ゴムの疲労破壊研究の進展 ——FEM による大変形応力解析と クラック進展の予測——

深 堀 美 英*

1. は じ め に

疲労というのは“破断応力や破断ひずみよりはるかに小さい応力やひずみを動的又は静的に一定時間加えられることにより、その材料の目的とする機能が徐々に低下する現象”である。ゴムのような高分子材料では疲労という言葉の中に大別して3つの現象が含まれる。すなわち、クラックの発生と成長を経て破断に至る疲労破壊、クリープや応力緩和として現れる塑性流動および材料自身のミクロ構造変化とそれに伴う物性変化である。しかし破壊研究の先輩格である金属や無機材料の分野では破壊が最大の関心事であったため、変動する荷重や変形下で起こる強度の低下を疲労と呼び、疲労による破壊(疲労破壊)を寿命とするのが一般的である。そこで本稿も疲労破壊に焦点をあてて解説することにしたい。

ところでゴム材料の疲労破壊研究をふり返ってみる時、金属や無機およびプラスチック材料の疲労破壊研究が例えば破壊力学という体系の中で整理、統合されつつ進展してきたのに対し、ゴム材料の場合、個々の研究では優れた成果が得られてはいるものの、どちらかと言えば各々が個別的であり体系化されたものになっていない。これは多くの場合ゴムの持つ特性、すなわち材料の非線形性と破壊時の大変形状態がゴムの破壊研究を非常に難しいものになっているからである。つまり他の材料分野で確立されている線形と微小変形を基本とする力学理論をそのままゴム材料に適用するには、変形の大きさがあまりにも違いすぎるという

難点が常につきまといってきた。この結果、破壊推進力の尺度となる応力場の記述、言い換えれば大変形下の応力解析が理論的にも実験面でも大きく遅れてしまったことがゴム材料の破壊研究を停滞させる大きな原因になったと思われる。加えて、このような場合に威力を発揮する数値解析法もまた、従来、線形、微小変形を前提としており、ゴムのような非線形、大変形材料への対応が遅れてしまった。

このような背景の下にゴム材料の非線形、大変形が取り扱えるようになったのは最近のことであり、特にゴム材料の大変形 FEM 解析は正にその緒についたばかりである。本稿では、最初にこれまで行われてきたゴムの疲労破壊研究をレビューした後、新しい進展として最近筆者らが行った FEM によるゴムの大変形下の応力解析およびクラック進展によって形成される破断面凹凸のシミュレーションについて解説する。本稿がゴムの非線形、大変形解析の糸口になれば幸いである。

* 株式会社ブリヂストン研究開発本部(〒187 小平市小川東町3-1-1)研究第1部部長。Ph. D. 昭和45年、九州大学工学部応用科学科修士課程修了。同年、ブリヂストンタイヤ(株)(当時)入社。昭和49～51年、ロンドン大学クィーンメリーカレッジ留学。
<趣味>テニス、野球、絵画

2. ゴムの疲労破壊研究の流れ(Review)

ゴムを含む高分子材料が変動又は非変動荷重を受けて破断に到る過程はほぼ次のように考えてよい。

- ① 材料が外力を受けると、分子鎖は引張り方向に動こうとして分子鎖間のすべり、分離、再配列を起こす。
- ② 系内に分子鎖の動きを妨げる因子(架橋、からみ合い、充てん物など)が存在すると、分子鎖は緊張状態(応力発生)になり、この応力が分子鎖の化学結合力より大きくなると局部的切断が起こる。
- ③ 1個の分子鎖が切断されるとその隣の分子鎖が応力を担うため、分子鎖切断は周囲に伝播し、集合してやがてマイクロボイドを形成する。
- ④ ミクロボイドのうち臨界の大きさ(C_0)に成長したものはマイクロクラックとなり、 C_0 に達しないものはそのまま系内に残るか消滅する。
- ⑤ ミクロクラックは非可逆的に成長を続け、そのうち最大の大きさのものがマクロクラックとなる。
- ⑥ マクロクラックは引張方向に直交して前進し最終的な系の破断をもたらす。

これらの疲労破壊の過程は、研究領域としては(i) クラックの形成、(ii) クラックの進展開始および(iii) クラックの進展過程に大別される。そこでゴム材料に関しこれらの研究領域において過去に得られた結果のいくつかを要約する。

2.1 クラックの形成

2.1.1 ゴム材料中の潜在欠陥 クラックの発生と成長に最も大きな影響を及ぼす因子の一つは材料中の潜在欠陥である。なぜなら、分子オーダーの不均一応力場に比べて潜在欠陥のまわりの不均一応力場はけた違いに大きいからである。系中に潜在欠陥がない場合、いくつものプロセスを経てやっとマイクロクラックが形成されるのに対し、潜在欠陥があるとそのまわりにマイクロクラックを形成するのに適した条件が最初から与えられているのみならず、潜在欠陥そのものがすでにマイクロクラックやマクロクラックであったりするからである。ゴム材料で実際に破壊の引き金となる欠陥が何であるかは必ずしも明確ではないが、ゴム材料の多くがゴムと充てん剤および各種薬品との混合物であり、かつ加工条件からみても非平衡状態

に固定されていると考えれば、分子量分布、架橋点分布に基づく欠陥、不均一分散の充てん剤や混入異物、混練時に巻き込まれた気泡や薬品の揮発による空孔、および金型による表面傷などが潜在欠陥の役を果たすと予想される。ところでゴム材料ではどの程度の大きさの欠陥がマイクロクラックの発生核(C_0)となるかについては多くの研究がある¹⁻⁴⁾。一般には切欠きを入れたサンプルの強度を切欠きを入れないサンプルの強度に外挿することによって C_0 の値を求めるが、こうして得られた C_0 の大きさはゴム材料の種類によらずほぼ $40 \pm 20 \mu\text{m}$ 程度と推定されている。ただし、得られた C_0 は鋭い切欠きと等価な欠陥が存在すると仮定した時の値であり、一般の異物のようにもっと丸味を帯びたものである場合はもう少し大きくなり、 $100 \sim$ 数百 μm と考えてよい⁵⁾。いずれにしろこのような潜在欠陥が含まれているとそのまわりに大きな応力集中が発生し、クラックの発生と成長を大幅に促進する。

