論説

地質構造の論理モデルを表す2分木の読み方

塩野 清治*・山根 裕之**

Interpretation of Binary Tree for Logical Model of Geologic Structure

Kiyoji SHIONO* and Hiroyuki YAMANE**

Abstract : The graphical expression for the logical model of geologic structure in terms of a labeled binary tree is examined based on graph theory. In the binary tree for a logical model, a vertex (a root, a branch node or a leaf) represents a subspace bounded by surfaces. Two branches outgoing from a vertex represent a subdivision of the subspace by a surface; left and right children show subspaces lower and upper than the surface, respectively. As the result of examination, it is found that the binary tree for geologic structure formed by sedimentation and erosion has the following properties; (1) the root or the branch node represents the union of all of its descendants, (2) if the Law of Superposition holds true, a left child is older than a right child, (3) in the path from the root to a leaf, the closer the branch to the root, the higher the priority of the surface corresponding to the branch, (4) the surface whose order of priority is lower than older ones is the top surface of sedimentary layer and the surface whose order of priority is higher than older ones is the erosion surface. Using these properties, we can read important information such as the stratigraphic sequence, the priority of surface and the sequence of sedimentation and erosion from a binary tree representing a logical model of geologic structure. It is confirmed that the procedure of geological interpretation is closely related to the algorithm of tree searching; the inorder search provides the chronological order of geologic units and surfaces, and the preorder search defines the priority of surfaces.

Keywords : Geologic boundary, Sedimentation, Erosion, Law of Superposition, Stratigraphy, Preorder search, Inorder search

1. はじめに

野外調査データにもとづき、地層や岩体を適切な地質単元に区分し、それらの分布や相互の地質学的関係を推定して、その結果を地質図等で可視化するまでの一連の処理を3次元地質モデリングという。3次元地質構造モデルを確定するには、地質単元と境界面の間に成り立つべき論理的关系 - これを地質構造の論理モデルという - と境界面の具体的形状が必要である。3次元地質モデリングで中心的役割を果たす地質構造の論理モデルはこれまで数式や関係表で表現されてきた(たとえば, Sakamoto *et al.*, 1993; Shiono *et al.*, 1994; 塩野ほか, 1998; Yonezawa *et al.*, 2002; 米澤ほか, 2005)。地質単元の分布域と境界面の関係を集合演算の式で表現する数式表現は厳密な議論に適しており、地質境界面の可視化アルゴリズムを開発するときに活用された

(たとえば, 塩野ほか, 2004; 米澤ほか, 2004; Nemoto *et al.*, 2005)。地質単元と境界面の関係を簡便な表で表現する関係表は3次元地質構造モデルの可視化プログラムへの入力形式として活用されている(坂本ほか, 2000; Masumoto *et al.*, 2002a, b, c, 2004; Nemoto *et al.*, 2002, 2003; 米澤ほか, 2004)。数式表現や関係表はそれぞれに利点はあるものの、地質単元間の上下関係や新旧関係あるいは接触関係など地質構造の全体像を読み取るのが難しいという欠点がある。この欠点を補う新しい表現方法として、塩野・山根(2008)は地質構造の論理モデルをラベル付き2分木の形式で図式表現する方法を提案した。この図式表現では2分木の頂点で地質単元が分布する領域を表し、頂点から分岐する2本の枝で境界面による領域の分割を表す。この2分木の根は調査対象領域を表し、分岐する枝を持たない葉は

2009年3月3日受付, 2009年6月1日受理

* 大阪市立大学大学院理学研究科 Graduate School of Science, Osaka City University, 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka 558-8585, Japan.
E-mail: shiono @sci.osaka-cu.ac.jp

** 伊藤忠テクノソリューションズ(株) ITOCHU Techno-Solutions Corp., 3-2-5 Kasumigaseki, Chiyoda-ku, Tokyo 100-6080, Japan.
E-mail: hiroyuki.yamane@ctc-g.co.jp

上部空間や地質単元の分布域を表す．塩野・山根(2008)はいくつかの具体例を通じて，(1)図式表現と関係表は同等であり，情報を失うことなく，一方から他方へ変換できる，(2)堆積作用と侵食作用によって形成される地質構造に関する定義にしたがってイベントの列から論理モデルの図式表現がえられる，(3)地質構造の論理モデルを表現した2分木から任意の2つの地質単元の境界面が読み取れるなど2分木表現の利点を指摘した．

本稿では論理モデルの図式表現を2分木に関するグラフ理論にもとづいて再検討する．堆積と侵食によって形成される地質構造を議論の対象として，2分木の性質を整理する．また，その応用として，与えられた2分木から地層や境界面の形成順序，境界面の性質（堆積面・侵食面の区別），境界面の優先度，イベントの順序など地質構造に関する情報を読み取る手続きを示す．さらに，この手続きは2分木の走査法である前順走査や間順走査と密接に関係することについても言及する．

2. 2分木の基礎概念

本論に入る前に2分木に関わる基礎的な概念をいくつかの教科書(Gill, 1976; Liu, 1986; リュー, 1986; Ross and Wright, 1999; Kolman *et al.*, 1996)や『岩波情報科学辞典』(長尾ほか, 1990)を参考にして紹介する．

一般に第1図(a)のように閉路をもたない連結無向グラフを木(tree)という．また，第1図(b)のように閉路をもたない連結有向グラフを有向木という．有向木のなかで，どの辺の終点にもなっていない頂点 a がひとつだけ存在し， a を除く各頂点にはその頂点を終点とする辺がただひとつだけ存在するものを根つき木(rooted tree)という．このとき， a を根つき木の根(root)といい，どの辺の始点にもなっていない頂点を葉(leaf)という．葉以外の頂点を枝点(branch node)という．頂点を結ぶ辺を枝(branch)という．以下では a を根とする根つき木を $T(a)$ とかく．第1図(b)の頂点 a は b, c, d に向かう辺の始点であり，どの辺の終点にもなっていない． a 以外の頂点はすべてひとつの辺の終点になっている．したがって，この有向木は a を根とする根つき木である．頂点 b, c, e, f は葉であり，頂点 d は枝点である．

根つき木は有向グラフであるが，家系図のように，根や枝点から下向きに枝をのばしていくという約束にしたがって描けば，辺の矢印を省略することができる．第1図(c)はこのような約束にしたがって，(b)を書き換えたものである．根が上にあり葉が下にあるのは自然界の木の姿とは上下が逆転しているが，矢印を使わなくてもよいことや関係が整理されていて読み取りやすいことなど便利な点が多い．家系図との類似から，頂点 u から出て頂点 v へ入る枝が存在するとき， u を v の親(parent)といい， v を u の子(child)という．また， u から w に至る経路が存在するとき， u を w の先祖(ancestor)といい， w を u の子孫(descendant)という．

第1図 木と根つき木．(a) 木（閉路を含まない連結無向グラフ）．(b) 有向木（閉路を含まない連結有向グラフ）．(c) 根つき木．

子の間に順序関係が定められている根つき木を順序木(ordered tree)という．順序木における子の順序は，枝ののびる方向で特定することができる．2分木(binary tree)とは各頂点がたかだか2個の子をもつような順序木である．2分木では子の順序に意味があるため，左側の子を左の子，右側の子を右の子とよんで順序関係を特定する．第2図(a)は2分木の例である． a は根であり， d, f, g は葉である．根 a の子は b と c である． b の子は d と e であるが， c の子は右側の f のみであり，左の子は存在しない．また， e の子は左側の g のみであり，右の子は存在しない．左の子と右の子の区別が重要であり，第2図(b)のように g が e の右の子となる2分木は，第2図(a)とは異なる2分木である．また， a の子 b, c の位置が逆転した場合も別の2分木となる．

一般に，2分木から根 a と根を始点とする枝を除いたグラフは共通部分をもたない2つのグラフに分割される．ひとつの頂点だけからなるグラフは根だけからなる2分木であるとした場合，これら2つのグラフもまた2分木となる．第3図は第2図(a)の2分木から根 a と根を始点とする枝を除いたグラフである．左側のグラフ T_L は a の左の子 b を根と

第2図 2分木の例．(a)では g が e の左の子であり，(b)では g が e の右の子である．(a)と(b)は異なる2分木である．

する2分木であり、右側のグラフ T_R は a の右の子 c を根とする2分木である。このような左の子を根とする部分木 T_L を左部分木 (left subtree), 右の子を根とする部分木 T_R を右部分木 (right subtree) という。以下では、左の子 b を根とする左部分木を $T_L(b)$ とかき、右の子 c を根とする右部分木を $T_R(c)$ とかく。このように2分木では、根とそれに関連する枝を取り除いたものもまた2分木になるという性質があるので、ひとつの頂点からなるグラフも2分木であると定義した上で、「根とそれに関連する枝を取り除くと2つの2分木となるものを2分木という」のように2分木を再帰的に (recursively) に定義することもできる。

