論 説

グラフ理論による露頭構造と層序の数学的表現 —貫入と断層の取り扱い—

河西 秀夫*

Mathematical Models of Geological Structure of Outcrops and Stratigraphy Based on Graph Theory — Mathematical Models of Intrusion and Fault —

Hideo KASAI *

Abstract : The examination of method to describe mathematically geological information observed at outcrops is necessary to construct outcrops database. The previous studies showed that the outcrop structure and the stratigraphy at an outcrop composed of unturned sedimentary layers are mathematically expressed in the forms of a structure graph $G = (V, R)$ and a stratigraphic graph $S = (V, U^*)$, respectively, where V is the set of geological bodies, R is the contact relation and U^* is the reflective and transitive closure of the chronological order U . The present study extend the idea to describe the outcrop including igneous rocks and faults. The contact relation between geological bodies x and y is expressed in the term of binary relation xR^+y ; $R^+ = \{(x, y) | xRy \vee xIy \vee xFy, x \in V, y \in V\}$, where xRy indicates that geological units x and y contact each other and x is overlain by y , xIy indicates that x is intruded by an igneous rock y , and xFy indicates that x is cut by a fault y . The information of the contact relation such as conformity, unconformity, intrusion and fault is shown by the label of the arc. Thus we can express the outcrop structure in the form of a structure graph $G = (V, R^+)$. As the law of superposition gives an inference rule such that xRy implies xUy and the law of crosscutting gives another rule such that xIy and xFy imply xUy , we obtain a general inference rule such that xR^+y implies xUy . Using the chronological order U^* derived from the contact relation based on the inference rule, we can express the stratigraphic sequence in the forms of a stratigraphic graph $S = (V, U^*)$ and a labeled Hasse diagram.

Key words : Graph theory, Structure graph, Directed graph, Stratigraphic graph, Outcrop

1. はじめに

著者は露頭データベースの設計にあたり、露頭データの記述方法としてグラフを使用した方法を提案し、さらに、グラフを行列で表現した構造行列、式で表現した層序式も提案した(河西, 2003; 河西, 2005; Kasai, 2009)。これらの表現方法を導入すると、露頭で観察される地質構造と層序が数学的に表現できた。

露頭でみられる地質構造の記述方法としてラベル付き有向グラフを使用した構造グラフを提案し、その数学的背景を検討した(河西, 2005; Kasai, 2009; 河西 2012)。グラフの頂点のラベルは地層名、弧のラベルは地層間の接触関係である。また、露頭で観察される構造から得られる層序の記載方法として層序グラフを提案し、露頭構造から層

序を求める推論の形式も提案した(河西, 2012)。しかし、ここで検討の対象とした露頭構造は、火成岩の貫入や断層による地層の切断がなく、地層の逆転もない地質構造であった。このままでは、実際の露頭の記述に制限があるので、岩脈や深成岩の貫入がある露頭構造や地層の切断がある露頭構造のそれぞれの記述に構造グラフと層序グラフが使用できるように検討した。ただし、地層の逆転のない構造を扱う。本論文ではこの結果について述べる。

2. 構造グラフと層序グラフ

断層による地層の切断や火成岩の貫入がなく、地層の逆転もない地質構造に対して、下で定義するような V, R, ϕ_v, ϕ_A で定義される有向グラフ $G = (V, R, \phi_v, \phi_A)$ を「構造グ

ラフ」と呼ぶ(河西, 2012)。

1つの露頭で識別された地質体の集合を V とする。 V の元である2つの地質体 x と y が互いに接触していて、 x が空間的に下側にあることを xRy と書き、このような関係にある順序対 (x, y) の集合を R と書く(河西, 2000; Kasai, 2009; 河西, 2012)。 R は次のようになる。

$$R = \{(x, y) \mid xRy, x \in V, y \in V\}$$

ϕ_v は V の元である各地質体に地層名を対応付ける写像である。 xRy である x と y の接触関係の名称を $\phi_A(x, y)$ と書く。 ϕ_A は順序対 (x, y) に接触関係の名称の集合 $A = \{\text{整合, 不整合}\}$ の1つの元を対応付ける写像 $\phi_A: R \rightarrow A$ である。

グラフの頂点 x には地質体名のラベル $\phi_v(x)$ が付けられ、弧 (x, y) には接触関係のラベル $\phi_A(x, y)$ が付けられるので、構造グラフはラベル付き有向グラフになる。構造グラフは露頭の構造を表すラベル付き有向グラフであり、頂点と弧はそれぞれ地質体と地質体間の接触関係を表している。

露頭における地質体の空間配置や接触関係の観察結果に地層累重の法則などを当てはめて地質体の新旧関係に変換するという地質学的処理を行なった結果が層序グラフである。層序グラフは地質体間の新旧関係を表示したラベル付き有向グラフであり、頂点と弧はそれぞれ地質体と地質体間の新旧関係を表している。本文では、地質体の形成順序と地質体間の接触関係を含めたものを層序と呼ぶ(河西, 2012)。

以下のように定義される集合 V 上の関係 U^* で定義されるラベル付き有向グラフ $S = (V, U^*, \phi_v, \phi_A)$ を「層序グラフ」という(河西 2012)。推移的閉包により弧が追加されてそれらに新たな名称がつけられることがある。この推移的閉包によりつけられた弧のラベルは一律に「推論」とする。

露頭断面で観察される地質体の集合 V の元である地質体 x と y が接触しており、 x が y より形成時期が古いとき、この関係を xUy と書く。 U は反対称的な関係であるとする。