2.1.2 空孔および切欠き近傍の応力集中 最初に述べたように、ゴム材料の応力解析、すなわち大変形下の応力解析はこれまでほとんど行われていない。ただし、切欠き先端近傍の応力測定は中変形($\sim 50\%$)程度ではあるが若干例報告されており⁶⁻⁹⁾、理論解¹⁰⁾と類似の応力分布を示すことが定性的に示されている(図1)⁹⁾。一方、FEM解析としてはLindley^{11,12)}による平板中にある円孔近傍の応力解析があるが、用いられたひずみエネルギー関数に問題がある。すなわち、この解析では材料特性を表わすひずみエネルギー関数を1軸引張りの応力 $\sim$ ひずみ曲線から求まるGent-Thomasプロット¹³⁾を基準にして求めているが、Mooney-Rivlinプロット¹⁴⁾同様1軸引張り試験では正確なひずみエネルギー関数は求まらないことが指摘されている^{15,16)}。

2.1.3 固体異物まわりの応力集中 剛体球を含む材料が一樣な応力下にあるとき、最大応力集中点は剛体球の表面上ではなく剛体球の表面から少し離れた所(引張軸上)に現れることは理論的に示されている¹⁷⁾。このことはポリウレタン中に鉄球を埋め込んだ系の光弾性実験でも確かめられている¹⁸⁾(図2)。

一方、剛体球とゴムマトリックスとの界面でボイドやクラックがどのように形成されるかについて、ゴムとガラスビーズの系に関するGent &

図1 エネルギー密度等高線図(MJm^{-3})⁹⁾, (SBR, $\varepsilon_0 = 56\%$)

Byoungkyeupark の詳しい報告¹⁹⁾がある。まず剛体球が1個の場合、外部応力が臨界値 σ_c に達すると引張方向で球の表面近くのマトリックスゴム中にマイクロボイドが発生し、その数は応力が大きくなるにつれて増加する(図3)。マイクロボイド発生 の臨界応力は系の弾性率が高いほど、また球の大きさが小さいほど大きくなり、特に IR の臨界応力は他のゴムよりかなり大きい。発生したマイクロボイドは引張方向に成長するが、マイクロクラッ

図2 剛体球を含む系に縦方向の引張応力を加えた時の応力等高線図¹⁸⁾

クにまでは成長しないのが一般的である。一方、二つの剛体球が引張方向に並んでいる時は、1個の剛体球の時の σ_c よりかなり小さい応力値でも二つの球の向かい合った側にマイクロボイドが発生する(図4)。この場合、ボイド形成の臨界応力は二つの球の間隔が小さいほど小さくなる。ただし、この応力レベルで発生したボイドはまだマイクロクラックには到達しない。応力が更に大きくなると二つの球の間に突然大きなボイドが発生し(図4)、安定なマイクロクラックとして応力を取り去ってもそのまま残る。これは二つの剛体球間には3軸引張応力が発生することに起因する。2枚の鉄板間に接着拘束されたゴム材料を軸方向に引張る

図3 シリコンゴム中のガラスビーズ周辺に発生したマイクロボイド¹⁹⁾

図4 2個のカラスピース間に発生したマイクロホイトおよびマイクロクラック¹⁹⁾

図5 クラックの存在による系のエネルギー変化

時に発生する3軸引張状態(膨張圧)とマイクロクラックの発生に関して、Gent & Lindley²⁰⁾は膨張圧を受けると例えそれが比較的小さい応力、ひずみであってもボイドは膨張しマイクロクラックへと成長することをNR, SBRの系で証明した。ゴム中に存在する球状のマイクロボイドが半径 a から λa に膨張する時の膨張圧 P は、ゴムの弾性率 E (通常 $E \gg P$)およびゴムの表面エネルギー γ を考慮すると(1)式で与えられる。

$$P = \frac{E}{6} \left(5 - \frac{4}{\lambda} - \frac{1}{\lambda^4} \right) + \frac{2\gamma}{C} \quad (1)$$

(1)式は表面エネルギーの項を無視すると、膨張圧が臨界圧 $P_c (= 5E/6)$ になるとどのように小さいボイドでも無限に成長することを示している。

2.2 クラックの進展開始

いったん形成されたマイクロ又はマクロクラックが進展を開始する条件は破壊力学で最も重点的に

研究されている領域であるが、すでに詳しく解説している²¹⁾ので、ここでは簡単に触れることにする。

2.2.1 破壊力学によるクラック進展の取扱い
Griffith²²⁾によると、材料中に欠陥が発生すると欠陥の穴の部分に相当する弾性ひずみエネルギー(ξ_s)の減少と欠陥の表面が作り出す表面エネルギー(ξ_g)の増加が起こる。したがって、欠陥が成長する条件はそれらのエネルギーの和(ξ)が負になることであり、(2)式で与えられる。

$$\frac{\partial \xi}{\partial C} = \frac{\partial \xi_s}{\partial C} + \frac{\partial \xi_g}{\partial C} \leq 0 \quad (2)$$

ξ_s, ξ_g をクラック長 C の関数として ξ を求めた結果が図5であり、クラックはその大きさが平衡値 C_0 を超えると必然的に成長し、一方 C_0 以下の大きさでは消失することがわかる。ただし、Griffith理論は線形弾性体の極微小変形を仮定したものであることに注意する必要がある。

ゴムのような大変形材料にGriffithの臨界条件式(2)を適用したのがRivlin & Thomas²³⁾であり、サンプルの厚さ、長さを d, l とした時、(3)式で与えられる。

$$-\left(\frac{\partial \xi}{\partial C}\right)_l = T \cdot d \quad (3)$$

ここで T はクラックの単位面積を作り出すのに要するエネルギー(破壊エネルギー)であり、切欠きのある短冊状試験片では T が $T = 2kW_0C$ で与えられる。ただし、 k はひずみの関数、 W_0 は入力ひずみエネルギーである。クラックが進展を開始する時の T 値($= T_c$)は材料固有の破壊抵抗値として多くのゴム材料について測定されている(表1)²⁴⁾。

