論 説

地層の3次元分布の特性と地質図作成アルゴリズム －地質構造の論理モデル－

塩野 清治*・升本 眞二*・坂本 正徳**

Characterization of 3D Distribution of Sedimentary Layers and Geomapping Algorithm － Logical Model of Geologic Structure －

Kiyoji SHIONO*, Shinji MASUMOTO* and Masanori SAKAMOTO**

Abstract : Computer processing of underground structures is one of the most important problems in Geoinformatics to promote an advanced use of computer in geology and a wide variety of related fields. The present paper summarizes a mathematical basis of data processing for a 3D modeling of geologic structure that has been formed through a sequence of sedimentation and erosion. At the first, we present a mathematical model that defines recursively a logical relation between geologic units and surfaces. Next, based on the model, we formulate a flow of data processing for 3D modeling as the following six steps: (1) classification of geologic units, (2) ordering of geologic units and events, (3) derivation of a logical relation between geologic units and surfaces, (4) estimation of surfaces, (5) determination of a function g that assigns a geologic unit to every point, and finally (6) visualization of 3D geologic structure based on the function g . The formulation provides a theoretical basis for development of computer algorithms.

Key Words : 3D model, Geologic map, Sedimentation, Erosion, Classification, Ordering, Recursive expression.

1. はじめに

地質の専門家によって行われていた作業をコンピュータ処理におきかえる方法、補助手段としてのコンピュータの活用法あるいは従来になかった新しいデータ処理法の開発が、多くの地質関連分野で研究・模索されている。とりわけ地下の地質構造の推定・表現・保存に関する研究 (Jones *et al.*, 1986; Sakamoto *et al.*, 1993; 山根・榊原, 1994; 桜井ほか, 1995 など) は土木・建築, 防災, 資源開発, 環境評価などの応用分野における地質情報の高度な活用を促進する上でも重要な課題となっている。しかし, 地質構造を推定するには地層・岩体という定量化しにくい多様な属性をもつ対象やそれらの関係を扱わなければならないこと, 地質調査の方法が専門家による判断や手作業を前提として発展してきたことなどいくつかの要因があつて, コンピュータ処理に関する理論やアルゴリズムに未解決な問題が数多く残されている。

著者らはこの問題意識から, 地質図学の基礎 (塩野ほか,

1990a,b) をはじめ, 地質調査により地下の構造を地質図の形でまとめる作業の分析やデータ処理法の開発を行ってきた (塩野ほか, 1987; 坂本・塩野, 1992; 塩野・弘原海, 1992; Sakamoto *et al.*, 1993; Shiono *et al.*, 1994; 升本ほか, 1997 など)。本論文ではこれまでの研究成果の総括である。まずはじめに, 堆積や侵食の歴史をへて形成される地質構造を一般表現する数学モデルを提示する。このモデルでは地層の分布域がいくつかの面で境された部分空間として表現される。次にこのモデルにもとづいて, 野外調査データから地質図を作成するにいたる一連の手続きを分析し, データ処理のアルゴリズムがイメージできる程度まで, 一般的な形で数学表現を与える。そのあと上記の手続きに関連する諸問題を議論する。

本論文では, 堆積と侵食の歴史を通じて形成された地層の3次元分布が考察の対象であり, 「地質構造」という用語は, 考察対象となる領域内における地層の分布状態 (空間配置と関係) という限定された意味で用いる。また, 議論

1998年3月18日受付, 1998年7月18日受理

日本情報地質学会シンポジウム'97「地球情報の特性と処理」(東京)にて一部講演

* 大阪市立大学理学部地球学教室 Department of Geosciences, Faculty of Science, Osaka City University, 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka 558-8585, Japan. e-mail: shiono@sci.osaka-cu.ac.jp

** 国学院大学自然科学研究室 Laboratory of Natural Science, Kokugakuin University, 4-10-28 Higashi, Shibuya-ku, Tokyo 150-8440, Japan

を単純化するために、断層による地層の切断はないものとする。褶曲による変形があってもかまわない。

2. 堆積と侵食によって形成される地質構造の数学表現

堆積と侵食の歴史をへて形成される地質構造を表現するためのモデルを提示する。また、そのモデルにもとづいて、任意の点がどの地層に含まれるかを決定する関数(写像)の設定法を示す。以下、地質調査の対象となる3次元空間を Ω とし、 Ω を含む3次元空間には原点を O 、水平東向きに x 軸、水平北向きに y 軸、鉛直上向きに z 軸をもつ座標系 O - xyz が設定されているものとする。また、 Ω が面 S によって上下に2分割されているとき、 Ω のなかで S より上側であって S を含まない空間を S^+ 、 S より下側であって S を含む空間を S^- で表す。 S が $z=s(x, y)$ で表されるとき、 S^+ 、 S^- はそれぞれ、次のような Ω の部分空間を表す。

$$S^+ = \{(x, y, z) \mid z < s(x, y)\}$$

$$S^- = \{(x, y, z) \mid z \leq s(x, y)\}$$

2.1. 堆積eventと侵食event

3次元空間 Ω は、大気や水からなる部分と地層や岩体で構成される部分からなる。それぞれを上部空間(open space)および地質空間(filled space)とよび、堆積作用や侵食作用によって次のように変化すると考える。

堆積作用により、上部空間のなかで、ある面より下側の部分に物質が供給される。その結果、地質空間が増加し、上部空間が減少する。以下、このような形で地質空間と上部空間を変化させる出来事を「堆積event」といい、増加した部分を堆積eventで形成された地層という。一方、侵食作用により、地質空間のなかで、ある面より上側の部分が削除される。その結果、上部空間が増加し、地質空間が減少する。このような形で上部空間と地質空間を変化させる出来事を「侵食event」という。

このように考えると、堆積eventや侵食eventによる地質構造の変化を数学的に記述することができる。初期状態として、 Ω が上部空間 α と地質空間 β に2分された状態を考える(第1図(a))。 α と β を境する面は地表面(あるいは海底面や湖底面など)である。堆積eventが起こると、上で述べたように、 α のなかで面 S より下側に物質が供給されて地質空間が増加する(第1図(b))。新しく形成された地層の分布域は

$$\alpha \cap S^-$$

であり、既存の地層は変化しない。上部空間は S より上側の部分に減少して

$$\alpha \cap S^+$$

となる。一方、初期状態のあとに侵食eventがあると、面 S より上側にある物質が削除される結果、上部空間は増加して

$$\alpha \cup S^+$$

となり、地質空間は減少して

$$\beta \cap S^-$$

第1図 堆積作用と侵食作用のモデル
(a) 初期状態, (b) 堆積eventの効果, (c) 侵食eventの効果。

となる(第1図(c))。 β は初期状態が形成されるまでの歴史の産物であり、 k 種類の地層 $b_1, b_2, \dots, b_k$ で構成されているとき

$$\beta = b_1 \cup b_2 \cup \dots \cup b_k$$

である。これを上の式に代入すると

$$(b_1 \cap S^-) \cup (b_2 \cap S^-) \cup \dots \cup (b_k \cap S^-)$$

となるので、 β を構成する個々の地層についても、 S より上側の部分が削除されて、下側の部分だけが残るといえる。

このように堆積eventあるいは侵食eventいずれの場合にも、ある状態から新しい状態への変化を数学的に記述できる。この性質は堆積と侵食によって形成される地質構造を漸化式的形で一般表現できる可能性を示す。

2.2. 堆積と侵食によって形成される地質構造 (I)

年代的に古いものから新しいものに向かって順にならべたeventの列を $V_n = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ とする。 v_1 は初期状態にいたるすべてのeventの総称であり、 $v_2, \dots, v_n$ は堆積event(これを c で表す)あるいは侵食event(これを r で表す)のいずれかであると仮定する。 $v_1, v_2, \dots, v_n$ で形成される面をそれぞれ $S_1, S_2, \dots, S_n$ とし、これらはすべて Ω を上下に2分する面であるとみなす。 S_1 は初期状態における上部空間と地質空間の境界面である。その他の面 S_k ($k=2, \dots, n$)は堆積eventあるいは侵食eventで形成される面であり、 $v_k=c$ であれば、堆積eventで形成される地層の堆積面を必ず通るような面を表し、 $v_k=r$ であれば、侵食面を必ず通るような面を表す。 S_k より上側の領域を S_k^+ 、 S_k より下側の領域を S_k^- とかく。また、以下では、形式を整えるために

$$S_k^0 = S_k^+ \cup S_k^-$$

で定義される記号 S_k^0 も使用する。当然、 $S_k^0 = \Omega$ である。

k 番目のevent v_k が起こったあとの上部空間を $\alpha^{(k)}$ とし、 v_k によって形成される地層の分布域を $b_k^{(k)}$ 、既存の地層の分布域を $b_1^{(k)}, \dots, b_{k-1}^{(k)}$ とする。 $v_k=r$ のとき、地層は形成されないが、形式的に $b_k^{(k)} = \phi$ (空集合)とし、空間的な場所を占めない地層が形成されるとみなす。上付きの添え字 (k) は k 番目のevent v_k が起こったあとの状態であることを

