部分熔融物質の流動特性

A rheological property of partially molten material

伊 東 敬 祐 (Keisuke Ito)*
藤 井 直 之 (Naoyuki Fujii)*
小 林 洋 二 (Yoji Kobayashi)*
宮 本 正 道 (Masamichi Miyamoto)**

A rheological property of KBr partially dissolved with H_2O is experimentally studied under the fixed flow rate condition. The system is a simple analogue of the partially molten asthenosphere material. When the slip rate is low, the partially molten material flows at a constant force. When the slip rate exceeds a critical value, the force starts oscillating and the amplitude of oscillation increases as a logarithmic function of the slip rate. A model is proposed to explain the irregular oscillation. It is considered that the oscillation arises because of competition between the thermodynamically stably-oriented intergranular fluid phase and the hydrodynamically stably-oriented one.

1. 序 論

地球深部は高温で、部分熔融の状態にあると考えられる。従って、マントルのダイナミクス、それに伴うプレートの運動及び火成活動などを理解するためには、部分熔融物質の流動特性を知ることが、極めて重要である。部分熔融物質の流動では、物質の融解・再結晶という熱力学的な過程が流動に関与するので、単に機械的に固体と液体とを混ぜた物質の流動とは質的に異なる筈である(氷について、前, 1974)。機械的な固相-液相混合物質の流動については工学的な研究があるが、部分熔融物質の流動特性は著者らの知る限り全く調べられていない。そこで手始めに、単純な部分熔融物質の流動特性の定性的な性質を調べてみた。

熔融 (Melting) と溶解 (Solution) とは本質的に同じことであるから、高温で部分熔融した岩石の流動を直接調べる代りに、常温で部分的に溶解した結晶+水溶液の系の流動特性を調べた。その結果、部分熔融物質は、低速度の変形では固体のクリープに相当する定常的な流動をするが、変形速度がある値を越すと、一定の変形速度を保つのに要する力が振動するという特異な流動特性を示すことがわかった。この論文では、この振動現象を説明する数学モデルを中心として述べる。

2. 実験と装置

部分熔融物質のように流動特性が非線形のものでは、定速度の流動と、定応力での流動とは現象が違ってくる。地球深部で起っている流動では、例えば、プレート下部とアセノスフェアとの境界の流動は定速度の条件に近いだろうし、おかげ状のマグマが上昇する過程は定応力の条件に近いだろう。実験装置としては、速度も応力もコントロールでき、かつ、測定できることが望まれる。

部分熔融物質の流動では、結晶及び間隙液体の幾何学的な形や方位が流動特性に重要な影響を与える。従って、流動の履歴が流動特性に敏感に作用する。マグマの上昇過程の場合は、過渡期の流動特性が重要と思われるが、アセノスフェアの流動の場合は、定常状態にあると思われる。実験でも、定常状態を持続できる装置が望まれる。

以上の目的のために、第1図に示す回転歯車式の装置を作って実験した。この装置のモーターを滑車と錘りに、トルク計を回転速度計に置きかえることによって、定応力下での流動の実験も可能である。試料は臭化カリウム (KBr) に水を十分加えて飽和させた粥状の部分溶解物質である。間隙流体の量は実験終了後に自然に詰まった状態の粥状物質の水の量を測って調べた。その量は

* 神戸大学理学部地球科学教室

** 東京大学教養学部基礎科学教室

第1図 回転式流動特性測定装置。

$\text{H}_2\text{O}/\text{KBr}$ の重量比で約 $1/6$ である。臭化カリウムは、常温で水溶液から晶出する時の晶癖が単純である。実験終了後の結晶粒の大きさは約 $1\sim 2\text{mm}$ で、短柱状をしている。

