飯塚 博^{*1}・堤 慎哉^{*1}・渡辺 一実^{*1}
真下 智司^{*2}・大迫 信隆^{*2}

CURVATURE OF SYNCHRONOUS BELT CORDS

Hiroshi IIZUKA, Shinya TSUTSUMI, Kazumi WATANABE (Department of Mechanical Engineering, Yamagata University, Jonan 4-3-16, Yonezawa 992, Japan), Satoshi MASHIMO and Nobutaka OHSAKO (Mitsuboshi Belting LTD., Hamazoe-dori 4-1-21, Nagata-ku, Kobe 653, Japan)

The amount of curvature of synchronous belt cords was investigated to understand the fatigue failure mechanism of synchronous belts. At the first step, the curvatures of cords were measured under various mating conditions of belts and pulleys. Then, we analysed the amounts of curvature using a simple mechanical model. The belts used in this study were round-tooth (STPD) with 8mm tooth pitch for high torque drives of automotive engines. The cords were constructed from eleven stranded glass filaments. One stranded glass filament was made of 600 glass fibers. The processing compound of the cords was RFL.

The distributions of curvature were measured along the belt axis. Though the distributions were different between driving and driven sides, the maximum amounts of curvature were almost equal at the both sides. Moreover, the experimental results clearly showed that the maximum amounts of curvature were almost directly proportional to the belt tight side tension, and were inversely proportional to the outside diameter of pulley.

We then proposed a simple mechanical model to explain the experimental results. The effects of tight side tension and distributed loading at the working flank were considered in the model. The analytical results successfully explained the experimental results.

(Received on November 2, 1995)

Key word: Curvature, Synchronous belt, Cord, Fafigue failure, Pulley, Tooth pitch, Stranded glass filament, Tight side tension

1. 緒 言

歯付ベルトは抗張体である心線、ゴム、耐摩耗性を考慮した歯布、そして各界面で使用される接着剤からなるゴム系複合材料(FRR)¹⁾である。このFRRは現在、ベルト、タイヤ、ホースのような、大変形を許容しなければならない機械要素に広く用いられている。しかしながら、

FRRの構成要素単体における力学的挙動でさえかなり複雑であるため^{2~4)}、大変形を伴うFRRの力学的性質についてはまだ解明できていない点が多いのが現状である^{5,6)}。更に、実際にFRRを機械要素として使用する際には、温度や水分などの環境の効果^{1,7)}も破損に対して無視できない影響を持つことが考えられる。したがって、このような要素に対して、疲労破壊

の機構や寿命評価法などを検討するには、力学的側面^{8,9)}から、あるいは化学的な側面⁷⁾からといった多方面からのアプローチが必要になる。

一方、それら要素の破損が、通常の使用条件下において主にどのような要因に支配されるかを把握することは実用上重要である。すなわち、破損に影響する一次要因は何か、そしてその他の二次要因としてどのような因子が考えられるかを分離して考えることが、問題を整理する上で大切である。このような観点に立ち、著者らはこれまで、歯付ベルトの破損機構解明を目的とした一連の検討を行ってきた。そして、第1報¹⁰⁾では実車走行およびベルト走行疲労試験後のベルトに生じる損傷形態の観察を行い、ベルト破損は通常の走行条件下では心線内部から発生することを示した。第2報¹¹⁾では、その損傷の発生には心線に対する屈曲の繰り返しが主な要因であることを示した。そこで、次に重要となる点は、その屈曲、すなわち曲率の大きさがどのような因子によって決定されるかを明らかにすることである。

本研究では、プーリとかみ合う際に生じる曲率の大きさを、広いかみ合い条件下で測定した。そして、この曲率の分布状況、およびその大きさがどのような因子の影響を受けて決定されるかに関し、実験と解析の両面から検討した。本研究ではとくに、ベルト張力とプーリ歯先円直径の影響について考察した。

2. 供試材および実験方法

2.1 供試材

ベルトの変位量測定に用いた歯付ベルトは、自動車用丸歯 STPD 形である。使用ゴムは水素添加ニトリルゴム、心線は直径 9 μm のガラス繊維600本をZ撚りしたストランドを更に11本S撚りして作製している。結束剤にはRFL(レゾルシン・フォルマリン・樹脂ラテックス)を使用している。

2.2 変位量の測定

前報¹¹⁾に示したと同一の測定装置を用いて、ベルト各部に繰り返される変位量を測定した。ベルト変形の可視化は、ベルト側面に0.2mm間隔のけがき線を付して行った。Fig.1にその側面写真、および測定かみ合い角度(ϕ)を示す。測定はベルト1ピッチ内で行った。図中に、ベルト

(a)

(b)

Fig.1 Measurement of curvature.

(a) belt side face with line markers,

(b) mating angles ϕ where measurements were performed.