明記するためのものであり、誤解の恐れがないときには省略する。

これらの記号を使うと、堆積と侵食によって形成される地質構造は次のように一般表現できる。

定義1. 堆積と侵食に関する基本漸化式モデル

eventの列 $V_n = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ に対して、次の (i) (ii) より導かれる $\{b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha\}$ を V_n によって形成される地質構造という。また、 $b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha$ と $S_1, S_2, \dots, S_n$ の関係を V_n によって形成される地質構造の論理モデルという。

(i) $k=1$ のとき

$$b_1^{(1)} = S_1^- \\ \alpha^{(1)} = S_1^+$$

(ii) $k=2, \dots, n$ に対して

① $v_k = c$ のとき

$$b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} \cap S_k^0 \quad (i=1, \dots, k-1) \\ b_k^{(k)} = \alpha^{(k-1)} \cap S_k^- \\ \alpha^{(k)} = \alpha^{(k-1)} \cap S_k^+$$

② $v_k = r$ のとき

$$b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} \cap S_k^- \quad (i=1, \dots, k-1) \\ b_k^{(k)} = \phi \\ \alpha^{(k)} = \alpha^{(k-1)} \cap S_k^0 \cup (S_1^0 \cap \dots \cap S_{k-1}^0 \cap S_k^+)$$

この基本漸化式モデルは任意の event の列

$$V_n = (v_1, v_2, \dots, v_n)$$

に対して、地層の分布域 $b_1, b_2, \dots, b_n$ や上部空間 α を $S_1, S_2, \dots, S_n$ で表現する関係式を導く手続きを帰納的に定義しているが、視点を変えれば、2.1で説明した初期状態や堆積 event、侵食 event という概念を抽象化した3種類の event v_1, c, r の定義とみなすこともできる。

なお、褶曲のような変形があっても、断層などによる切断がない限り、地層や面の幾何学的形状が変化するだけで、地層と面の論理的関係は変化しないといえる。地質構造の論理モデルは、地層の連続性が保たれるような変形に対しては不変である。このことは event の列 V_n のなかに褶曲という event を含めなくてもよいことを意味する。

[例2.1] $V_3 = (v_1, c, r)$ によって形成される地質構造は次の

ような手順で導くことができる(第2図)。

(1) 初期状態 v_1

$$b_1^{(1)} = S_1^- \\ \alpha^{(1)} = S_1^+$$

(2) $v_2 = c$

$$b_1^{(2)} = b_1^{(1)} \cap S_2^0 = S_1^- \cap S_2^0 \\ b_2^{(2)} = \alpha^{(1)} \cap S_2^- = S_1^+ \cap S_2^- \\ \alpha^{(2)} = \alpha^{(1)} \cap S_2^+ = S_1^+ \cap S_2^+$$

(3) $v_3 = r$

$$b_1^{(3)} = b_1^{(2)} \cap S_3^- = S_1^- \cap S_2^0 \cap S_3^- \\ b_2^{(3)} = b_2^{(2)} \cap S_3^- = S_1^+ \cap S_2^- \cap S_3^-$$

$$b_3^{(3)} = \phi$$

$$\alpha^{(3)} = (\alpha^{(2)} \cap S_3^0) \cup$$

$$(S_1^0 \cap S_2^0 \cap S_3^+)$$

$$= (S_1^+ \cap S_2^+ \cap S_3^0) \cup$$

$$(S_1^0 \cap S_2^0 \cap S_3^+)$$

(2.1)

[例2.2] $V_4 = (v_1, c, r, c)$ の場合

$$b_1 = S_1^- \cap S_2^0 \cap S_3^- \cap S_4^0$$

$$b_2 = S_1^+ \cap S_2^- \cap S_3^- \cap S_4^0$$

$$b_3 = \phi$$

$$b_4 = (S_1^+ \cap S_2^+ \cap S_3^0 \cap S_4^-) \cup$$

$$(S_1^0 \cap S_2^0 \cap S_3^+ \cap S_4^-)$$

$$\alpha = (S_1^+ \cap S_2^+ \cap S_3^0 \cap S_4^+) \cup$$

$$(S_1^0 \cap S_2^0 \cap S_3^+ \cap S_4^+)$$

(2.2)

がえられる。この V_4 によって形成される地質構造の例を第3図に示す。(a) と (b) では地質構造が違って見えるが、面の通る位置が違うだけで、地層と面の論理的関係は両者とも同じである。

定義により $S_k^0 = \Omega$ であるから、式 (2.2) は

$$b_1 = S_1^- \cap S_3^-$$

$$b_2 = S_1^+ \cap S_2^- \cap S_3^-$$

$$b_3 = \phi$$

$$b_4 = (S_1^+ \cap S_2^+ \cap S_4^-) \cup (S_3^+ \cap S_4^-)$$

$$\alpha = (S_1^+ \cap S_2^+ \cap S_4^+) \cup (S_3^+ \cap S_4^+)$$

とかいてもよい。式 (2.1) や (2.2) のような表現法を採用するのは、地層や上部空間と各面の関係をもれなく明記するためである。また、この表現法は2.5で述べる minset normal form を導くのに適している。

第2図 $V_3 = (v_1, c, r)$ によって形成される地質構造の例

(a) 初期状態, (b) $v_2 = c$ の結果, (c) $v_3 = r$ の結果。

第3図 $V_4 = (v_1, c, r, c)$ によって形成される地質構造の例
(a) (b) では面の通る位置が異なる。

2.3. 条件Eを満足する侵食event

以上は塩野ほか (1994) や坂本ほか (1995) で示した基本モデルである。一般的にいえば、地層の分布域 $b_1, b_2, \dots, b_n$ や地質空間 α はそれぞれ

$$Y_1 \cap Y_2 \cap \dots \cap Y_n \quad (Y_k = S_k^+, S_k^- \text{ または } S_k^0) \quad (2.3)$$

という形式で表されるいくつかの項 $Z_1, Z_2, \dots, Z_p$ からなる多項式

$$Z_1 \cup Z_2 \cup \dots \cup Z_p \quad (2.4)$$

で表現される。 v_2 から v_n までのeventがすべて堆積eventである場合に限り Z_1 のみの単項式となるが、侵食eventがあるたびに項が増え、表現が複雑になっていく。

しかしながら、既存の地質空間の表面をすべて削り取るような大規模な侵食が起こると、表現がかなり単純になる。以下、これについて説明する。

定義2. $v_{k+1} = r$ によって形成される面 S_{k+1} が

$$\alpha^{(k)} \cup S_{k+1}^+ = S_{k+1}^+ \quad (\text{条件E})$$

を満たすとき、 v_{k+1} を条件Eを満足する侵食eventという。

$v_k = c$ に引き続くevent v_{k+1} が条件Eを満足する侵食eventである場合、第4図に示すように、上部空間と地質空間の境界は S_{k+1} となり、 $v_k = c$ で形成された地層 $b_k^{(k+1)}$ の上部を境する面もまた S_{k+1} になる。一般に $v_k = c$ のあとに起こった m 回のevent $v_{k+1}, \dots, v_{k+m}$ がすべて条件Eを満足する侵食eventであったとき

$$\left. \begin{aligned} b_i^{(k+m)} &= b_i^{(k-1)} \cap S_{k+m}^- \quad (i=1, \dots, k-1) \\ b_k^{(k+m)} &= \alpha^{(k-1)} \cap S_{k+m}^- \\ b_{k+1}^{(k+m)} &= \dots = b_{k+1}^{(k+m)} = \phi \\ \alpha^{(k+m)} &= S_{k+m}^+ \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

という関係が成り立つ。

[例2.3] $V_4 = (v_1, c, r, c)$ における $v_3 = r$ が条件Eを満足する侵食eventであったとき、

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= S_1^- \cap S_2^0 \cap S_3^- \cap S_4^0 \\ b_2 &= S_1^+ \cap S_2^0 \cap S_3^- \cap S_4^0 \\ b_3 &= \phi \\ b_4 &= S_1^0 \cap S_2^0 \cap S_3^+ \cap S_4^- \\ \alpha &= S_1^0 \cap S_2^0 \cap S_3^+ \cap S_4^+ \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

という (2.3) 形式の単項式で表現できる。第3図 (b) はこのような地質構造の一例である。式 (2.6) において面 S_2 に関係する項はすべて S_2^0 であり、 S_2 が地層の分布と無関係であることがわかる。これは条件Eを満足する侵食event v_3 により、 $v_2 = c$ の堆積面 S_2 がすべて侵食されてしまったからである。また、 $v_2 = c$ で形成された地層 b_2 に注目すると、 S_2 より上側かつ S_3 より下側の部分となり、 b_2 の上側を境する面は、堆積面 S_2 ではなく、侵食面 S_3 となる。

2.4. 堆積と侵食によって形成される地質構造 (I)

堆積eventとそれに引き続く条件Eを満足する侵食eventは、地質構造の論理モデルを導く (あるいは地層の分布域を定める) 手続きという観点からいえば、1つのeventとして取り扱うことができる。以下、このようなeventを c^* で表すことにする。

