotoshi Hishida, E. Diegele, J. Schwertel, B. Schinke, D. Munz, and Hornberger K, *Trans. SMiRT*-11, Vol. L, 289 (1991).
10. 南 茂夫, 「科学計測のための波形データ処理」, P 70, CQ出版社(1986).