3. 実験結果

実験した変形速度は、回転歯車の外縁部の速度にして、 $10^{-5}\sim 10^{-1}\text{cm/s}$ の範囲である。測定したトルクを回転歯車の外縁部でのせん断応力に換算して、それと滑り速度との関係を第2図に示す。滑り速度が 10^{-4}cm/s 以下の時には、始めの過渡状態でトルクが不規則に変動するが、しばらくして定常状態に達してトルクが一定になり、クリープ的な流動をする。トルクが小さ過ぎるために、変形速度とせん断応力との定量的な関係は測れなかった。

滑り速度が 10^{-5}cm/s を越すと、いくら時間をかけてもトルクは一定値にならず振動する。振動は、一見周期的であるが、周期も振幅も不規則に変化する。トルクの時間変化の典型的な一例を第3図に示す。トルクの振動のピーク値の平均は、(滑り速度/臨界滑り速度)の対数にはほぼ比例して増大する。振動の周期は滑り速度にはほぼ逆比例して短くなる。滑り速度を更に増した時には、滑り面ができて、トルクは再び減少すると予想される。

第2図 臭化カリウム+水の部分溶解系の流動特性。黒丸は平均値。縦棒は標準偏差。

第3図 トルクの測定値の振動曲線の一例。

実際に、ハイポのように臭化カリウムに比べて再結晶速度の遅い物質では、 10^{-2}cm/s 以上の滑り速度では、細粒の結晶がつまった滑り面が形成されてトルクは殆んどゼロになることを確かめた。

4. モデル

部分熔融物質の流動は、低速度では融解-拡散-再結晶という熱力学的な過程に支配されており、高速度では結晶の破碎→液体層の滑りという力学的な過程に支配されていると解釈される。振動現象を起す中間速度では、この2つの過程が競合しているだろう。

部分熔融物質に単純せん断応力を加えた時、間隙流体は最大圧縮応力方向に伸びた状態が他の方位に伸びた状態に比べてより熱力学に安定である。この状態を静的な熱力学安定方位と呼ぶことにする。一方、動的な流動が起っている時には、間隙流体は最大せん断応力面に平行に並ぶのが最も抵抗が小さいので流動の定常状態では

第4図 部分熔融物質の流動特性を説明するモデルの概念図。

間隙流体はこの方位をとる。この状態を動的な流体力学安定方位と呼ぶことにする。

部分熔融物質の流動特性が、この二つの安定方位の間の競合関係できまると仮定して、第4図に示すようなモデルを考える。状態0は無方位の間隙流体である。これにせん断応力が加わると熱力学的により安定な状態1の間隙流体が成長する。流動が起る時、状態1の間隙流体は回転して、状態2, 3, ...の間隙流体を作ってゆき、最後に流体力学的に安定な状態rの方位におちつく。状態rになると、滑りが起って局所的にせん断応力が消えるので、間隙流体は静水圧下で安定な無方位の状態0に戻る。その他の状態の間隙流体も、ある緩和時間で無方位の状態0に戻る。それぞれの状態iの間隙流体の個数を n_i とする。無方位の間隙流体の数は方位を持つ間隙流体の数に比べて十分に大きいと考えて、 n_0 の変動は無視できるとする。状態の間の遷移速度はそれぞれの状態の個数に比例すると考えて、個数 n_i の変化は次のように表わされる。ただし、ドットは時間微分を示す。

$$\begin{aligned}\dot{n}_1 &= a_1 n_0 - a_2 n_1 n_2 - b_1 n_1 \\ \dot{n}_2 &= a_2 n_1 - a_3 n_2 n_3 - b_2 n_2 \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\dot{n}_{r-1} &= a_{r-1} n_{r-2} n_{r-1} - a_r n_{r-1} n_r - b_{r-1} n_{r-1} \\ \dot{n}_r &= a_r n_{r-1} n_r - b_r n_r\end{aligned}$$

厳密には状態1から状態rまで連続に変化しているが、もともと流動特性の定性的な性質を調べるモデルであるから、定性的な性質を崩さない範囲で変数の数rを少なくして調べて見る。