[例2.4] eventが

$$v_1 \rightarrow c \rightarrow r \rightarrow c$$

の順で起こったとする。 $v_3 = r$ が条件Eを満足する侵食eventであるとき、 $c \rightarrow r$ を1つのevent c^* にまとめると

第4図 条件Eを満足する侵食eventの例
(a) $v_k = c$ による地層 b_k の形成。
(b) 条件Eを満足する侵食event ($v_{k+1} = r$)。

$$v_1 \rightarrow c^* \rightarrow c$$

となる。

このような c^* をeventの列 V_n を構成する要素に加えて、 v_k が c (堆積event) や r (侵食event) の場合と同様に、 $v_k = c^*$ で形成される面を S_k 、地層を $b_k^{(k)}$ とする。このとき、面 S_k は侵食面を表し、地層 $b_k^{(k)}$ は堆積eventで形成された地層のうち侵食eventで削り残された S_k より下側の部分を表す。このような記号を使うと、基本漸化式モデルを次のように拡張することができる。

定義3. 堆積と侵食に関する拡張漸化式モデル

eventの列 $V_n = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ に対して、次の(i) (ii)より導かれる $\{b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha\}$ を V_n によって形成される地質構造という。また、 $b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha$ と $S_1, S_2, \dots, S_n$ の関係を V_n によって形成される地質構造の論理モデルという。

(i) $k=1$ のとき

$$b_1^{(1)} = S_1^-$$

$$\alpha^{(1)} = S_1^+$$

(ii) $k=2, \dots, n$ に対して

① $v_k = c$ のとき

$$b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} \cap S_k^0 \quad (i=1, \dots, k-1)$$

$$b_k^{(k)} = \alpha^{(k-1)} \cap S_k^-$$

$$\alpha^{(k)} = \alpha^{(k-1)} \cap S_k^+$$

② $v_k = r$ のとき

$$b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} \cap S_k^- \quad (i=1, \dots, k-1)$$

$$b_k^{(k)} = \phi$$

$$\alpha^{(k)} = (\alpha^{(k-1)} \cap S_k^0) \cup (S_1^0 \cap \dots \cap S_{k-1}^0 \cap S_k^+)$$

③ $v_k = c^*$ のとき

$$b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} \cap S_k^- \quad (i=1, \dots, k-1)$$

$$b_k^{(k)} = \alpha^{(k-1)} \cap S_k^-$$

$$\alpha^{(k)} = S_1^0 \cap \dots \cap S_{k-1}^0 \cap S_k^+$$

一般に、eventの列 V_n における v_1 以後のeventが c や c^* だけである場合、漸化式からわかるように、地層 $b_1, b_2, \dots, b_n$ と上部空間 α はすべて(2.3)で示した形式の単項式で表現できる。

[例2.5] $V_3 = (v_1, c^*, c)$ のとき

$$b_1 = S_1^- \cap S_2^- \cap S_3^0$$

$$b_2 = S_1^+ \cap S_2^- \cap S_3^0$$

$$b_3 = S_1^0 \cap S_2^+ \cap S_3^-$$

$$\alpha = S_1^0 \cap S_2^+ \cap S_3^+$$

(2.7)

となる。地層と面の論理的關係は、単項式で表現されるため、第1表のような表形式で簡便に表すことができる。式(2.7)は地層や面の番号のつけ方が異なる点を除き、実質的には式(2.6)と同じ地質構造を表す。式(2.6)で空集合となる b_3 を除く b_1, b_2, b_4 をそれぞれ b_1, b_2, b_3 とし、侵食eventで削除された面 S_2 を除く、 S_1, S_3, S_4 をそれぞれ S_1, S_2, S_3 と番号をつけかえれば、式(2.7)がえられる。この V_3 によって形成される地質構造の例を第5図に示す。第5図は第4図(b)と同じ地質構造であり、上に述べたように地層

第1表 地質構造の論理モデル

$$V_3 = (v_1, c^*, c)$$

	S_1	S_2	S_3
b_1	—	—	0
b_2	+	—	0
b_3	0	+	—
α	0	+	+

$$+ : S_i^+, - : S_i^-, 0 : S_i^0$$

$$V_3 = (v_1, c^*, c)$$

第5図 $V_3 = (v_1, c^*, c)$ によって形成される地質構造の例
地質構造は第3図(b)と同じであるが、番号のつけ方が異なる。

と面の番号をつけかえた点だけが異なる。

この拡張漸化式モデルは基本漸化式モデルにおける3つのevent v_1, c, r の定義に、新たなeventとして c^* を追加したものである。eventの列 V_n が c^* を含まないときには、当然のことながら、基本漸化式モデルから導かれたものと同じ論理モデルがえられる。したがって、以下で単に漸化式モデルというとき、この拡張漸化式モデルを指すものとする。

2.5. 任意の地点がどの地層に含まれるかを定める関数

eventの列 V_n に漸化式モデルを適用すると、機械的手順で地質構造の論理モデルが定まる。さらに各eventで形成される面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ の具体的な形状が決まると、 Ω 内の3次元地質構造が定まる。このとき、 Ω 内の任意の点 (x, y, z) に対して、それがどの地層に含まれるかを特定することができる。このようにして Ω 内の点 (x, y, z) に地層を対応づける関数を $g(x, y, z)$ とする。

n 枚の面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ から次のような 2^n 種類の小領域が定義できる。

$$m_{d_1 d_2 \dots d_n} = X_1 \cap X_2 \cap \dots \cap X_n \quad (2.8)$$

ここで、 X_j ($j=1, \dots, n$) は S_j^- ($d_j=0$ のとき) あるいは S_j^+ ($d_j=1$ のとき) のいずれかである。これを面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ より生成されるminset (Gill, 1976) とよぶ。

[例2.6] 3つの面 S_1, S_2, S_3 より生成されるminsetは

$$m_{000} = S_1^- \cap S_2^- \cap S_3^-$$

$$m_{001} = S_1^- \cap S_2^- \cap S_3^+$$

$$m_{010} = S_1^- \cap S_2^+ \cap S_3^-$$

$$m_{011} = S_1^- \cap S_2^+ \cap S_3^+$$

$$m_{100} = S_1^+ \cap S_2^- \cap S_3^-$$

$$m_{101} = S_1^+ \cap S_2^- \cap S_3^+$$

$$m_{110} = S_1^+ \cap S_2^+ \cap S_3^-$$

$$m_{111} = S_1^+ \cap S_2^+ \cap S_3^+$$

の8種類である。

面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ より生成される minset はこれらの面で境される最小単位の領域である。したがって, $S_1, S_2, \dots, S_n$ を使って表現される Ω の部分空間はすべて $S_1, S_2, \dots, S_n$ より生成される minset の和集合という形式で表現できる。この表現形式を minset normal form (Gill, 1976) という。

漸化式モデルによれば, V_n によって形成される地層 $b_1, b_2, \dots, b_n$ と上部空間 α は面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ で境された Ω の部分空間として表現されるので, これらすべてを minset normal form の形式で表現することができる。具体的には, 地層や上部空間を表す式に含まれる S_k^0 のところに

$$S_k^0 = S_k^- \cup S_k^+$$

を代入し, 分配法則にしたがって展開すればよい。漸化式モデルのなかに S_k^0 を含めた理由の1つがここにある。

なお, 面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ を使って表現される Ω の部分空間の集合を Σ_n としたとき, 補元を求める演算 c , 積 $\cap$, 和 $\cup$ からなる代数系 $[\Sigma_n, ^c, \cap, \cup]$ はブール代数である。本論文では Gill (1976) にしたがって, minset や minset normal form という用語を使用するが, これらはそれぞれブール代数における minterm や disjunctive normal form に相当す (Gill, 1976 ; Liu, 1986 ; Whitesitt, 1995 など)。

[例2.7] $V_3 = (v_1, c^*, c)$ によって形成される地質構造 (式 (2.7) 参照) では

$$b_1 = S_1^- \cap S_2^- \cap S_3^0$$

であるから, S_3^0 のところに

$$S_3^0 = S_3^- \cup S_3^+$$

を代入すると

$$\begin{aligned} b_1 &= S_1^- \cap S_2^- \cap (S_3^- \cup S_3^+) \\ &= (S_1^- \cap S_2^- \cap S_3^-) \cup (S_1^- \cap S_2^- \cap S_3^+) \end{aligned}$$

すなわち

$$b_1 = m_{000} \cup m_{001}$$

という minset normal form がえられる。

同様にして, b_2, b_3 や上部空間 α は

$$b_2 = m_{100} \cup m_{101}$$

$$b_3 = m_{010} \cup m_{110}$$

$$\alpha = m_{011} \cup m_{111}$$

のように表現できる。

漸化式モデルの一般的性質として, $V_n = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ によって形成される地層 $b_1, b_2, \dots, b_n$ と上部空間 α に関して次のことがいえる。

(1) $b_1, b_2, \dots, b_n$ と α の和集合は Ω に一致する。

(2) $b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha$ は互いに素である。

この性質は n に関する数学的帰納法で容易に証明できる。

(1) の性質から, どの minset も $b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha$ のいずれかのなかに minset normal form を構成する1つの項として現れるといえる。また, (2) の性質から, 1つの minset が現れるのは $b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha$ のいずれか1つに限られるともいえる。したがって, 1つの minset m がある地層 b_j または上部空間