Lake & Lindley²⁵⁾は各種ゴム材料の切欠き付き

表1 破壊エネルギー(T_c) [Jm^{-2}]の速度依存性²⁴⁾

	ϵ	T_c	ϵ	T_c	ϵ	T_c
SBR	2.2×10^{-8}	2.14×10^2	1.8×10^{-6}	5.40×10^2	2.6×10^{-6}	6.63×10^2
EPDM	5.4×10^{-9}	9.51×10^2	8.0×10^{-8}	1.74×10^3	5.5×10^{-7}	4.64×10^3
p PVC	3.3×10^{-9}	6.00×10^3	9.5×10^{-9}	1.14×10^4	3.4×10^{-8}	1.94×10^4
PE	6.0×10^{-8}	1.56×10^4	7.5×10^{-7}	2.54×10^4	1.0×10^{-4}	3.98×10^4

試験片を用いた動的疲労試験において、切欠き(クラック)が進展するのに必要な最小エネルギー(T_0)が存在し、その値が $40 \sim 100 \text{ Jm}^{-2}$ であることを見出した。 T_0 はゴム分子鎖の切断エネルギーと考えられ、理論的にも説明された²⁶⁾。

Andrews^{27,24)}は分子鎖切断エネルギー(T_0)と一般の破壊条件下で得られる T_c の値がかけ離れている(表1参照)ことに着目し、ゴムのような非線形、大変形材料の場合、(3)式における W_0 は入力エネルギーではなく蓄積エネルギーを用いるべきことを指摘、(4)式を提出した。

$$T = T_0 \Phi(\dot{\epsilon}, \epsilon_0, \theta) \quad (4)$$

ここで Φ はロス関数と呼ばれ、クラック成長速度 $\dot{\epsilon}$ 、ひずみ ϵ_0 および温度 θ の関数として与えられる。(4)式は、一般の破壊条件下で得られるゴムの強さ (T_c) がそのゴムの分子構造から予測される強さ (T_0) よりはるかに大きいのは、ゴムの非線形性に基づくヒステリシスロスによるものであることを示している。当然ヒステリシスロスの大きい材料ほど Φ は大きくなり、一般のゴム材料では Φ は5~100に達する。

2.2.2 動的変形下でのクラックの進展 Gent, Lindley & Thomas²⁸⁾はクラックの成長速度 dc/dn と T の間に(5)式が成り立つことを見出した。

$$\frac{dc}{dn} = \frac{1}{G} T^\beta \quad (5)$$

ここで、 n は繰返し数、 G 、 β はクラックの成長に関する材料定数である。したがって、 dc/dn を T に対してプロットする(図6)ことにより、動的条件下でのゴムのクラック進展および疲労破壊に関する基本的な知見が得られる。更に、破断時の条件($C \gg C_0$)を考慮して(5)式を積分すると、屈曲によって破断に至るまでの繰返し数 N が(6)式で求まる。

$$N = \frac{G}{(\beta-1)(2kW_0)^\beta C_0^{\beta-1}} \quad (6)$$

dc/dn (cm/Mcycle)

図6 動的変形下におけるクラックの成長速度(dc/dn)と破壊エネルギー(T_c)の関係²⁸⁾。NR(o), SBR(x), 挿入図は $T = T_0$ 付近の線形プロット

材料の疲労破壊特性を示す最も一般的な表示法は、 $\sigma \sim \log N$ 又は $\epsilon \sim \log N$ などの S-N 曲線である。深堀⁴⁾は一連の異なった切欠きを持つ試験片の S-N 曲線を寿命軸に沿って平行移動させるとバージン(切欠きなし)試験片の S-N 曲線に重ね合わせることが出来ることを見出し(図7a, 図7b)、シフト量と切欠きの大きさとの関係から潜在欠陥の大きさ C_0 および(6)式の β 値を求めた。

図 7a 各種切欠き長を持つ試験片の S-N 曲線 (NR 純ゴム)⁴⁾

図 7b S-N 曲線群(図7a)より得られた合成 S-N 曲線⁴⁾

更に(6)式と S-N 曲線の関係について理論的考察を加え、ゴムの基本的 S-N 曲線の形状を提示した。

2.3 クラックの進展過程

2.3.1 クラックの進展と破断面凹凸形成 均一材料中にある 1 個のクラックを考えると、クラックはクラック先端に発生する最大応力点を追いかけて引張方向と直交方向に成長する。したがって、クラックの通過した経路(破断面)は完全な平面となるはずであるが、ゴム材料の破断面は他の材料に比べても凹凸の激しい(1 mm の深さの凹凸もめずらしくない)様相を呈する。ゴムの破断面形成のメカニズムと破断面の解析(フラクトグラフィ)については Fukahori らの研究^{29~31)}があり、ゴムの破断面凹凸の形成はマクロクラック

図 8 マクロクラックとマイクロクラックの合体による破断面凹凸形成(模式図)³⁰⁾

と他のマイクロクラックの合体を考えることにより次のように説明される(図 8)。

- (1) 平均応力状態にあるマイクロクラックにマクロクラックが近づくと、マイクロクラックはマクロクラックの先端に広がる大きな引張り応力場の影響を受け始める。
- (2) マクロクラックが更に近づきマクロクラックの強い引張り応力場内に入ったマイクロクラックは、その応力場の強さに応じて成長が促進される。
- (3) 成長したマイクロクラックとマクロクラックは、例え両者が同一平面上にない場合でもせん断力によって合体し、破断面の凹凸を形成する。

