論 説

河西秀夫教授が提唱した「構造グラフ」の研究 —総括と展開—

塩野 清治

Study of “Structure Graph” Proposed by Professor Hideo Kasai: Summary and Evolution

Kiyoji SHIONO

Abstract : Professor Hideo Kasai proposed new methods to represent a variety of contact relations between adjacent geologic units exposed at an outcrop by a labeled directed graph named the structure graph and the stratigraphic graph. The structure graph is a graph composed of a set of vertices indicating geologic objects observed at an outcrop and a set of edges indicating ordered pairs of adjacent objects which are labeled with types of contact relations. The stratigraphic graph can be derived from the structure graph to represent the chronological order. Based on a simple mathematical model, the present paper summarizes properties of two graphs for geologic structures including four types of contact relations, i.e., conformity, unconformity, intrusion and fault together with inference rules to transform a structure graph into a stratigraphic graph. Furthermore, as an advanced application, a flow of procedures is proposed to derive the regional stratigraphic sequence from a set of structure graphs obtained at outcrops through set operation called the graph union, and significance of the flow is evaluated from a viewpoint of 3D modeling of geologic structure.

Key words : Outcrop, Contact relation, Correlation of strata, Stratigraphic sequence, Labeled directed graph, Graph union

1. はじめに

山梨学院大学河西秀夫教授(故人)は一連の論文(河西, 2000, 2003, 2005, 2006, 2012, 2013, 2015, 2016; Kasai, 2009: 以下, 河西論文と総称する)において, 露頭での観察結果を「構造グラフ(structure graph)」や「層序グラフ(stratigraphic graph)」と名付けたラベル付き有向グラフ(labeled directed graph)で表現する独創的な方法を提唱した。河西論文のうち, 前半の河西(2000)からKasai(2009)までは個人用露頭データベースの設計を目的にして, 露頭で観察した地層の積み重なり(これを露頭構造とよんだ)の数学的表現を試行錯誤し, ラベル付き有向グラフで表現する層序グラフ, 式で表現する層序式, 行列で表現する層序行列を提案した。後半の河西(2012)以降の論文では, 露頭構造を表現する構造グラフと層序を表現する層序グラフを再定義し, 地層だけでなく貫入岩, 断層, レンズ層, 同時異相, 逆転層へと表現対象を拡張した。しかしながら, 考察対象を拡張していくにつれて, 議論の前提条件や推論規則の記述が不鮮明になり, 意図したところを読

み取りにくい難点も生じてきた。提案者本人による解説が望めないで, 読者がそれぞれの視点で意味するところを解説しなければならない。多様な解釈があると思われるが, 筆者は自身の単著・共著論文(塩野ほか, 1998; 塩野ほか, 2000; 塩野, 2009; 岩村ほか, 2012)と同様の数学表現法を使用して, 2つのグラフ表現の解釈を試みた。河西論文で述べられた原案のままでは議論の展開が難しいところがあるので, 議論の対象となる集合や記号表現法などにいくつかの修正や単純化を行い

- ・露頭での観察結果をラベル付き有向グラフで表現する方法
- ・露頭での観察結果を組み合わせる調査地域の層序を定める方法

の2点を重点的に考察した結果を報告する。

第2章では議論を一般的な形式で展開するための舞台づくりとして, 露頭で観察した地層・岩石と調査地域に分布する地質单元および両者の関係の数学的表現法(数学モデル)を述べる。第3章では露頭で観察した地層・岩石の接

2018年6月30日受付 2018年8月7日受理

大阪市立大学名誉教授 Professor Emeritus of Osaka City University, 5-10 Daido-cho, Ibaraki-shi, Osaka 567-0844, Japan. E-mail: shionok@nifty.com

触関係を構造グラフとして表現する方法を述べ、第4章では構造グラフに表現された接触関係を新旧関係に変換した結果を層序グラフとして表現する方法を述べる。第5章では複数の露頭でえられた構造グラフを統合して調査地域に分布する層序単位に関する構造グラフを導く方法をグラフの和という概念を基礎にして考察する。

2. 数学モデル：調査領域と露頭の関係

地質調査の対象となる3次元の領域を Ω とする。地質調査により、 Ω 内にどのような地層や岩石がどのように分布するのか、またどのような歴史的過程を経て現在に至ったかを明らかにする。 Ω の大部分は地下にあって、露頭あるいはボーリングコアでその一部分が観察できるにすぎない。

露頭 O に露出する地層や岩石などは、同じ性質を持つ、あるいは同じ時期に形成されたなどの基準でいくつかの部分に区分する。各部分には他と区別するために、シルト質砂岩層、安山岩質岩脈のような露頭単位の名称を付けて記載する。以下では露頭で区分した地層や岩石などを「露頭で観察した地質体」と総称する。ただし、露頭が堆積物で構成されているときは、単に地層とよぶことがある。

露頭 O というとき、 O は Ω の部分空間を表すものとする。 $O \subset \Omega$ である。露頭で観察した地質体が分布する範囲を $a, b, \dots$ のような記号で表す。表現を簡略化するため、「 a の範囲に分布する地質体は…」というべきところを、「地質体 a は…」あるいは単に「 a は…」という。この a は O の部分空間であり、 $a \subset O$ である。露頭 O で観察した地質体（が露頭内で分布する範囲）の集合を V とする。露頭で観察した地質体間の関係は V 上の関係として第3章と第4章で議論する。

なお、以下では、海岸や河岸あるいは採石場や道路沿いの崖など地下の地層や岩石が観察できる場所を想定して、露頭という用語を使って考察を進めているが、ボーリングコア、ボーリング柱状図あるいは測線に沿ってボーリング柱状図を並べて表示した図に置き換えてもよい。

[例2.1]

露頭 O に露出する堆積物を3つの地層に区分し、それぞれの分布範囲を a, b, c としたとき、

$$V = \{a, b, c\}$$

である。 a, b, c は互いに重ならない O の部分空間であり、

$$a \cup b \cup c = O$$

が成り立つ。□

調査段階の作業仮説あるいは調査完了時の最終案として、調査領域 Ω 内にどれだけの種類の地質単位が存在するかを定めたとする。通常、各地質単位には命名規約にしたがって〇〇層、〇〇岩体のような名前が付けられる。地質単位の分布域は $x, y, \dots$ のような記号で表す。 x は Ω の部分空間であり、 $x \subset \Omega$ である。露頭の場合と同様に、表現を簡略化するため、「 x に分布する地質単位は…」というべきところを、「地質単位 x は…」あるいは単に「 x は…」とい

う。このような地質単位（の分布域）の集合を V とする（露頭で観察した地質体の集合 V と区別するため太字の V で表す）。

[例2.2]

調査領域 Ω に分布する地質を3つの地質単位に区分し、それぞれの分布域を x, y, z で表現としたとき、

$$V = \{x, y, z\}$$

である。 x, y, z は互いに重ならない Ω の部分空間であり、

$$x \cup y \cup z = \Omega$$

が成り立つ。□

V の元である地質体（が分布する O の部分空間）は V の元となるいずれかの地質単位（が分布する Ω の部分空間）に含まれている。地質体 $a \in V$ は地質単位 $x \in V$ に含まれているという対応関係を V から V への写像（関数） $f: V \rightarrow V$ で表現する。以下、これを「対比関数」とよぶ。たとえば、 $f(a) = x$ は露頭で観察した地質体 $a \in V$ は地質単位 $x \in V$ の一部分であることを表す。すなわち

$$f(a) = x \Leftrightarrow a \subset x$$

である。また、 $f(a) = f(b)$ は露頭において異なるものとした地質体 $a, b \in V$ は同じ地質単位に含まれることを表す。

対比関数 $f: V \rightarrow V$ にもとづいて、露頭で観察した地質体間の関係は V 上の関係（地質単位間の関係）に置き換えられる。すべての露頭で観察した結果を V 上の関係に変換した後、それらを統合することにより、調査領域 Ω 内に分布する地質単位間の関係が判明する。この手続きについては第5章で議論する。

3. 構造グラフ

露頭で観察した地質体の接触関係を表現する「構造グラフ」について、河西（2012, 2013, 2015, 2016）の提案に修正を加えて、接触関係の数学的表記法とグラフ表現法を一般的な形式で総括する。

3.1. 地質体の接触関係の表記法

本論文では地質体の接触関係として、地層の上下関係、貫入関係、断層関係を議論の対象とする。2つの地質体 a, b が接している状態に関して、河西論文と同様に、以下のような3種類の表記法を使い分ける（第1表参照）。

表記法 A

一般に上下に重なった地層が連続して形成された場合を整合とよび、上下の地層の形成時期に時間間隙が認められる場合を不整合とよぶ。ただし、以下では議論の混乱を避けるため、不整合を既存の地層や岩石が侵食され、その上に新期の地層が堆積している関係という狭い意味で使用する。また、侵食された火成岩や変成岩の上に新期の地層が堆積している場合も不整合とよぶ。整合・不整合の判別が困難な場合もあるが、