α の minset normal form を構成する項として現れるという対応関係を

$$g_1(m) = b_j \text{ または } g_1(m) = \alpha$$

のように表すことができる。 g_1 は minset の集合 M から集合 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha\}$ への関数である。

[例2.8] $V_3 = (v_1, c^*, c)$ の場合,

$$g_1(m_{000}) = b_1 \quad g_1(m_{100}) = b_2$$

$$g_1(m_{001}) = b_1 \quad g_1(m_{101}) = b_2$$

$$g_1(m_{010}) = b_3 \quad g_1(m_{110}) = b_3$$

$$g_1(m_{011}) = \alpha \quad g_1(m_{111}) = \alpha$$

である。第2表にこの対応関係を表形式で示す。

面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ の具体的な形状が何らかの方法で決まったとする。このとき, Ω 内の任意の点 (x, y, z) に対して,

$$d_i = \begin{cases} 0 & ; (x, y, z) \in S_i^- \text{ のとき} \\ 1 & ; (x, y, z) \in S_i^+ \text{ のとき} \end{cases}$$

にしたがって, 1つの2進数 $d_1 d_2 \dots d_n$ を対応づけることができる。この2進数は (x, y, z) が含まれる minset の添え字を表すことは minset の定義から明かである。このように点 (x, y, z) が minset $m_{d_1 d_2 \dots d_n}$ に含まれることを

$$g_2(x, y, z) = m_{d_1 d_2 \dots d_n}$$

で表す。 g_2 は空間 Ω から minset の集合 M への関数である。

これら2つの関数 g_1 と g_2 を使って, Ω から B への関数

$$g(x, y, z) = g_1(g_2(x, y, z)) \quad (2.9)$$

が定義できる。 g_2 は任意の点 (x, y, z) に対して

$$(x, y, z) \in b_j \text{ または } (x, y, z) \in \alpha$$

となる地層 b_j あるいは α を対応づける関数である。

第2表 関数 $g_1: M \rightarrow B$

$$V_1 = (v_1, c^*, c)$$

m	$g_1(m)$
m_{000}	b_1
m_{001}	b_1
m_{010}	b_3
m_{011}	α
m_{100}	b_2
m_{101}	b_2
m_{110}	b_3
m_{111}	α

3. 野外調査データによる地質構造の決定

以上述べたように, 漸化式モデルが適用できる場合には, event の列 $V_n = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ と各 event で形成される面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ の形状が決まると地質構造が定まる。以下, これを「3次元地質モデル」という。この考え方にもとづいて, 野外調査でえられたデータから3次元地質モデルを決定・表現するために必要な手続きを, データ処理の流れにしたがっていくつかのステップに分けて分析する。この分析の目的は, 野外調査データを入力データとするコンピュータ処理システムの可能性と問題点を提示するところにあ

る。したがって、データ処理の流れを可能な限り、各ステップにおける処理手続き（アルゴリズム）がイメージできる程度に明確な形で数学表現する。

3.1. 地層の区分

はじめに、様々な場所で観察された地層を分類して、地層図で取り扱う単位としての地質ユニットを特定する手続きを考える。

個々の露頭あるいはボーリング試料において、岩相・層相などの諸属性が共通するいくつかの地層が識別されたとする。識別された地層がしめる空間（ Ω の部分空間）を $o_1, o_2, \dots, o_N$ とし、これらを要素とする集合を A とする（第6図(a)）。

$$A = \{o_1, o_2, \dots, o_N\}$$

専門家が属性や空間分布などの情報を総合して、いくつかの部分空間の組み合わせ（ o_i, o_j ）に対して、 o_i と o_j は同じ地質ユニットに含まれるという判断（一般には地層の対比あるいは同定とよばれる判断）を行ったとする。この判断を A 上の関係として、 $o_i D o_j$ で表す。この関係 D は

- ・反射律：すべての $x \in A$ に対して、 $x D x$
- ・推移律： $x D y, y D z \Rightarrow x D z$
- ・対称律： $x D y \Rightarrow y D x$

を満たす同値関係である。したがって、 D にもとづいて、 A の要素をいくつかの同値な要素からなるグループに分類することができる（第6図(b)）。いま、 $o D x$ が成り立つ A の要素 x の集まりを o の同値類といい、 $[o]$ で表すことにする。

$$[o] = \{x \mid o D x, x \in A\}$$

このとき、 $[o]$ は o と同じ地質ユニットに含まれると判断された部分空間の集合を表す。このような同値類をすべて集めた集合を D による A の商集合といい、 A/D で表す。

$$A/D = \{[o] \mid o \in A\}$$

すべての A の要素 x は、 A/D のなかのいずれか1つの同値類に含まれている。 $x \in [o]$ となる A/D の要素 $[o]$ を対応づける関数は自然に定義できるので、これを $f_1: A \rightarrow A/D$ とする。 $f_1(x) = [o]$ は $x \in [o]$ を意味する。

2つの部分空間 o_i と o_j が同じ地質ユニットに含まれる（ $o_i D o_j$ ）という判断は、 o_i と o_j の両方を含む地質ユニットが存在するという判断でもある。したがって、 A/D の要素の数は Ω 内に存在すると判断した地質ユニットの数を表す。このように A/D と1対1に対応する地質ユニットの集合を B とし、同値類と地質ユニットの対応関係を $f_2: A/D \rightarrow B$ とする。 $f_2([o]) = a$ は $[o]$ を構成する部分空間はすべて地質ユニット a に含まれることを表す。

2つの関数 f_1 と f_2 を使った

$$f(x) = f_2(f_1(x))$$

で定義される $f(x)$ は、部分空間 $x \in A$ に対して、 x を含む1つの地質ユニットを対応づける A から B への関数を表す。

[例3.1] 第6図(a)に示すように、2つの露頭と1つのボーリングで6種類の部分空間 $o_1, o_2, \dots, o_6$ が識別されたとする。

$$A = \{o_1, o_2, \dots, o_6\}$$

岩相・層相の類似性から o_1 と o_6 、 o_2 と o_3 、 o_4 と o_5 がそれぞれ同じ地質ユニットに含まれるという判断を行い、関係 D を設定したとする。このとき、商集合 A/D は

$$A/D = \{\{o_1, o_6\}, \{o_2, o_3\}, \{o_4, o_5\}\}$$

となる。 A と商集合 A/D の対応関係 f_1 は明らかに

$$f_1(o_1) = \{o_1, o_6\}, f_1(o_2) = \{o_2, o_3\}$$

$$f_1(o_3) = \{o_2, o_3\}, f_1(o_4) = \{o_4, o_5\}$$

$$f_1(o_5) = \{o_4, o_5\}, f_1(o_6) = \{o_1, o_6\}$$

である。調査地域には3種類の地質ユニットが存在すると判断されるので、 o_1 と o_6 、 o_2 と o_3 、 o_4 と o_5 を含む地質ユニットをそれぞれ a, b, c とする。このとき、地質ユニットの集合 B は

$$B = \{a, b, c\}$$

であり、 A/D と B の対応関係 f_2 は

$$f_2(\{o_1, o_6\}) = a$$

$$f_2(\{o_2, o_3\}) = b$$

$$f_2(\{o_4, o_5\}) = c$$

である。したがって、 A と B の対応関係 f は

$$f(o_1) = a, f(o_2) = b$$

$$f(o_3) = b, f(o_4) = c$$

$$f(o_5) = c, f(o_6) = a$$

となる。

3.2. 地質構造の論理モデル

集合 B 上の関係として、 a が b より形成時期が古いかまたは $a=b$ であることを $a K_E b$ とかくことにする。ここで、 a が b より形成時期が古いというのは、 a を構成する物質はいずれも b を構成する物質のどれよりも堆積した時期が古いことをいう。このとき、 K_E は

- ・反射律：すべての $x \in B$ に対して、 $x K_E x$
- ・推移律： $x K_E y, y K_E z \Rightarrow x K_E z$
- ・反対称律： $x K_E y, y K_E x \Rightarrow x = y$

を満たす半順序である（塩野・弘原海, 1992）。したがって、 B の要素を

$$b_i K_E b_j \Rightarrow i \leq j$$

がつねに成り立つように、 $b_1, b_2, \dots$ と順序づける（番号づける）ことができる。特に、どの $x, y \in B$ に対しても、 $x K_E y$ または $y K_E x$ のいずれかが成り立つ場合には、 K_E は全順序となり

$$b_i K_E b_j \Leftrightarrow i \leq j$$

が成り立つように完全に順序づけることができる。

地層累重の法則が成り立つとき、地層 a が地層 b の下にあれば a の形成時期は b よりも古いといえる（地層累重の法則の地質学的意義に関してはCloud (1970), 斎藤 (1978), 清水 (1996)などを参照のこと）。2で説明した漸化式モデルでは地層累重の法則が成り立つことは明かである。したがって、部分空間の関係として、 o_i が o_j の下にあることを $o_i L o_j$ と書いた場合、 o_i, o_j を含む地質ユニット $f(o_i), f(o_j)$ に関して

$$o_i L o_j \Rightarrow f(o_i) K_E f(o_j) \quad (3.1)$$

という推論規則が成り立つ (塩野・弘原海, 1992; 塩野, 1997). この性質を使うと, 露頭での観察結果から地質ユニットの新旧関係が推論できる. また, K_E が推移律を満たすことから, 露頭では上下の関係が不明な場合でも

$$x K_E y, y K_E z \Rightarrow x K_E z \quad (3.2)$$

から新旧関係がある程度まで推論することができる. (3.1) や (3.2) にしたがって求めた関係 K_E が全順序になると, K_E にしたがって地質ユニットを完全に順序づけることができ

(a) observation

(b) classification

(c) ordering

$$V_3 = (v_1, c, c^*)$$

(d) geologic structure

第6図 野外調査から地質構造を推定する手順

- (a) 野外調査. (b) 部分空間の分類と地質ユニットの区分.
(c) 層序と event の列の決定. (d) 3次元地質モデル.