グラフ理論ではすべての頂点を走査 (巡回) する手続きが議論の対象となっている。2分木の走査法については前順走査、間順走査、後順走査とよばれる手続きがよく知られている。この走査法は論理モデルを表す2分木の読み方と深く関係するので、6章で詳しく議論する。

第3図 根 a に対する左部分木 T_L と右部分木 T_R

3. 地質構造の論理モデルの2分木表現

3次元空間が面 S によって上側の領域と下側の領域に2分割されるとき、 S より下側の領域を S^- とかき、 S より上側の領域を S^+ とかくことにする (面 S は S^- に含める)。の部分空間 a が第4図(a)のように、 a を2分割する面 S によって S より下側の領域 b と上側の領域 c に2分割されるとき、2つの領域 b, c はそれぞれ

$$b = a \cap S^-$$

$$c = a \cap S^+$$

と表現できる。塩野・山根 (2008) は、このように a が面 S によって b と c に分割される状況を図式表現するため、第4図(b)のように、 a を表す頂点から下向きにのびた S^- と S^+ を表す2つの枝の先にある頂点で b と c を表す2分木表現を提案した。ただし、塩野・山根 (2008) では上側の領域 S^+ を左側に、下側の領域 S^- を右側に描いたが、数直線のように右向きに正の方向にとった方が自然であるので、本稿では、第4図(b)のように左側に下側の領域 S^- を表す枝をのびし、右側に上側の領域 S^+ を表す枝をのびすように訂正する。すなわち、 S より下側の b を a の左の子とし、 S より上側の c を a の右の子とする。第4図(b)のような3つの頂点からなる図形を以下では「2分木の基本図形」ある

第4図 図式表現の原理。の部分空間 a が面 S によって下側の b と上側の c に2分割されることを、 a を親、 b を左の子、 c を右の子とする2分木で表現する。

いは単に「基本図形」という。基本図形を構成する3つの領域 a, b, c の間には

$$b \cup c = a$$

という関係が成り立つことは明らかである。

上に述べた原理を応用して、地質構造の論理モデルを2分木で表現する方法と2分木のもつ性質を再検討する。ただし、本稿では考察の対象となる3次元部分空間をとし、この空間は地表面より上側の領域 (これを上部空間という) と地層や岩体で構成される領域 (これを地質空間という) からなるものとする。また、議論を単純にするために、地質空間には堆積作用によって形成された堆積岩 (堆積層) だけが分布し、それらは何らかの基準でいくつかの地質単元に区分されているものとする。これらの地質単元を以下では地層とよび、その分布域を $a, b, \dots$ のような記号で表す。各地層には他と識別するために、通常層のような名前が付けられるが、表現を簡略化するため、「 a に分布する層は.....」というべきところを、分布域と地層を同一視して、「地層 a は.....」あるいは単に「 a は.....」という。たとえば、「 a に分布する層は b に分布する層よりも形成時期が古い」というべきところを、「 a は b よりも形成時期が古い」という。さらに、本稿で対象とする地層では次の法則が成り立つと仮定し、これを「地層累重の法則」という。

[仮定：地層累重の法則]

ある面 S より下側の地層はその面より上側にある地層よりも形成時期が古い。

第5図(a)に示す地質構造では、地層の分布域 a, b, c は面 X, Y を使って次のように表現できる。

$$\left. \begin{aligned} a &= X^- \\ b &= X^+ \cap Y^- \\ c &= X^+ \cap Y^+ \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

式 (3.1) のように数式表現される地層の分布域と面の関係を地質構造の論理モデルあるいは単に論理モデルという。地質構造の論理モデルは第5図(b)のような表で簡便に表すことができる。この表では各地層の分布域が各面より上側にあることを $+$ で、下側にあることを $-$ で表し、面と無関係であることを 0 で表す。この表を地質構造の論理モデルの関係表という。

第5図(c)は地層の分布域と面の関係を表現する2分木である。第5図(a)に示すように、領域は面 X によって下側

第5図 地質構造の論理モデル。(a) 地層の分布域 a, b, c と面 X, Y の関係を表す模式図。(b) 地層と面の論理的関係を表す関係表と数式表現。(c) 地層と面の論理的関係を表す2分木。

の X^- と上側の X^+ に分割されているが、この状況を根 から下に向けて、左側に X^- を表す枝をのぼし、右側に X^+ を表す枝をのぼすことで表現する。 X^- の枝の終点 a が X^- を表し、 X^+ の枝の終点 v は X^+ を表す。 v はさらに面 Y によって下側の b と上側の c に分割されている。この状況は枝点 v から下に向けて、左側に Y^- を表す枝をのぼし、右側に Y^+ を表す枝をのぼすことで表現する。 Y^- の枝の終点 $b = X^+ \cap Y^-$ を表し、 Y^+ の枝の終点 $c = X^+ \cap Y^+$ を表す。第5図(c)の2分木は、各枝に対して X^-, X^+ のような属性(ラベル)を付加されているので、ラベルつき2分木(labeled binary tree)である。このように地層の分布域と面の関係をラベルつき2分木の形式で表現したものを地質構造の論理モデルの図式表現あるいは2分木表現という。

論理モデルの2分木表現では、根が調査対象領域を表し、葉が上部空間や地層の分布域を表す。葉以外の枝点はずねに2つの子をもち、 u の子が v, w であるとき、

$$v \cup w = u \quad (3.2)$$

という関係が成り立つ。第5図(c)の場合、とその子 a, v の間には

$$a \cup v = \quad (3.3)$$

という関係が成り立つ。また、 v とその子 b, c の間には

$$b \cup c = v \quad (3.4)$$

という関係が成り立つ。式(3.4)を式(3.3)に代入すると

$$a \cup b \cup c = \quad (3.5)$$

がえられる。式(3.5)は、根は葉 a, b, c の和集合であることを表す。この例のように、式(3.2)を2分木に適用していくことにより、根が表す領域はその子孫となる葉が表す領域すべての和集合であることがわかる。この性質は、を根とする2分木全体だけでなく、ある枝点を根とする部分木においても成り立つので、一般に次のことがいえる。

B1：根または枝点が表す領域はその子孫となる葉が表す領域すべての和集合である。

第5図(c)において、から下に向けて X^- と X^+ を表す枝をのぼし、枝点 v から下に向けて Y^- と Y^+ を表す枝をのぼすとき、第4図(b)に示した原理にしたがって、面より下側を表す X^- や Y^- の枝を左側に、面より上側を表す X^+ や Y^+ の枝を右側に描いている。第5図(c)の場合、 v の左の子 b

は面 Y の下側にあり、右の子 c は面 Y の上側にあるから、上で導入した仮定(地層累重の法則)より、 b は c より形成時期が古いといえる。また、の左の子 a は面 X の下側にあり、右の子 $v (= b \cup c)$ は面 X の上側にあるので、 a は v すなわち b と c の両方より形成時期が古いといえる。この結果、3つの地層の形成順序は古いものから順に a, b, c であると読み取ることができる。この例にみられるように、枝や子の描き方から一般に次のことがいえる。

B2：地層累重の法則が成り立つとき、根または枝点の左の子が u であり、右の子が v であれば、 u は v より形成時期が古い。

第5図(a)において、2つの面 X, Y が交差するところでは、 X が Y を横切っている、 Y は X の一方の側に限定されている。このような面の交差関係を表すのに優先度という用語を導入する。

[定義：面の優先度]

2つの面 X, Y が交差するところで、 X が Y を横切っている、 Y は X の一方の側に限定されているとき、 X は Y より優先度が高い、あるいは、 Y は X より優先度が低いといい、 $X > Y$ とかく。

第5図(c)の2分木において、根から葉 b や葉 c に至る経路に注目すると、枝点 v から下に向けての Y^- の枝と Y^+ の枝の終点がそれぞれ葉 b と葉 c となっているので、面 Y が b と c の境界であることがわかる。さらに、枝点 v は領域 X^+ を表していることから、 b と c の境界面は面 Y のうち X^+ の部分に限定されること、したがって、 X が Y よりも優先度が高いことがわかる。このように根から葉に至る経路にそう枝の位置関係から一般に次のことがいえる。

B3：根から葉に至る経路で根に近い枝が表す面の方が遠い枝が表す面よりも優先度が高い。

4. 論理モデルの帰納的定義とその2分木表現

塩野・山根(2008)は米澤ほか(2005)の帰納的定義にしたがって、3つのイベント c, r, c^* によって形成される地質構造の論理モデルを2分木で図式表現する手続きを提案し