仮定：露頭観察により整合と不整合の判別ができる
と仮定して議論を進める。

激しい地殻変動がない地域では地層 a が地層 b の下側にあるとき、「地層累重の法則」により地層 a の形成時期は地層 b より古いといえる。地層形成後の地殻変動によって地層の上下が逆転する場合がある。この場合には上側の地層の方が下側の地層より古いことになる。逆転の有無の判別が困難な場合もあるが、

仮定：級化構造、漣痕、底痕などの露頭観察により地層の逆転の有無の判別ができる

と仮定して議論を進める。

河西（2016）では空間的な上下関係を基礎にした数学表現に逆転層の取り扱いを組みこむために、接触関係の種類として、整合と不整合という用語に加えて、地層の逆転がある場合に対して、整合（逆転）と不整合（逆転）という用語を導入した。本論文では議論を単純にするため、地層の逆転の有無にかかわらず、古い地層 a を下位の地層、新しい地層 b を上位の地層とよび、整合関係で接しているときには

aLb

と書き、不整合の場合は

$aL'b$

と書くことにする。 aLb や $aL'b$ であれば、いずれの場合も地層 a は地層 b より形成時期が古いという新旧関係が導かれる。なお、 $aL'b$ における a は地層に限定しない。

[例3.1]

第3.1図のように整合関係にある地層が過褶曲している場合、露頭 O では古い地層 a が新しい地層 b の下側にあるが、露頭 O' では地層が逆転していて、古い地層 a が新しい地層 b の上側にある。場所によって2つの地層の空間的上下関係が逆転するが、いずれの場合でも上下関係は aLb と書く。□

河西（2013）と同様に、既存の地質体 a に地質体 b が貫入しているとき、

alb

と書く。この場合、「交差切りの法則」により、既存の地質体 a に新しく地質体 b が貫入したと解釈する。 alb であれば、地質体 a は地質体 b より形成時期が古いという新旧関係が導かれる。

河西（2013）と同様に、既存の地質体 a が断層 b によって切断されているとき、

aFb

第3.1図 地層の逆転がある場合。2つの露頭 O, O' ではいずれも下位の地層 a と上位の地層 b が整合関係で接しているので、 aLb である。

と書く。この場合も「交差切りの法則」により、地質体 a は断層 b より形成時期が古いという新旧関係が導かれる。

河西（2013）は地質体 a が断層によって切断されていることを表現するにあたって、「断層破碎帯を1枚の地質体と仮定すると面ではなく1つの地質体として捉えることができる。断層破碎帯が形成されていない場合でも厚さ0の断層破碎帯が形成されていると仮定する」とした。本論文でもこの仮定を踏襲し、関係 aFb における b は断層破碎帯（厳密に言えば断層破碎帯が分布する部分空間）とする。以下では断層破碎帯を単に断層と書くことがある。

表記法 A の例を下に示す。なお、議論を単純化するため、以下、本論文で例示する露頭ではすべて地層の逆転はないものとする。

[例3.2]

第3.2図(a)の露頭では下位の地層 a と上位の地層 b が整合関係で接しているので、 aLb である。また、下位の地層 b と上位の地層 c が不整合関係で接しているので、 $bL'c$ である。(b)の露頭では地質体 a に火成岩 b が貫入しているので、 alb である。(c)の露頭では地層 a, b は整合関係にあるので、 aLb である。これらを断層 c が切断しているので、 aFc, bFc である。□

表記法 B

露頭で観察した地質体の集合 V に含まれる地質体 a, b の接触関係が

$aLb, aL'b, alb, aFb$

のいずれかであったとき、その関係を

aRb

と総称する。接触関係を R で一括表現すると、整合、不整合、貫入、断層の区別ができなくなる。それを補うために、以

第3.2図 露頭で観察した地質体の接触関係。
(a) 整合と不整合。(b) 火成岩の貫入。(c) 断層による地層の切断。

第1表 接触関係の表記法

接触関係	a	b	表記法 A	表記法 B	表記法 C
上下関係：整合	下位の地層	上位の地層	aLb	aRb $\phi(a, b) = \text{整合}$	$(a, b) \in E$ $\phi(a, b) = \text{整合}$
上下関係：不整合	下位の地質体	上位の地層	$aL'b$	aRb $\phi(a, b) = \text{不整合}$	$(a, b) \in E$ $\phi(a, b) = \text{不整合}$
貫入関係	既存の地質体	貫入岩	alb	aRb $\phi(a, b) = \text{貫入}$	$(a, b) \in E$ $\phi(a, b) = \text{貫入}$
断層関係	既存の地質体	断層破砕帯	aFb	aRb $\phi(a, b) = \text{断層}$	$(a, b) \in E$ $\phi(a, b) = \text{断層}$

下のように定義する $\phi(a, b)$ で接触関係の種類を指定する.

aLb のとき, $\phi(a, b) = \text{整合}$

$aL'b$ のとき, $\phi(a, b) = \text{不整合}$

alb のとき, $\phi(a, b) = \text{貫入}$

aFb のとき, $\phi(a, b) = \text{断層}$

表記法 C

aRb が成り立つ順序対 (a, b) の集合を E と書く. すなわち

$$E = \{(a, b) \mid aRb : a, b \in V\}$$

である. いいかえれば, (a, b) が E の元であることは aRb が成り立つことを意味し,

$$aRb \Leftrightarrow (a, b) \in E$$

である. 表記法 B と同様に E の元 (a, b) に対して接触関係の種類を $\phi(a, b)$ で指定する.

なお, 河西論文では aRb が成り立つ順序対 (a, b) の集合を R と書いているが, 本論文ではグラフの辺(edge) という意味で E と書き換えている.

[例 3.3]

第 3.2 図 (a), (b), (c) の露頭で観察した結果は次のように表現できる.

(a) 地層 a, b, c の関係は aLb かつ bLc である. これを表記法 C で書くと

$$E = \{(a, b), (b, c)\}$$

$$\phi(a, b) = \text{整合}$$

$$\phi(b, c) = \text{不整合}$$

である.

(b) 地質体 a に火成岩 b が貫入しているので, alb である. これを表記法 C で書くと

$$E = \{(a, b)\}$$

$$\phi(a, b) = \text{貫入}$$

である.

(c) 整合関係にある地層 a, b を断層 c が切断しているので, aLb, aFc, bFc である. これを表記法 C で書くと

$$E = \{(a, b), (a, c), (b, c)\}$$

$$\phi(a, b) = \text{整合}$$

$$\phi(a, c) = \text{断層}$$

$$\phi(b, c) = \text{断層}$$

である. □

河西 (2015) では接触関係 R のなかに, 地層 a と地層 b が同時異相であるという関係や地層 a がレンズ層 b を挟むという関係を追加して, その取扱い方を議論している. 本論文では議論を単純化するために, 第 3.3 図 (a) のように下

位の地層 a と上位の地層 d に挟まれた地層 b と c が同時異相である場合, 両者を一括して, 一つの地層 b' として取り扱う. このとき, $b' = b \cup c$ である. また, (b) のように地層 b がレンズ層 c を挟む場合, 両者を一括して, レンズ層を挟む地層 b' として取り扱う. このときも, $b' = b \cup c$ である.

第 3.3 図 同時異相とレンズ層を挟む地層の取り扱い.

(a) 同時異相の場合. 地層 b, c は一括して 1 つの地層 b' として取り扱う. (b) レンズ層を挟む場合. レンズ層 c を挟む地層 b は 1 つの地層 b' として取り扱う.

3.2. 接触関係を表現する構造グラフ

上述した表記法 C にしたがって, 露頭で観察した地質体の集合を V , 接触している地質体の順序対の集合を E とし, ϕ で接触関係の種類を表したとする. このとき, 露頭での観察結果はラベル付き有向グラフ

$$G = (V, E, \phi)$$

で表現することができる. このラベル付き有向グラフを河西 (2012) と同様に「構造グラフ」とよぶ. なお, ϕ は E の元に集合 $A = \{\text{整合}, \text{不整合}, \text{貫入}, \text{断層}\}$ の元を対応付ける写像 $\phi : E \rightarrow A$ といえる. 河西論文では V の各元にラベル (地層名や岩体名あるいは属性) を与える写像もグラフ G の要素に含めているが, 以下の議論では特に重要な役割を担っていないので省略した.