2.3.2 破断面凹凸形成を支配する因子

Griffith 理論を前提に考えると、大きなクラック表面積を有する(すなわち、凹凸の激しい)破断面を形成するにはそれだけ多くの破断面形成エネルギーが必要である、逆に言えば破断面形成エネルギーの大きい((4)式によればヒステリシスロス(の大きい)材料程凹凸の激しい破断面を作るだろうと予想される。ところが我々は経験的に未充てんゴムよりカーボン充てんゴムの方が、また SBR より EPDM の方が(すなわち、ヒステリシスロスの大きい材料ほど)破断面の凹凸が小さいことを知っている。Fukahori & Andrews³⁰⁾は、1 個のクラックの成長を考える Griffith 理論に基づいて

図9 ヒステリシス比と破断面凹凸の大きさ(RI)の関係³⁰⁾

破断面形成を考える限り上記の現象は説明出来ないが、破断面形成をマクロクラックと多数のミクロクラックの合体(2.3.1)と考えれば両者が矛盾しないことを指摘、材料のヒステリシスロスと破断面形成に関するメカニズムを提案した。すなわち、マクロクラックが近づいた時、ヒステリシスロスの大きい(T_0 の大きい)材料ではマクロクラックの進行経路面に近いところ(強い応力場)でのみミクロクラックは成長するが、ヒステリシスロスの小さい材料ではマクロクラックよりかなり離れたところ(弱い応力場)でもミクロクラックは成長する。この結果、ヒステリシスロスの小さいゴム材料ほど進行経路面より遠いところまでマクロクラックとミクロクラックの合体が起こり、凹凸の激しい破断面を呈する。Fukahori & Andrews³⁰⁾は破断面の凹凸の大きさ(RI)と材料のヒステリシス比(h)が逆比例の関係($RI \times h = \text{一定}$)にあるという実験結果(図9)に基づき、(7)式を提出した。

$$R = \frac{KC_1 C_2 W_0}{T_0 \Phi} \quad (7)$$

ここで(7)式の R は、マクロクラックの先端から R の距離内にある時のみミクロクラックは成長出来ることを示す尺度であり、 C_1 、 C_2 は各々マクロクラック、ミクロクラックの長さである。すなわち、マクロクラック面に垂直方向の最大距離 R はクラック長(C_1 、 C_2)が大きいほど、また入力エネルギーが大なるほど、そしてヒステリシスロス

が小さい程大くなる(つまり破断面凹凸が大きくなる)ことが示されている。

3. FEM によるゴムの大変形応力解析

最初に述べたように、ゴムの疲労破壊研究が停滞している最大の原因が非線形、大変形の取扱いの遅れにあったことは明白である。ところが最近、ゴムのような非線形、大変形材料の力学特性を支配する基本的物性値であるひずみエネルギー密度関数 W の求め方が提案され、各種ゴム材料の W 関数が実測されるとともに W 関数自体の理論的解析も始まっている。ゴム材料もようやく、工業材料から工学材料へ、経験的設計から理論的安全設計、限界設計の段階に入る糸口が掴めたことを意味する。これもひとえに川端の功績^{15,32,33)}に負うところが大きい。

幸い筆者らは、川端の設計による1軸拘束2軸引張試験機を用いて各種ゴム材料の W 関数を測定し^{16,34)}、これをFEM解析に取り入れることによって免震ゴムを中心とするゴム構造物の大変形FEM解析³⁵⁻³⁷⁾を行ってきた。そこでは、各種変形様式に対し1次元から3次元に及ぶFEM計算と実験値が非常に良い一致を示す結果が得られている。以下に説明する、大変形下の空孔³⁸⁾や剛体球³⁹⁾近傍の応力解析および破断面凹凸のシミュレーション⁴⁰⁾はこの大変形FEM解析法を用いたものであり、線形、微小変形を前提とする理論解と

比較しながら解説することにした。

3.1 球状空孔近傍の応力集中³⁸⁾

球状空孔を含む弾性体が遠方で一様応力 σ_0 を受けた時の理論解⁴¹⁾では、発生する最大応力集中係数 $\alpha_{\max}$ 、最大ひずみ集中係数 $\beta_{\max}$ は共に赤道上の空孔とマトリックス界面に現れ、 $\alpha_{\max}=2.16$ 、 $\beta_{\max}=1.92$ となる。平板中の円孔の場合 $\alpha_{\max}=3.0$ 、 $\beta_{\max}=3.0$ となるのに比べると、球状空孔では $\alpha_{\max}$ 、 $\beta_{\max}$ 共にかなり小さい値となる。

FEM 解析³⁸⁾では図10aに示すように遠方で一様応力 σ_0 又は対応する一様ひずみ ε_0 を受けるシリンダー中の球状空孔を想定し、図10bの境界条件を与えることにより(2次元軸対称問題として)、空孔近傍の応力集中係数 α ($=\sigma/\sigma_0$) およびひずみ集中係数 β ($=\varepsilon/\varepsilon_0$)、更にそれらの最大値 $\alpha_{\max}$ 、 $\beta_{\max}$ が求まる。なお、 σ および ε は主応力、主ひずみである。また、空孔の半径(r_0)とシリンダーの半径(R_0)の比を幾何学的パラメータとして変化させ(実際には r_0 を固定し R_0 を変化させる)ることにより、隣り合う空孔間の相互作用の効果も調べている。系中の空孔の体積分率 v は $v=2/3 \cdot (r_0/R_0)^3$ で与えられる。

図11a、図11bは隣り合う空孔の影響をほとんど受けない系($r_0/R_0=1/12$)で、一様ひずみが小さい($\varepsilon_0=10\%$)時発生する α および β の等高線図である。これらの計算結果は理論解で与えられる