2つの地質体 x と y が接触しており、地質体 x が空間的に下側にあるとする。地層の逆転や貫入、断層による切断がない場合、地層累重の法則に従って、地質体 x の形成時期が古いと推論できる。関係 R と関係 U を使うと、この推論規則は

$$xRy \Rightarrow xUy$$

と書ける。 U の推移的閉包に反射的性質を追加した関係(反射的かつ推移的閉包)を U^* とする。このとき上の推論規則は

$$xRy \Rightarrow xU^*y$$

となる。

関係 U^* が成り立つ順序対 (x, y) の集合を

$$U^* = \{(x, y) \mid xU^*y, x \in V, y \in V\}$$

と書く。関係 U^* は、反射律、反対称律、推移律を満たすので、 V 上の半順序である。したがって、 V の各元を

$$v_i U^* v_j \Rightarrow i \leq j$$

となるように、 $v_1, v_2, \dots, v_n$ のように番号付けることができ

る。ここで、 n は地質体の数である。 U^* が全順序になる場合に限り、 $i \leq j$ であれば $v_i U^* v_j$ であるといえる。この場合、 $(v_1, v_2, \dots, v_n)$ は地層の形成順序を表している。したがって、次の地質体の並び

$$P = (v_1, v_2, \dots, v_n)$$

は地質体の堆積順序となる。 v_1 が最も古い地質体、 v_n が最も新しい地質体である。 P は v_1 - v_n 道と同じ表記なので、頂点を連結する弧 $v_i v_j$ を記入すると次のようになる。

$$P = (v_1, v_1 v_2, v_2, v_2 v_3, v_3, \dots, v_{n-1}, v_{n-1} v_n, v_n)$$

P の弧 $v_i v_j$ の位置に、接触関係の名称である弧 $v_i v_j$ のラベル $\phi_A(v_i, v_j)$ を代入した

$$P' = (v_1, \phi_A(v_1, v_2), v_2, \dots, v_{n-1}, \phi_A(v_{n-1}, v_n), v_n)$$

は地質体の形成順序と地質体間の接触関係を表しているのので、「層序」である。層序グラフに最小元が存在する場合、最小元を最下位の地質体と呼び、最大元が存在する場合、最大元を最上位の地質体と呼ぶ。 v_1 が最下位の地質体、 v_n が最上の地質体である。

すべての順序対 $(x, y) \in C_V$ に対して、 x が下に y が上になるように配置したグラフ (V, C_V) をハッセ図という。 C_V は被覆集合であり、次のように定義される。

$$C_V = \{(x, y) \mid x, y \in V \text{ かつ } y \text{ は } x \text{ を覆う}\}$$

ここで、 $(V, \leq)$ を半順序集合とし、 $x \leq y$ でありかつ $x \neq y$ であることを $x < y$ と書くとき、 $x < y$ でありかつ $x < z < y$ となるような z が存在しない場合、 y は x を覆うという。ハッセ図では y が x を被覆するとき、 x が下で y が上になるように頂点が配置されるので矢印は省略される。

層序グラフ $S = (V, U^*, \phi_v, \phi_A)$ から推移律で推定できる弧と反射律を表すループを取り除いて、被覆関係 C_V だけを残したラベル付き有向グラフ $H = (V, C_V, \phi_v, \phi_A)$ として表現すると、形成順序と接触関係の両方を単純なグラフで表現できて、層序を表すのに好都合である。ここで、 ϕ_A は順序対 $(x, y) \in C_V$ に接触関係の名称の集合 A の1つの元を対応付ける写像 $\phi_A: C_V \rightarrow A$ である。以下、このようなラベル付き有向グラフ H を層序グラフ S に対応するラベル付きハッセ図という(河西, 2012)。

第1図に露頭断面の例を示す。第1図(a)の露頭断面は3つの地質体 x, y, z からなる。 x と y は整合で接しており z が x と y を不整合で覆う。露頭断面(b)は5つの地質体 v, w, x, y, z からなる。 v と w, x と y はそれぞれ整合で接しており、 x は w を不整合で覆い、 z は3つの地質体 w, x, y を不整合に覆っている。露頭断面(c)は4つの地質体 w, x, y, z からなり、 w と y, x と y の接触関係はそれぞれ不整合である。 z は y を整合関係で覆っている。この断面では w と x の接触関係は不明である。

露頭断面(a)の場合、地質体の集合 V は $\{x, y, z\}$ であり、接触関係 R は

$$xRy, xRz, yRz$$

である。ラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{整合}$$

第1図 構造グラフと層序グラフ、ラベル付きハッセ図の例

各露頭断面に対応する構造グラフ (a-1, b-1, c-1), 層序グラフ (a-2, b-2, c-2), ラベル付きハッセ図 (a-3, b-3, c-3) を断面の下に示す. (a-4), (b-4), (c-4) はラベル付きハッセ図を柱状図の形で描いたものである. グラフの頂点は地質体, 弧は地質体間の接触関係を表す. 頂点のラベルは地質体名, 弧のラベルは接触関係の名称を表す. 露頭断面 (c) では地質体 w と x は接触していないので, 両者を結ぶ弧は引かれない.

$$\phi_A(x, z) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(y, z) = \text{不整合}$$

になる. 対応する構造グラフを (a-1) に示す.

地層累重の法則から

$$xRy \Rightarrow xU^*y$$

$$xRz \Rightarrow xU^*z$$

$$yRz \Rightarrow yU^*z$$

と推論でき, 推移律

$$xU^*y \wedge yU^*z \Rightarrow xU^*z$$

が成り立つ. 3つの地質体 x, y, z は比較可能であり, V 上の関係 U^* は全順序となる. 地質体の並び P は $P = (x, y, z)$ となり, 層序は

$$P' = (x, \text{整合}, y, \text{不整合}, z)$$

となる. 対応する層序グラフを (a-2) に示す. (a-3) はラベル付きハッセ図であり, 柱状図の形で表したものが (a-4) である.

一方, 露頭断面 (b) の場合, 地質体の集合 V と接触関係 R は次のようになる.

$$V = \{v, w, x, y, z\}$$

$$vRw, wRx, xRy, wRz, xRz, yRz$$

ラベルは

$$\phi_A(v, w) = \text{整合}$$

$$\phi_A(w, x) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(x, y) = \text{整合}$$

$$\phi_A(w, z) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(x, z) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(y, z) = \text{不整合}$$

となる. 対応する構造グラフを (b-1) に示す. 地層累重の法則から

$$vRw \Rightarrow vU^*w$$

$$wRx \Rightarrow wU^*x$$

$$xRy \Rightarrow xU^*y$$

$$wRz \Rightarrow wU^*z$$

$$xRz \Rightarrow xU^*z$$

$$yRz \Rightarrow yU^*z$$

と推論できる. 推移律から

$$vU^*w \wedge wU^*x \Rightarrow vU^*x$$

$$vU^*x \wedge xU^*y \Rightarrow vU^*y$$

$$vU^*x \wedge xU^*z \Rightarrow vU^*z$$

$$wU^*x \wedge xU^*y \Rightarrow wU^*y$$

と推論でき, 層序は

$$P' = (v, \text{整合}, w, \text{不整合}, x, \text{整合}, y, \text{不整合}, z)$$

である.