5. $r=2$ のモデル

中間状態を全く省略したモデルである。この時、式(1)は次のようになる。

$$\begin{aligned}\dot{n}_1 &= n_1 (a_1 - b_1 - a_2 n_2) \\ \dot{n}_2 &= n_2 (a_2 n_1 - b_2)\end{aligned}\quad (2)$$

この式は捕食者2とえいき1の2種の生物が存在する生態系の個体数の変動をあらわす Lotka-Volterra の方程式そのものである。この方程式の解の性質はよくわかっていて (例えば、山口, 1972)。式(2)には2つの定

常解がある。 $a_1 < b_1$ の時、 $(n_1=0, n_2=0)$ の解が安定である。即ち、どんな状態から出発しても、無方位の状態0ばかりになってしまう。 $a_1 < b_1$ は変形速度が小さい状態に対応し、この時は流体力学的安定方位が育たないので滑りを伴う流動はなく、拡散による流動が支配している状態に対応する。

$a_1 > b_1$ では $(0, 0)$ は不安定になり、熱力学的安定方位と流体力学的安定方位が共に成長する。もう一つの平衡解 $(N_1=b_2/a_2, N_2=(a_1-b_1)/a_2)$ は中立安定で、この状態からたまたま出発すればこの状態のままであるが、他の状態からこの平衡状態に近づくことは起らない。式(2)は

$$C = N_1 \log \left(\frac{n_1}{N_1} \right) + N_2 \log \left(\frac{n_2}{N_2} \right) - n_1 - n_2 \quad (3)$$

という積分不変量を持つ。即ち、初期値 n_1^0, n_2^0 を与えると、その後の n_1, n_2 の変動は、 (n_1, n_2) 平面の上で平衡点 (N_1, N_2) をとりまき (n_1^0, n_2^0) を通る閉じた曲線の上をぐるぐるまわる変動である。従って n_1, n_2 は周期的な振動をする。

このモデルでは、変形速度が増して $a_1=b_1$ という臨界状態を越すと、熱力学的安定方位と流体力学的安定方位が競合し、定常状態にはならず振動状態になる。振動しているのは間隙流体の状態の個数であるが、当然それに対応して実験で見られたように力も振動すると考えられる。

6. $r=4$ のモデル

$r=3$ のモデルの性質は $r=2$ のモデルと変りがない。 $r=4$ になると、式(1)の解の定性的な性質が変り、周期的な振動解の代りに、周期や振幅がランダムに変化する非周期的な振動解があらわれて、実験結果により近くなる。 r を4以上にふやしても、解の不規則性が増すだけで定性的な性質は変らないので、 $r=4$ のモデルについて解の挙動を数値計算で調べて見る。この時、式(1)は

$$\begin{aligned}\dot{n}_1 &= n_1 (a_1 - b_1 - a_2 n_2) \\ \dot{n}_2 &= n_2 (a_2 n_1 - a_3 n_3 - b_2) \\ \dot{n}_3 &= n_3 (a_3 n_2 - a_4 n_4 - b_3) \\ \dot{n}_4 &= n_4 (a_4 n_3 - b_4)\end{aligned}\quad (4)$$

パラメタの数をできるだけ少なくするために、中間状態の遷移の速度係数、及び緩和の速度係数は状態によらず等しいと仮定する。即ち、 $a_2=a_3=a_4=a$, $b_1=b_2=b_3=b_4=b$ とする。更に、 $a_1/a=d$, $b/a=c$ とおいて、時間を $t=t'/a$ と変換すると、(4)は

$$\begin{aligned}
 \dot{n}_1 &= n_1(d-c-n_2) \\
 \dot{n}_2 &= n_2(n_1-n_3-c) \\
 \dot{n}_3 &= n_3(n_2-n_4-c) \\
 \dot{n}_4 &= n_4(n_3-c)
 \end{aligned} \quad (5)$$