図10a 中心に空孔を含むシリンダー

α および β の等高線図とほとんど同じであり、最大値 $\alpha_{\max}=2.12$ 、 $\beta_{\max}=1.88$ もほぼ理論値と一致する(若干の不一致はメッシュの粗さに起因する)。このように変形が小さい時理論値と計算値が一致する。大変形($\varepsilon_0=300\%$)になっても、 α および β の等高線図の広がり是小変形の場合(図11a、図11b)と大差ないが、 $\alpha_{\max}$ は増加($\alpha_{\max}=2.58$)し $\beta_{\max}$ は減少($\beta_{\max}=1.40$)する。そこで $\alpha_{\max}$ 、 $\beta_{\max}$ の ε_0 依存性を明確にするために、 α および β を r/r_0 (ただし r は空孔の赤道(x 軸)上で空孔の中心からの距離)に対してプロットしたのが図12aおよび図12bである。 $\varepsilon_0=10\%$ 程度の小変形では α 、 β 共に理論曲線に一致するが、変形が大きくなるにつれ $\alpha \sim r/r_0$ 曲線では r の小さい領域で α の増加が著しくなり、 $\alpha_{\max}$ 値が増大する。一方、 $\beta \sim r/r_0$ 曲線では変形が大きくなるにつれ、空孔近傍の急激な応力集中が緩和され $\beta_{\max}$ が減少する。ただし変形の大小を問わず、赤道上では空孔の表面から空孔の半径の距離($r/r_0=2$)離れると応力集中、ひずみ集中共に急激に低下し、空孔の直径程度離れる($r/r_0=3$)ともはや一様変形になる。そこで大変形下の空孔

図10b 図10aに含まれる軸対称要素と拘束条件(空孔)

図11a 空孔近傍の α 等高線図($\epsilon_0=10\%$, $r_0/R_0=1/12$)

図11b 空孔近傍の β 等高線図($\epsilon_0=10\%$, $r_0/R_0=1/12$)

近傍で発生する応力集中を近似的に示したのが図13である。

さて、空孔と空孔が接近した場合の $\alpha_{\max}$, $\beta_{\max}$ を幾何学的パラメータ(r_0/R_0)に対してプロットしたのが図14a, 図14bである。一様変形の大小にかかわらず r_0/R_0 が0.5を越える、すなわち、空孔間距離が空孔の直径より小さくなると $\alpha_{\max}$ は増加し始め、特に空孔間距離が空孔の半径($r_0/R_0=2/3$)程度に近づくとき $\alpha_{\max}$ は急激に増

図12a α の距離(r/r_0)依存性(x軸上), 300%(- · -), 100%(- - -), 10%(—), 理論解(- · - · -)

図12b β の距離依存性(x軸上), 記号は図12aと同

加する。一方、 $\beta_{\max}$ も変形が小さい($\epsilon_0=10\%$)時には $\alpha_{\max}$ と同様の傾向を示すが、大変形($\epsilon_0=300\%$)になると他の空孔が近づいてもほとんど変化しない。

3.2 球状剛体近傍の応力集中³⁹⁾

球状剛体近傍の応力集中に関する理論解¹⁷⁾は一般には極座標で与えられ、 $\alpha_{\max}$ および $\beta_{\max}$ 共に極(z軸)方向で剛体とマトリックスとの界面より少しマトリックスに入った所に現れるとされてきた($\alpha_{\max}=2.30$, $\beta_{\max}=1.71$)。しかしこれを主応力、主ひずみで表すと上記よりやや大きい値を持つ $\alpha_{\max}$ および $\beta_{\max}$ がz軸とある角度(θ)をなす方向で剛体とマトリックスの界面に現れ、その値は $\alpha_{\max}=2.52$, $\beta_{\max}=1.87$ となる。

$$\alpha = 1$$

図13 大変形下の空孔近傍の応力分布

図14b $\beta_{\max}$ の r_0/R_0 依存性, 記号は図14a と同一

図14a $\alpha_{\max}$ の r_0/R_0 依存性, 300% (●), 10% (○)

図15 軸対称要素と拘束条件(剛体球)

図16a 剛体球近傍の α 等高線図($\epsilon_0=10\%$, $r_0/R_0=1/12$)

図17a 剛体球近傍の α 等高線図($\epsilon_0=200\%$, $r_0/R_0=1/12$)

図16b 剛体球近傍の β 等高線図($\epsilon_0=10\%$, $r_0/R_0=1/12$)

図17b 剛体球近傍の β 等高線図($\epsilon_0=200\%$, $r_0/R_0=1/12$)

一方、大変形 FEM 解析³⁹⁾では球状空孔の場合と同様にシリンダー中の球状剛体(剛体球)を想定し図15の境界条件を与えればよい。図16aおよび図16bは $r_0/R_0=1/12$ かつ $\epsilon_0=10\%$ の時剛体球近傍に発生する応力集中、ひずみ集中の等高線図である。主応力、主ひずみで表記された理論解が示すように、二つの極大応力集中、極大ひずみ集中が現れる。角度 θ の界面上に現れる最大値 $\alpha_{\max}$, $\beta_{\max}$ は理論値より若干小さいが、 z 軸上の極大

値も含め応力分布、ひずみ分布共に理論値と計算値はよく一致する。ただし、一様変形が大きくなる($\epsilon_0=100\%$)と最大応力集中も最大ひずみ集中も z 軸上に移動するとともに、 $\alpha_{\max}$ は大幅に増大し $\beta_{\max}$ も若干増大する。一様変形が更に大きくなる($\epsilon_0=200\%$)と最大応力集中は z 軸上で増大し、 θ 方向の極大値は消失する(図17a)。一方、ひずみ集中では依然として二つの位置で極大を示すが、 $\beta_{\max}$ 値(z 軸上)は若干低下する(図17b)。

図18a α の距離依存性 (z 軸上)

図18b β の距離依存性 (z 軸上)

そこで、z 軸に沿って α および β がどのように変化するかを ϵ_0 および球の界面からの距離の関数として示したのが図18a および図18b である。 α も β も $\epsilon_0 = 10\%$ 程度では計算値は理論値に一致するが、変形が大きくなると剛体球の界面近くの $\alpha_{\max}$ が急激に増大する(図18a)。ただし、 $\alpha_{\max}$ の現れる距離はほとんど変化しない。一方、ひずみ集中では変形量が大きくなるにつれ $\beta_{\max}$ の現れる位置が剛体球の界面に接近する(図18b)。これらに対し赤道(x 軸)上の α 、 β の分布は変形量の大小に関係なく理論値に一致する(図19a、図19b)。そこで大変形下の剛体球近傍で発生する応力集中分布を近似的に表わしたものが図20であ