対応する層序グラフを (b-2) に示す. 推移的閉包で生み出された関係を示す弧 (v, x) , (v, y) , (v, z) , (w, y) がそれぞれ追加されている. この追加された弧は破線で示されて

いる。(b-3) がラベル付きハッセ図であり、柱状図の形で記したのが (b-4) である。

露頭断面 (c) の地質体の集合は

$$V = \{w, x, y, z\}$$

である。露頭断面 (c) の接触関係 R は次のようになる。

$$wRy, xRy, yRz$$

ラベルは

$$\phi_A(w, y) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(x, y) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(y, z) = \text{整合}$$

となる。対応する構造グラフを (c-1) に示す。地質体 w と x は接触していないので、両者を結ぶ弧は引かれていない。

地層累重の法則から

$$wRy \Rightarrow wU^*y$$

$$xRy \Rightarrow xU^*y$$

$$yRz \Rightarrow yU^*z$$

が得られる。推移律から

$$wU^*y \wedge yU^*z \Rightarrow wU^*z$$

$$xU^*y \wedge yU^*z \Rightarrow xU^*z$$

となるが地質体 x と w の関係が求まらない。対応する層序グラフを (c-2) に示す。推移的閉包で生み出された関係を示す弧 (w, z) , (x, z) が破線で示されている。層序グラフには最大元 z は存在するが最小元は存在しない。これは形成時期が最も古い地質体が決まらないので層序が確定できないことを意味する。ラベル付きハッセ図は (c-3) に示すように分岐のある図になる。(c-4) はあえて柱状図の形で表したものであるが不完全なものになっている。

3. 貫入岩体と断層による切断の構造グラフによる表現

3-1. 構造グラフによる貫入岩体の表現

(a) 構造グラフの問題点

貫入岩体には深成岩のような大規模なものと岩脈のような小規模なものがある。貫入岩体と堆積岩の接触関係には不整合と貫入がある。露頭で深成岩 x と堆積岩 y の接触関係が観察されたとする。接触部周辺で y が熱変成を受けていれば、 x が y に貫入したと判断される。岩脈の場合には急冷周縁相の存在や壁面に垂直な板状節理の存在などで判断される。本論文では、貫入岩体であるかどうかの判断は露頭の観察で行なわれているものとして議論を進める。

第2図に深成岩と堆積岩が接触している露頭断面の例を示す。(a) は深成岩 x が堆積岩 y と z に不整合で覆われている例で、(b) と (c) は深成岩 x が堆積岩 y と z に貫入している例である。図中の網目は接触変成を受けている部分である。(a) と (b) の両方とも深成岩は空間的に下側にあるので、空間的な位置関係は xRy, xRz となり、対応する構造グラフはそれぞれ (a') と (b') であらわされる。接触関係の名称の集合 A の元に貫入を追加すると、 A は、 $A = \{\text{整合}, \text{不整合}, \text{貫入}\}$ になる。接触関係に貫入を追加した場合、空間的な位置関係を上下関係 R で表現すると次のような問題が生じる。

(c) の例では貫入している深成岩 x が堆積岩 y, z の空間的に下側とならない。空間的な位置関係は yRx, zRx となり、構造グラフは (c') であらわされる。断面 (b) と (c) は深成岩 x の貫入面の角度が異なっているだけであるが、対応する構造グラフは異なる形となる。

岩脈の場合、同一の地質体を切っており、岩脈の空間的に上と下に同じ地質体が存在する。(d) は地質体 y に x が岩

第2図 貫入を表現した構造グラフ

露頭断面 (a), (b), (c) は堆積岩と深成岩の接触関係を示す構造グラフである。露頭断面の下に対応する構造グラフを示す。(a) は堆積岩と深成岩は不整合に接触している例で、深成岩 x が空間的に最も下側に、地質体 z が最も上側にある。対応する構造グラフを (a') に示す。(b) と (c) は深成岩の貫入の例である。図中の網目は接触変成を受けている領域を示す。(b) と (c) では深成岩の貫入角度が異なり、空間的に最も上側の地質体は (b) では z , (c) では x になる。このため、構造グラフが異なる。(d) は岩脈の例で、岩脈 x の上下に同一の地質体 y が存在する。このため、岩脈を表す頂点 x の上下に同一の地質体 y を意味する頂点が存在する。

脈として貫入している例である。空間的な位置関係では x の上下に同じ地質体 y が存在しているので、構造グラフは(d')のようになり、同じラベルの頂点 y が2つ存在することになる。 $\phi_A(x, y)$ と $\phi_A(y, x)$ のラベルは貫入となる。頂点 y を1つにまとめると、頂点 x と y の間に多重弧が発生するが、多重弧は存在しないという構造グラフの性質(河西, 2012)に反する。

(b) 構造グラフの改善

深成岩あるいは岩脈 y が地質体 x と接触しており、 y が x に貫入している関係を xIy と書く。空間的な上下関係 R と貫入関係 I を統一的に表現するために、新たな関係 R^+ :

$$xR^+y \Leftrightarrow xRy \vee xIy$$

を導入する。 xRy と xIy はいずれも xR^+y で統一的に表現される。 xR^+y が成り立つ順序対 (x, y) の集合を

$$R^+ = \{(x, y) \mid xRy \vee xIy, x \in V, y \in V\}$$

とし、構造グラフ G を次のように再定義する。

$$G = (V, R^+, \phi_v, \phi_A)$$

ここで、 V は貫入岩体を含む地質体の集合であり、 ϕ_v は頂点に地質体の名称を対応つける写像であり、 ϕ_A は順序対 (x, y) に接触関係の名称の集合 A の1つの元を対応つける写像である。ただし、接触関係の名称の集合 A には“貫入”が追加され、

$$A = \{\text{整合, 不整合, 貫入}\}$$

となる。 xR^+y のとき、弧は x から y に向けて描かれる。ただし、 xRy の場合、弧のラベルは整合あるいは不整合であり、 xIy の場合は貫入である。貫入岩 y が深成岩であるか岩脈であるかは頂点 y のラベルで区別する。