[例 3.4]

第 3.4 図 (a) に示す露頭で整合関係にある 2 つの地層 a, b を地層 c が不整合に覆うのを観察した. a と c は接している. この場合

$$\begin{aligned}
 V &= \{a, b, c\} \\
 E &= \{(a, b), (a, c), (b, c)\} \\
 \phi(a, b) &= \text{整合} \\
 \phi(a, c) &= \text{不整合} \\
 \phi(b, c) &= \text{不整合}
 \end{aligned}$$

であり、構造グラフ $G = (V, E, \phi)$ は (b) のようになる。頂点 (vertex) は V の元である地層 (の占める範囲) を示す。辺 (edge) は E の元である接触する地層の順序対を示す。河西の一連の論文では E の元を弧 (arc) とよんでいるが、本論文では辺 (edge) と書き換えている。各辺は方向に意味のある有向辺である。各辺に付けたラベルは接触関係の種類を示す。 a を始点とし、 b を終点とする辺 (a, b) には「整合」というラベルが付いている。この有向辺とラベルによって、地層 a は地層 b の下位にあることおよび接触関係は整合であることを表す。□

[例3.5]

第3.5図(a)に示す露頭では、整合関係にある2つの地層 a, b を地層 c が不整合に覆う。 a と c は接していない。この場合

$$\begin{aligned}
 V &= \{a, b, c\} \\
 E &= \{(a, b), (b, c)\} \\
 \phi(a, b) &= \text{整合} \\
 \phi(b, c) &= \text{不整合}
 \end{aligned}$$

である。 a と c は接していないので、 E は (a, c) を含まない。構造グラフ $G = (V, E, \phi)$ は (b) のようになる。□

[例3.6]

第3.6図(a)に示す露頭では、整合関係にある2つの地層 a, b に岩脈 c が貫入している。この場合

$$\begin{aligned}
 V &= \{a, b, c\} \\
 E &= \{(a, b), (a, c), (b, c)\} \\
 \phi(a, b) &= \text{整合} \\
 \phi(a, c) &= \text{貫入} \\
 \phi(b, c) &= \text{貫入}
 \end{aligned}$$

である。構造グラフ $G = (V, E, \phi)$ は (b) のようになる。□

[例3.7]

第3.7図(a)に示す露頭では、整合関係にある2つの地層 a, b を断層 c が切り、それらを不整合に地層 d が覆っている。地層 d は地層 b と断層 c に接し、地層 a には接していない。この場合

$$\begin{aligned}
 V &= \{a, b, c, d\} \\
 E &= \{(a, b), (a, c), (b, c), (b, d), (c, d)\} \\
 \phi(a, b) &= \text{整合} \\
 \phi(a, c) &= \text{断層} \\
 \phi(b, c) &= \text{断層} \\
 \phi(b, d) &= \text{不整合} \\
 \phi(c, d) &= \text{不整合}
 \end{aligned}$$

であり、構造グラフ $G = (V, E, \phi)$ は (b) のようになる。□

第3.4図 構造グラフの例(1).

(a)露頭の地質断面図。(b)構造グラフ。整合関係にある2つの地層 a, b を地層 c が不整合に覆う。 a と c は接している。

第3.5図 構造グラフの例(2).

(a)露頭の地質断面図。(b)構造グラフ。整合関係にある2つの地層 a, b を地層 c が不整合に覆う。 a と c は接していない。

第3.6図 構造グラフの例(3).

(a)露頭の地質断面図。(b)構造グラフ。整合関係にある2つの地層 a, b に岩脈 c が貫入している。

第3.7図 構造グラフの例(4).

(a)露頭の地質断面図。(b)構造グラフ。整合関係にある2つの地層 a, b を断層 c が切り、それらを不整合に地層 d が覆っている。

4. 層序グラフ

構造グラフは露頭で観察した地質体の接触関係を表現したグラフである。接触関係に「地層累重の法則」や「交差切りの法則」という地質学の基本法則を適用すると、形成時期の新旧関係が推論できる。「層序グラフ」は地質体の新旧関係をラベル付き有向グラフで表現したものである。本章では露頭観察でえられた構造グラフから層序グラフを導く方法と活用法を考察する。

4.1. 地質体の新旧関係

本論文では河西論文とは異なり、上下関係 L, L' 、貫入関係 I 、断層関係 F は形成時期の前後関係を念頭に置いて定義している。したがって、地質体 a の形成時期が地質体 b の形成時期よりも古いことを

$$aUb$$

と書いたとき、接触関係の定義より直ちに

$$\begin{aligned} aLb &\Rightarrow aUb : \text{整合の場合} \\ aL'b &\Rightarrow aUb : \text{不整合の場合} \\ alb &\Rightarrow aUb : \text{貫入の場合} \\ aFb &\Rightarrow aUb : \text{断層の場合} \end{aligned}$$

と推論できる。

表記法 B では、露頭で観察した地質体の集合 V の元 a, b の間に aRb という関係が成り立つとき、 a は b のより形成時期が古いという関係 (aUb) が成り立つといえる。これを

$$\text{推論規則 B1: } aRb \Rightarrow aUb$$

とする。一方、接触関係にもとづいて推論した新旧関係 U については、反射律と推移律が成り立つと仮定する。この性質を関係 U の推論規則に含めて

$$\text{推論規則 B2: 全ての } a \in V \text{ について, } aUa$$

$$\text{推論規則 B3: } aUb \text{ かつ } bUc \Rightarrow aUc$$

とする。推論規則 B3 は「地質体 a は地質体 b より形成時期が古く、地質体 b は地質体 c より形成時期が古いことがわかれば、地質体 a は地質体 c より形成時期が古いと推論できる」という地質体の新旧関係に関する常識的判断に対応する。推移律がいかなる場合でも成り立つといえるのかについては、新旧関係を厳密に定義した上で検討しなければならない (塩野・弘原海, 1991, 1992 など) が、ここでは成り立つものと仮定して議論を進める。推論規則 B2 は関係 U を順序関係として取り扱うための不可欠な数学的要件として形式的に追加したものである。

さて、露頭観察でえられた関係 R が

$$aRb \text{ と } bRa \text{ が同時に成り立つことはない}$$

という条件を満たしているとき、推論規則 B1 ~ B3 にしたがって推論した関係 U は

$$\text{反射律: 全ての } a \in V \text{ について, } aUa$$

$$\text{反対称律: } aUb \text{ かつ } bUa \Rightarrow a = b$$

$$\text{推移律: } aUb \text{ かつ } bUc \Rightarrow aUc$$

が成り立つ順序関係となる。したがって、 V の元を

$$v_i U v_j \Rightarrow i \leq j$$

が成り立つように、 $v_1, v_2, \dots, v_n$ ($n: V$ の元の数) と番号付けることができる。特にすべての元が比較可能になるときは

$$v_i U v_j \Leftrightarrow i \leq j$$

が成り立ち、地質体の形成順序が確定する。

4.2. 構造グラフから層序グラフを導く方法

露頭で観察した地質体の集合 V 上の関係 R が与えられると、推論規則 B1 ~ B3 にしたがって、新旧関係 U が推論できる。以下、 aUb という関係が成り立つ V の元の順序対 (a, b) の集合を E^* とする。すなわち

$$E^* = \{(a, b) \mid aUb : a, b \in V\}$$

である。このとき、構造グラフと同じ要領で、ラベル付き有向グラフ

$$S = (V, E^*, \phi^*)$$

が定義できる。ここで、 ϕ^* は辺にラベル (接触関係の種類) を与える写像である。このグラフを河西 (2012) と同様に「層序グラフ」という。

関係 R から関係 U を導く規則は推論規則 B1 ~ B3 として表記法 B の形式でまとめられているが、表記法 C では次のように書ける。

$$\text{推論規則 C1: } (a, b) \in E \Rightarrow (a, b) \in E^*$$

$$\text{推論規則 C2: 全ての } a \in V \text{ について, } (a, a) \in E^*$$

$$\text{推論規則 C3: } (a, b) \in E^* \text{ かつ } (b, c) \in E^* \Rightarrow (a, c) \in E^*$$

ϕ^* は E^* の元にラベル (接触関係の種類) を与える写像であるが、推論規則 C1 にしたがって導いた辺 $(a, b) \in E^*$ には構造グラフの辺 $(a, b) \in E$ と同じラベルを付けて、どのような接触関係にもとづいて新旧関係を推論したものであるかを示す。すなわち

$$(a, b) \in E \Rightarrow \phi^*(a, b) = \phi(a, b)$$

とする。また、接触していないが、推論規則 C2 と C3 にもとづいて新たに追加されたた辺 (a, b) に対してはラベルを付けず

$$\phi^*(a, b) = _ \text{ (空白: ラベルを与えない)}$$

とする。河西 (2012) などのように「推論」というラベルをつけてもよいが、図が煩雑になるので本論文ではラベルは与えず、空白にしておく。以上をまとめて、

$$\text{推論規則 C4: } \phi^*(a, b) = \begin{cases} \phi(a, b) : (a, b) \in E \text{ のとき} \\ _ : (a, b) \in E \text{ でないとき} \end{cases}$$

とする。

[例 4.1]