る. これは古いものから新しいものに向かう順にならべた堆積順序を表す.

露頭において上下関係 L とともに, 整合・不整合の区別を観察した場合には, 堆積順序に加えて, 侵食 event がどの時点で起こったかもわかる. ただし, ある不整合が条件 E を満足する侵食 event を意味するかどうかの区別は, 広域的な調査や専門家の判断が必要である.

以上の結果をまとめれば, event の列 V_n が定まり, 漸化式モデルにより地質構造の論理モデルが確定する.

[例3.2] 第6図 (a) に示すように, 野外調査で

$$o_1 L o_2, o_3 L o_4, o_6 L o_5$$

という関係がえられたとする. これに推論規則 (3.1) を適用すると, 地質ユニット a, b, c の新旧関係 K_E が

$$o_1 L o_2 \Rightarrow a K_E b$$

$$o_3 L o_4 \Rightarrow b K_E c$$

$$o_6 L o_5 \Rightarrow a K_E c$$

のように推論できる. これに自明な関係として

$$a K_E a, b K_E b, c K_E c$$

を加えると関係 K_E は全順序となり,

$$a \rightarrow b \rightarrow c$$

という堆積順序がえられる.

上下に接する b と c が整合関係にあると判断され, また a, b, c を侵食して現在の地表面が形成されたと考えると, event の列として

$$V_3 = (v_1, c, c^*)$$

がえられる. これに漸化式モデルを適用すると,

$$a = S_1^- \cap S_2^0 \cap S_3^-$$

$$b = S_1^+ \cap S_2^- \cap S_3^-$$

$$c = S_1^+ \cap S_2^+ \cap S_3^-$$

$$a = S_1^0 \cap S_2^0 \cap S_3^+$$

(3.3)

という地質構造の論理モデルがえられる (第3表参照). これから minset と地層 (あるいは上部空間) の対応関係 g_1 が第4表のように定まる.

3.3. 3次元地質モデル

以上のような手続きにより地層と面の論理的関係 (論理モデル) が確定するので, 次の作業として, 面の具体的な形状を野外調査データから推定する手続きについて述べる.

a) 面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ の制約条件

議論を単純化するため, V_n における v_1 以後の event が c や c^* だけである場合に限定する. このとき, 2.4 で指摘したように, $b_1, b_2, \dots, b_n$ と上部空間 a はすべて, (2.3) に示した形式の単項式で表現される. いま, 部分空間 o_i が $f: A \rightarrow B$ により

$$b_j = Y_1 \cap Y_2 \cap \dots \cap Y_n \quad (3.4)$$

に含まれていると判断されたとする. このとき, o_i 内のすべての点 $P(x_p, y_p, z_p)$ に対して,

$$(x_p, y_p, z_p) \in Y_1 \cap Y_2 \cap \dots \cap Y_n \quad (3.5)$$

が成り立つので, 面 S_k ($k = 1, \dots, n$) に関して次のことがい

える。

- ・ $Y_k = S_k^-$ のとき, S_k は P の上側を通る.
- ・ $Y_k = S_k^+$ のとき, S_k は P の下側を通る.
- ・ $Y_k = S_k^0$ のとき, P は S_k と無関係である.

このことは、各面 S_k がそれぞれ $z = s_k(x, y)$ で表されるとき、 $s_k(x, y)$ に関して次のような制約条件が与えられたことを意味する。

$Y_k = S_k^- \Rightarrow z_p \leq s_k(x_p, y_p)$ (3.6)

$Y_k = S_k^+ \Rightarrow s_k(x_p, y_p) \leq z_p$ (3.7)

すべての部分空間 $o_1, o_2, \dots, o_N$ に対するこのような制約条件を整理すると、各面ごとにそれぞれが満たすべき制約条件のセットがえられる。地質構造の論理モデルを第3表のように整理しておく、制約条件への変換が機械的に実行できる。

[例3.4] 第6図の場合、部分空間 o_i ($i = 1, \dots, 6$) 内の点を (x_i, y_i, z_i) とすれば、式 (3.3) や第3表より、2つの面

$S_1 : z = s_1(x, y)$

$S_2 : z = s_2(x, y)$

に関して、次のような制約条件がえられる。

$o_1 : z_1 \leq s_1(x_1, y_1)$

$o_2 : s_1(x_2, y_2) \leq z_2, z_2 \leq s_2(x_2, y_2)$

$o_3 : s_1(x_3, y_3) \leq z_3, z_3 \leq s_2(x_3, y_3)$

$o_4 : s_1(x_4, y_4) \leq z_4, s_2(x_4, y_4) \leq z_4$

$o_5 : s_1(x_5, y_5) \leq z_5, s_2(x_5, y_5) \leq z_5$

$o_6 : z_6 \leq s_1(x_6, y_6)$

一般に、event の列 V_n のなかに条件Eを満足しない侵食eventが含まれている場合、いくつかの地層は、式 (2.4) のような多項式で表現される。そのため、上記のような手

第3表 地質構造の論理モデル
 $V_1 = (v_1, c^*, c)$

	S_1	S_2	S_3
a	—	0	—
b	+	—	—
c	+	+	—
α	0	0	+

+ : S_i^+ , — : S_i^- , 0 : S_i^0

第4表 関数 $g_1 : M \rightarrow B$
 $V_1 = (v_1, c^*, c)$

m	$g_1(m)$
m_{000}	a
m_{001}	α
m_{010}	a
m_{011}	α
m_{100}	b
m_{101}	α
m_{110}	c
m_{111}	a

続きで制約条件を導き出すことが難しくなる。この問題については4.3で議論する。

b) 面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ の推定法

個々の面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ は式 (3.6), (3.7) のような不等式を満足しなければならない。そのため、等式

$s_k(x_p, y_p) = z_p$ (3.8)

で表現されるデータを想定した通常の曲面の推定法 (Briggs, 1974 ; Swain, 1976 など) では対処できない。この問題の解決には、塩野ほか (1986, 1987) が提案した不等式データを制約条件とし、汎関数

$$J(s) = n_1 \iint (s_x^2 + s_y^2) dx dy$$
$$+ n_2 \iint (s_{xx}^2 + 2s_{xy}^2 + s_{yy}^2) dx dy$$

を最小にすべき対象とする不等式制約条件つき最適化問題を置き換えて解く方法が有効である。汎関数 $J(s)$ は井上 (1985), Inoue (1986) によるものであり、 n_1 の項は振動の少なさ、 n_2 の項は曲面の滑らかさを与える。この方法では制約条件を満足する曲面のなかでもっとも振動が少なくかつ滑らかな曲面が格子データ (メッシュデータ) の形式で出力される。第7図はその1例である。図に示すように、この方法では走向・傾斜データを制約条件に加えることができる。また、不連続な面を推定できるように拡張することも可能である (青山ほか, 1997)。これとは別に kriging 法 (概要は Agterberg (1974) や Davis (1986) などの教科書参照) の拡張として、不等式制約条件を満たす曲面の推定法もある (Dubrule and Kostov, 1986 ; Kostov and Dubrule, 1986)。

(a) で述べた制約条件は野外調査のデータと矛盾しないために必要な最低限の条件である。これらの制約条件だけでは面が決められなかったり、決められたとしても層厚が不自然であるなど地質学的にみて不合理な場合もある。適切な地質構造をえるには、その他の情報を最大限に活用する必要がある。特に、走向・傾斜は面を推定するのに重要かつ不可欠なデータである。走向・傾斜データを生かした

第7図 最適化原理にもとづく曲面の推定例。

黒丸：等式データ (地層面が露出する地点、数値は標高)。白丸：不等式データ (上位の地層が露出する地点には標高を表す数値に－印をつけ、下位の地層が露出する地点には数値に＋印をつけた)。ト：走向・傾斜データ (数値は傾斜角)。

面の推定法 (塩野ほか, 1986, 1987) やひとつひとつの走向・傾斜データがどの面の傾きを反映しているを判断するために工夫 (Sakamoto, 1994) が必要である。また、第8図に示すように地層群が平行な成層構造をなす場合には、データが十分にある面を参照しながら、データが不十分な面を推定するような方法も有効であろう。このように地質構造を考慮しながら面を推定する様々な技術に関しては、Jones *et al.* (1986) が詳しく議論している。