この形の微分方程式の解の性質については、斉藤、柴田 (1979) の解説があるので参照されたい。原点以外の定常解は $(N_1=2c, N_2=d-c, N_3=c, N_4=d-2c)$ である。 $d < 2c$ では $r=2$ のモデルの時の $a < b$ の場合と同じく原点が安定で、クリープ的な流動に対応する。 $d > 2c$ では解は (n_1, n_2, n_3, n_4) 空間の中で (N_1, N_2, N_3, N_4) のまわりをまわって振動する。式 (5) も積分不変量 G が存在して、

$$G = \sum_{i=1}^4 \left\{ N_i \log \left(\frac{n_i}{N_i} \right) - n_i \right\} \quad (6)$$

である。従って変数の数は 4 であるが、独立変数は 3 である。

パラメタ a は滑り速度に比例すると考えて良いだろう。パラメタ b は歪みの緩和速度に関連しているので拡散係数に関係しているだろう。従って、 $c=b/a$ はこの実験の場合の滑り速度に逆比例するパラメタと考えられる。パラメタ d は無方位の間隙流体から方位を持つ間隙流体が生れるでき易さをあらわしていて、結晶の性質、形、部分溶解の度合などに複雑に依存していると思われるが、この実験では一定に保たれていると考えて良い。 n_i の初期値 n_i^0 は部分溶解の度合に関連している。やはり部分溶解の度合の関数である d を与えれば n_i^0 の総量はパラメタ c とは無関係にきまっている筈である。そこで

$$\sum_{i=1}^4 n_i^0 = \sum_{i=1}^4 N_i = 2d \quad (7)$$

であると仮定する。

初期値が $n_i^0 = N_i$ の時の積分不変量 G は $G_{eq} = -2d$ である。 $\Delta G = -(G - G_{eq})$ で平衡状態からのずれをあらわす。 ΔG が物理的に何に対応するかははっきりしないが、結晶と液相の物性のコントラストに関連していて、結果としては振動の激しさのパラメタとなっている。

$c, d, \Delta G$ を与えても、初期値は一義的にはきまらない。 (n_1, n_2, n_3, n_4) 空間の中の $\Delta G = \text{一定}$ の曲面上のどの点を進んでも解の性質が全く同じであるという保障はないが、定性的な性質は同じであろうと考えて、初期値は $n_2^0 = N_2, n_4^0 = N_4$ を進んで数値解を求めた。

7. パラメタの効果

(1) ΔG の効果

$\Delta G=0$ の時は、 $n_i = N_i$ で、状態は定常である。 ΔG が

ふえると、 n_i は振動を始める。 ΔG が小さい時、 n_i の振動は概周期的で、非周期的ではあるが規則性がある。 ΔG が大きくなると、 n_i の振動は大きくなると同時に次第に不規則になる。この変化は n_i の時間変化のグラフや、 (n_1, n_2, n_4) 空間の中の軌道を見るよりは、例えばこの軌道が $n_2 = N_2$ の面を下から横切る時の (n_1, n_4) の点の集合がどう分布しているかを見るとわかりやすい。これをポアンカレ写像と呼ぶ。軌道が周期的ならポアンカレ写像は一つ又は幾つかの点である。概周期的なら閉じた曲線となる。非周期的ならランダムに散らばった無限の点となる。第 5 図は $c=1.0, d=10.0$ に固定して、 ΔG を変化させた時のポアンカレ写像の変化を示す。 ΔG が増すと点が散らばって不規則さが増す様子が見られる。

(2) d の効果

部分溶解の度合が増すと方位を持つ間隙流体に比べて

第 5 図 式 (5) における ΔG の効果を示すポアンカレ写像。(a) $\Delta G/G_{eq}=0.1$, (b) $\Delta G/G_{eq}=0.5$, (c) $\Delta G/G_{eq}=0.8$, (d) $\Delta G/G_{eq}=1.7$ 。すべての場合に、 $c=1.0, d=10.0$ 。