た．米澤ほか(2005)による地質構造の論理モデルの帰納的定義を下に示す．ただし，この定義では， α を2分割する面を $S_1, S_2, \dots$ で表し，地表面から上側の上部空間を α ，地層の分布域を $b_1, b_2, \dots$ で表す．また， $b_i^{(k)}$ のような上付きの添え字 (k) で k 番目のイベント後の状態を表す．なお，3つのイベント c, r, c^* は，下の式(4.1)～(4.4)で表現されるような， α を構成する部分空間の変化を生み出すイベントとして定義されるが，地質学的に言えば， c は上部空間に物質が供給されてある面より下側に新しい地層が形成されるイベント， r は既存の地層のうちある面より上側の部分だけが削除されるイベント， c^* は上部空間に物質が供給されて新しい地層が形成された後，新しい地質空間の表面がすべて削除されるイベントとみなすことができる．下の定義ではそのような地質学的解釈を注として補足している．

[定義：地質構造の論理モデル]

イベントの列 $V_K = (v_1, v_2, \dots, v_K)$ に対して，次の(i)(ii)より導かれる $\{\alpha, b_1, b_2, \dots, b_N\}$ を V_K によって形成される地質構造という．また，上部空間 α や地層 $b_1, b_2, \dots, b_N$ と面 $S_1, S_2, \dots, S_L$ の関係を V_K によって形成される地質構造の論理モデルという．

(i) 初期状態 ($k = 1$)

$$\left. \begin{aligned} b_1^{(1)} &= S_1^- \\ \alpha^{(1)} &= S_1^+ \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

注：初期状態 v_1 では既存の地層を一括してひとつの地質単位とみなし，その分布域を b_1 とする．すなわち， α が面 S_1 によって上部空間 $\alpha^{(1)}$ と既存の地層 $b_1^{(1)}$ に2分割されている状況を初期状態とする．

(ii) $V_k = (v_1, v_2, \dots, v_k)$ によって形成される地質構造を $\{\alpha^{(k)}, b_1^{(k)}, \dots, b_n^{(k)}\}$ とし，それぞれが面 $S_1, S_2, \dots, S_i$ を使って表現されているとする．地質構造は新しいイベント v_{k+1} によって，次のように変化する．

• $v_{k+1} = c$ のとき，

$$\left. \begin{aligned} b_i^{(k+1)} &= b_i^{(k)} \quad (i = 1, \dots, n) \\ b_{n+1}^{(k+1)} &= \alpha^{(k)} \quad S_{i+1}^- \\ \alpha^{(k+1)} &= \alpha^{(k)} \quad S_{i+1}^+ \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

注： $v_{k+1} = c$ のとき，上部空間 $\alpha^{(k)}$ に物質が供給されて新しい地層が形成される．新しい地層の分布域 $b_{n+1}^{(k+1)}$ は上部空間 $\alpha^{(k)}$ のなかで面 S_{i+1} より下側の領域である． S_{i+1} は新しい地層の堆積面である．既存の地層の分布域 $b_1^{(k)}, \dots, b_n^{(k)}$ は変化しない．

• $v_{k+1} = r$ のとき，

$$\left. \begin{aligned} b_i^{(k+1)} &= b_i^{(k)} \quad S_{i+1}^- \quad (i = 1, \dots, n) \\ \alpha^{(k+1)} &= \alpha^{(k)} \quad S_{i+1}^+ \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

注： $v_{k+1} = r$ のとき，既存の地層の分布域 $b_1^{(k)}, \dots, b_n^{(k)}$ のうち面 S_{i+1} より上側の部分が削除される． S_{i+1} は侵食面である．

• $v_{k+1} = c^*$ のとき，

$$\left. \begin{aligned} b_i^{(k+1)} &= b_i^{(k)} \quad S_{i+1}^- \quad (i = 1, \dots, n) \\ b_{n+1}^{(k+1)} &= \alpha^{(k)} \quad S_{i+1}^- \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

$$\alpha^{(k+1)} = S_{i+1}^+ \quad]$$

注： $v_{k+1} = c^*$ のとき，上部空間 $\alpha^{(k)}$ に物質が供給されて，新しい地層 b_{n+1} が形成された後，新しい地質空間の表面すべてを含めて，面 S_{i+1} より上側の部分が削除される（上部空間 $\alpha^{(k)}$ がすべて新しい地層 b_{n+1} に置き換わったのち，面 S_{i+1} より上側の部分が削除された場合と同じ結果になる）． S_{i+1} は侵食面である．

上の定義にしたがえば，イベントの列 $V_K = (v_1, v_2, \dots, v_K)$ が与えられたとき，初期状態 v_1 の後，イベント $v_2, \dots, v_K$ による変化を順次展開していくことによって，上部空間 α や地層の分布域 $b_1, b_2, \dots, b_N$ を面 $S_1, S_2, \dots, S_L$ で表現することができる．塩野・山根(2008)は，この定義にもとづいて，与えられたイベントの列から図式表現をえる手続きを提案した．この手続きについて記号や用語の使い方の一部を訂正したものを下に示す（第6図参照）．

[地質構造の論理モデルを2分木で表現する手続き]

(i) 初期状態 ($k = 1$) は，根 α からのばした S_1^- の枝と S_1^+ の枝の先にそれぞれ b_1 と α の葉をもつ2分木 T_1 で表す（第6図(a)）．

注： T_1 は α が地表面 S_1 より上側の上部空間 α と下側の地質空間 b_1 に分割された状態を表す．

(ii) $V_k = (v_1, v_2, \dots, v_k)$ によって形成される地質構造 $\{\alpha, b_1, \dots, b_n\}$ を表す2分木 T_k がえられているとする（第6図(b)）．新しいイベント v_{k+1} によって変化した2分木 T_{k+1} は次の操作でえられる．

• $v_{k+1} = c$ のとき， T_k に含まれる葉 α から S_{i+1}^- の枝と S_{i+1}^+ の枝をのばし， S_{i+1}^- の枝の終点を b_{n+1} とし， S_{i+1}^+ の枝の終点を α としたものを T_{k+1} とする（第6図(c)）．

注： T_{k+1} は上部空間に物質が供給されて，面 S_{i+1} より下側に新しい地層が形成されたことを表す．次の $v_{k+1} = r$ で説明するように， V_k のなかにイベント r が含まれるとき， T_k には上部空間 α を示す葉が複数個含まれる．このような場合には，すべての葉 α について同じ操作を行う．

• $v_{k+1} = r$ のとき， α を根とし，そこから S_{i+1}^- の枝と S_{i+1}^+ の枝をのばす． S_{i+1}^+ の枝の終点を α とし， S_{i+1}^- の枝の終点に T_k を部分木として連結したものを T_{k+1} とする（第6図(d)）．

注： $b_1, \dots, b_n$ のうち面 S_{i+1} より上側の部分が削除されるので， S_{i+1}^+ の枝の終点が新しい α となる． S_{i+1}^- の領域には既存の構造が保存されることを S_{i+1}^- の枝の終点に T_k を部分木として接続した T_{k+1} で表現する． T_{k+1} では S_{i+1}^+ 側と S_{i+1}^- 側の双方に上部空間 α を表す葉が現れる．上部空間はこれらの葉が表す領域の和集合である．

• $v_{k+1} = c^*$ のとき， $v_{k+1} = r$ の場合と同様に， α を根とし，そこから S_{i+1}^- の枝と S_{i+1}^+ の枝をのばす． S_{i+1}^+ の枝の終点を新しい α とし， S_{i+1}^- の枝の終点に T_k を部分木として連結したものを T_{k+1} とする．ただし，部分木 T_k におけるす

すべての α を b_{n+1} に置き換える(第6図(e)).

注: 上部空間に物質が供給されて, 新しい地層 b_{n+1} が形成された後, 新しい地質空間の表面すべてを含めて, 面 S_{l+1} より上側の部分が削除されることを, $v_{k+1}=r$ による変化を示す図式において, 部分木 T_k に現れるすべての α を b_{n+1} に置き換えたもので表す.

領域 面 S_1 によって α と b_1 に分割されている初期状態 T_1 から, イベント $v_2, v_3, \dots, v_K$ による2分木の変化を上の手続きにしたがって順次, 加筆・修正していくと, V_K によって形成される地質構造の論理モデルを表す2分木 T_K がえられる.

第7図に $V_3 = (v_1, c, c^*)$ によって形成される地質構造の論理モデルを2分木で図式表現する手順を示す. (a)は初期状態を表す2分木 T_1 である. (b)は $v_2 = c$ による変化を表す2分木 T_2 である. 初期状態 T_1 の葉 α が親, b_2 が左の子, 新しい α が右の子となる基本図形が部分木として追加される. (c)は $v_3 = c^*$ による変化を表す2分木 T_3 である. α を親とする基本図形の右の子を新しい α とし, 左の子として T_2 (α を b_3 に置き換えたもの)を部分木として連結している.