第3図(a)は岩脈の例で、地質体 x に岩脈 y が貫入している例である。対応する構造グラフを(a')に示す。地質体の集合は

$$V = \{x, y\}$$

であり、接触関係は

$$xIy$$

であり、 R^+ を使用すると

$$xR^+y$$

である。弧のラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

であり、頂点 y のラベルは

$$\phi_v(y) = \text{岩脈}$$

である。

露頭断面(b)は互いに整合で接触している地質体 x と z に岩脈 y が貫入している例であり、構造グラフを(b')に示す。地質体の集合は

$$V = \{x, y, z\}$$

であり接触関係は

$$xRz, xIy, zIy$$

である。関係 R^+ を使用すると、

$$xR^+z, xR^+y, zR^+y$$

である。弧のラベルは

$$\phi_A(x, z) = \text{整合}$$

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(z, y) = \text{貫入}$$

になる。

露頭断面(c)は堆積岩 x に岩脈 y が貫入し、さらに岩脈 z が岩脈 y を切る形で貫入した例である。対応する構造グラフを(c')に示す。地質体の集合は

$$V = \{x, y, z\}$$

であり接触関係は

$$xIy, xIz, yIz$$

である。関係 R^+ を使用すると、

$$xR^+y, xR^+z, yR^+z$$

である。弧のラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(x, z) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(y, z) = \text{貫入}$$

である。

露頭断面(d)は深成岩 y が堆積岩 x に貫入している例である。図中の網目は接触変成を受けている領域を表している。対応する構造グラフを(d')に示す。地質体の集合は

$$V = \{x, y\}$$

であり、接触関係は

$$xIy, \text{即ち } xR^+y$$

であり、弧のラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

となり、頂点 y のラベルは

$$\phi_v(y) = \text{深成岩}$$

になる。

露頭断面(e)と(f)はそれぞれ互いに整合で接触している地質体 x と y に深成岩 z が貫入している例である。ただし、断面(e)と(f)では深成岩の貫入角度が異なる。両方とも地質体の集合は

$$V = \{x, y, z\}$$

であり、接触関係は

$$xRy, xIz, yIz$$

である。関係 R^+ を使用すると、

$$xR^+y, xR^+z, yR^+z$$

である。ラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{整合}$$

$$\phi_A(x, z) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(y, z) = \text{貫入}$$

になる。

露頭断面(e)と(f)の構造グラフをそれぞれ(e')と(f')に示す。(e')と(f')は同じ形になり、第2図(b')と(c')のような貫入角度による形の相違は存在しなくなる。

露頭断面(g)は互いに整合関係にある地質体 x と z のうち、地質体 x のみに岩脈 y が貫入している例である。地質体の集合は

$$V = \{x, y, z\}$$

第3図 改善された構造グラフによる貫入の表現

露頭断面 (a) は地質体 x に岩脈 y が貫入している例であり、対応する構造グラフを (a') に示す。露頭断面 (b) は互いに整合で接する地質体 x と z に岩脈 y が貫入している例である。対応する構造グラフを (b') に示す。露頭断面 (c) は地質体 x に岩脈 y が貫入し、さらにこれを切って岩脈 z が貫入している例である。対応する構造グラフが (c') である。露頭断面 (d) は地質体 x に深成岩 y が貫入している例である。図中の網目は接触変成を受けている領域を表している。対応する構造グラフを (d') に示す。(e) と (f) は互いに整合で接触している地質体 x と y に深成岩 z が貫入している例である。(e') と (f') に示すように、両者は貫入角度が異なっているが同じ形の構造グラフとなる。露頭断面 (g) は岩脈 y が地質体 x 内に存在するが、地質体 x に整合で重なる地質体 z との関係が不明な例である。頂点 y と z の間の弧は引かれない。

であり、接触関係は

$$xR^+y, xR^+z$$

である。ラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(x, z) = \text{整合}$$

になる。地質体 z と岩脈 y の関係が不明なので、構造グラフでは、 z と y を結ぶ弧は描かれない。

3.2. 構造グラフによる断層の表現

構造グラフは地質体間の接触関係を表するものである。断層を「地質体を切る面」として捉えれば、接触関係が表現できなくなる。例えば 1 つの地質体 x 内に断層 f が存在する場合、切断面と地質体の接触関係ということになり、構造グラフは地質体間の接触関係の表現という前提と矛盾する。

断層には断層粘土などの破碎帯が存在することが多い。この断層破碎帯を 1 枚の地質体と仮定すると断層を面でなく 1 つの地質体として捉えることができ、断層破碎帯の形成が断層の形成であると捉えることができる。断層破碎帯

が形成されていない場合でも、断層面に沿って厚さ 0 の断層破碎帯が形成されていると仮定する。以下、本論文では断層破碎帯を断層と記述することがある。

断層の場合、断層破碎帯 y が地質体 x を切断している関係を

$$xFy$$

と書く。空間的な上下関係 R 、貫入関係 I 、断層関係 F を統一的に表現するために、関係 R^+ を次のように拡張する。

$$xR^+y \Leftrightarrow xRy \vee xIy \vee xFy$$

xRy, xIy, xFy はいずれも xR^+y で統一的に表現できる。 xR^+y が成り立つ順序対 (x, y) の集合を

$$R^+ = \{(x, y) \mid xRy \vee xIy \vee xFy, x \in V, y \in V\}$$

とし、構造グラフ G を次のように再定義する。

$$G = (V, R^+, \phi_V, \phi_A)$$

ここで、 V は断層破碎帯を含む地質体になる。接触関係の名称の集合 A の元に「断層」が追加され、

$$A = \{\text{整合, 不整合, 貫入, 断層}\}$$

となる。正断層と逆断層の区別は露頭の観察から判断するものとし、必要に応じて頂点のラベルで行う。

第4図に断層の例を示す。図中の断層は厚さのある断層破碎帯として描いてある。露頭断面(a)は1つの地質体 x を断層 f が切って入る例であり、露頭断面(b)と(c)は互いに整合で接する地質体 x と y を断層 f が切っている例である。(b)の例では断層 f の上盤には地質体 y のみが存在しており、正断層である。(c)の例は逆断層である。(d)は異なる地質体の境界に断層 f が存在する例である。それぞれの構造グラフが露頭断面の下に示してある。