第8図 成層構造を考慮した面の決定。データの多い面 S_2 を参照して、データの少ない面 S_1 を決定する。

c) 地表面の解釈と処理

地表面は上部空間と地質空間の境界面であるが、面を推定する立場からみると、地質構造の形成過程によりその意味が変化する。面を推定する上で、地表面の標高データのもつ意義を述べる。

event の列 V_n が $v_n = c^*$ で終了する場合、 v_n で形成される面 S_n は地表面となる。残りの S_1 から S_{n-1} までの面を推定すれば3次元地質モデルが確定する。たとえば、第6図の例では $V_3 = (v_1, c, c^*)$ であり、3つの面 S_1 , S_2 , S_3 を決めなければならないが、そのうち最後の形成される面 S_3 は地表面であり、地形図から直接その形状が与えられる。

一方、event の列 V_n が $v_{n-1} = c^*$, $v_n = c$ で終了する場合、 S_{n-1} と S_n の両者が部分的に地表面と一致する。そのため、(a) で述べた条件に加えて、地表面との関係が制約条件として追加される。たとえば、第9図は基盤 b_1 と沖積層 b_2 の関係を示す。これは $V_2 = (v_1, c)$ によって形成される地質構造の1例であるが、ここでは、 v_1 は c^* であり、 b_1 は堆積後に条件Eを満足する侵食eventの影響を受けた地層であるとする。この場合、地質構造の論理モデルは

$$b_1 = S_1^- \cap S_2^0$$

$$b_2 = S_1^+ \cap S_2^-$$

$$\alpha = S_1^+ \cap S_2^+$$

である。 S_1 を $z = s_1(x, y)$, S_2 を $z = s_2(x, y)$ とし、地表面を $z = h(x, y)$ とすると、 S_1 は

- ・基盤が露出するところでは、 $s_1(x, y) = h(x, y)$
 - ・沖積層が露出するところでは、 $s_1(x, y) \leq h(x, y)$
- が成り立つような面、また S_2 は
- ・基盤が露出するところでは、 $s_2(x, y) \leq h(x, y)$
 - ・沖積層が露出するところでは、 $s_2(x, y) = h(x, y)$
- が成り立つような面でなければならない。この条件を (a)

で述べた野外調査データから導かれる条件に追加した上で、2つの面 S_1 , S_2 を推定しなければならない。この処理を行うには、地表面の標高データに加えて、沖積層と基盤の境界線 X に関するデータも必要である。

一般に面を推定するときにはつねに地表面との関係を考慮しなければならない。たとえば、第3図 (a) の場合、地表面は S_1 から S_4 までのすべての面の一部を構成している。4つの面を正しく推定するにはこの条件を追加する必要がある。詳しくは議論しないが、地表面と推定すべき面との関係は地質構造の論理モデルから容易に判断できる。

なお、日本国内の地表面の標高は50m メッシュの数値地図 (DEM; Digital Elevation Model) として国土地理院 (1997) からCD-ROMで提供されているので、ある程度広域な地質構造を対象にするときには既存のデータとして活用できる。その他の場合には地形図からDEMを作成する作業が必要である。

$$V_2 = (v_1, c)$$

第9図 基盤と沖積層の関係。地表面は基盤 b_1 の上面 S_1 と沖積層 b_2 の上面 S_2 と部分的に重なる。

3.4. 3次元地質モデルの可視化

面の具体的な形状が推定できると、その精度に応じた関数 $g(x, y, z)$ が定まる。この関数 $g(x, y, z)$ を活用すれば、地質平面図、地質断面図、立体地質図など目的に応じた地質構造の可視化 (図形表現) が可能となる。CIGMA システム (Sakamoto *et al.*, 1993; Sakamoto, 1994; 坂本ほか, 1995 など) では、地表あるいは断面上の各点を $g(x, y, z)$ にしたがって色分けして、地質平面図、地質断面図、立体地質図などを図形表現するプログラムを用意した。また、2.5 で述べた関数 $g(x, y, z)$ の設定手続きや $g(x, y, z)$ にしたがった図形表現にGISの機能を活用する方法もある (升本ほか, 1997; Masumoto *et al.*, 1997 など)。地質構造の論理モデルと面の形状が決まると、桜井ほか (1995) による汎用ソリッド・モデラーを用いた3次元表示法も活用できる。さらに、VRML (Virtual Reality Modeling Language) を活用した地層の分布域の3次元表現も可能である。その他、業務の内容によっては特殊な図形表現を開発する必要があるかも知れないが、地質構造の論理モデルと各面の具体的な形状に関するデータがあれば、目的に応じた可視化が簡単なプログラムを用意するだけで実現するであろう。

4. 議 論

以上、漸化式モデルにもとづいて、野外調査データから3次元地質モデルを決定するために必要な手続きや問題点を分析した。それらに関連するいくつかの問題を補足的に議論する。

4.1. 地層の区分と対比

3で述べた手続きをみると、部分空間 $o_1, o_2, \dots, o_n$ に関する同値関係 D の判断とそれにもとづく地質ユニットの区分が以後のすべての処理の基礎になっていることがわかる。この関係 D を決めるには、露頭で識別した個々の地層の属性だけでなく、調査の目的や地質構造の特徴などさまざまな要因を考慮した(専門家による)総合判断が必要である。3では処理の流れを順を追って説明する必要性から、関係 D の判断を一番はじめに述べたが、現実には調査の間つねに試行錯誤が繰り返され、地質構造の詳細が把握できる段階まで最終判断が持ち越されることが多い。したがって、3で述べた処理の流れは、1方向への確定した流れというよりも、それぞれの時点で野外調査や D の設定へ戻る試行錯誤を繰り返しながらモデルを改良していく逐次近似的な反復処理とみなすべきである。このような過程を経て行われる同値関係 D や地層の区分に関する総合判断を一般化するのは、分類という行為が本質的にもつ任意性(池田,1992など)にも関係して非常に難しい。そのため、ここでは単純に同値関係 D は専門家の判断によるとし、具体的な判断の基準や方法については今後の課題とする。一般的にいて、地層の区分や対比に関する問題は、露頭での観察結果のデータベース化(岩崎・松山,1992;横田,1996など)あるいはデータの標準化(古宇田,1994など)とも関連して、地質情報のコンピュータ処理における最も本質的な課題である。

4.2. 分類と順序づけのアルゴリズム

一般に A が n 個の要素からなる有限集合 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ であるとき、 A 上の関係 R は i 行 j 列の成分 r_{ij} が、 $a_i R a_j$ のときには1、 $a_i R a_j$ でないときには0という値をもつ行列 (r_{ij}) で表すことができる。これを「関係行列」といい、関係のコンピュータ処理によく活用される。3.1で述べた同値関係による分類や3.2で述べた半順序にしたがった順序づけは、必要なデータさえ与えられれば、関係行列の機械的演算で実行できる(Burns,1975;塩野・弘原海,1988;坂本・塩野,1992など)。また、正路・金田(1996)が指摘したように、順序づけに関するコンピュータ処理の有力な方法としてPERT(Program Evaluation and Review Technique;加藤(1976)など)があり、層序や編年にはこの手法が活用できる。

地層や岩石の分類や対比に関しては、ファジー理論による岩石の分類(Tominaga & Kouda, 1992など)や検層データにもとづく柱状図の自動対比(稲崎・雷,1995など)などのように、諸属性のデータからコンピュータで自動処理する

方法の研究がなされている。また、分類に関する一般的コンピュータ手法としてクラスター分析(Cluster Analysis; Anderberg (1973)など)があり、地質ユニットの区分に利用できる可能性がある。

4.3. 漸化式モデルに関する諸問題

Shiono *et al.* (1994)は、地層を境する面の性質として、整合あるいは不整合に相当する属性を与えて地質構造の論理モデルを構成する方法を提案した。Sakamoto *et al.* (1993)やSakamoto (1994)で示した地質図自動作成システムCIGMAはこのモデルを基礎にして構築したものである。2.2で述べた基本漸化式モデルは塩野ほか(1994)や坂本ほか(1995)で示したものであるが、本論文ではさらに条件Eを満足する侵食eventという概念を導入して、モデルを拡張した。すべての侵食eventが条件Eを満たす場合、拡張漸化式モデルは、Shiono *et al.* (1994)のモデルとほぼ等価であり、条件Eを満たさないような侵食eventも対象にできる分だけ一般化されたといえる。また、Shiono *et al.* (1994)では面の性質の定義がわかりにくく、地質構造の論理モデルの導き方も複雑であったのに対して、ここで述べた漸化式モデルは堆積作用や侵食作用に関する常識的な概念に基礎をおいたものであり、また地質構造の論理モデルを導くアルゴリズムが漸化式形で定義されていることなど多くの利点をもつ。