第6図 イベント c, r, c^* による図式の変化. (a) 初期状態の図式 T_1 . (b) V_k により形成される地質構造の論理モデルの図式 T_k のうち上部空間 α の部分(黒丸)だけに注目した図. (c) $v_{k+1} = c$ によって変化した図式 T_{k+1} . T_k の α が b_{n+1} と α に2分割される. (d) $v_{k+1} = r$ によって変化した図式 T_{k+1} . T_k の左部分木が T_k である. (e) $v_{k+1} = c^*$ によって変化した図式 T_{k+1} . T_k の α が b_{n+1} に置き換わる.

第8図に $V_3 = (v_1, c, c)$ によって形成される地質構造の論理モデルを2分木で図式表現する手順を示す. 一般にイベント $v_{k+1} = c$ による論理モデルの変化は, 2分木 T_k に現れるすべての α について, 左の子が新しく形成される地層, 右の子が新しい上部空間となるように枝をのばした2分木 T_{k+1} で表現できる. このようにイベント c の繰り返しで形成される地質構造の場合, イベントごとに基本図形が右下方に順次追加されていくので, 2分木の性質B2とB3から,
・新しい地層は古い地層より右側に現れる
・イベント c によって形成される面(堆積面)は既存の面よりも優先度が低い
といえる.

第9図に $V_3 = (v_1, c^*, c^*)$ によって形成される地質構造の論理モデルを2分木で図式表現する手順を示す. 一般にイベント $v_{k+1} = c^*$ による論理モデルの変化は, T_k の右の子が α となり, 元の2分木 T_k (α を新しい地層に置き換えたもの)が T_k の左部分木となるように図形が変化していく. このようにイベント c^* の繰り返しで形成される地質構造の場合, イベントごとに T_k を根とする基本図形が右上方に順次追加されていくので, 2分木の性質B2とB3から,
・新しい地層は古い地層より右側に現れる
・イベント c^* によって形成される面(侵食面)は既存の面よりも優先度が高い
といえる.

イベント c によって形成される堆積面とイベント c^* によって形成される侵食面では既存の古い面に対する優先度が異なる. この性質から一般に次の推論が成り立つ.

B4: イベント c と c^* によって形成された地質構造では, 既存の面よりも優先度が低い面はイベント c によって形成された堆積面である. 逆に既存の面よりも優先度の高い面はイベント c^* によって形成された侵食面である.

補足: イベント c^* について

上で示した地質構造の論理モデルの定義は堆積作用と侵食作用によって形成された地質構造だけを対象としている. この定義では堆積作用に相当するイベント c と侵食作用に相当するイベント r の2つが基本である. しかしながら, 塩野ほか(1998)は地質図を作成するときによく現われる不整合関係を簡潔に表現するために, 地層の堆積と侵食をひとつにまとめたイベント c^* を追加した. このイベント c^* による地質構造の変化は式(4.4)の通りであり, この変化を生み出す特別な条件については塩野ほか(1998)に示されている. 同じ内容の繰り返しになるが, 2分木表現を使って, イベント c^* による変化を補足的に解説する. 第10図(a)は $V_2 = (v_1, c)$ によって形成される地質構造の2分木表現である. そのあとにイベント $v_3 = c$ とイベント $v_4 = r$ が続いたときの地質構造すなわち $V_4 = (v_1, c, c, r)$ によって形成される地質構造は(b)のような2分木で表現できる. b_3 と

第7図 $V_3 = (v_1, c, c^*)$ によって形成される地質構造の論理モデルを2分木で図式表現する手順．
(a) 初期状態．(b) $v_2 = c$ による変化．(c) $v_3 = c^*$ による変化．

第8図 $V_3 = (v_1, c, c)$ によって形成される地質構造の論理モデルを2分木で図式表現する手順．
イベント c により上部空間 α が2分割される．基本図形が右下方向に追加されていく．

第9図 $V_3 = (v_1, c^*, c^*)$ によって形成される地質構造の論理モデルを2分木で図式表現する手順．
イベント c^* により α が2分割される．基本図形が右上方向に追加されていく．

矢印をつけた α はそれぞれ

$$b_3 = S_1^+ \quad S_2^+ \quad S_3^- \quad S_4^-$$

$$\alpha = S_1^+ \quad S_2^+ \quad S_3^+ \quad S_4^-$$

で表わされる．いま，特殊な状況として， $v_4 = r$ によって形成される面 S_4 が， $v_3 = c$ によって形成された面 S_3 の下側を通る，いいかえれば b_3 の堆積面がすべて侵食される場合を考える．このとき，

$$S_3^+ \quad S_4^- = /$$

$$S_3^+ \quad S_4^- = S_4^-$$

が成り立ち，矢印で示した右の子 α は空集合となり，左の子 b_3 はその親の領域を占有する．すなわち

$$b_3 = S_1^+ \quad S_2^+ \quad S_4^-$$

となり， S_3 とは無関係になる．この場合，地質構造の論理モデルは面 S_3 による分割を表す枝を省略した(c)のような2分木で簡略に表現できる．この2分木では面 S_1 , S_2 , S_4 によって地層 b_1 , b_2 , b_3 や α の分布域を表現している． S_3 が現れないので，面の番号を付けなおして， S_4 を S_3 に置き換えると，(d)のような面 S_1 , S_2 , S_3 によって地層 b_1 , b_2 , b_3 や α の分布域を表現する2分木となる．このように b_3 の堆積面がすべて侵食される特殊な状況では，途中経過を無視して結果だけに注目すると，(a)の2分木で表現される地質構造から(d)の2分木で表現される地質構造へと変化したとみなすことができる．このような(a)から(d)への変化を生み出すイベントが c^* である．[地質構造の論理モデルを2分木で表現する手続き]で一般的に述べたように，(a)から(d)への変化は，「 $v_3 = c^*$ のとき， α を根とし，そこから S_3^- の枝と S_3^+ の枝をのばす． S_3^+ の枝の終点を α とし， S_3^- の枝の終点に T_2 を部分木として連結したものを T_3 とする．ただし，部分木 T_2 におけるすべての α を b_3 に置き換える」という操作として記述できる．

イベント r は，ある面より上側にある物質(地層)が削除され，その面より下には何の変化も起こらない現象として数学表現している．河岸段丘が形成されているところで

は，平坦な段丘面と河川の侵食作用によって形成された急崖の境で明瞭な傾斜の変換が見られる．この傾斜の急激な変化をモデル化するのに，急崖と河川の底面を侵食面とするイベント r が適している．しかしながら，段丘面自身も風雨による侵食を受けているのであるから，河川による急激な侵食だけでなく，段丘面を含めて地域全体に侵食が進行しているとみなすことができる．このように考えると，調査地域の3次元地質モデリングを行うときには，イベント r を導入してモデル化する場合よりも，堆積と侵食を一括して取り扱うイベント c^* を導入してモデル化するのが妥当である場合が圧倒的に多いと予想される．したがって，以下では，初期状態の後に起こるイベントを c と c^* に限定した場合について議論を進める．

5.2 分木の読み方

3章と4章で議論した地質構造の論理モデルの2分木表現についての諸性質を活用すれば，与えられた2分木から地層や面の形成順序，面の性質(堆積面・侵食面の区別)，面の優先度，イベントの順序など地質構造に関する情報が読み取ることができる．この2分木の読み方について具体例を使って説明する．

5.1 読み方の原理

3章と4章で示した地質構造の論理モデルを表現する2分木の性質 B1 ~ B4 を第1表にまとめた．これらの性質を応用すれば，与えられた2分木から地質構造の論理モデルに関わる諸情報を読み取ることができる．ここでは4章で定義した2つのイベント c と c^* によって形成される地質構造に限定して，2分木から地層や面の形成順序，面の優先度，面の性質(堆積面・侵食面の区別)，イベントの列を読み取る手続きを説明する．

第11図(a)は $V_3 = (v_1, c, c^*)$ によって形成される地質構造の論理モデルを表現した2分木である．この図では後の説

第10図 イベント c^* の解釈．(a) $V_2 = (v_1, c)$ によって形成される地質構造の2分木表現．(b) $V_4 = (v_1, c, c, r)$ によって形成される地質構造の2分木表現．(c) $v_4 = r$ によって形成される侵食面 S_4 が $v_3 = c$ によって形成される堆積面 S_3 の下側を通る特殊な状況では，(b)で矢印をつけた領域 α が空集合となり， b_3 はその親と同じ領域を占有する．(d) $V_3 = (v_1, c, c^*)$ によって形成される地質構造の2分木表現．