露頭断面(a)の地質体の集合 V は

$$V = \{x, f\}$$

であり、接触関係は

$$xFf$$

であり、 R^+ を使用すると

$$xR^+f$$

である。弧のラベルは

$$\phi_A(x, f) = \text{断層}$$

になる。地質体 f のラベルは

$$\phi_V(f) = \text{断層破碎帯}$$

である。

露頭断面(b)と(c)の地質体の集合 V は

$$V = \{x, y, f\}$$

であり、接触関係は両方とも

$$xRy, xFf, yFf$$

であり、関係 R^+ を使用すると

$$xR^+y, xR^+f, yR^+f$$

である。(b)の弧のラベルは次のようになる。

$$\phi_A(x, y) = \text{整合}$$

$$\phi_A(x, f) = \text{断層}$$

$$\phi_A(y, f) = \text{断層}$$

なお、正断層と逆断層の区別は必要に応じて頂点のラベルで行う。この例では、頂点 f のラベルは

$$\phi_V(f) = \text{正断層}$$

である。(c)の弧のラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{整合}$$

$$\phi_A(x, f) = \text{断層}$$

$$\phi_A(y, f) = \text{断層}$$

であり、頂点 f のラベルは

$$\phi_V(f) = \text{逆断層}$$

第4図 断層の構造グラフの例

断層 f は断層破碎帯が存在するものとして幅のある地質体として描いている。対応する構造グラフを各露頭断面の下に示す。露頭断面(a)は地質体 x を切る断層である。露頭断面(b)と(c)は互いに整合関係にある地質体 x と y を切る断層である。(b)は正断層, (c)は逆断層であるが、正断層と逆断層の区別は頂点のラベルで行う。露頭断面(d)は2つ地質体 x と y の境界に断層 f がある場合である。 x と y は直接接触していないので弧は引かれない。露頭断面(e)は地質体 x を断層 f_1 が切っており、さらに断層 f_1 を断層 f_2 が切っている例である。露頭断面(f)は断層 f が不整合で切られている例である。

となる。

露頭断面 (d) は地質体 x と y の境界に断層 f が存在する場合である。断層 f は地質体 x と y の両方を切るとすると、接触関係は

$$xFf, yFf$$

であり、 R^+ を使用すると

$$xR^+f, yR^+f,$$

である。 x と y は直接接触していないので両者を結ぶ孤は引かれない。弧のラベルは

$$\phi_A(x, f) = \text{断層}$$

$$\phi_A(y, f) = \text{断層}$$

になる。

露頭断面 (e) は地質体 x を断層 f_1 が切っており、さらに断層 f_1 を断層 f_2 が切っている例である。

$$V = \{x, f_1, f_2\}$$

であり、接触関係は

$$xFf_1, xFf_2, f_1Ff_2$$

である。関係 R^+ を使用すると

$$xR^+f_1, xR^+f_2, f_1R^+f_2$$

である。孤のラベルは

$$\phi_A(x, f_1) = \text{断層}$$

$$\phi_A(x, f_2) = \text{断層}$$

$$\phi_A(f_1, f_2) = \text{断層}$$

になり、頂点 f_2 のラベルは

$$\phi_V(f_2) = \text{逆断層}$$

になる。

露頭断面 (f) は断層 f が不整合により切られている例である。互いに整合関係にある地質体 v と w を断層 f が切っており、さらに地質体 y と z がこれらを不整合に覆っている。地質体 y と z は整合である。地質体の集合は

$$V = \{v, w, y, z, f\}$$

であり、接触関係は

$$vRw, vFf, wFf, fRy, wRy, wRz, yRz$$

である。関係 R^+ を使用すると

$$vR^+w, vR^+f, wR^+f, fR^+y, wR^+y, wR^+z, yR^+z$$

となる。孤のラベルは

$$\phi_A(v, w) = \text{整合}$$

$$\phi_A(v, f) = \text{断層}$$

$$\phi_A(w, f) = \text{断層}$$

$$\phi_A(f, y) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(w, y) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(w, z) = \text{不整合}$$

$$\phi_A(y, z) = \text{整合}$$

となる。頂点 f のラベルは

$$\phi_V(f) = \text{逆断層}$$

である。断層 f は地質体 z と接していないので、頂点 f と z を結ぶ孤は引かれない。

4. 貫入岩体と断層による切断の層序グラフによる表現

4-1. 新旧関係の表現

2つの地質体 x と y が接触しており、地質体 x が空間的に下側にある場合、地層の逆転や貫入、断層による切断がない場合は地質体 x の形成時期が古い。これは地層累重の法則による推論であり、推論規則は、

$$xRy \Rightarrow xU^*y$$

と表現される。深成岩や岩脈のような貫入岩体の場合、空間的に下側にあっても形成時期が古いとは限らず、地層累重の法則が適用できない。

地質体 x に岩脈あるいは深成岩 y が貫入している場合、「切る地質体は、切られる地質体よりも新しい」という交差切りの法則が適用できる。

露頭断面で観察される地質体の集合 V の元である地質体 x と y が接触しており、 y の方が新しい場合、この関係を xUy と書く。 y が x に貫入しているとき、形成時期は y のほうが新しいので、 xUy と書ける。

貫入関係 xIy から新旧関係 xUy を推論する推論規則は

$$xIy \Rightarrow xUy$$

となる。

断層の形成時期は断層破碎帯の形成時期として扱う。断層破碎帯 y が地質体 x を切る断層の場合も同様に、「切る地質体は、切られる地質体よりも新しい」という交差切りの法則が適用できる。断層破碎帯が切る地質体になる。断層破碎帯 y の方が x より新しいので、この関係を xUy と書く。

断層関係 xFy から新旧関係 xUy を推論する推論規則は

$$xFy \Rightarrow xUy$$

となる。

2つの関係 xIy と xFy をまとめた次のような関係

$$xKy \Leftrightarrow xIy \vee xFy$$

を導入すると、交差切りの法則による新旧関係の推論規則は

$$xKy \Rightarrow xUy$$

に統一できる。

この推論規則と2章で述べた地層累重の法則による推論規則を合わせると、接触関係にもとづいて地質体の新旧関係を推論する推論規則は

$$xRy \vee xKy \Rightarrow xUy$$

とまとめることができる。さらにこの推論規則は3-2で定義した関係 R^+ を使えば

$$xR^+y \Rightarrow xUy$$

と書ける。

貫入や断層を追加した層序グラフは次のようになる。

$$S = (V, U^*, \phi_V, \phi_A)$$

ここで、 V は貫入岩体と断層破碎帯を含む地質体の集合であり、 ϕ_V は頂点に地質体の名称を対応つける写像であり、 ϕ_A は順序対 (x, y) に接触関係の名称の集合 $A = \{\text{整合, 不整合, 貫入, 断層}\}$ の1つの元を対応つける写像である。層序グラフで表現する地質体の新旧関係 U^* は U の反射的か