図19a α の距離依存性 (x 軸上), 200% (—), 100% (---), 10% (—), 理論解 (---)

図19b β の距離依存性 (x 軸上), 200% (—), 理論解 (---)

る。

剛体球と剛体球が接近すると応力分布、ひずみ分布が大幅に変化する。図21a、図21b は $r_0/R_0 = 2/3$ 、すなわち、剛体球間の距離が剛体球の半径の時の α および β の等高線図である。高い応力集中及びひずみ集中を示す等高線が隣合う剛体球(z 軸方向)まで伸びていることがわかる。図22a および図22b は $\alpha_{\max}$ および $\beta_{\max}$ の r_0/R_0 依存性を示したものである。空孔の場合と同様、 $\alpha_{\max}$ 、 $\beta_{\max}$ は変形の大小にかかわらず $r_0/R_0 = 1/2$ 以上になると増加し始め、 $r_0/R_0 = 2/3$ 以上になると急激に増加する。特に剛体球間距離が剛体球の半径の半分 ($r_0/R = 1/5$) 以下になると、 $\alpha_{\max}$ 、 $\beta_{\max}$ 共に 8~10 になる。このように剛体球に挟まれた部分は強い 3 軸引張り状態となり、

図20 大変形下の剛体球近傍の応力分布

小変形であっても容易にクラックの発生する¹⁹⁾ことが予想される。

3.3 非線形性と応力集中

大変形下で発生する応力集中やひずみ集中を小変形下の挙動や理論解と比較すると、次の特徴を持つことがわかる。 α_{max} は空孔、剛体球のいずれの場合も変形が大きくなるにつれ増大する。一方、 β_{max} は空孔では変形の増大につれ減少するが、剛体球ではそれほど変化しない。ゴムの大変形下で起こるこれらの特異的挙動は理論解(線形、微小変形)では取り扱えない領域であり、その発現のメカニズムを考える必要がある。

3.3.1 幾何非線形、材料非線形と応力集中

Yang⁴²⁾は円孔および円状剛体を含む平板(マトリックスとしてはMooney材料を仮定)を2次元等方的に引張った時に発生する α_{max} および β_{max} が、円孔、円状剛体を問わず σ_0 又は ϵ_0 の増加に伴い徐々に増加することを導いた。そしてその原因が幾何学的非線形性(特に大変形に伴う平板の厚さの変化)にあることを指摘した。Yangが仮定したMooney材料は変化があまり大きくない時(例えば、100%程度以下)古典ゴム弾性論で与えられるNeo-Hookeanと大差がないと考えれば、材料的には一応線形と考えてよく、したがっ

図21a 剛体球近傍の α 等高線図($\epsilon_0=10\%$, $r_0/R_0=2/3$) 図21b 剛体球近傍の β 等高線図($\epsilon_0=10\%$, $r_0/R_0=2/3$)

て幾何非線形の効果は変形量の増加に伴い α_{max} 、 β_{max} の増加をもたらすと考えてよい。

そこで実在のゴム材料で起こる α_{max} 、 β_{max} の変形量依存性を詳しく調べるために、材料非線形性の異なる3種類のゴム材料、NR1(NR純ゴム)、NR2(FTカーボン25 phr補強NR)、NR3(HAFカーボン60 phr補強NR)を用意した。なお、これまでのFEM解析にはNR2の W 関数を用いた。図23は3種類のゴム材料の応力～ひずみ曲線である。カーボン量の増加に伴い、材料非線

図22a $\alpha_{\max}$ の r_0/R_0 の依存性, 100% (●), 10% (○)

図22b $\beta_{\max}$ の r_0/R_0 の依存性, 記号は図22a と同一

図23 3種類のゴム材料の応力～ひずみ曲線

形および弾性率の増加することからわかる。まず、球状空孔に関し3種類のゴム材料の $\alpha_{\max}$, $\beta_{\max}$ を一様ひずみ ϵ_0 に対してプロットしたのが図24a, 図24bである。 ϵ_0 が増加するにつれ $\alpha_{\max}$ が急激に増加するのはすべての材料で同じであるが、カーボン量の多い系ほど増加傾向が著しい(図24a)。ところが $\beta_{\max}$ はその逆で、 ϵ_0 の増加に伴い $\beta_{\max}$ が減少する。しかもカーボン増量系ほどその減少傾向が大きい。一方、剛体球に関する同様のプロットが図25a, 図25bである。 $\alpha_{\max}$, $\beta_{\max}$ の ϵ_0 依存性は空孔の場合とはほぼ同じであるが、ここでは幾何非線形の効果もかなり大きいと考えられる。このように空孔と剛体球では若干の差異があるとしても、大変形下での $\alpha_{\max}$ が大幅に増加し $\beta_{\max}$ が減少するのは主に材料非線形の影響が大きいと考えてよい。そこで次節では空孔の場合を例にとって、材料非線形性の $\alpha_{\max}$, $\beta_{\max}$ への影響について考察することにする。

3.3.2 $\alpha_{\max}$ 増大, $\beta_{\max}$ 減少のメカニズム

今、応力～ひずみ曲線における材料非線形効果を(弾性率の違いを取り去った形で)模式的に表すと図26で与えられる。すなわち、材料の非線形性が増加するほど小さいひずみ域で線形曲線からはずれ、その後ひずみが増す程高弾性(曲線の立ち上がり)になることを示している。これは非線形材料の場合、大変形下の空孔近傍で赤道線上を空孔に近づくほど(β が増大するため)マトリックスゴムの弾性率が増加することを意味する。言い換え

図24a $\alpha_{\max}$ の ϵ_0 の依存性(空孔), NR1(○), NR2(◐), NR3(●)