第2図や第3図(a)のように、eventの列のなかに条件Eを満足しない侵食eventが含まれると、いくつかの地層は単項式(2.3)の和という形式の多項式(2.4)で表現される。miniset normal formによる表現や関数 $g_1: M \rightarrow B$ の定義については特に問題はないが、野外調査データから面を推定する手続きに困難が生じる場合がある。たとえば、 $V_3 = (v_1, r, c)$ の場合、第10図に示すように

$$b_3 = (S_1^+ \cap S_2^0 \cap S_3^-) \cup (S_1^0 \cap S_2^+ \cap S_3^-)$$

となる。したがって、図に示した b_3 が露出する点 P_1, P_2, P_3 は S_1 より上にあるかまたは S_2 より上にあるかのいずれかでなければならない。これは S_1 と S_2 の両方が3点 P_1, P_2, P_3 の下を通るという条件ではない。 P_1, P_2, P_3 のそれぞれに対して、 S_1 か S_2 のいずれかひとつがその下を通ればよいという条件である。このような二者択一的な条件は機械的処理には不向きであり、たとえば S_1 は P_1 と P_2 の下を通り、 S_2 は P_2 と P_3 の下を通るというようにデータ点と面の空間配置に関する具体的な判断が必要となる。

侵食eventが多くなるにつれて、地層を表現する多項式の項が増えてくるので、この判断は次第に難しくなる。第10図(b)にひとつの解決策として、eventの列に含まれる侵食eventを強制的に条件Eを満足するものと仮定する案を示した。この例では

$$b_2 = S_1^+ \cap S_2^-$$

となり、初期状態の地表面と侵食面がひとつの面 S_1 に一括されるので、3点はいずれも S_1 より上で、 S_2 より下にあると単純化できる。ただし、一般的にこのような単純化処理

が有効であるかどうかは、傾斜の不連続を含む面の推定法(青山ほか,1997)を含めて、今後の検討課題である。

繰り返し指摘したように、地質構造の論理モデルは3次元地質モデルの決定手続きにおいて基本的な役割を果たす。2で示した漸化式モデルは断層による地層のくいちがいや火成岩の貫入を含む地質構造には適用できないので、多様な地質構造も対象にできるようにモデルを拡張する必要がある。一方、地質構造にあわせて適切な論理モデルを設定すれば、漸化式モデルが適用できない場合でも、3で述べたのと同様の手続きが可能である。ただし、2.5で指摘した性質

(1) $b_1, b_2, \dots, b_n$ と α の和集合は Ω に一致する

(2) $b_1, b_2, \dots, b_n, \alpha$ は互いに素である

が成り立つように注意する必要がある。(1)(2)が成り立たないと、関数 $g_1: M \rightarrow B$ が定義できないからである。また、一般的な地質構造を対象にするには、過褶曲あるいは貫入岩などのように1価関数で表現できない曲面を具体的にどのように表現するか、またそれを野外調査データからどのようにして推定するかという面の表現と決定に関係した諸問題(Mallet, 1997など)を解決する必要もある。

4.4. 関数 $g(x, y, z)$ の決定問題

3で述べた手続きを関数 $g(x, y, z)$ の決定問題という観点から再検討する。

3.1で述べた手続きにより、部分空間 $o_1, o_2, \dots, o_N$ それぞれに対して、地質ユニット $f(o_1), f(o_2), \dots, f(o_N)$ が対応づけられる。部分空間 o_i が $f(o_i)$ に含まれるということは o_i に含まれるすべての点 (x, y, z) に対して

$$(x, y, z) \in o_i \text{ のとき, } g(x, y, z) = f(o_i) \quad (4.1)$$

が成り立つことを表す。これは野外調査により関数 $g(x, y, z)$ が部分的に決定されたことを意味する。したがって、野

外調査データによる3次元地質モデルの決定問題は、観察された部分空間 $o_1, o_2, \dots, o_N$ に対する条件(4.1)を満足するように関数 $g(x, y, z)$ を Ω 全域にわたって定める一種の補間問題とみることができる。たとえば、第6図の場合、野外調査により、部分空間 $o_1, \dots, o_6$ 内では

$$(x, y, z) \in o_1 \text{ のとき, } g(x, y, z) = a$$

$$(x, y, z) \in o_2 \text{ のとき, } g(x, y, z) = b$$

$$(x, y, z) \in o_3 \text{ のとき, } g(x, y, z) = b$$

$$(x, y, z) \in o_4 \text{ のとき, } g(x, y, z) = c$$

$$(x, y, z) \in o_5 \text{ のとき, } g(x, y, z) = c$$

$$(x, y, z) \in o_6 \text{ のとき, } g(x, y, z) = a$$

であることがわかっているのに、これらを満たすような関数 $g: \Omega \rightarrow B$ をいかに決定するかが問題となる。

3.2で述べた手続きにより地質ユニット $b_1, b_2, \dots, b_n$ や上部空間 α と面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ の関係(地質構造の論理モデル)や関数 $g_1: M \rightarrow B$ が定まる。また、面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ の具体的な形状が決まれば、関数 $g_2: \Omega \rightarrow M$ が定義できて、式(2.9)より関数 $g: \Omega \rightarrow B$ が確定する。したがって、焦点は条件(4.1)が成り立つような面 $S_1, S_2, \dots, S_n$ をいかにして決定するかという問題に集約される。

このように地質構造の決定という3次元の問題は面の推定という2次元の問題に置き換えられるが、その基礎となる原理は地質構造の論理モデルにある。モデルの設定法や表現方法に異なる点を含みながらも、地層と面の関係を基礎にした処理手続きという観点からみれば、Jones et al. (1986) や3次元地質解析システム GEORAMA ((株)CRC 総合研究所; 山根・榊原, 1994), 桜井ほか (1995) も同様な方法を採用している。一方、これらとは独立に平野 (1990), Hirano (1993) は地下の地質構造をラプラス方程式が成り立つスカラー場とみなして、地表における層準や走向・傾斜の測定値を境界値とする境界値問題として解く方法を示した。地下構造の推定を境界値問題とみなす観点は重要である。場を支配する法則とデータの両者を与えて、場の状態を具体的に推定するという手順は、数少ないデータから地下構造を推定する問題の本質を端的に表現しているといえる。 $g(x, y, z)$ の決定問題を広い意味の境界値問題とみなした場合、地質構造の論理モデルは場を支配する法則を与えたことに相当し、面の具体的な形状を推定して $g(x, y, z)$ を定める手続きは、場の状態を決定するための数値計算法そのものに相当する。

5. おわりに

本論文では、地質構造のコンピュータ処理の基礎として、地層の堆積や侵食を抽象化した4種類のeventの組み合わせがある順序にしたがって起こったときに形成される各地層の分布域を、面で囲まれた領域として表現する手続きを漸化式形で定義した。えられた地層と面の関係を地質構造の論理モデルとよんだ。次に、野外調査でえられたデータから地質構造を決定する手続きを分析し、地質構造の論理モデルを基礎にしたとき、野外調査データを使って地

第10図 条件Eを満足しない部分的な侵食の処理

(a) $V_3 = (v_1, r, c)$ によって形成される地質構造の例。

(b) (a) の構造が $V_2 = (v_1, c)$ によって形成されたと考えた場合。

質構造を決定する問題は面の具体的形状を推定する問題に帰着されることを示した。地質構造のコンピュータ処理は地質情報を諸分野で有効利用するための重要な課題であり、その具体化にむけて様々なアプローチがなされている。ここで述べた方法はその一例であり、一連のデータ処理手続きに関する展望と理論的基礎を与えるものである。

本論文では堆積作用と侵食作用によって形成される地質構造を対象を限定したが、断層による地質構造の切断や貫入活動など様々な地質現象に対しても対応できるように漸化式モデルを拡張する必要がある。また、一般的に地質構造を対象にするには、過褶曲あるいは貫入岩などのように1価関数で表現できない曲面を具体的にどのように表現するか、またそれを地質調査データからどのようにして推定するかという面の表現と決定に関係した諸問題も解決する必要がある。

本論文は日本情報地質学会シンポジウム'97「地球情報の特性と処理」での講演(塩野ほか,1997)のうち地質構造の論理モデルとデータ処理のアルゴリズムの部分に焦点をあてて加筆・修正したものである。論文をまとめるにあたって、大阪市立大学の平野昌繁教授から貴重なご意見を頂いた。野外調査データによる地下構造の決定を境界値問題とみる視点は問題の本質を考える基礎として参考にさせていただいた。また、匿名の査読者から様々な指摘をいただき、概念や論旨をより鮮明にすることができた。シンポジウムでご意見を頂いた方々とともに記して謝意を表したい。なお、本研究の一部には文部省科学研究費補助金・平成8年度基盤研究(B)(2)(課題番号08454145)を使用した。