つ推移的閉包であり、自明な関係 xU^*x および上で述べた接触関係による推論規則

$$xR^+y \Rightarrow xU^*y$$

と推移律

$$xU^*y \vee yU^*z \Rightarrow xU^*z$$

で定めることができる。

4.2. 層序グラフによる貫入の表現

第5図は貫入岩体の例であり、露頭断面(a), (b), (c)は岩脈の例、露頭断面(d), (e), (f)は深成岩の貫入の例である。それぞれの露頭断面に対応する層序グラフとラベル付きハッセ図が下に示してある。(a'), (b'), (c'), (d'), (e'), (f'), が対応する層序グラフ, (a''), (b''), (c''), (d''), (e''), (f'')が対応するラベル付きハッセ図である。

露頭断面(a)は地質体 x に岩脈 y が貫入しており、露頭断面(b)は、互いに整合で接触している地質体 x と z に岩脈 y が貫入している例である。露頭断面(c)は地質体 x に岩脈 y が貫入し、さらにこれを切る形で岩脈 z が貫入している例である。

露頭断面(a)の地質体の集合 V は

$$V = \{x, y\}$$

であり、接触関係は

$$xR^+y$$

である。ラベルは、

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

$$\phi_V(y) = \text{岩脈}$$

であり、新旧関係は

$$xR^+y \Rightarrow xU^*y$$

と推論される。

露頭断面(b)の地質体の集合 V は

$$V = \{x, y, z\}$$

であり、接触関係は

$$xR^+y, zR^+y, xR^+z$$

である。ラベルは、

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(z, y) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(x, z) = \text{整合}$$

である。頂点 y のラベルは

$$\phi_V(y) = \text{岩脈}$$

である。新旧関係は、地層累重の法則と貫入関係から

$$xR^+y \Rightarrow xU^*y$$

$$zR^+y \Rightarrow zU^*y$$

$$xR^+z \Rightarrow xU^*z$$

と推論される。これから

$$P = (x, z, y)$$

の道が導かれる。これに地質体間の接触関係を書き加えると、

$$P' = (x, \text{整合}, z, \text{貫入}, y)$$

が得られる。 P' は層序を意味しており、全順序集合なので、

最大元と最小元が存在する。貫入や断層を含む地質構造の層序グラフにおいても、最小元の地質体を最下位の地質体、最大元の地質体を最上位の地質体と呼ぶことにする。この例では、最下位の地質体は x 、最上位の地質体は y になる。

露頭断面(c)の例では地質体 x に岩脈 y が貫入しており、さらにこれを切る形で岩脈 z が貫入している。地質体の集合 V は

$$V = \{x, y, z\}$$

であり接触関係は

$$xR^+y, xR^+z, yR^+z$$

である。ラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(x, z) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(y, z) = \text{貫入}$$

$$\phi_V(y) = \text{岩脈}$$

$$\phi_V(z) = \text{岩脈}$$

になる。新旧関係は

$$xR^+y \Rightarrow xU^*y$$

$$xR^+z \Rightarrow xU^*z$$

$$yR^+z \Rightarrow yU^*z$$

である。これより、

$$P = (x, y, z)$$

が導かれる。これに各地質体間の接触関係を書き入れると次のようになる。

$$P' = (x, \text{貫入}, y, \text{貫入}, z)$$

露頭断面(d)は地質体 x に深成岩 y が貫入している例である。図中の網目は接触変成を受けている部分を示す。接触関係は

$$xR^+y$$

であり、ラベルは、

$$\phi_A(x, y) = \text{貫入}$$

であり、新旧関係は

$$xR^+y \Rightarrow xU^*y$$

と推論される。

露頭断面(e)は互いに整合で接触している堆積岩 x と y に深成岩 z が貫入している例であり、 z の形成時期が最も新しいことになる。地質体の集合は

$$V = \{x, y, z\}$$

であり接触関係は R^+ は

$$xR^+y, xR^+z, yR^+z$$

である。ラベルは

$$\phi_A(x, y) = \text{整合}$$

$$\phi_A(x, z) = \text{貫入}$$

$$\phi_A(y, z) = \text{貫入}$$

になる。新旧関係は

$$xR^+y \Rightarrow xU^*y$$

$$xR^+z \Rightarrow xU^*z$$

$$yR^+z \Rightarrow yU^*z$$

と推論される。すべての地質体が比較可能である (V 上の

第5図 層序グラフによる貫入の表現

露頭断面 (a), (b), (c) は岩脈の例, 露頭断面 (d), (e), (f) は深成岩の貫入の例である. 各露頭断面に対応する層序グラフとラベル付きハッセ図を断面図の下に示す. (a'), (b'), (c'), (d'), (e'), (f') が対応する層序グラフ, (a''), (b''), (c''), (d''), (e''), (f'') が対応するラベル付きハッセ図である. (a) は地質体 x に岩脈 y が貫入している例で, 露頭断面 (b) は互いに整合で接触している地質体 x と z に岩脈 y が貫入している例である. 露頭断面 (c) は地質体 x に岩脈 y が貫入し, さらにこれを切って岩脈 z が貫入している例である. (d) は地質体 x に深成岩 y が貫入している例であり, (e) は互いに整合で接する地質体 x と y に深成岩 z が貫入している例である. 図中の網目は接触変成を受けている部分を示す. (f) は互いに整合で接する3つの地質体 v, w, y に深成岩 x が貫入し, さらにこれらを地質体 z が不整合に覆う例である. (f') では推移的閉包で得られた関係を破線の矢印で示す.

関係 U^* は全順序である) ので

$$P = (x, y, z)$$

の道が導かれる. これに各地質体間の接触関係を書き入ると次のようになる.

$$P' = (x, \text{整合}, y, \text{貫入}, z)$$

P は層序を意味しており, 最下位の地質体は x , 最上位の地質体は z になる. この関係をラベル付きハッセ図で表現したものが (e'') である.