図24b $\beta_{\max}$ の ϵ_0 の依存性(空孔), 記号は24aと同一

ば、空孔近傍のマトリックスは空孔に近いほど高弾性の要素で構成されていると考えてよく、これを模式的に表したのが図27である。今、弾性率が K_A, K_B ($K_A > K_B$) であるバネ要素 A, B で構成される並列モデル、直列モデルを考えると、応力 σ_0 が加えられる時並列モデルではバネ A, B の応力 σ_A, σ_B は $\sigma_A > \sigma_B$ となり、直列モデルではバネ A, B のひずみ ϵ_A, ϵ_B は $\epsilon_A < \epsilon_B$ となる。したがっ

図25a $\alpha_{\max}$ の ϵ_0 の依存性(剛体球), NR1(○), NR2(◐), NR3(●)

図25b $\beta_{\max}$ の ϵ_0 の依存性(剛体球), 記号は25aと同一

て図27に記入されている複合モデルを仮定すると、バネ要素 A と B では、 $\sigma_A \geq \sigma_B, \epsilon_A \leq \epsilon_B$ が成り立つ。バネ要素 C, D でも同様である。すなわち、非線形性の強い材料では、一様変形が大きくなるほど空孔を取りまく各要素の弾性率の差が大きく(弾性率勾配が大)なる。したがって線形材料(弾性率勾配がない)に比べると、空孔界面に近づくにつれ応力の増加とひずみの低下が起こる。このようにしてゴム材料のような非線形材料の場合

図30 図28の変形モデル ($\epsilon_0=100\%$) 図31 マクロクラック先端近傍の主ひずみ等高線図 ($\epsilon_0=100\%$)

た系を考える(図28). マクロクラックと円孔間の距離 l は, 円孔を x 軸と 45° 方向(ケース 1)および x 軸と平行方向(ただし x 軸と円孔の中心間距離は $2r_0$ に保った状態で)(ケース 2)から近づけることによって変化させている. マクロクラックの先端部および円孔は各々10分割および20分割されており, 図29に示すように $P_1 \sim P_5$ および $S_1 \sim S_5$ と割りふっている. 図30は $\epsilon_0=100\%$ の時の変形状態を示している. そこでケース 1 について円孔が接近する時ひずみ分布がどのように変化するかについて見ていくことにする. なお以下の計算は $\epsilon_0=100\%$ の条件下での解析結果である. 図31は

図32 $l/2 r_0=0.41$ 時の主ひずみ分布 図33 $l/2 r_0=0.061$ 時の主ひずみ分布

マクロクラックのみ存在する時の主ひずみの等高線図であり, P_1 上に $\beta_{\max}=4.6$ が現れている. 一方図32は $l/2 r_0=0.41$ における主ひずみの等高線図である. マクロクラックでは極大ひずみが P_1 から P_2 に移り ($\beta_{\max}=5.05$), 円孔の極大ひずみも S_2 の近くに現れる. 円孔が更に近づき, $l/2 r_0=0.061$ の場合マクロクラック上の極大ひずみは P_3 に ($\beta_{\max}=6.45$), 円孔でも極大ひずみは S_3 に現れる(図33). すなわち, 両者間の距離が最短になる方向(x 軸と 45°)に両極大ひずみが移動する. 図34および図35は, マクロクラックと円孔が近づく時マクロクラックおよび円孔の各点に発生する主ひずみの大きさを両者間の距離($l/2 r_0$)に対してプロットしたものである. マクロクラック, 円孔共に $l/2 r_0=1$, すなわち両者間の距離が

図34 $P_1 \sim P_3$ における主ひずみの $l/2r_0$ 依存性 (ケース 1)

図35 $S_1 \sim S_5$ における主ひずみの $l/2r_0$ 依存性 (ケース 1)

円孔の直径になると極大ひずみが P_1, S_1 から他の位置に移る。このような状態が起これとマクロクラックは最初の進行経路(x 軸)からはずれ、円孔の方向に進路を変え始める。しかしながら実際にマクロクラックと円孔が向き合い合体するには、

図36 破断面凹凸の基本深さ ΔR (模式図)

図37a SBR の破断面写真

図37b SBR の破断面写真(高倍率)

極大ひずみが $P_2 \sim P_3$ および $S_2 \sim S_3$ 上に来た時、すなわち両者間距離が円孔の半径程度($l/2r_0 \div 1/2$)の時とみなせる。これらのことはケース 2 の場合もほとんど同じである。

図38a カーボン充てん SBR の破断面写真

図38b カーボン充てん SBR の破断面写真
(高倍率)

したがって1個のマクロクラックと1個の円孔の合体による破断面凹凸の基本深さ ΔR (x 軸からの距離)は、マクロクラックと円孔の各半径の和と両者間の距離および x 軸との角度を考慮すると、 $\Delta R \approx 2r_0$ とみなしてよい。このことを模式的に示したのが図36である。

4.2 破断面凹凸の大きさを支配する因子

さてゴム材料の実際の破断面を見ることにする。図37a, 図37bはSBR純ゴム、図38a, 図38bはカーボン充てん(HAF50 phr)SBRの破断面写真である。SBR純ゴムの場合、小さい凹凸で数

図39 破断に至るまでの応力～ひずみ曲線

十 μm 、最大凹凸は300～500 μm に達する。一方、カーボン充てんSBRでは数十 μm の凹凸のみで、大きい凹凸はほとんど見当らない。

ところで2.3および4.1で述べたことから考えて、破断面凹凸の大きさを支配する因子はまず系中に存在する欠陥(ミクロクラック)の大きさとその数であると思われる。ところが2.1.1で述べたようにゴム材料で破壊の起点となるクラックの大きさは、材料の種類によらずほぼ $40 \pm 20 \mu\text{m}$ 程度と考えられる。一方、ミクロクラックを誘発するホイトや異物などの欠陥の数に関しては、純ゴムとカーボン充てんゴムのどちらの系が多いかは詳しい報告がない。もし強いて言えば、カーボンフラックの不均一分散を考慮するとカーボン充てんゴムの方が欠陥の数が多いかもしれない。いずれにしろ、純ゴムとカーボン充てんでは大ざっぱに言って欠陥の大きさでもその数でも大差はないとみなしてよいだろう。したがって図37a, bと図38a, bにみられる破断面凹凸の違いは別の要因、すなわち、純ゴムとカーボン充てんゴムの物性の違いに帰結されることになる。図39は両ゴム材料の破断に至る応力～ひずみ曲線を示している。代表的な物性値であるヒステリシス比 h ($\epsilon_0=100\%$ 時)および破断時の入力エネルギー W_b (MJ/m^3)は、SBR純ゴムでは $h=0.16$, $W_b=5.6$ 。一方、カーボン充てんSBRでは $h=0.42$, $W_b=47.8$ であり、カーボン充てんSBRの破壊エネルギー T_b はSBR純ゴムに比べてはるかに大きいことがわかる。