第1表 論理モデルの2分木表現の性質

- B1: 根または枝点が表す領域はその子孫となる葉が表す領域すべての和集合である．
- B2: 地層累重の法則が成り立つとき、根または枝点の左の子が u であり、右の子が v であれば、 u は v より形成時期が古い．
- B3: 根から葉に至る経路で根に近い枝が表す面の方が遠い枝が表す面よりも優先度が高い．
- B4: イベント c と c^* によって形成された地質構造では、既存の面よりも優先度が低い面はイベント c によって形成された堆積面である．逆に既存の面よりも優先度の高い面はイベント c^* によって形成された侵食面である．

明が簡潔になるように2つの枝点に v, w というラベルをつけている．(a)の2分木から次のような手順で、

地層と面の形成順序
面の優先度
堆積面と侵食面の区別
イベントの列

を順次読み取ることができる．

地層と面の形成順序

まず、根 Ω に注目する．左の子は S_3^- の枝の終点 v であり、右の子は S_3^+ の枝の終点 α であることから、 Ω は地表面 S_3 の下側にある地質空間 v と上側にある上部空間 α で構成されることがわかる．これを模式柱状図で表すと(b)のようになる．

次に枝点 v に注目する．左の子は S_1^- の枝の終点 b_1 であり、右の子は S_1^+ の枝の終点 w であることから、 v は下位の b_1 と上位の w で構成されることが、また、 b_1 と w の境界面は S_1 であることがわかる．これを模式柱状図で表すと(c)のようになる．

さらに枝点 w に注目する．左の子は S_2^- の枝の終点 b_2 であり、右の子は S_2^+ の枝の終点 b_3 であることから、 w は下位の b_2 と上位の b_3 で構成されることが、また、 b_2 と b_3 の境

界面は S_2 であることがわかる．これを模式柱状図で表すと(d)のようになる．最後の模式柱状図(d)から、地層の形成順序は古いものから順に

$$b_1 \quad b_2 \quad b_3$$

であること、また、面の形成順序は古いものから順に

$$S_1 \quad S_2 \quad S_3$$

であることがわかる．ここで、 $x \prec y$ は、 x が y より形成時期が古いことを表す．以上のようにして読み取った地層と面の形成順序を(a)の2分木に書き込んだものを(e)に示す．

面の優先度

根から葉に至る経路に現れる枝が示す面は根に近いもののほどの優先度が高いという性質 B3 を活用して、面の優先度を読み取ることができる．(a)の2分木において根 Ω から葉 b_3 に至る経路に注目すると、 Ω から S_3^- 、 S_1^+ 、 S_2^+ の枝を経由して b_3 に至ることが読み取れるので、面の優先度は高いものから順に

$$S_3 > S_1 > S_2$$

であることがわかる．

堆積面と侵食面の区別

2分木の性質 B4 より、面の形成順序と面の優先度を比べることにより、各面が堆積面と侵食面のいずれであるかを判別することができる．もっとも古い面 S_1 は初期の面である．次に形成された面 S_2 は既存の面 S_1 よりも優先度が低いので、イベント c によって形成された堆積面であることがわかる．最後に形成された面 S_3 は、既存の面 S_1, S_2 よりも優先度が高いので、イベント c^* によって形成された侵食面であることがわかる．以上の結果を(f)の模式柱状図にまとめて示す．堆積面と侵食面を区別するため、侵食面 S_3 を二重線で表した．また、初期の地層 b_1 を形成したイベントは v_1 、 b_2 を形成したイベントは c 、 b_3 を形成したイベントは c^* であることも模式柱状図の右横に示す．

イベントの列

の手続きにおいて、堆積面と侵食面を区別すると同時に各地層を形成するイベントが c あるいは c^* のいずれであ

第11図 $V_3 = (v_1, c, c^*)$ によって形成される地質構造の論理モデルの2分木表現とその読み方．(a) 論理モデルの2分木表現．(b)～(d) 地層と面の形成順序を表す模式柱状図．(e) 読み取った結果を記入した2分木．地層の形成順序を1, 2, 3で、面の形成順序を1, 2, 3で示す．(f) 面の性質とイベントの種類を追加した模式柱状図．面の優先度を $S_3 > S_1 > S_2$ で示す．

るかが読み取れた。(f)の模式柱状図に示すように、(a)の2分木で表現された地質構造を形成したイベントの列は

$$V_3 = (v_1, c, c^*)$$

であると結論できる。

以上のように、イベントの列 $V_3 = (v_1, c, c^*)$ によって形成される地質構造を表現する2分木から順次必要な情報を読み取ることによって、イベントの列を再現することができた。このことはイベントの列から2分木を作成する手続きおよび2分木から情報を読み取る手続きに矛盾がなく、いずれの手続きにおいても情報の損失や余分な情報の追加がないことを示す。数式や関係表で与えられた地質構造の論理モデルからイベントの列を読み取ることは非常に困難であることに比べると、2分木は優れた表現能力をもっているといえる。

本稿では詳しく議論しないが、参考のために、塩野・山根(2008)で示した要領(根から2つの葉に至る経路が分岐する面が両者の境界面である)にしたがって、任意の2つの地層の境界面が S_1, S_2, S_3 のいずれであるかを読み取った結果を第2表(a)に示す。 b_i 行 b_j 列の欄に b_i と b_j の境界面を示す。第2表(b)には上で説明した各境界面の性質(堆積面と侵食面の区別)をまとめた。(a)の各欄に表わされている面が、初期の面の場合には0を、堆積面の場合には1を、侵食面の場合には2を記入している。第2表(c)は(a)と(b)で表現された境界面の情報をひとつの表にまとめたものである。左下3角部分には境界面を、右上3角部分には境界面の性質を示す。また、主対角線にそって、 b_1, b_2, b_3 を形成するイベントを記入している。この表の利用法については別の機会に議論する。

5.2 複雑な2分木への応用例

複雑な地質構造であっても同じ要領で、2分木から必要な情報が読み取れることを、第12図(a)の2分木を例にして説明する。この図は $V_7 = (v_1, c^*, c, c, c^*, c, c^*)$ によって形成される地質構造の論理モデルを2分木で図式表現したものであるが、地層を a, b, c, d, e, f, g とし、境界面を A, B, C, H, X, Y, Z としている。それぞれの形成順序がわかるような番号付けをしていない。また、説明の便をはかるために枝点には u, v, w, x, y, z というラベルを付けている。以下、第

11図の場合と同じ要領で、地層と面の形成順序、面の優先度、堆積面と侵食面の区別、イベントの列を読み取る手続きを示す。

地層と面の形成順序

地層と面の形成順序は次のようにして読み取ることができる。

- ・まず、根に注目する。は地表面 H を境に、下側の地質空間 u と上側の上部空間 α に2分割されることがわかる。これを模式柱状図で表すと(b)のようになる。
- ・の左の子 u に注目すると、 u は面 X によって、下位の v と上位の w に2分割されることがわかる。これを模式柱状図に書き加えると(c)のようになる。
- ・ u の左の子 v に注目すると、 v は面 Y によって、下位の x と上位の y に2分割されることがわかる。また、 u の右の子 w に注目すると、 w は面 A によって、下位の f と上位の g に2分割されることがわかる。これらを模式柱状図に書き加えると(d)のようになる。
- ・ v の左の子 x に注目すると、 x は面 Z によって、下位の a と上位の b に2分割されることがわかる。また、 v の右の子 y に注目すると、 y は面 C によって、下位の c と上位の d に2分割されることがわかる。これらを模式柱状図に書き加えると(e)のようになる。
- ・ y の右の子 z に注目すると、 z は面 B によって、下位の e と上位の f に2分割されることがわかる。これらを書き加えると最終的に(f)の模式柱状図がえられる。

最後にえられた(f)の模式柱状図に示されているように、7つの地層の形成順序は

$a \ b \ c \ d \ e \ f \ g$

であり、7つの面の形成順序は

$Z \ Y \ C \ B \ X \ A \ H$

であることがわかる。このようにして読み取った地層の形成順序(1, 2, ..., 7)と面の形成順序(1, 2, ..., 7)を第12図(a)の2分木に書き加えたものを第13図(a)に示す。

面の優先度

根から葉に至る経路に現れる枝が示す面は根に近いもののほどの優先度が高いという性質B3を活用して、面の優先度を読み取ることができる。から a に至る経路に注目すると、優先度は

第2表 2つの地層の境界面とその性質。(a) 2つの地層の境界面。(b) 境界面の性質(0:初期の面, 1:堆積面, 2:侵食面)。(c) 2つの地層の境界面とその性質および各地層を形成したイベント。