露頭断面 (f) は互いに整合関係にある地質体 v, w, y に深成岩 x が貫入し, さらに地質体 z がそれらを不整合に覆っている例である. 地質体 v, w, y は深成岩 x の貫入により接触変成を受けているものとする. 図中の網目が接触変成を受けている部分である. 対応する層序グラフが (f'), ラベル付きハッセ図が (f'') である. 地質体の集合 V は

$$V = \{v, w, x, y, z\}$$

である. 接触関係は R^+ は

$$vR^+w, wR^+y, wR^+z, yR^+x, yR^+z, vR^+x, wR^+x, xR^+z$$

である (y と x は接触していないが, y が熱変成を受けているので yIx すなわち yR^+x とした). ラベルは

$$\begin{aligned} \phi_A(v, w) &= \text{整合} \\ \phi_A(w, y) &= \text{整合} \\ \phi_A(w, z) &= \text{不整合} \\ \phi_A(y, x) &= \text{貫入} \\ \phi_A(y, z) &= \text{不整合} \\ \phi_A(v, x) &= \text{貫入} \\ \phi_A(w, x) &= \text{貫入} \\ \phi_A(x, z) &= \text{不整合} \end{aligned}$$

になる. 新旧関係は

$$vR^+w \Rightarrow vU^*w$$

$$wR^+y \Rightarrow wU^*y$$

$$\begin{aligned} wR^+z &\Rightarrow wU^*z \\ yR^+x &\Rightarrow yU^*x \\ yR^+z &\Rightarrow yU^*z \\ vR^+x &\Rightarrow vU^*x \\ wR^+x &\Rightarrow wU^*x \\ xR^+z &\Rightarrow xU^*z \end{aligned}$$

と推論される。推移律から

$$\begin{aligned} vU^*w \wedge wU^*y &\Rightarrow vU^*y \\ vU^*x \wedge xU^*z &\Rightarrow vU^*z \end{aligned}$$

が得られる。

層序グラフ (f') には最大元 z と最小元 v が存在し、最上位の地質体は z 、最下位の地質体は v である。また、すべての地質体に比較可能律が成立するので、

$$P = (v, w, y, x, z)$$

が得られる。層序は

$$P' = (v, \text{整合}, w, \text{整合}, y, \text{貫入}, x, \text{不整合}, z)$$

となる。

4-3. 層序グラフによる断層の表現

第6図は断層の例であり、各断面に対応する層序グラフとラベル付きハッセ図がそれぞれ露頭断面の下に示してある。(a'), (b'), (c'), (d'), (e'), (f') が対応する層序グラフ, (a''), (b''), (c''), (d''), (e''), (f'') が対応するラベル付きハッセ図である。

露頭断面 (a) は1つの地質体 x を断層 f が切っている例である。地質体の集合 V は

$$V = \{x, f\}$$

である。接触関係は

$$xR^+f$$

である。ラベルは

$$\phi_A(x, f) = \text{断層}$$

である。断層破碎帯などの観察により、正断層と判断された場合は頂点 f のラベルは正断層であり、逆断層と判断された場合は逆断層となる。新旧関係は

$$xR^+f \Rightarrow xU^*f$$

と推論される。

露頭断面 (b) と (c) は互いに整合で接触する2つの地質体 x と y を断層 f が切っている例である。(b) では正断層, (c) では逆断層である。

露頭断面 (b) と (c) の地質体の集合 V は両方とも

$$V = \{x, y, f\}$$

であり、接触関係は

$$xR^+y, xR^+f, yR^+f$$

である。孤のラベルは (b) (c) とともに

$$\phi_A(x, y) = \text{整合}$$

$$\phi_A(x, f) = \text{断層}$$

$$\phi_A(y, f) = \text{断層}$$

である。頂点 f のラベルは

$$(b) \text{ の場合は, } \phi_v(f) = \text{正断層}$$

$$(c) \text{ の場合は, } \phi_v(f) = \text{逆断層}$$

である。新旧関係は, (b) (c) とともに

$$xR^+y \Rightarrow xU^*y$$

$$xR^+f \Rightarrow xU^*f (xFy \Rightarrow xU^*f)$$

$$yR^+f \Rightarrow yU^*f (yFf \Rightarrow yU^*f)$$

と推論され,

$$P = (x, y, f)$$

が得られる。層序は, (b) (c) とともに

$$P' = (x, \text{整合}, y, \text{断層}, f)$$

となる。

露頭断面 (d) の露頭断面は、地質体 x と y の境界に断層破碎帯 f が存在する場合である。地質体の集合 V は

$$V = \{x, y, f\}$$

である。断層 f は地質体 x と y の両方を切っていると考えたと、地質体 x と断層破碎帯 f の接触関係は xR^+f 、地質体 y と断層破碎帯 f の接触関係は yR^+f である。新旧関係は次のように推論される。

$$xR^+f \Rightarrow xU^*f$$

$$yR^+f \Rightarrow yU^*f$$

断層破碎帯 f は新旧関係 xU^*f, yU^*f から最も形成年代が新しいことが示される。地質体 x と y は直接に接触していないので、両者の関係は不明である (断層 f が正断層ならば地質体 x の形成年代が古く、逆断層ならば地質体 y の形成年代が古くなる可能性がある)。このため、分岐のあるラベル付きハッセ図になる。

これら4つの露頭断面はすべて断層破碎帯 f が最後に形成されており、頂点 f の出次数は1である。これは層序グラフのもつ性質の1つである「出次数が1の頂点が最上位の地質体である」(河西, 2012) に矛盾しない。

露頭断面 (e) は地質体 x を断層 f_1 が切っており、さらにそれらを断層 f_2 が切っている例である。地質体の集合は

$$V = \{x, f_1, f_2\}$$

である。接触関係は

$$xR^+f_1, xR^+f_2, f_1R^+f_2$$

である。接触関係を表すラベルは,

$$\phi_A(x, f_1) = \text{断層}$$

$$\phi_A(x, f_2) = \text{断層}$$

$$\phi_A(f_1, f_2) = \text{断層}$$

である。新旧関係は

$$xR^+f_1 \Rightarrow xU^*f_1$$

$$xR^+f_2 \Rightarrow xU^*f_2$$

$$f_1R^+f_2 \Rightarrow f_1U^*f_2$$

と推論され,

$$P = (x, f_1, f_2)$$

が得られる。層序は,

$$P' = (x, \text{断層}, f_1, \text{断層}, f_2)$$

である。

露頭断面 (f) は断層が不整合により切られている例である。整合で接する地質体 v と w を断層 f が切っている。さ

第6図 断層の層序グラフ

第4図と同じ露頭断面である。各露頭断面の下に対応する層序グラフとラベル付きハッセ図を示す。(a'), (b'), (c'), (d'), (e'), (f')が対応する層序グラフ, (a''), (b''), (c''), (d''), (e''), (f'')が対応するラベル付きハッセ図である。露頭断面(f)は断層fが不整合で切られている例である。地質体vとy, 断層破碎帯fとz, 地質体vとzは直接接触していないが推移的閉包によるは破線の矢印が引かれている。