例 3.5 で示した整合関係にある 2 つの地層 a, b を地層 c が不整合に覆う露頭の構造グラフ $G = (V, E, \phi)$ を第 4.1 図 (a) に再掲する。

$$V = \{a, b, c\}$$

$$E = \{(a, b), (b, c)\}$$

$$\phi(a, b) = \text{整合}$$

$$\phi(b, c) = \text{不整合}$$

である。接触関係に推論規則 C1 を適用すると

$$(a, b) \in E \Rightarrow (a, b) \in E^*$$

$$(b, c) \in E \Rightarrow (b, c) \in E^*$$

がえられる。これらに推論規則C2よりえられる

$$(a, a) \in E^*, (b, b) \in E^*, (c, c) \in E^*$$

と推論規則C3よりえられる

$$(a, b) \in E^* \text{ かつ } (b, c) \in E^* \Rightarrow (a, c) \in E^*$$

を加えると

$$E^* = \{(a, b), (a, c), (b, c), (a, a), (b, b), (c, c)\}$$

がえられる。各辺のラベルは推論規則C4より

$$\phi^*(a, b) = \phi(a, b) = \text{整合}$$

$$\phi^*(b, c) = \phi(b, c) = \text{不整合}$$

$$\phi^*(a, c) = \phi^*(a, a) = \phi^*(b, b) = \phi^*(c, c) = _$$

となる。以上の手続きでえられた層序グラフを第4.1図(b)に示す。図を見てわかるように、 V のすべての元は比較可能であり、関係 U は全順序である。□

4.3. 層序グラフのハッセ図表現

一般に順序集合 $(A, \leq)$ はハッセ図で簡略にグラフ表現されることが多い。いま、集合 A 上の順序関係を $\leq$ とし、 $a \leq b$ かつ $a \neq b$ であるような関係を $a < b$ で表すものとする。このとき、

$$\cdot a < b$$

$$\cdot a < x \text{ かつ } x < b \text{ となるような } x \text{ は存在しない}$$

という2つの条件を満たす関係を直前関係といい、 a を b の直前の元、 b を a の直後の元という。順序集合 $(A, \leq)$ が与えられると、与えられた関係から

$$\cdot \text{反射的な関係 } a \leq a \text{ を取り除く}$$

$$\cdot a < x \text{ かつ } x < b \text{ となる } x \text{ が存在するような関係 } a \leq b \text{ を取り除く}$$

という操作で、その直前関係を求めることができる。えられた直前関係は、 a が b の直前の元であるとき、 a を b の下において a と b を辺で結んだグラフで表現できる。これをハッセ図という。ハッセ図では辺の両端にある頂点の位置関係によりどちらが直前の元であるかわかるので、頂点を結ぶ辺には矢印をつけなくてもよい。

[例4.2]

第4.1図(b)に示す層序グラフから直前関係を求めて、ハッセ図の形式で表現したものを(c)に示す。形成時期が古いものが下に、形成時期が新しいものが上になるように頂点を並べている。このハッセ図は層序グラフから不要な辺を取り除いて作成したものであり、残された辺には元の層序グラフに付けられていた接触関係を示すラベルが保存されている。このようにして層序グラフから作成したラベル付きハッセ図を以下では、「層序グラフのハッセ図表現」とよぶ。

(c)のハッセ図を見ると、関係 U は全順序であるため、辺は枝分せず直線状になっている。このことから3つの地層の形成順序は古いものから順に

$$a \rightarrow b \rightarrow c$$

第4.1図 構造グラフから層序グラフを導いた例(1).
(a)構造グラフ. (b)層序グラフ. (c)層序グラフのハッセ図表現.

第4.2図 構造グラフから層序グラフを導いた例(2).
(a)構造グラフ. (b)層序グラフ. (c)層序グラフのハッセ図表現.

であることが読み取れる。また、各辺に付けられたラベルから a と b の関係は整合、 b と c の関係は不整合であることが読み取れる。このように地層の形成順序と関係が判明したので層序が確定したといえる。

なお、河西(2012, 2013, 2015, 2016)では層序を

$$(a, \text{整合}, b, \text{不整合}, c)$$

という形式で表現しているが、同じ情報がラベル付きハッセ図で表現できるので、本論文ではこの表現形式は使わない。□

例3.6と例3.7で示した構造グラフから層序グラフとそのハッセ図表現を導いた例を下に示す。

[例4.3]

例3.6で示した露頭の構造グラフを第4.2図(a)に再掲する。この構造グラフから導かれる層序グラフは(b)に示すように

$$V = \{a, b, c\}$$

$$E^* = \{(a, b), (a, c), (b, c), (a, a), (b, b), (c, c)\}$$

$$\phi^*(a, b) = \text{整合}$$

$$\phi^*(a, c) = \phi^*(b, c) = \text{貫入}$$

$$\phi^*(a, a) = \phi^*(b, b) = \phi^*(c, c) = _$$

である。このグラフでは推論規則C2による反射律を表すループ

$$(a, a), (b, b), (c, c)$$

が追加されている。推論規則C3にもとづいて追加する辺はない。この層序グラフのハッセ図表現を第4.2図(c)に示す。この図から地層 a, b が堆積した後に岩脈 c が貫入したことが読み取れる。□

[例 4.4]

例 3.7 で示した露頭の構造グラフを第 4.3 図 (a) に再掲する。この構造グラフから導かれる層序グラフは第 4.3 図 (b) に示すように

$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$E^* = \{(a, b), (a, c), (b, c), (b, d), (c, d), (a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, d)\}$$

$$\phi^*(a, b) = \text{整合}$$

$$\phi^*(a, c) = \phi^*(b, c) = \text{断層}$$

$$\phi^*(b, d) = \phi^*(c, d) = \text{不整合}$$

$$\phi^*(a, a) = \phi^*(b, b) = \phi^*(c, c) = \phi^*(d, d) = _$$

$$\phi^*(a, d) = _$$

である。このグラフでは推論規則 C2 による反射律を表すループ

$$(a, a), (b, b), (c, c), (d, d)$$

と推論規則 C3 で推論した辺 (a, d) が追加されている。この層序グラフのハッセ図表現を第 4.3 図 (c) に示す。この図から

- ・ 2つの地層 a, b が順次堆積した
- ・ それらを断層 c が切断した
- ・ それらが侵食された後、地層 d が堆積した

という露頭で観察した地質体の形成過程が読み取れる。□

4.3. 構造グラフから層序グラフのハッセ図表現を求める簡便な方法

層序グラフ $S = (V, E^*, \phi^*)$ のハッセ図表現を作成するには、推論規則 B1～B3 にしたがって接触関係 R から新旧関係 U を求めた後、その直前関係を取り出すという定義通りの操作を行えばよいのであるが、これとは別の簡便な方法を下に示す。

推論規則 B1 により関係 R から求めた関係 U に、推論規則 B2 にしたがって反射律を満たすような関係を追加し、推論規則 B3 にしたがって推移律を満たすような関係を追加すると、関係 U が反射律、対称律、推移律を満たす順序関係となる。推論規則 B2 と B3 の手続きが示すように、関係 U は関係 R の反射的かつ推移的閉包である。一方、直前関係は反射的な関係と推移律から推論される関係を取り除いたものであるから、関係 U の直前関係を求める際には、推論規則 B2 と B3 によって追加された関係は真っ先に取り除かれるので、推論規則 B2 と B3 を適用する必要はない。推論規則 B1 により関係 R から求めた関係 U に対して直ちに「 aUx かつ xUb となる x が存在するとき、関係 aUb を取り除く」という操作を適用すれば、関係 U の直前関係がえられるといえる。

これをグラフ表現の立場で言い換えれば次のようになる。構造グラフ G を推論規則 B1 により関係 R から求めた関係 U のグラフとみなし、「すべての辺 (a, b) について、頂点 a から a や b と異なる頂点を經由して頂点 b に至る道が存在するよう場合には辺 (a, b) を取り除く」という操作を繰り返すと、関係 U の直前関係のグラフ、すなわち層序グ

第 4.3 図 構造グラフから層序グラフを導いた例 (3).
(a) 構造グラフ. (b) 層序グラフ. (c) 層序グラフのハッセ図表現.

ラフのハッセ図表現がえられる。

[例 4.5]

第 4.1 図の場合、(a) の構造グラフでは取り除く辺はないので、そのまま (c) のハッセ図表現がえられる。第 4.2 図の場合、(a) の構造グラフでは頂点 a から頂点 b を經由して頂点 c に至る道があるので、辺 (a, c) を取り除けば、(c) のハッセ図表現がえられる。第 4.3 図の場合、(a) の構造グラフでは頂点 a から頂点 b を經由して頂点 c に至る道があるので、辺 (a, c) を取り除き、さらに頂点 b から頂点 c を經由して頂点 d に至る道があるので、辺 (b, d) を取り除くと、(c) のハッセ図表現がえられる。□

補足：河西論文との相違点

河西 (2012) は地層の分布状況を空間的上下関係で表現し、接触関係の種類を整合と不整合の 2 つに区別した。その拡張として、河西 (2016) は地層が逆転した場合でも空間的上下関係を継続して使用し、接触関係の種類に整合 (逆転) と不整合 (逆転) を追加した。また、逆転のない場合の推論規則「下側の地層は上側に地層より古い」に加えて、逆転のある場合の推論規則「上側の地層は下側に地層より古い」を導入した。そのため、逆転層の場合には層序グラフにおける新旧関係を表す矢印の向きが、構造グラフにおける上下関係を表す矢印の向きと逆転する。

河西 (2015) は地層 a がレンズ層 b を挟んでいるという関係や地層 a と地層 b が同時異相であるという関係に対する構造グラフの表現法を提案した。また、構造グラフから層序グラフを導くにあたって、同時期に形成されたという同値関係を導入し、レンズ層を挟む地層や同時異相の地層群は同値類 (同時期の地層) として一括表現した。

このように河西論文では逆転層やレンズ層を挟む地層や同時異相の地層群など露頭で観察される多様な接触関係を構造グラフで表現できるような工夫がなされている。構造グラフから層序グラフを導く推論規則や手続きが複雑になるという側面もあるが、構造グラフを使って地質体の空間的關係を表現し、層序グラフを使って地質体の新旧関係を表現するという意図は明白である。