軸に沿った位置 (mm) を示す。以後、測定される曲率の分布はこの位置とともに表示する。プーリはステッピングモータに接続され、パソコンを用いて正確に回転を制御した。使用したプーリのピッチは 8 mm である。歯数と歯先円直径の関係を以下に示す。

18歯：45.50mm,	24歯：59.74mm
32歯：80.05mm,	44歯：110.65mm
60歯：151.40mm,	

ベルト両端には張り側とゆるみ側張力に相当する死荷重を負荷した。張り側張力は、100, 200, 400, および800Nである。ゆるみ側張力は50N一定とした。

曲率は、プーリを180°以上回転して安定した噛み合い状態を再現させた後、Fig.1(b)に示す ϕ の位置で、ベルト側面を写真撮影し、その写真からけがき線の角度差を測定して算出した¹¹⁾。

Fig.2 Effects of tight side tension on curvature around driving pulley. Mating angle; 7.5° and outside diameter of pulley ;59.74mm.

Fig.3 Effects of tight side tension on curvature around driven pulley. Mating angle ; 7.5° , and outside diameter of pulley ;59.74mm.

3. 実験結果

3.1 ベルト張力の影響

ベルト1ピッチ内に生じる最大曲率の値は、ベルトとプーリのかみ合いが始まった直後からかみ合いが終了する直前まで、ほぼ一定であった¹⁾。そこで、かみ合い角度 7.5° の位置を代表例に取り、ベルト張力の影響を調べた。

駆動側プーリ周囲で測定した曲率の分布状況を Fig.2に示す。最大値が反走行方向側の3 mm 付近の位置で生じる。そして、その値は張力の増加に伴って増加する。また、張力が変化しても最大値の生じる位置などの基本的な分布状況は変化しない。更に、走行方向側の5 mm 付近にも小さな極大値が生じる。この極大値には張力の影響はあまり現れない。

従動側プーリ周囲で測定した曲率の分布状況を Fig.3に示す。最大値が走行方向側の3 mm 付近で生じる。そして、その値は張力の増加に伴って増加する。また、曲率の最大値は駆動側プーリ周囲で生じる値とほぼ同一である。ただし、従動側プーリ周囲では、5 mm 付近に極大値はほとんど現れない。

3.2 プーリ歯先円直径の影響

Fig.4 Effects of outside diameter of pulley on curvature around driving pulley. Tight side tension ;400N and mating angle ; 7.5°

プーリ歯先円直径の変化に伴う駆動側プーリにおける曲率の変化を Fig.4に示す。歯先円直径の減少に伴って曲率は増加する。また、通常

Fig.5 Effects of outside diameter of pulley on curvature around driven pulley. Tight side tension ;400N and mating angle ;7.5°

使用される歯先円直径59.74mm (歯数24) 以上のプーリでは、極大値の生じる状況などの基本的な分布に大きな変化はみられない。ただし、今回測定した中で最も小さな歯先円直径45.50mmのプーリでは、曲率の大きく生じる位置が変化する傾向がみられる。また、このプーリではかみ合い角 ϕ が増加すると、広い領域で曲率が高くなるなどの特異な分布形状がみられた。これらの性質には、ベルト歯とプーリ歯のかみ合い状況の変化が関係しているものと考えている。

次に、従動側プーリにおける曲率の変化をFig.5に示す。同様に、歯先円直径の減少に伴って曲率は増加し、基本的な分布形状に大きな変化はない。また、歯先円直径が45.50mmのプーリにおいて、駆動側プーリにみられたような特異な分布状況はみられない。

4. 解析的検討

4.1 ベルト屈曲の力学モデル

次に、ベルト心線に生じる曲率の値がベルト張力やプーリの幾何学的形状とどのような関係にあるかを検討するために、力学的な解析を行った。ベルトがプーリとかみ合う際のかみ合い始めの状況を、モデル化してFig.6(a)に示す。

Fig.6 Analytical model of synchronous belt deformed around pulley.

本研究で使用した丸歯 STPD 型ベルトは、歯形状が複雑であり、更にプーリ歯底面とベルト歯先が干渉するなど、実際には複雑な要素を多く含んでいる。本研究では、解析の第一段階として、影響が大きく生じるとと思われるベルト張力 T 、およびベルト歯面とプーリ歯面の接触する伝動面に生じる分布荷重 Q の効果を考慮している。

張力 T は、プーリの歯溝幅 L_0 に依存した角度 θ の方向に作用していると考えられる。更に、Fig. 6(a)左端のプーリ歯先面とベルト歯底面は密着していると仮定する。その結果、本問題はFig.6(b)に示す片持ち梁のたわみ曲線を求める問題に帰着される。ここで、 Q は、梁に対して垂直に作用する分布荷重 Q_n と平行に作用する Q_s に分解した。 Q_n はそのまま分布荷重として、また、 Q_s は x 軸からの距離を積算して曲げモーメント M_s として解析に取り入れている。