らに、地質体yとzがこれらを不整合で覆っている。断層fは不整合で切られている。地質体yとzの関係は整合である。断層fは図中では太線で示してある。

地質体の集合Vは

$$V = \{v, w, f, y, z\}$$

である。接触関係は

$$vR^+w, vR^+f, wR^+f, wR^+y, wR^+z, yR^+z, fR^+y$$

である。接触関係のラベルは

$$\begin{aligned} \phi_A(v, w) &= \text{整合} \\ \phi_A(v, f) &= \text{断層} \\ \phi_A(w, f) &= \text{断層} \\ \phi_A(w, y) &= \text{不整合} \\ \phi_A(w, z) &= \text{不整合} \\ \phi_A(y, z) &= \text{整合} \\ \phi_A(f, y) &= \text{不整合} \end{aligned}$$

である。 fR^+y と $\phi_A(f, y) = \text{不整合}$ で、断層fが不整合で切断されていることを示す。新旧関係は

$$vR^+w \Rightarrow vU^*w$$

$$vR^+f \Rightarrow vU^*f$$

$$wR^+f \Rightarrow wU^*f$$

$$wR^+y \Rightarrow wU^*y$$

$$wR^+z \Rightarrow wU^*z$$

$$yR^+z \Rightarrow yU^*z$$

$$fR^+y \Rightarrow fU^*y$$

である。推移律から

$$vU^*f \wedge fU^*y \Rightarrow vU^*y$$

$$vU^*y \wedge yU^*z \Rightarrow vU^*z$$

$$fU^*y \wedge yU^*z \Rightarrow fU^*z$$

になり

$$P = (v, w, f, y, z)$$

が導かれる。最下位の地質体がv, 最上位の地質体がzである。層序は

$$P' = (v, \text{整合}, w, \text{断層}, f, \text{不整合}, y, \text{整合}, z)$$

である。

5. あとがき

逆転のない地層で構成される地質構造を対象にして検討した層序グラフと構造グラフを、火成岩の貫入や断層による切断がある地質構造の層序と露頭構造の表現に拡張した。

露頭で観察される2つの地質体 x と y の接触関係を、上下関係 xRy に貫入関係 xIy と断層による切断 xFy を加えた関係 R^+ すなわち

$$xR^+y \Leftrightarrow xRy \vee xIy \vee xFy$$

で表現した。また、地質体の接触関係の情報を弧のラベル(整合、不整合、貫入、断層)で表現した。このように接触関係の表現を拡張することにより、貫入や断層が存在する露頭構造を構造グラフ (V, R^+) として表現できた。ここで、 V は地質体の集合である。

地層累重の法則により上下関係 xRy から新旧関係 xUy が推論できることと、交差切りの法則により貫入関係 xIy や断層関係 xFy から新旧関係 xUy が推論できることを組み合わせると、接触関係 xR^+y から新旧関係 xUy が推論できるという一般規則が得られる。この推論規則で得られた新旧関係 U の反射的かつ推移的閉包 U^* を使うことにより、貫入や断層が存在する地質構造の層序を層序グラフ (V, U^*) や

ラベル付きハッセ図で表現できた。

以上のようにして、火成岩の貫入や断層による切断がある地質構造に対する露頭構造や層序の表現が可能になった。

文 献

- 河西秀夫(2003) 個人用露頭データベースの設計について (2) 一層序の表現方法について。情報地質, vol.14, no.3, pp.249-258.
- 河西秀夫(2005) 個人用露頭データベースの設計について(3) 一層序の表現方法の改善について。情報地質, vol.16, no.2, pp.57-68.
- 河西秀夫(2006) 個人用露頭データベースの設計について (4) 一基盤、被覆層、互層の理論的背景。情報地質, vol.17, no.1, pp.13-27.
- Kasai, H. (2009) Design of geological exposure database — Structure graph: Mathematical model of geological structure of outcrops and regions based on graph theory —. *Geoinformatics*, vol.20, no.1, pp.17-29.
- 河西秀夫(2012) グラフ理論による露頭構造と層序の数学的表現。情報地質, vol.23, no.3, pp.109-120

要 旨

グラフ理論による露頭構造と層序の数学的表現 —貫入と断層の取り扱い—

河西 秀夫

露頭データベースの作成には層序と露頭構造の数学的表現が必要である。露頭構造と層序はグラフ理論と二項関係を使用した構造グラフと層序グラフで数学的に表現できる。逆転のない地層で構成される地質構造を対象とした構造グラフ $G = (V, R)$ と層序グラフ $S = (V, U^*)$ を、火成岩の貫入や断層による切断がある露頭構造と層序の表現に拡張した。ここで、 V は地質体の集合、 R は接触関係、 U^* は新旧関係 U の反射的かつ推移的閉包を表す。

露頭で観察される2つの地質体 x と y の空間的な接触関係を二項関係 xR^+y で一般表現することにより、貫入や断層が存在する露頭構造を構造グラフ (V, R^+) として表現できた。ここで、 $R^+ = \{(x, y) \mid xRy \vee xIy \vee xFy, x \in V, y \in V\}$ であり、 xRy は空間的な上下関係、 xIy は貫入、 xFy は断層による切断である。接触関係の情報は $\phi_A(x, y)$ = 整合のように弧のラベルで表現する。

地層累重の法則により上下関係 xRy から新旧関係 xUy が推論できることと、交差切りの法則により貫入関係 xIy や断層関係 xFy から新旧関係 xUy が推論できることを組み合わせると、接触関係 xR^+y から新旧関係 xUy が推論できるという一般規則が得られる。この推論規則で得られた新旧関係を使うことにより、貫入や断層を含む地質体の形成順序と接触関係を層序グラフ (V, U^*) やラベル付きハッセ図で表現できた。

以上のようにして、火成岩の貫入や断層による切断がある地質構造に対する露頭構造や層序の表現が可能になった。

キーワード：グラフ理論、構造グラフ、有向グラフ、層序グラフ、露頭