本論文では構造グラフの基礎となる関係 R を地層の逆転している場合でも、第 3.1 図に例示したように、地質学的

上下関係をもとにして定義した。また、第3.3図に例示したように、同時異相は1つの地層として取り扱い、レンズ層を挟む地層は一括して1つの地層として取り扱うという単純化を行った。その結果、新旧関係 U は単純な推論規則B1～B3で求められるようになった。関係 U は関係 R に反射的性質と推移的性質を追加したものであるから、本論文で定義した構造グラフと層序グラフの間には基本的な違いはない。

5. 構造グラフの和とその応用

河西(2017)は「グラフの和」という概念を応用して、複数の層序グラフを統合する演算法を提案したが、論文の完成・公開に至らなかった。故人の考えを知る手掛かりは短い講演要旨だけである。「グラフの演算により露頭観察の結果から地域層序を組み立てる」という講演の意図を継承・発展させたときの到達点がどのようなものであろうかと想像した結果を試案として提示する。なお、河西(2017)では層序グラフの演算の対象にしていたが、ここでは構造グラフを演算対象とする。

5.1. グラフの和

はじめに「グラフの和 (graph union, union of graph)」という数学概念を説明する。いま、頂点の集合 V_1 と辺の集合 E_1 で定義されるグラフを $G_1 = (V_1, E_1)$ 、頂点の集合 V_2 と辺の集合 E_2 で定義されるグラフを $G_2 = (V_2, E_2)$ とする。このとき

$$V' = V_1 \cup V_2$$

$$E' = E_1 \cup E_2$$

で与えられる頂点の集合 V' と辺の集合 E' で定義されるグラフ $G' = (V', E')$ をグラフ G_1 とグラフ G_2 の和といい、 $G_1 \cup G_2$ と書く。すなわち

$$G_1 \cup G_2 = (V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2)$$

である。

[例5.1]

第5.1図(a)のグラフ $G_1 = (V_1, E_1)$ では

$$V_1 = \{a, b, c\}$$

$$E_1 = \{(a, b), (a, c), (b, c)\}$$

であり、第5.1図(b)のグラフ $G_2 = (V_2, E_2)$ では

$$V_2 = \{a, c, d\}$$

$$E_2 = \{(a, c), (a, d), (c, d)\}$$

である。この場合、 G_1 と G_2 の和 $G' = (V', E')$ は第5.1図(c)に示すように

$$V' = V_1 \cup V_2 = \{a, b, c, d\}$$

$$E' = E_1 \cup E_2 = \{(a, b), (a, c), (b, c), (a, d), (c, d)\}$$

である。□

5.2. 地質単元の関係への変換

次のような情報が与えられたとする。

(1) n 地点の露頭 O_i ($i = 1, \dots, n$)での観察結果から構造グラ

第5.1図 グラフの和.

(a) グラフ G_1 . (b) グラフ G_2 . (c) G_1 と G_2 の和 $G_1 \cup G_2$.

フ $G_i = (V_i, E_i, \phi_i)$ が作成されている。

(2) 調査領域内に分布する地質単元の集合 V_0 が定められている。

(3) 露頭 O_i ($i = 1, \dots, n$)ごとに、地質体 $a \in V_i$ は地質単元 $x \in V_0$ に含まれているという対応関係を表す対比関数 $f_i: V_i \rightarrow V_0$ が定められている。

これら3種類の情報が与えられている状態を例5.2で説明する。

[例5.2]

第5.2図(a)のように露頭 O_1 における連続して形成された地層群を3種類の地層に区分し、それぞれの地層が露頭内で分布する範囲を a, b, c とする。また、露頭 O_2 における連続して形成された地層群を2種類の地層に区分し、それぞれが露頭内で分布する範囲を d, e とする。他の露頭での観察結果も参考にして、次のように判断したとする。

- ・調査領域 Ω には3種類の地質単元 x, y, z が分布する。
- ・露頭 O_1 で観察した地層 a と b は地質単元 x の一部であり、地層 c は地質単元 y の一部である。
- ・露頭 O_2 で観察した地層 d は地質単元 y の一部であり、地層 e は地質単元 z の一部である。

このとき、情報(1), (2), (3)は次のように表現できる。

(1) 露頭 O_1 の構造グラフ $G_1 = (V_1, E_1, \phi_1)$ は

$$V_1 = \{a, b, c\}$$

$$E_1 = \{(a, b), (b, c)\}$$

$$\phi_1(a, b) = \phi_1(b, c) = \text{整合}$$

であり、露頭 O_2 の構造グラフ $G_2 = (V_2, E_2, \phi_2)$ は

$$V_2 = \{d, e\}$$

$$E_2 = \{(d, e)\}$$

$$\phi_2(d, e) = \text{整合}$$

である。

(2) 調査領域 Ω に分布する地質単元の集合は

$$V_0 = \{x, y, z\}$$

である。

(3) 露頭 O_1 で観察した地層に関する対比関数 $f_1: V_1 \rightarrow V_0$ は

$$f_1(a) = f_1(b) = x$$

$$f_1(c) = y$$

であり、露頭 O_2 で観察した地層に関する対比関数 $f_2: V_2 \rightarrow V_0$ は

$$f_2(d) = y$$

$$f_2(e) = z$$

である (第5.2図(b)参照). $\square$

n 地点の露頭 O_i ($i = 1, \dots, n$) ごとに構造グラフ $G_i = (V_i, E_i, \phi_i)$ と対比関数 $f_i: V_i \rightarrow V_0$ が与えられたとする. このとき、露頭 O_i にその一部が露出する地質単元の集合を

$$V_i = \{f_i(a) \mid a \in V_i\}$$

とし、地質単元の接触関係を表す集合 E_i とラベル ϕ_i を

推論規則 X:

$$(a, b) \in E_i \text{ かつ } f_i(a) \neq f_i(b)$$

$$\Rightarrow (f_i(a), f_i(b)) \in E_i \text{ かつ } \phi_i(f_i(a), f_i(b)) = \phi_i(a, b)$$

にしたがって定義すると、露頭 O_i で観察される地質体の接触関係を表す構造グラフ G_i を地質単元の接触関係を表す構造グラフ $G_i = (V_i, E_i, \phi_i)$ に変換することができる.

推論規則 X は通常の地質調査における手続きを推論規則の形にまとめたものである. たとえば、露頭 O_i で下位の地層 a と上位の地層 b が整合関係で接しているとき (表記法 A では aLb のとき)、 a を含む地質単位 $f_i(a)$ は b を含む地質単位 $f_i(b)$ の下位にあり、両者は整合関係で接している (表記法 A では $f_i(a)Lf_i(b)$) とみなすのが通例である. 地層の一部分でみられた関係を地層全体の関係に置き換えているが、「地層累重の法則」とともに地質学の基本原理である「初生的水平性の法則」と「初生的側方連続性の法則」が意味するように「地層は水平な側方に延びた有限の板状のものとして形成された」と考えれば、妥当な推論である. 推論の妥当性については塩野・弘原海 (1992) や塩野 (1999) が地質学の公理として数学的に検討している. 不整合、断層、貫入の場合も既存の地質構造を切断するという性質から推論規則 X は妥当なものであると考えられる.

[例5.3]

第5.2図(c)に露頭 O_1 で観察される地質体の構造グラフ G_1 (左) を地質単元の構造グラフ G_1 (右) に変換した例を示す. (b)に示す対比関数 $f_1: V_1 \rightarrow V_0$ より、 $f_1(b) = x, f_1(c) = y$ なので、推論規則 X により地質単元の関係として

$$(b, c) \in E_1 \Rightarrow (x, y) \in E_1$$

$$\phi_1(x, y) = \phi_1(b, c) = \text{整合}$$

がえられる. a と b は整合関係で接しているが、両者は地質単位 x に含まれるので、その関係は G_1 には反映されない. $\square$

以下では、このような手続きで変換した地質単元の構造グラフを対象にして議論を進める. 地質体の構造グラフ G_i と地質単元の構造グラフ G_i では頂点の集合が異なり、前者では V_i (露頭で観察した地質体の集合) であり、後者は V_i (地質単元の集合) である.

(a)

(b)

(c)

第5.2図 対比関数と構造グラフの変換.

(a) 露頭 O_1, O_2 で観察した地層 a, b, c, d, e と領域 Ω 内に分布する地質単位 x, y, z との関係. (b) 露頭で観察した地質体に地質単位を対応付ける対比関数. (c) 露頭 O_1 で観察した地層の構造グラフ G_1 から地質単元の構造グラフ G_1 への変換.