第 6 図 式 (5) におけるパラメタ d の効果を示す n_4 の時間変動。 $c=0.1, \Delta G/G_{eq}=0.5$ 。

無方位の間隙流体の個数の方がより多く増加すると考えられるから、 d は部分熔融の度合と逆相関していると思われる。第6図は $c=0.1$, $4G/G=0.5$ に固定して、 d を変えた時の n_4 の時間変動の変化を示す。 d が小さいと変動は小さく滑らかであり、 d が大きいと、変動は大きく激しい。第6図には n_4 についてのみ示したが、他の状態の個数についても同じ傾向が見られる。

(3) c の効果

c が $d/2$ より大きいと $n_4 \rightarrow 0$ となって流体力学的安定方位が作られない。即ち、流動はクリープ的で振動はしない。 $c < d/2$ で振動が始まる。 c が大きいと、 n_1 の変動が n_4 の変動に比べて大きく、 c が小さくなると、 n_1 の変動に比べて n_4 の変動が大きくなる。 n_1 の振巾と n_4 の振巾との比は、拡散支配の流動と機械的滑り支配の流動との流動への関与の度合を示している。第7図は $d=10.0$, $4G=10.0$ に固定して、 c を変化させた時に、 n_1 と n_4 の変動の状態がどう変化するかを示している。 n_1 及び n_4 軸のスケールが図によって大きく違っている。 c が減少すると n_4/n_1 の比が増大して、拡散支配から滑り

支配へ移行するのが見られる。

8. 問題点と結論

実験ではトルク即ちせん断応力を測定しているが、このモデルではせん断応力はあらわな形では表われていないので、実験とモデルとの定量的な対応ができない。直観的には、せん断応力が増すとせん断破壊が起って流体力学的安定方位の n_4 が増大するから、 n_4 がトルクと最も密接に関連していると考えられる。第6図や第7図に示されているように、部分熔融の度合が増すと n_4 が減少すること、又滑り速度が増すと n_4 が増大することは、 n_4 をトルクに対応させると実験と調和する。 n_4 の波形は必ずしもトルクの波形と一致しないが、両者の定量的関係が不確かなので致し方ない。実験のトルクの変動が不規則なのは、一部には流動物質の不均質からくる雑音であろうが、本質的には部分熔融物質の流動特性そのものが持っている性質と考えられる。

アセノスフェアが部分熔融をしているとすると、プレートの運動そのもの、又はプレート内の応力状態が振動している可能性がある。マントル対流やマグマの上昇が間接的に起る可能性もある。実際に、これらの現象の流動状態が実験やモデルで得られる臨界変形速度のどちら側の領域にあるのかを推定することが重要である。そのためには実際の岩石の部分熔融状態の流動特性を調べることが勿論必要ではあるが、それ以前に、拡散定数やせん断強度、溶解・晶出反応速度のわかっている部分溶解物質の系で臨界速度を実験的に求めることで、高温の岩石の流動特性を推測することができると思われる。本実験はその第一歩である。

謝 辞

本研究は文部省科学研究費の特定研究「地球深部の物質科学」の補助のもとに行なわれた。

引用文献

- 前 晋 爾 (1974), 氷の中の氷の存在と役割, 固体の流動 (上田誠也編), 東海大学出版会, 東京, 157-174.
 斉藤信彦, 柴田 彰 (1979), 数理生態学の側面——力学系のカオス, BASIC 数学, 4月号, 4-11.
 山口晶哉 (1972), 非線型現象の数学, pp. 172, 朝倉書店, 東京.

第7図 式(5)におけるパラメタ c の効果を示す解軌道の (n_1, n_4) 面への投影図。(a) $c=0.1$, (b) $c=1.0$, (c) $c=4.0$, (d) $c=4.8$ 。すべての場合に、 $d=10.0$, $4G=10.0$ 。+印は平衡点 (N_1, N_4) を示す。