(a)

	b_1	b_2	b_3	α
b_1		S_1	S_1	S_3
b_2	S_1		S_2	S_3
b_3	S_1	S_2		S_3
α	S_3	S_3	S_3	

(b)

	b_1	b_2	b_3	α
b_1		0	0	2
b_2	0		1	2
b_3	0	1		2
α	2	2	2	

(c)

	b_1	b_2	b_3	α
b_1	v_1	0	0	2
b_2	S_1	c	1	2
b_3	S_1	S_2	c^*	2
α	S_3	S_3	S_3	↖

第12図 複雑な2分木の読み方。(a) 複雑な地質構造を表す2分木。(b)~(f) 地層と面の形成順序を表す模式柱状図。(f)は最終結果。

第13図 複雑な2分木から地層の形成過程を読み取った結果。(a) 地層と面の形成順序を記入した2分木。1, 2, ..., 7は地層の形成順序を表し、斜体の1, 2, ..., 7は面の形成順序を表す。侵食面に対応する枝を二重線で示す。(b) 地層と面の形成順序を記入した模式柱状図(侵食面を二重線で示す)。それぞれの地層を形成したイベントを右横に示す。

$$H > X > Y > Z$$

である。同様に、からeに至る経路に注目すると、

$$H > X > Y > C > B$$

であり、からgに至る経路に注目すると、

$$H > X > A$$

である。AとBのように優先度を比較できない組み合わせがあり、面の優先度に関わる順序関係は全順序となっていないが、以下の推論を行う上で支障はない。

堆積面と侵食面の区別

2分木の性質B4を活用すれば、面の形成順序と面の優先度を比べることにより、各面が堆積面と侵食面のいずれであるかを判別することができる。たとえば、6番目に形成された面Aは5番目に形成された面Xよりも優先度が低いのでイベントcによって形成された堆積面である。また、面Xは1~4番目に形成された面よりも優先度が高いためイベントc*によって形成された侵食面である。このようにして、面Y, X, Hはイベントc*によって形成された侵食面であり、面C, B, Aはイベントcによって形成された堆積面であることがわかる。なお、面Zは初期の面である。第13図(a)の2分木に侵食面であることがわかった3つの面に対応する枝を二重線で示す。また、第13図(b)の模式柱状図においても侵食面を二重線で示す。

イベントの列

の手続きにおいて、堆積面と侵食面を区別すると同時に各地層を形成するイベントがcあるいはc*のいずれであるかが読み取れるので、第13図(b)の模式柱状図の右側に書き加えた。その結果、この地質構造を形成するイベントの列は

$$V_7 = (v_1, c^*, c, c, c^*, c, c, c^*)$$

であると結論できる。

以上の手続きによって読み取ったイベントの列は第12図(a)の2分木を描くときに採用したものと同一であり、第11図の場合と同様に、イベントの列から2分木を作成する手続きおよび2分木から情報を読み取る手続きに矛盾がなく、いずれの手続きにおいても情報の損失や余分な情報の追加がないことが確認できた。

なお、第3表に任意の2つの地層の境界面とその性質および各地層を形成したイベントを表形式でまとめた。左下

第3表 2つの地層の境界面とその性質
および各地層を形成したイベント

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>α</i>
<i>a</i>	v_1	0	2	2	2	2	2	2
<i>b</i>	<i>Z</i>	c^*	2	2	2	2	2	2
<i>c</i>	<i>Y</i>	<i>Y</i>	<i>c</i>	1	1	2	2	2
<i>d</i>	<i>Y</i>	<i>Y</i>	<i>C</i>	<i>c</i>	1	2	2	2
<i>e</i>	<i>Y</i>	<i>Y</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	c^*	2	2	2
<i>f</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>c</i>	1	2
<i>g</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>X</i>	<i>A</i>	c^*	2
<i>α</i>	<i>H</i>	<i>H</i>	<i>H</i>	<i>H</i>	<i>H</i>	<i>H</i>	<i>H</i>	

3角部分には2つの地層の境界面，右上3角部分にはそれぞれの面の性質，主対角線上には地層を形成したイベントを示す．

6. 2分木の走査法との関係

グラフ理論ではすべての頂点あるいは辺を走査・巡回する手続きが議論の対象となっている．オイラー（Leonhard Euler, 1707-1783）がグラフ理論を始めるきっかけとなった「ケーニヒスベルグの橋の問題」（7つの橋を1度ずつ通って渡りきれぬかという問題）， n 個の都市を1回だけ訪問する合計距離が最小となるように順路を決定する「巡回セールスマン問題」，同じ線を再度通ることなく図形を描く「一筆書き」などが代表的な問題である．2分木の場合には特に数式のグラフ表現と関連づけた議論がなされている．5章では地質構造の論理モデルを表す2分木の描き方に関する定義に基づいて，地層や面の形成順序，面の優先度を読み取る方法を示したが，本章ではこのような順序づけを2分木の走査法という観点から考察する．

6.1 前順走査と間順走査

2分木の走査法としては，前順走査（ぜんじゅんそうさ：Preorder traversal），間順走査（かんじゅんそうさ：Inorder traversal），後順走査（こうじゅんそうさ：Postorder traversal）がよく使われている（Gill, 1976；長尾ほか，1990；Kolman *et al.*, 1996 など）．これらの走査の手続きは再帰的（recursively）に定義されることが多い．なお，再帰の手続き（recursive procedure）について，長尾ほか（1990）では次のような説明がなされている．「自分自身を直接または間接的に呼び出しを再帰的呼出し（recursive call）といい，再帰的呼出しを含む手続きを再帰の手続きという．手続きではなく関数の場合には再帰的関数（recursive function）という．ある対象に対して何らかの処理を行いたいとき，より簡単な場合に同じ処理を行った結果を利用して全体に対する処理を構成できる場合には，再帰の手続きや再帰的関数を用いてわかりやすい自然なプログラムを書くことが可能となる．たとえば，自然数の階乗を計算する関数 *fact* は

fact(n)   if $n = 0$ then 1
              else $n \times \text{fact}(n - 1)$

と再帰的に書くことができる．このプログラムにおいては *fact*($n - 1$) が再帰的呼出しである．Fortran などのいくつかのプログラム言語では再帰の手続きや再帰的呼出しの使用は禁止されているが，Lisp, Pascal, C など，たいいていの近代的なプログラム言語では使うことができる」

前順走査，間順走査，後順走査それぞれの手続きは次のように定義される．

[前順走査]

- (1) 根に操作を施す
- (2) 左部分木 T_L があれば， T_L を前順走査する
- (3) 右部分木 T_R があれば， T_R を前順走査する

という順に再帰的に行う．

[間順走査]

- (1) 左部分木 T_L があれば， T_L を間順走査する
- (2) 根に操作を施す
- (3) 右部分木 T_R があれば， T_R を間順走査する

という順に再帰的に行う．

[後順走査]

- (1) 左部分木 T_L があれば， T_L を後順走査する
- (2) 右部分木 T_R があれば， T_R を後順走査する
- (3) 根に操作を施す

という順に再帰的に行う．

第14図(a)の2分木は2つの数 x と y の和を求める演算を2分木で表現したものである．この2分木を例にして，上記の手続きを具体的に示す．根 v に施す操作を *print v*（根に対応する文字をプリンタまたは画面に *print* するという操作）とすると，前順走査の手続きは次の通りである．

T(+)の前順走査：

- (1) *print* + .
- (2) 左部分木 $T_L(x)$ を前順走査する．

$T_L(x)$ の前順走査：

- (1) *print* x .
- (2) 左部分木はない．
- (3) 右部分木はない．

$T_R(y)$ の前順走査：

- (1) *print* y .
- (2) 左部分木はない．
- (3) 右部分木はない．

（走査の終了）

この走査の結果，

+ xy

という演算子を演算数の前に置く前置記法（ポーランド記法ともいう）に対応した数式が *print* される．

また，間順走査の手続きは次の通りである．

T(+)の間順走査：

- (1) 左部分木 $T_L(x)$ を間順走査する．

$T_L(x)$ の間順走査：

- (1) 左部分木はない．
- (2) *print* x .