5.3. 構造グラフの和

n 地点の露頭 O_i ($i = 1, \dots, n$) での観察結果を地質単元の関係に変換した構造グラフ $G_i = (V_i, E_i, \phi_i)$ が与えられたとする. このとき、構造グラフ G_i と G_j の和 $G_i \cup G_j$ を次のように定義する.

$$G_i \cup G_j = (V_i \cup V_j, E_i \cup E_j, \phi')$$

ここで、辺のラベル ϕ' は次のように定める.

$$\phi'(x, y) = \begin{cases} \phi_i(x, y) & ; (x, y) \in E_i \text{ のとき} \\ \phi_j(x, y) & ; (x, y) \in E_j \text{ のとき} \end{cases}$$

なお、 G_i と G_j の和 $G_i \cup G_j$ が矛盾なく定義できるためには次の制約条件が満たされる必要がある.

制約条件 Y1: $E_i \cup E_j$ のなかに向きが逆となる辺 (x, y) と (y, x) が共存していない.

制約条件 Y2: 辺 (x, y) が E_i と E_j の両方に含まれているとき、両者のラベルが同じである. すなわち、

$$\phi_i(x, y) = \phi_j(x, y).$$

制約条件 Y1, Y2 が満たされる場合、 $G_i \cup G_j$ は地質単位 $V_i \cup V_j$ の接触関係を表現する構造グラフとなる. 制約条

第5.3図 構造グラフの和(1).

(a) 露頭 O_1 の地質断面図 (上) とその構造グラフ G_1 (下). 断面図中の x, y は地質単位 x, y の一部が露出していることを示す. (b) 露頭 O_2 の地質断面図 (上) とその構造グラフ G_2 (下). 断面図中の y, z は地質単位 y, z の一部が露出していることを示す. (c) G_1 と G_2 の和 $G_1 \cup G_2$.

件 Y1, Y2 が満たされない場合には G_i と G_j の和は定義できないとする. この場合,

- ・露頭における接触関係の観察に誤りがある
- ・調査地域に分布する地質単位の設定に誤りがある
- ・露頭で観察した地質体を地質単位に対応付ける対比関数の設定に誤りがある

という可能性があり, 露頭での観察結果の確認あるいは地質単位や対比関数の修正が必要であろう.

[例5.4]

第5.3図(a)に示す露頭 O_1 に対する構造グラフ $G_1 = (V_1, E_1, \phi_1)$ は

$$V_1 = \{x, y\}, \quad E_1 = \{(x, y)\}, \quad \phi_1(x, y) = \text{整合}$$

であり, (b)に示す露頭 O_2 に対する構造グラフ $G_2 = (V_2, E_2, \phi_2)$ は

$$V_2 = \{y, z\}, \quad E_2 = \{(y, z)\}, \quad \phi_2(y, z) = \text{整合}$$

である. 構造グラフ G_1 と G_2 は制約条件 Y1, Y2 を満たすので, G_1 と G_2 の和は定義できて, (c)に示すように

$$G_1 \cup G_2 = \{V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2, \phi'\}$$

$$V_1 \cup V_2 = \{x, y, z\}$$

$$E_1 \cup E_2 = \{(x, y), (y, z)\}$$

$$\phi'(x, y) = \phi'(y, z) = \text{整合}$$

である. $\square$

[例5.5]

第5.4図(a)に示す露頭 O_1 に対する構造グラフ $G_1 = (V_1, E_1, \phi_1)$ は

$$V_1 = \{x, y, z, w\}$$

第5.4図 構造グラフの和(2).

(a) 露頭 O_1 の地質断面図 (上) とその構造グラフ G_1 (下). 断面図中の x, y, z, w は地質単位 x, y, z, w の一部が露出していることを示す. (b) 露頭 O_2 の地質断面図 (上) とその構造グラフ G_2 (下). 断面図中の x, y は地質単位 x, y の一部が露出していることを示す. (c) G_1 と G_2 の和 $G_1 \cup G_2$. 構造グラフ G_1 に構造グラフ G_2 の辺 (x, y) が追加されている.

$$E_1 = \{(x, w), (y, w), (x, z), (y, z), (w, z)\}$$

$$\phi_1(x, w) = \phi_1(y, w) = \text{断層}$$

$$\phi_1(x, z) = \phi_1(y, z) = \phi_1(w, z) = \text{不整合}$$

であり, (b)に示す露頭 O_2 に対する構造グラフ $G_2 = (V_2, E_2, \phi_2)$ は

$$V_2 = \{x, y\}$$

$$E_2 = \{(x, y)\}$$

$$\phi_2(x, y) = \text{整合}$$

である. 構造グラフ G_1 と G_2 は制約条件 Y1, Y2 を満たすので, G_1 と G_2 の和は定義できて,

$$G_1 \cup G_2 = (V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2, \phi')$$

は(c)に示す通り, G_1 に辺 (x, y) を追加した構造グラフとなる. $\square$

5.4. 演算の性質

一般に, 構造グラフの和という2項演算に関しては

$$\text{結合法則: } (G_1 \cup G_2) \cup G_3 = G_1 \cup (G_2 \cup G_3)$$

$$\text{可換法則: } G_1 \cup G_2 = G_2 \cup G_1$$

が成り立つことは定義より明らかである.

第5.5図 構造グラフの和では結合法則が成り立つ。

(a)露頭 O_1 とその構造グラフ G_1 。断面図中の x, y は地質単位 x, y の一部が露出していることを示す。(b)露頭 O_2 とその構造グラフ G_2 。断面図中の x, z は地質単位 x, z の一部が露出していることを示す。(c)露頭 O_3 とその構造グラフ G_3 。断面図中の y, z は地質単位 y, z の一部が露出していることを示す。(d) $G_1 \cup G_2$ 。(e) $(G_1 \cup G_2)$ と G_3 の和。(f) $G_2 \cup G_3$ 。(g) G_1 と $(G_2 \cup G_3)$ の和。

[例5.6]

第5.5図に示す単純な例を使って、構造グラフの和に関しては結合法則が成り立つことを確認する。(a)に示す露頭 O_1 に対する構造グラフ $G_1 = (V_1, E_1, \phi_1)$ は

$$V_1 = \{x, y\}, E_1 = \{(x, y)\}, \phi_1(x, y) = \text{不整合}$$

であり、(b)に示す露頭 O_2 の構造グラフ $G_2 = (V_2, E_2, \phi_2)$ は

$$V_2 = \{x, z\}, E_2 = \{(x, z)\}, \phi_2(x, z) = \text{不整合}$$

であり、(c)に示す露頭 O_3 の構造グラフ $G_3 = (V_3, E_3, \phi_3)$ は

$$V_3 = \{y, z\}, E_3 = \{(y, z)\}, \phi_3(y, z) = \text{整合}$$

である。したがって、 $G_1 \cup G_2$ は(d)に示すように、不整合というラベルの付いた2つの辺 (x, y) , (x, z) からなるグラフである。このグラフと G_3 の和

$$(G_1 \cup G_2) \cup G_3$$

は(e)に示す通り、(d)のグラフに整合というラベルの付いた辺 (y, z) を追加したグラフである。一方、 $G_2 \cup G_3$ は(f)に示すように整合というラベルの付いた辺 (y, z) と不整合というラベルの付いた辺 (x, z) からなるグラフである。このグラフと G_1 の和

$$G_1 \cup (G_2 \cup G_3)$$

は(g)に示すように、(f)のグラフに不整合というラベルの付いた辺 (x, y) を追加したグラフである。(e)と(g)に示す

グラフは作成順序に違いはあっても結果として同じグラフとなる。すなわち

$$(G_1 \cup G_2) \cup G_3 = G_1 \cup (G_2 \cup G_3)$$

が成り立つ。□

構造グラフの和に関しては結合法則と交換法則が成り立つので、 n 地点の露頭 O_i ($i = 1, \dots, n$) でえられた構造グラフ $G_i = (V_i, E_i, \phi_i)$ の和は()で演算の優先順序を指定することなく

$$G_1 \cup G_2 \cup \dots \cup G_n$$

と書ける。この演算でえられる構造グラフを $G_0 = (V_0, E_0, \phi_0)$ とすれば

$$V_0 = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_n$$

$$E_0 = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n$$

である。 ϕ_0 は E_0 の元(辺)にラベル(接触関係の種類)を与える写像であり、 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ から

$$(x, y) \in E_j \text{ のとき, } \phi_0(x, y) = \phi_j(x, y)$$

で定める。

以上のようにして構造グラフ $G_0 = (V_0, E_0, \phi_0)$ が求められたとき、4.2で示した推論規則C1~C4と同様の手続きで、層序グラフ $S_0 = (V_0, E_0^*, \phi_0^*)$ を導くことができる。繰り返しになるが、その推論規則を下に示す。

推論規則C1': $(x, y) \in E_0 \Rightarrow (x, y) \in E_0^*$

推論規則C2': すべての $x \in V_0$ について、 $(x, x) \in E_0^*$

推論規則C3': $(x, y) \in E_0^*$ かつ $(y, z) \in E_0^* \Rightarrow (x, z) \in E_0^*$

推論規則C4': $\phi_0^*(x, y) = \begin{cases} \phi_0(x, y); & (x, y) \in E_0 \text{ のとき} \\ \text{—}; & (x, y) \in E_0 \text{ でないとき} \end{cases}$

層序グラフ S_0 に示された新旧関係が全順序になれば、地質単元の形成順序と関係すなわち調査地域の層序が確定する。

[例5.7]