文 献

- Agterberg, F. P. (1974) *Geomathematics, Mathematical Background and Geo-Science Applications*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 596 p.
- Anderberg, M. R. (1973) *Cluster Analysis for Applications*. Academic Press, Inc. (西田英郎監訳「クラスター分析とその応用」内田老鶴圃, 442 p.)
- 青山隆行・塩野清治・升本眞二・野藤孝裕(1997) 最適化原理による不連続な曲面の推定. 情報地質, vol. 8, no. 3, pp. 157-175.
- Briggs, I. C. (1974) Machine contouring using minimum curvature. *Geophysics*, vol. 39, no. 1, pp. 39-48.
- Burns, K. L. (1975) Analysis of geological events. *Mathematical Geology*, vol. 7, no. 4, pp. 295-321.
- Cloud, P. (1970) *Adventures in Earth History*. W. H. Freeman and Company, San Francisco, 992 p. (本書の21頁にJ. G. Winter (1916)によるSteno(1669)の論文の英訳が転載されている)
- Davis, J. C. (1986) *Statistics and Data Analysis in Geology* (2nd Ed.). John Wiley & Sons, New York, 646 p.
- Dubrule, O. and Kostov, C. (1986) An interpolation method taking account inequality constraints, I. Methodology. *Mathematical Geology*, vol. 18, no. 1, pp. 33-51.
- Gill, A. (1976) *Applied Algebra for the Computer Sciences*. Prentice-Hall, Inc., 432 p.
- 平野昌繁 (1990) 地質構造解析のためのラプラス法の原理. 地質学雑誌, vol. 96, no. 3, pp. 211-222.
- Hirano, M. (1993) Laplace method to investigate subsurface geologic structures and its application. *Mathematical Geology*, vol. 25, no. 7, pp. 795-818.
- 池田清彦 (1992) 分類という思想. 新潮選書, 新潮社, 228 p.
- 稲崎富士・雷 興林 (1995) 柱状図自動対比システム (Windows版)の開発. 第6回日本情報地質学会GEOINFORUM-'95講演予稿集, pp. 5-6.
- 井上 公 (1985) 一般化インバース理論に基づく離散データの平滑化. 情報地質, no. 10, pp. 105-134.
- Inoue, H. (1986) A least-squares smooth fitting for irregularly spaced data : Finite-element approach using the cubic B-spline basis. *Geophysics*, vol. 51, no. 11, pp. 2051-2066.
- 岩崎好規・松山紀香 (1992) 地質露头データベース作成への提言. 第3回日本情報地質学会講演会GEOINFORUM'92講演予稿集, pp. 11-12.
- Jones, T. A., Hamilton, D. E., and Johnson, C. R. (1986) *Contouring Geologic Surfaces with the Computer*. Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York, 314 p.
- 加藤昭吉 (1976) PERTの知識. 日経文庫E13, 161 p.
- 国土地理院 (1997) 数値地図50mメッシュ(標高), 日本—I, II, III, CD-ROM版.
- Kostov, C. and Dubrule, O. (1986) An interpolation method taking account inequality constraints, II. Practical approach. *Mathematical Geology*, vol. 18, no. 1, pp. 53-73.
- 古宇田亮一 (1994) 地下地質構造可視化のための共通データ構造の必要性. 日本情報地質学会シンポジウム'94講演論文集, pp. 81-85.
- Liu, C. L. (1986) *Elements of Discrete Mathematics* (2nd Ed.). McGraw-Hill Book Company, New York, 433 p.
- Mallet, J. L. (1997) Discrete modeling for natural objects. *Mathematical Geology*, vol. 29, no. 2, pp. 199-219.
- 升本眞二・塩野清治・Raghavan, V.・坂本正徳・弘原海清 (1997) 地質情報とGIS—地質図情報の特殊性について—. 情報地質, vol. 8, no. 2, pp. 99-106.
- Masumoto, S., Raghavan, V., Shiono, K., and Sakamoto, M. (1997) Three dimensional geologic modeling using GIS environment. *Computers and Geosciences* (投稿中)
- 斎藤常正 (1978) 層序学と地質編年 (第7章). 小嶋 稔・斎藤常正編『岩波講座地球科学6 地球年代学』, 岩波書店, pp. 175-245.
- Sakamoto, M. (1994) Mathematical formulations of geologic mapping process - Algorithms for an automatic system-. *Jour. Geosci., Osaka City Univ.*, vol. 37, pp. 243-292.
- 坂本正徳・塩野清治 (1992) 関係行列による層序の推定—

- 二項関係の行列表現と基本演算－. 情報地質, vol. 3, no. 3, pp. 121-138.
- Sakamoto, M., Shiono, K., Masumoto, S., and Wadatsumi, K. (1993) A computerized geologic mapping system based on logical models of geologic structures. *Nonrenewable Resources*, vol. 2, no. 2, pp. 140-147.
- 坂本正徳・塩野清治・升本眞二 (1995) 地質図作成システム CIGMA で処理される数値情報. 情報地質, vol. 6, no. 3, pp. 117-122.
- 桜井英行・難波治之・迫垣内薫・原田秀金・古宇田亮一 (1995) ソリッド・モデラーを用いた三次元地質モデルの作成. 情報地質, vol. 6, no. 2, pp. 73-80.
- 清水大吉郎 (1996) 古典にみる地学の歴史. 東海大学出版会, 152 p.
- 塩野清治 (1997) テーブルの上に重ねたカードの公理系：化石を含む地層の論理モデル. 情報地質, vol. 8, no. 4, pp. 257-267.
- 塩野清治・升本眞二・弘原海 清 (1986) 最適化原理による地層断面の推定. 情報地質, no. 11, pp. 197-236.
- 塩野清治・升本眞二・弘原海 清 (1987) 最適化原理による地層面の推定－不等式データや傾斜データを用いた曲面の推定－. 情報地質, no. 12, pp. 299-328.
- 塩野清治・弘原海 清 (1988) 論理地質学のための関係の代数. 情報地質, no. 13, pp. 261-296.
- 塩野清治・升本眞二・弘原海 清 (1990a) パソコンによる地質図学入門. 共立出版, 174 p.
- 塩野清治・升本眞二・弘原海 清 (1990b) パソコンによる地質図学演習. 共立出版, 174 p.
- 塩野清治・弘原海 清 (1992) 地層累重の法則に関連する公理系の試案. 情報地質, vol. 3, no. 4, pp. 203-210.
- 塩野清治・升本眞二・弘原海 清・坂本正徳 (1994) 地質構造のコンピュータモデリングにおける論理地質学の役割と展望. 日本情報地質学会シンポジウム'94 講演論文集, pp. 53-58.
- Shiono, K., Masumoto, S., and Sakamoto, M. (1994) On formal expression of spatial distribution of strata using boundary surfaces - C_1 and C_2 type of contact-. *Geoinformatics*, vol. 5, no. 4, pp. 223-232.
- 塩野清治・升本眞二・坂本正徳 (1997) 地層情報の特性と処理－地質学の論理とアルゴリズム－. 日本情報地質学会シンポジウム'97 講演論文集, pp. 17-26.
- 正路徹也・金田博彰 (1996) PERT 問題としてみた編年. 情報地質, vol. 7, no. 4, pp. 257-264.
- Swain, C. J. (1976) A FORTRAN program for interpolating irregularly spaced data using the difference equations for minimum curvature. *Computers & Geosciences*, vol. 1, no. 4, pp. 231-240.
- Tominaga, Y. and Kouda, R. (1992) Rock identification by using delphi method based on a few fuzzy reasoning. *Geoinformatics*, vol. 3, no. 2, pp. 57-63.
- Whitesitt, J. E. (1995) *Boolean Algebra and its Applications*. Dover Publications, Inc., New York, 182 p.
- Winter, J. G. (1916) The prodromus of Nicolaus Steno's dissertation concerning a solid body enclosed by process of nature within a solid. *University of Michigan Humanistic Study*, vol. 11, part 2, pp. 229-230, The Macmillan Company.
- 山根裕之・榊原辰雄 (1994) 3次元地質解析システム「GEO-RAMA」における数値情報の活用. 日本情報地質学会シンポジウム'94 講演論文集, pp. 75-80.
- 横田修一郎 (1996) 露頭データベースの作成はなぜ困難か?. 情報地質, vol. 7, no. 4, pp. 297-301.

要 旨

地層の3次元分布の特性と地質図作成アルゴリズム－地質構造の論理モデル－

：塩野 清治・升本 眞二・坂本 正徳

地下構造のコンピュータ処理法の研究は地質学および関連する応用分野におけるコンピュータの高度利用を目的とする情報地質学にとってもっとも重要な課題のひとつである。本論文では堆積と侵食の歴史を通じて形成された地質構造を対象を限定して、野外調査データから3次元地質モデルを決定するデータ処理の数学的基礎を総括する。まず最初に、地層の分布域と面の間に成り立つ論理的関係（地質構造の論理モデル）を定める漸化式モデルを提示する。次に、このモデルを基礎にして、3次元地質モデルを決定するデータ処理の流れを、(1)地質ユニットの区分、(2)地質ユニットとeventの順序づけ、(3)地質構造の論理モデルの決定、(4)面の推定、(5)任意の点がどの地質ユニットに含まれるかを定める関数 g の決定、(6)関数 g による3次元地下構造の可視化という6つのステップに分けて分析し、それぞれに数学表現を与えた。この定式化は地下構造のコンピュータ処理アルゴリズムを開発するための理論的基礎を与えるものである。

キーワード：3次元モデル, 地質図, 堆積作用, 侵食作用, 区分, 順序, 漸化式表現