したがってカーボン充てんSBRでは、マクロクラックが近づいた時マクロクラックの進行経路

面に近接するマイクロクラックのみ成長が促進される。この結果破断面凹凸は基本深さ ΔR (マイクロクラックの大きさである数十 μm) のレベルにとどまると考えられる。一方, SBR 純ゴムでも破断面凹凸の小さいものは ΔR のレベルであるが, T_c が小さいためにマイクロクラック進行経路面よりはるかに離れたところでもマイクロクラックは十分に成長する。この結果 ΔR の 5 倍, 10 倍に及ぶ大きさの凹凸が形成されたと考えられる。

5. お わ り に

ゴムのように非線形性の強い材料の大変形下での応力状態, ひずみ状態は, 線形, 微小変形を基本とする理論解とは異なる点も多いが類似点も多い。したがって今後, 各種の応力集中源と変形様式を加味した応力解析が進めば, ゴム材料においても体系化された疲労破壊研究が可能になると思われる。その結果, 真にゴムの特性を生かした理論的構造設計, 限界設計も可能になるだろうと考えられる。

文 献

- Berry, J. P.: "Fracture VII", ed. Liebowitz (1972)
- Gent, A. N.: "Science and Technology of Rubber", ed. Eirich F. R., Academic Press, New York (1978), p 419
- Hamed, G. R.: *Rub. Chem. Tech.*, **56**, 244 (1983)
- 深堀美英: 日ゴム協誌, **58**, 625 (1985)
- 柴田 豊: 日ゴム協誌, **42**, 812 (1969)
- Thomas, A. G.: *J. Polym. Sci.*, **18**, 177 (1955)
- Andrews, E. H.: *Proc. Phys. Soc.*, **77**, 483 (1961)
- Knauss, W. G.: *Exp. Mech.*, **8**, 177 (1968)
- Fukahori, Y.: PhD thesis, University of London (1976)
- Inglis, C. E.: *Trans. Inst. Nav. Archit.*, **55**, 219 (1913)
- Lindley, P. B.: *J. Strain Anal.*, **6**, 45 (1971)
- Lindley, P. B.: *J. Strain Anal.*, **6**, 279 (1971)
- Gent, A. N., Thomas, A. G.: *J. Polym. Sci.*, **28**, 625 (1958)
- Mooney, M. J.: *J. Appl. Phys.*, **11**, 582 (1940)
- Kawabata, S., Matsuda, K., Tei, K., Kawai, H.: *Macromol.*, **14**, 154 (1981)
- Fukahori, Y., Seki, W.: *Polymer*, **33**, 502 (1992)
- Thimoshenko, S. P., Goodier, J. N.: "Theory of Elasticity" 3rd ed., McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo (1970)
- Oberth, A. E., Bruenner, R. S.: *Trans. Soc. Rheol.*, **9**, 165 (1965)
- Gent, A. N., Byoungkyeupark: *J. Mater. Sci.*, **19**, 1947 (1984)
- Gent, A. N., Lindley, P. B.: *Proc. Roy. Soc.*, **A249**, 195 (1956)
- 深堀美英: 日ゴム協誌, **50**, 398 (1977)
- Griffith, A. A.: *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A221**, 163 (1921)
- Rivlin, R. S., Thomas, A. G.: *J. Polym. Sci.*, **10**, 291 (1953)
- Andrews, E. H., Fukahori, Y.: *J. Mater. Sci.*, **12**, 1307 (1977)
- Lake, G. J., Lindley, P. B.: *J. Appl. Polym. Sci.*, **9**, 1233, 2031 (1965)
- Lake, G. J., Thomas, A. G.: *Proc. Roy. Soc.*, **A300**, 108 (1967)
- Andrews, E. H.: *J. Mater. Sci.*, **9**, 887 (1974)
- Gent, A. N., Lindley, P. B., Thomas, A. G.: *J. Polym. Sci.*, **8**, 455 (1964)
- Fukahori, Y.: "Fractography of Rubbery Materials" ed. Bhowmick, A. K., De, S. K., Elsevier Appl. Sci., London (1991) p71
- Fukahori, Y., Andrews, E. H.: *J. Mater. Sci.*, **13**, 777 (1978)
- 深堀美英: 日ゴム協誌, **55**, 83 (1982), **55**, 233 (1982)
- 川端季雄: 日ゴム協誌, **50**, 361 (1977), **65**, 517 (1992)
- 川端季雄: 高分子, **37**, 868 (1988), **42**, 394 (1993)
- Fukahori, Y., Seki, W.: *Polymer*, **33**, 1058 (1992)
- Seki, W., Fukahori, Y., Iseda Y., Matsunaga, T.: *Rub. Chem. Tech.*, **60**, 856 (1987)
- 深堀美英, 関 互他: 日本建築学会学術講演梗概集 (1991), No 2291, 2292, 2293, 2294
- Fukahori, Y., Seki, W.: *Int. Rubber Conf. Beijing 1992*, P319
- Fukahori, Y., Seki, W.: *J. Mater. Sci.*, **28**, 4143 (1993)
- Fukahori, Y., Seki, W.: *J. Mater. Sci.*, **28**, 4471 (1993)
- Fukahori, Y. & Seki, W.: *J. Mater. Sci.*, in press
- Goodier, J. N.: *Trans. ASME* **55**, 39 (1933)
- Yang, W. H.: *J. Appl. Mech.*, 942 (1967)