3つの露頭でえられた構造グラフの和から調査領域内に分布する地質単元の形成順序と関係(層序)を求めた例を示す。第5.6図(a), (b), (c)にそれぞれ3つの露頭 O_1, O_2, O_3 の地質断面図と構造グラフ G_1, G_2, G_3 を示す。地質断面図中の記号 $x, y, \dots$ は露頭に地質単位 $x, y, \dots$ の一部が露出していることを表す。地質単位 w は断層(破碎帯)である。

(a)に示す露頭 O_1 の構造グラフ $G_1 = (V_1, E_1, \phi_1)$ は

$$V_1 = \{x, y, u, v\}$$

$$E_1 = \{(x, y), (x, u), (x, v), (y, u), (u, v)\}$$

$$\phi_1(x, y) = \phi_1(u, v) = \text{整合}$$

$$\phi_1(x, u) = \phi_1(x, v) = \phi_1(y, u) = \text{不整合}$$

である。(b)に示す露頭 O_2 の構造グラフ $G_2 = (V_2, E_2, \phi_2)$ は

$$V_2 = \{y, z, w\}$$

$$E_2 = \{(y, z), (y, w), (z, w)\}$$

$$\phi_2(y, z) = \text{整合}$$

$$\phi_2(y, w) = \phi_2(z, w) = \text{断層}$$

である。(c)に示す露頭 O_3 の構造グラフ $G_3 = (V_3, E_3, \phi_3)$ は

$$V_3 = \{y, z, w, u\}$$

$$E_3 = \{(y, w), (y, u), (z, w), (z, u), (w, u)\}$$

第5.6図 構造グラフの和と層序

(a) 露頭 O_1 の地質断面図とその構造グラフ G_1 . 断面図中の x, y, u, v は地質単位 x, y, u, v の一部が露出していることを示す. (b) 露頭 O_2 の地質断面図とその構造グラフ G_2 . 断面図中の y, z, w は地質単位 y, z, w の一部が露出していることを示す. (c) 露頭 O_3 の地質断面図とその構造グラフ G_3 . 断面図中の y, z, w, u は地質単位 y, z, w, u の一部が露出していることを示す. (d) 3つの構造グラフの和 $G_1 \cup G_2 \cup G_3$. (e) 新旧関係 U の直前関係. 構造グラフから破線の辺を取り除いたもの. (f) 層序グラフのハッセ図表現.

$$\phi_3(y, u) = \phi_3(z, u) = \phi_3(w, u) = \text{不整合}$$

$$\phi_3(y, w) = \phi_3(z, w) = \text{断層}$$

である. これらの構造グラフの和

$$G_0 = G_1 \cup G_2 \cup G_3$$

を (d) に示す. えられた構造グラフ G_0 に推論規則 C1' ~ C4' を適用することにより, 層序グラフ $S_0 = (V_0, E_0^*, \phi_0^*)$ を導くことができる (グラフは複雑になるので略す). この層序グラフから直前関係を求めると, 層序グラフのハッセ図表現がえられるのであるが, 4.3 で述べた構造グラフから求める簡便な手続き, すなわち「すべての辺 (a, b) について, 頂点 a から a や b と異なる頂点を經由して頂点 b に至る道が存在するよう場合には辺 (a, b) を取り除く」という操作の繰り返しで直前関係を求めることもできる. この簡便な手続きで (d) の構造グラフ G_0 から不要な辺を取り除いた結果を (e) に示す. 参考のために取り除いた辺を破線で示す. えられた直前関係をラベル付きハッセ図の形式で表現したものを (f) に示す. 層序グラフのハッセ図表現である. このグラフから

$$x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow w \rightarrow u \rightarrow v$$

という地質単元の形成順序と相互の関係が読み取れる. ラベルを含めて考えると, 最終的に次のような地質構造の形成過程:

- ・3つの地層 x, y, z が次々と堆積した

- ・これらの地層が断層 w で切断された

- ・それらが侵食された後, 2つの地層 u, v が連続して堆積した

が推定できる. $\square$

5.5. 露頭観察から層序を求める処理の流れ

以上の考察を基礎にして, 露頭での観察結果を統合して層序を求める処理の流れを第5.7図にまとめた:

- ① 多数の地点で露頭観察を行い, 情報を蓄積する.
- ② 観察結果をもとにして, 各露頭 O_i ($i = 1, \dots, n$) で観察した地質体の接触関係を表す構造グラフ $G_i = (V_i, E_i, \phi_i)$ を作成する.
- ③ 作業仮説として, 調査領域に分布する地質単位を定め, 各露頭 O_i ($i = 1, \dots, n$) ごとに観察した地質体との対応関係を対比関数 $f_i: V_i \rightarrow V_0$ として与える.
- ④ 各露頭 O_i ($i = 1, \dots, n$) ごとに構造グラフ G_i を対比関数 f_i にしたがって, 地質単元の構造グラフ $G_i = (V_i, E_i, \phi_i)$ に変換する.
- ⑤ すべての構造グラフの和 $G_0 = (V_0, E_0, \phi_0)$ を求める.

ただし, 処理の途中, 制約条件 Y1, Y2 が満たされず, 構造グラフの和が定義できなくなった場合には処理を中断し, ③に戻って集合 V_0 や対比関数 f_i を修正する. あるいは②に戻って構造グラフが正しく設定できているか

を確認する。場合によっては①に戻って観察データに誤りがないかを確認する。

⑥構造グラフ G_0 から層序グラフ $S_0 = (V_0, E_0^*, \phi_0^*)$ および層序グラフのハッセ図表現を導く。

⑦結果を検証・評価する。

情報不足で層序が定まらない場合には①に戻ってさらに調査を継続して情報を追加する。あるいは③に戻って集合 V_0 や対比関数 f_i を修正する。層序が定まっても地域の地質学的特徴や調査の目的に適していない場合には、③に戻って集合 V_0 や対比関数 f_i を修正する。

⑧地域の地質学的特徴や調査の目的に適した層序が定まった場合、その層序と対比関数を最終成果とする。

第5.7図の流れ図で以下の点に注目されたい。

②では露頭に露出する地層や岩石を担当者の判断でいくつかの地質体に区分する。③では最初の対比関数は①の調査時に蓄積された諸情報（層相や岩相、側方への連続性、走向・傾斜など）にもとづいて担当者の判断で設定する。②と③が入力されれば、④～⑥は機械的処理で実行できる。⑤で構造グラフの和が定義できない場合や⑦で層序グラフが不適切であるとみなされた場合には、①や②に戻って観察データの追加や確認を行う、あるいは③に戻って対比関数を修正するという試行錯誤が繰り返される。このように担当者の判断が必要な①～③での試行錯誤が繰り返されて、最終的に地域の地質学的特徴や調査の目的に適した層序や対比関数が確定するのである。

この流れ図によって

- ・情報の処理は担当者の判断で実行する部分と機械的処理で実行する部分に分離できること
- ・最終成果をえるまで情報処理が試行錯誤の繰り返して実行されること

が端的に表現され、調査担当者が頭の中で行っている思考過程が情報処理の流れとして図式化できたと考える。

最後に、最終成果としてえられる層序・対比関数と地質構造の3次元モデリングとの関係について付言する。坂本ほか（1995）、升本ほか（1997）、塩野ほか（1998）、塩野ほか（2000）、岩村ほか（2012）などで指摘されているように、調査地域内における地質単元の空間分布、いいかえれば地質構造の3次元モデルは

- ・地質構造の論理モデル（地質単元の分布域と境界面の論理的関係）
- ・境界面の形状

で確定する。

層序は地質構造の論理モデルの作成に活用される。地質単元の分布域と境界面の関係は地質構造の形成過程によって一義に定められるからである。ただし、堆積作用と侵食作用で形成された地質構造（塩野ほか、1998）、断層を含む地質構造（Yonezawa *et al.*, 2002；米澤ほか、2005）、地すべりを含む地質構造（Kajiyama *et al.*, 2002；Kajiyama *et al.*, 2005）については地質構造の論理モデルを導く漸化式

第5.7図 地質調査から層序を確定するまでの処理の流れ。

モデルが確立しているが、貫入岩を含む地質構造については未解決である。

また、対比関数は次のような手順で境界面の形状の決定に活用される（たとえば、岩村ほか、2012）。

- ・露頭で観察した地質体の位置（座標）を対比関数にもとづいて地質単元が存在する位置に読み替える。
- ・地質構造の論理モデルを参照することにより、その位置が各境界面の上側にあるか、下側にあるか、あるいは無関係であるかを判別する。
- ・判別結果を不等式標高データの形式で各面ごとに集約して、BS-Horizon (Nonogaki *et al.*, 2006；野々垣ほか、2008) などの適切な手法で境界面の形状を決定する。

なお、地質構造の3次元モデルがえられたとき、そのモデルが地域の地質学的特徴を適切に表現しているか、あるいは調査の目的にかなっているかなどの検証や評価がなされる。不適切であると判断されたときは、第5.7図には描いていないが、①～③に戻って、データの追加や確認あるいは対比関数の修正などが行われ、試行錯誤が繰り返される。