第14図 2分木の走査法。(a) 数式を表す2分木と前順走査, 間順走査, 後順走査の結果。(b) 論理モデルを表す2分木の基本図形を間順走査した結果。

- (3) 右部分木はない。
(2) print + .
(3) 右部分木 $T_R(y)$ を間順走査する。
 $T_R(y)$ の間順走査:
(1) 左部分木はない。
(2) print y .
(3) 右部分木はない。

(走査の終了)

その結果

$$x + y$$

という演算子を演算数の間に置く通常の中置記法に対応した数式がえられる。また, 手続きの詳細は省略するが, 後順走査では

$$x y +$$

という演算子を演算数の後に置く後置記法(逆ポーランド記法ともいう)に対応した数式がえられる。

6.2 論理モデルを表す2分木の走査

第14図(b)の2分木は, 第4図(b)に示した2分木の基本図形である。これに間順走査を適用して, 上と同様に根 v に施す操作を print v とすると

$$b a c$$

がえられる。根 v に施す操作を, v の子が存在するときに限り, を print するように変更すると

$$b \quad c$$

という b は c より形成時期よりも古いことを表す文字列が print される。また, 根 v に施す操作を, v の子が存在するときに限り, その領域を2分割する面を print するように変更すると

$$b S c$$

という下位の b と上位の c の境界面が S であることを表す文字列が print される。

一般に論理モデルを表す2分木はこの基本図形の組み合わせであるから, 2分木の走査法を適用することにより, 5章で述べた性質 B1 ~ B4 にもとづく地質学的解釈と同様の結果をえることができると予想される。

第11図(a)に示した2分木に間順走査を適用した結果を以下に示す(第15図参照)。ここでも, 根 v に施す操作を print v とする。

$T(\quad)$ の間順走査:

- (1) 左部分木 $T_L(v)$ を間順走査する。

$T_L(v)$ の間順走査:

- (1) 左部分木 $T_L(b_1)$ を間順走査する。

$T_L(b_1)$ の間順走査:

- (1) 左部分木はない。
(2) print b_1
(3) 右部分木はない。

- (2) print v .

- (3) 右部分木 $T_R(w)$ を間順走査する。

$T_R(w)$ の間順走査:

- (1) 左部分木 $T_L(b_2)$ を間順走査する。

$T_L(b_2)$ の間順走査:

- (1) 左部分木はない。
(2) print b_2 .
(3) 右部分木はない。

- (2) print w .

- (3) 右部分木 $T_R(b_3)$ を間順走査する。

$T_R(b_3)$ の間順走査:

- (1) 左部分木はない。
(2) print b_3 .
(3) 右部分木はない。

- (2) print .

- (3) 右部分木 $T_R(\alpha)$ を間順走査する。

$T_R(\alpha)$ の間順走査:

- (1) 左部分木はない。
(2) print α .
(3) 右部分木はない。

(走査の終了)

以上の結果

$$b_1 v b_2 w b_3 \quad \alpha$$

の順に print され, この順で各頂点(根, 枝点, 葉)を走査したことを示す。第15図(a)の各頂点に走査した順序を1から7までの番号で示す。根 v に施す操作を, v の子が存在するときに限り, を print するように変更すると

$$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad \alpha$$

という文字列が print される。えられた b_1, b_2, b_3 の順序は地層の形成順序と一致する。また, 根 v に施す操作を, v の子が存在するときに限り, その領域を2分割する面を print するように変更すると

$$b_1 S_1 b_2 S_2 b_3 S_3 \alpha$$

がえられる。 $b_1 S_1 b_2$ の並びを S_1 は b_1 と b_2 の境界面である, $b_2 S_2 b_3$ の並びを S_2 は b_2 と b_3 の境界面である, $b_3 S_3 \alpha$ の並び

第15図 第11図(a)の2分木を走査した結果。(a) 間順走査。(b) 前順走査。(a)と(b)における1～7の番号は走査の順番を示す。(c) 地層と面の形成順序を示す模式柱状図。二重線は侵食面を表す。～は面の優先順位を表し、 v_1, c, c^* は各地層を形成したイベントを表す。

びを S_3 は b_3 と α の境界面であると解釈すると、第11図(d)の模式柱状図に示した通りの結果がえられる。

同じ2分木に前順走査を適用すると、詳細な手続きは省略するが、結果として

$$v b_1 w b_2 b_3 \alpha$$

の順に print され、この順で各頂点（根、枝点、葉）を走査したことを示す。第15図(b)の各頂点に走査した順序を1から7までの番号で示す。いま、根 v に施す操作を、 v の子が存在するときに限り、その領域を2分割する面を print するように変更すると

$$S_3 S_1 b_1 S_2 b_2 b_3 \alpha$$

がえられる。葉に注目すると

$$b_1 b_2 b_3$$

という地層の形成順序がえられるのは間順走査と同じである。面に注目すると

$$S_3 S_1 S_2$$

の順序がえられる。この順序は、根の操作を最初に行う前順走査の手続きから考えて、根に近いものほど前になるような順序関係を示し、性質 B3 より

$$S_3 > S_1 > S_2$$

という面の優先度を表すと解釈できる。

以上のように、間順走査から地層や面の形成順序がえられ、前順走査から面の優先度がえられるので、両者を組み合わせると性質 B4 より、各面がイベント c によって形成された堆積面であるか、イベント c^* によって形成された侵食面であるかを区別することができる。その結果をまとめた第15図(c)の模式柱状図は第11図(f)と同じであり、5章で考察した2分木の読み方は一般的な2分木の走査法と矛盾しないことがわかる。

間順走査と前順走査は単純な機械的操作の繰り返しであり、2分木がどのように複雑なものであっても適用可能である。具体例として、第12図(a)の2分木に間順走査と前順

走査を適用した結果を以下に示す。

間順走査から、第16図(a)に示すように

$$a x b v c y d z e u f w g \alpha$$

という順序がえられる。根 v に施す操作を、 v の子が存在するときに限り、その領域を2分割する面を print するように変更すると

$$a Z b Y c C d B e X f A g H \alpha$$

という第12図(e)の模式柱状図に対応する結果がえられる。さらに、前順走査から第16図(b)に示すように

$$u v x a b y c z d e w f g \alpha$$

がえられるが、根 v に施す操作を、 v の子が存在するときに限り、その領域を2分割する面を print するように変更すると

$$H X Y Z a b C c B d e A f g \alpha$$

がえられる。面だけを抜き出すと

$$H > X > Y > Z > C > B > A$$

という優先度に対応する順序がえられる。厳密に言えば、5.2で説明したように、2分木から読み取れる面の優先度は

$$H > X > Y > Z$$

$$H > X > Y > C > B$$

$$H > X > A$$

であり、 A と B あるいは A と C のように優先度が比較できない組み合わせが存在する。このように面の優先度に関わる順序関係は全順序ではないが、前順走査からは2分木に表現された優先度と矛盾しない順序づけをした全順序がえられる。左部分木を走査した後に右部分木を走査するという前順走査の手続きから、2分木では優先度を比較できない組み合わせに対しては、形成時期が古いものを優先度が高いとみなして強制的に全順序となるように順序づけていることがわかる。前順走査からえられた結果を活用するにあたって、この点に注意が必要である。

間順走査でえられた面の形成順序は

第16図 第12図(a)の2分木を走査した結果。(a)間順走査。(b)前順走査。(a)と(b)における1～15の数字は走査の順番を示す。(c)地層と面の形成順序を示す模式柱状図。～は面の優先順位を表す。

Z Y C B X A H

なので、形成時期が既存の面より優先度が高い H, X, Y が侵食面であることがわかる。この判断は、間順走査の結果から描いた模式柱状図に面の優先順位を書き加えた第16図(c)で視覚的に確認できる。以上の手続きから最終的に第13図(b)と同じ結果をえることができる。

2つの例で示したように5章で考察した地質構造の論理モデルを表す2分木の読み方は、一般的な2分木の走査法とも調和している。このことは与えられた2分木から地層や面の形成順序さらには地質構造を形成するイベントの順を読み取るにあたって、2分木に関する一般的性質やコンピュータ処理アルゴリズムが活用できる可能性を示唆している。ただし、現在のところ、コンピュータ処理の具体的方法については未検討である。どのような処理が可能であるかについては、使用するコンピュータ言語の選択も含めて、今後の検討課題である。

7. おわりに

地質構造の論理モデルをラベル付き2分木で図式表現する方法についてグラフ理論にもとづいて検討した。その結果、堆積と侵食によって形成された地質構造を表現する2分木は次のような性質をもつことがわかった。

- ・根または枝点が表す領域はその子孫となる葉が表す領域すべての和集合である。
- ・地層累重の法則が成り立つとき、根または枝点の左の子が u であり、右の子が v であれば、 u は v より形成時期が古い。
- ・根から葉に至る経路で根に近い枝が表す面の方が遠い枝

が表す面よりも優先度が高い。

- ・イベント c と c^* によって形成された地質構造では、既存の面よりも優先度が低い面はイベント c によって形成された堆積面である。逆に既存の面よりも優先度の高い面はイベント c^* によって形成された侵食面である。

これらの性質を活用することによって、与えられた2分木から地層や面の形成順序、面の性質（堆積面・侵食面の区別）、面の優先度、イベントの順序など地質構造に関する情報が読み取れることを、2つの具体例の検討を通じて確認した。