6. おわりに

河西秀夫教授は一連の論文において露頭で観察した地質体の接触関係を「構造グラフ」、また新旧関係を「層序グラフ」とよぶラベル付き有向グラフで表現する方法を提案した。2つのグラフは露頭での観察結果を数学的に取り扱うことを可能にする独創的な方法である。故人の提案の意義が広く理解されることを目的にして、提案の概要を総括するとともにその発展形を試案として提示した。

- (1)はじめに、議論を一般的な形式で展開するための舞台づくりとして、露頭で観察した地質体と調査地域に分布する地質单元および両者の関係の数学的表現法を述べた。
- (2)露頭で観察した地質体の接触関係を構造グラフ $G=(V, E, \phi)$ として表現する方法を示した。 V は露頭で観察した地質体（が分布する範囲）の集合である。 E は接触する地質体の順序対の集合である。ただし、地層の接触関係は新旧関係に対応する地質学的上下関係とし、地層の逆転の有無に関わらず、下位の地層と上位の地層の順序対を E の元とした。レンズ層や同時異相は対象外とした。貫入関係や断層関係は原論文と同じである。 ϕ は E の元にラベル（接触関係の種類：整合、不整合、貫入、断層のいずれか）を与える写像である。
- (3)構造グラフに表現された接触関係を新旧関係に変換した結果を層序グラフ $S=(V, E^*, \phi^*)$ として表現する方法を示した。 V は構造グラフと同じ地質体の集合である。 E^* は新旧関係が判明した地質体の順序対の集合である。 ϕ^* は E^* の元にラベル（接触関係の種類：整合、不整合、貫入、断層、_（空白：接触していない場合）のいずれか）を与える写像である。構造グラフ G から層序グラフ S を導く変換手続きは推論規則 C1～C4 としてまとめた。さらに、層序グラフから直前関係を求めることにより、層序グラフをラベル付きハッセ図で表現する方法を示した。
- (4)複数の露頭でえられた構造グラフから調査地域に分布する層序单元に関する構造グラフを構造グラフの和という演算で求める方法を試案として提示し、調査担当者が頭の中で行う思考過程を情報処理の流れとして図式化した。最後に処理の成果としてえられる層序と対比関数が地質構造の3次元モデリングにおいて果たす役割について考察した。

謝辞：投稿論文に対して山口久美子氏と京都大学小池克明教授から多岐にわたる貴重な助言をいただき、論旨が明確になるように原稿を修正することができました。深く感謝いたします。

文 献

- 岩村里美・升本眞二・塩野清治（2012）野外調査データにもとづいて地質構造の論理モデルを決定するアルゴリズム—地層の接触面の性質—. 情報地質, vol.23, no.1, pp.3-16. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.23.3>
- Kajiyama A., Shiono K., Masumoto S. and Fujita T. (2002) Logical model of geological structure including slump block. *Proc. GIS-IDEAS2002*, pp.292-297.
- Kajiyama A., Shiono K., Masumoto S. and Fujita T. (2005) Basic theory of three-dimensional landslide modeling based on the logical model of geologic structure. *Landslides (Journal of the International Consortium on Landslides)*, vol.2, no.3, pp.212-220. <https://doi.org/10.1007/s10346-005-0058-0>
- 河西秀夫（2000）個人用露頭データベースの設計について—露頭構造の数式化に関する考察—. 情報地質, vol.11, no.4, pp.235-240. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.1990.11.4.235>
- 河西秀夫（2003）個人用露頭（野帳）データベースの設計について（2）—層序の表現方法について—. 情報地質, vol.14, no.3, pp.249-258. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.14.249>
- 河西秀夫（2005）個人用露頭（野帳）データベースの設計について（3）—層序の表現方法の改善について—. 情報地質, vol.16, no.2, pp.57-68. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.16.57>
- 河西秀夫（2006）個人用露頭（野帳）データベースの設計について（4）—基盤、被覆層、互層の理論的背景—. 情報地質, vol.17, no.1, pp.13-25. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.17.13>
- Kasai H. (2009) Design of geological exposure database -Structure graph: mathematical model of geological structure of outcrop and regions based on graph theory-. *Geoinformatics*, vol.20, no.1, pp.17-29. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.20.17>
- 河西秀夫（2012）グラフ理論による露頭構造と層序の数学的表現. 情報地質, vol.23, no.3, pp.109-120. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.23.109>
- 河西秀夫（2013）グラフ理論による露頭構造と層序の数学的表現—貫入と断層の取り扱い—. 情報地質, vol.24, no.4, pp.161-173. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.24.161>
- 河西秀夫（2015）グラフ理論による露頭構造と層序の数学的表現—レンズ層と同時異相—. 情報地質, vol.26, no.2, pp.37-50. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.26.2.37>
- 河西秀夫（2016）グラフ理論による露頭構造と層序の数学的表現—逆転する地層の表現—. 情報地質, vol.27, no.3, pp.137-148. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.27.3.137>
- 河西秀夫（2017）層序グラフによる地域層序の演算. 情報地質, vol.28, no.2, pp. 62-65.
- 升本眞二・塩野清治・Raghavan V.・坂本正徳・弘原海清（1997）地質情報とGIS—地質図情報の特殊性について—. 情報地質, vol.8, no.2, pp.99-106. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.8.2.99>

- org/10.6010/geoinformatics1990.8.2_99
- Nonogaki S., Shiono K., Masumoto S., Ekawa M. (2006) An algorithm of surface estimation using cubic B-spline function for geologic modeling. *Proc. GIS-IDEAS2006*, pp.328-333.
- 野々垣 進・升本眞二・塩野清治 (2008) 3次B-スプラインを用いた地層境界面の推定. 情報地質, vol.19, no.2, pp.61-77. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.19.61>
- 坂本正徳・塩野清治・升本眞二 (1995) 地質図作成システム CIGMA で処理される数値情報. 情報地質, vol.6, no.3, pp.117-122. https://doi.org/10.6010/geoinformatics1990.6.3_117
- 塩野清治・弘原海 清 (1991) 論理地質学的にみた地層累重の法則の論理構造. 情報地質, vol.2, no.1, pp.9-22. https://doi.org/10.6010/geoinformatics1990.2.1_9
- 塩野清治・弘原海 清 (1992) 地層累重の法則に関連する公理系の試案. 情報地質, vol.3, no.4, pp.203-210. https://doi.org/10.6010/geoinformatics1990.3.4_203
- 塩野清治・升本眞二・坂本正徳 (1998) 地層の3次元分布の特性と地質図作成アルゴリズム—地質構造の論理モデル—. 情報地質, vol.9, no.3, pp.121-134. https://doi.org/10.6010/geoinformatics1990.9.3_121
- 塩野清治 (1999) 地層累重の法則を保存する層序区分の数学的基礎. 情報地質, vol.10, no.4, pp.213-223. https://doi.org/10.6010/geoinformatics1990.10.4_213
- 塩野清治・升本眞二・坂本正徳・八尾 昭 (2000) 地質調査と地質図の論理—コンピュータ処理の課題—. 情報地質, vol.11, no.4, pp.241-252. https://doi.org/10.6010/geoinformatics1990.11.4_241
- 塩野清治 (2009) 3次元地質モデリングのための離散数学講義ノート. 情報地質, vol.20, no.4, pp.219-253. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.20.219>
- Yonezawa G., Nemoto T., Masumoto S. and Shiono K. (2002) 3-D geologic modeling and visualization of faulted structures. *Proc. Open Source Free Software GIS-GRASS users conference*, no.33, pp.1-4. http://www.ing.unitn.it/~grass/conferences/GRASS2002/proceedings/proceedings/pdfs/Yonezawa_Go.pdf (cited:2018/08/06)
- 米澤 剛・梶山敦司・升本眞二・塩野清治 (2005) 断層を含む地質構造の表現方法. 情報地質, vol.16, no.3, pp.177-189. <https://doi.org/10.6010/geoinformatics.16.177>

要 旨

河西秀夫教授が提唱した「構造グラフ」の研究 —総括と展開—

塩野 清治

河西秀夫教授 (故人) は露頭で観察した地質体の接触関係を「構造グラフ」、新旧関係を「層序グラフ」で表現する方法を提案した。構造グラフは地質体 (頂点) の集合と隣接する地質体の順序対 (辺) の集合および辺にラベル (接触関係の種類) を与える写像で定義されるラベル付き有向グラフである。層序グラフは構造グラフから導かれる新旧関係を表現するラベル付き有向グラフである。2つのグラフは露頭での観察結果を数学的に取り扱うことを可能にする独創的な方法である。故人の提案の意義が広く理解されることを目的にして、提案の概要を総括するとともにその発展形を試案として提示した。まず、単純な数学モデルと基礎にして、整合、不整合、貫入、断層という4種類の接触関係を含む地質構造に対する2つのグラフの諸特性および構造グラフを層序グラフに変換する推論規則とともに総括した。さらに、その発展形として、グラフの和とよばれる集合演算によって、露頭でえられた構造グラフの組から地域層序を求める処理の流れを提案し、その意義を地質構造の3次元モデリングの観点から考察した。

キーワード：露頭、接触関係、地層の対比、層序、ラベル付き有向グラフ、グラフの和