最後に、上記の手続きと2分木の走査法である前順走査と間順走査との関係を考察し、間順走査によって地層や面の形成順序がえられ、前順走査によって面の優先度がえられることを確認した。このことは2分木から地層や面の形成順序さらには地質構造を形成するイベントの列を読み取るにあたって、2分木に関する一般的なコンピュータ処理アルゴリズムが活用できる可能性を示唆している。

なお、3章で定義した面の優先度は、伊藤忠テクノソリューションズ(株)の3次元地質解析システムGEORAMA(センチュリリサーチセンタ株式会社, 1990; 山根・榊原, 1994)のコンピュータ処理において重要な役割を担っている「プライオリティ」と同種の概念である。ただし、本稿での議論が、GEORAMAでのコンピュータ処理アルゴリズムとどのように関連するか(あるいは関連しないか)については検討が進んでいない。これについては今後の課題として残されている。

本稿では堆積と侵食によって形成される地質構造の論理モデルの2分木による図式表現の性質を検討してきたが、

断層を含む地質構造 (Yonezawa *et al.*, 2002 ; 米澤ほか, 2005 など) や地すべりを含む地質構造 (Kajiyama *et al.*, 2002 ; 梶山, 2007 など) に関しては検討が進んでいない。断層面やすべり面の上下にある地層の間には地層累重の法則が成り立たないので, 上記の性質をそのまま適用することはできない。何らかの概念の拡張が必要であり, 今後の課題として残されている。

謝辞: 投稿原稿に対して室蘭工業大学の朝日秀定准教授と匿名の査読者から有益なご意見いただき, 原稿の誤りを訂正するとともに, 本稿の論旨をより明確にするように修正できましたことを深く感謝します。本研究は科研費 (19500090) の助成を受けたものである。

文 献

- センチュリリサーチセンタ株式会社 (1990) 3次元地質解析システム「GEORAMA」. 第1回日本情報地質学会講演会 Geoinforum-'90 講演予稿集, pp.69-70.
- Gill, A. (1976) *Applied Algebra for the Computer Sciences*. Prentice-Hall, Inc., 432p.
- Kajiyama, A., Shiono, K., Masumoto, S. and Fujita, T. (2002) Logical model of geological structure including slump block. *Proceedings of the International Symposium on Geoinformatics for Spatial-Infrastructure Development in Earth and Allied Sciences, Hanoi, Vietnam, 25-28 September 2002*, pp.292-297.
- 梶山敦司 (2007) 地すべりの三次元地質モデリングの理論的基礎. 平成18年度大阪市立大学大学院理学研究科博士論文, 94p.
- Kolman, B., Busby, R. C. and Ross, S. (1996) *Discrete Mathematical Structures Third Edition*. Prentice-Hall International, INC., New Jersey, 524p.
- Liu, C.L. (1986) *Elements of Discrete Mathematics Second Edition*. McGraw-Hill Book Company, 433p.
- リユー, C. L. 著成島 弘・秋山 仁訳 (1986) 離散数学入門. マグロウヒルブック, 545p.
- Masumoto, S., Raghavan, V., Nemoto, T. and Shiono, K. (2002a) Construction and visualization of three dimensional geologic model using GRASS GIS. *Proceedings of the "Open Source Free Software GIS - GRASS users conference 2002"*, Ciolli M., Zatelli P. Editors, Trento, Italy, 11-13 September 2002, No. 18, pp.8.
- Masumoto, S., Raghavan, V., Nemoto, T. and Shiono, K. (2002b) Three dimensional geologic modeling and visualization using GRASS GIS. *Terra Nostra*, vol.4, pp. 39-40.
- Masumoto, S., Raghavan, V., Nemoto, T. and Shiono, K. (2002c) 3D modeling and visualization of geologic structure using open source GRASS GIS. *Proceedings of the International Symposium on Geoinformatics for Spatial-Infrastructure Development in Earth and Allied Sciences, Hanoi, Vietnam, 25-28 September 2002*, pp. 313-318.
- Masumoto, S., Raghavan, V., Yonezawa, G., Nemoto, T., Shiono, K. (2004) Construction and visualization of a three dimensional geologic model using GRASS GIS. *Transactions in GIS*, vol.8, no.2, pp.211-223.
- 長尾 真・石田晴久・稲垣康善・田中英彦・辻井潤一・所真理雄・中田育男・米澤明恵 (1990) 岩波情報科学辞典. 岩波書店, 1172p.
- Nemoto, T., Raghavan, V., Masumoto, S. and Shiono, K. (2002) Development of SISGeM - An online system for 3D geological modeling -. *Proceedings of the "Open Source Free Software GIS - GRASS users conference 2002"*, Ciolli M., Zatelli P. Editors, Trento, Italy, 11-13 September 2002, No.32, pp.1-6.
- Nemoto, T., Raghavan, V., Masumoto, S. and Shiono, K. (2003) Development of SISGeM - An online system for 3D geological modeling. *Geoinformatics*, vol.14, no.1, pp. 63-68.
- Nemoto, T., Masumoto, S. and Shiono, K. (2005) Extraction of geologic boundary: Proposal of neighbourhood function. *International Journal of Geoinformatics*, vol.1, no.1, pp. 41-50.
- Ross, K. A. and Wright, C. R. B. (1999) *Discrete Mathematics Fourth Edition*. Prentice-Hall Inc., New Jersey, 684p.
- Sakamoto, M., Shiono, K., Masumoto, S. and Wadatsumi, K. (1993) A computerized geologic mapping system based on logical models of geologic structures. *Nonrenewable Resources*, vol.2, pp.140_147.
- 坂本正徳・塩野清治・升本眞二 (2000) 論理地質学の理論を導入した3次元地質図作成システムの実用構成. 情報地質, vol.11, no.2, pp.116-117.
- Shiono, K., Masumoto, S. and Sakamoto, M. (1994) On formal expression of spatial distribution of strata using boundary surfaces -C₁ and C₂ type of contact-. *Geoinformatics*, vol.5, no.4, pp.223-232.
- 塩野清治・升本眞二・坂本正徳 (1998) 地層の3次元分布特性と地質図作成アルゴリズム - 地質構造の論理モデル -. 情報地質, vol.9, no.3, pp.121-134.
- 塩野清治・升本眞二・根本達也 (2004) 地質構造の論理モデルに基づく地質境界面の数学表現 - 閉包概念の導入 -. 情報地質, vol.15, no.2, pp.65-73.
- 塩野清治・山根裕之 (2008) 2分木による地質構造の論理モデルの図式表現. 情報地質, vol.19, no.4, pp.209-221.
- 山根裕之・榊原辰雄 (1994) 3次元地質解析システム「GEORAMA」における数値情報の活用. 日本情報地質学会シンポジウム'94 講演論文集, pp.75-80.
- Yonezawa, G., Shiono, K. and Masumoto, S. (2002) Logical model of faulted geologic structures. *Terra Nostra*, vol.4, pp.53-56.
- 米澤 剛・升本眞二・根本達也・坂本正徳・塩野清治 (2004) 拡張地質関数を用いた地質境界線の表示. 情報地質, vol.15, no.4, pp.193-206.

米澤 剛・梶山敦司・升本眞二・塩野清治 (2005) 断層含
む地質構造の表現方法．情報地質，vol.16, no.3, pp.117-
189．

要 旨

地質構造の論理モデルを表す2分木の読み方

：塩野 清治・山根 裕之

地質構造の論理モデルをラベル付き2分木で図式表現する方法について，グラフ理論にもとづいて再検討した．2分木では各頂点（根，枝点および葉）は面で境された領域を表す．各枝点から左右にのびる枝は面による領域の分割を表す；左の子は面の下側の領域を，右の子は面の上側の領域を表す．検討の結果，堆積作用と侵食作用によって形成された地質構造を表現する2分木は次のような性質をもつことがわかった．(1)根や枝点はその子孫すべての和集合を表す．(2)地層累重の法則が成り立つとき，左の子が表す地層は右の子が表す地層よりも形成時期が古い．(3)根から葉に至る経路で根に近い枝ほどその枝が表す面の優先度が高い．(4)既存の面よりも優先度が低い面は堆積面であり，既存の面よりも優先度の高い面は侵食面である．これらの性質を活用することによって，与えられた2分木から地層や面の形成順序，面の性質（堆積面・侵食面の区別），面の優先度，イベントの順序など地質構造に関する情報を読み取ることができる．この手続きは2分木の走査法である前順走査と間順走査と密接に関係しており，間順走査によって層序が読み取れ，また，前順走査によって面の優先度が読み取れることがわかった．

キーワード：地質境界面，堆積，侵食，地層累重の法則，層序，前順走査，後順走査