梁のたわみ曲線を求める基礎式は、

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (1)$$

である。ここで、Eはベルトのヤング率、Iは断面二次モーメント、そしてMは曲げモーメントである。本解析ではIは一定としている。梁をx軸に沿って2領域に分けると、各領域内でMは以下になる。

$$x = 0 \sim L_1; \quad (2)$$

$$M = T \cos \theta (\delta - y) - T \sin \theta (L_0 - x) - m_1 L_2 / 2 + Q_n L_2 (L_1 + L_2 / 2 - x)$$

$$x = L_1 \sim L_0; \quad (3)$$

$$M = T \cos \theta (\delta - y) - T \sin \theta (L_0 - x) - m_1 (L_0 - x)^2 / (2L_2) + Q_n (L_0 - x)^2 / 2$$

ここで、 δ は $x=L_0$ におけるたわみ量である。また、Qは等分布していると仮定し、 m_1 は分布している曲げモーメントMsの $x=L_1$ における値(最大値)である。

境界条件は、

$$x=0; \quad y=0, \quad dy/dx=0 \quad (4)$$

$$x=L_1; \quad y_1=y_2, \quad (dy/dx)_1=(dy/dx)_2$$

である。この問題は平易な材料力学の問題として、容易に解くことができる¹²⁾。

結局、ベルトの曲率は次式で示すことができる。

$$1/\rho = A_i \beta^2 e^{\beta x} + B_i \beta^2 e^{-\beta x} \quad (5)$$

ここで、 ρ は梁の曲率半径、 A_i 、 B_i は Q_n 、 m_1 と幾何学的形状とから決定される定数項であり、2領域でそれぞれ決定される。また、 $\beta = (T \cos \theta / EI)^{0.5}$ である。

4.2 数値計算例

数値計算をするにあたり、 Q_n と m_1 の決定が重要である。本研究では、これらの値を前報¹¹⁾において測定したベルト歯元のせん断ひずみの値に基づいて算出している。すなわち、ベルト歯元で測定されたせん断ひずみの最大値とゴムの横弾性係数Gの積によってベルト歯に作用する総せん断荷重 τ [N]を算出した。本研究では、これまでの測定範囲内で得られた以下の実験式を用いている。

Fig.7 Comparison between experimental data and analytical result. Experimental data was obtained under driving side, T;800N, mating angle;7.5° and outside diameter of pulley;59.74mm.

$$\tau \approx GA_t (4 \times 10^4 T + 4.22/R - 0.12) \quad (6)$$

(6)式においてTは張力[N]、Rはプーリ歯先円の半径[mm]、Gはベルト歯の横弾性係数[MPa]、そして A_t はベルトの幾何学形状で決まる歯元断面積[mm²]である。 τ はその後、伝動面に沿う等分布荷重に置き換えている。これらの計算に際し、弾性係数EとGの値には、ゴムの代表的な値である10MPaと3MPaをそれぞれ使用している。また、断面二次モーメントIは実際のベルト歯高さをを用いて算出している。

(5)式の計算結果と代表的な実験値の比較をFig.7に示す。細部では多少の差は生じるが、全体的な曲率の分布形状は再現されている。また、定量的にも大きな差はなく、実験値と解析結果は良く一致していると考えられる。ただし、横軸5mmの近傍で実験結果に極大値が生じ、この傾向は今回の解析モデルでは再現できていない。この性質は、断面二次モーメントIがベルト歯の存在によってこの位置で変化することに関係すると考えている。

本研究の計算範囲内では、曲率の最大値は $x=L_1$ の位置で常に生じる。そこで、次にこの曲率の最大値のベルト張力およびプーリ歯先円直径依存性について検討した。曲率の最大値 $(1/\rho)_{L_1}$ は、(5)式に $x=L_1$ を代入することによって、次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\rho}\right)_{L_1} = & m_1 \left\{ \frac{\beta \sinh \beta L_1 \cosh \beta L_1}{T \cos \theta \cosh \beta L_0} - \frac{(\cosh \beta L_2 - 1) \cosh \beta L_1}{T \cos \theta L_2 \cosh \beta L_0} \right\} \\ & + \beta \left\{ \tan \theta - \frac{Q_n L_2}{T \cos \theta} \right\} \{ \tanh \beta L_0 \cosh \beta L_1 - \sinh \beta L_1 \} \\ & - \frac{Q_n}{T \cos \theta} \frac{(\cosh \beta L_2 - 1) \cosh \beta L_1}{\cosh \beta L_0} \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式を用いて算出した曲率のベルト張力依存性を Fig.8 に示す。計算結果は実験結果よりもやや低い値を示すが、実験結果の張力依存性と良く一致している。また、今回測定した張力の範囲内では、最大曲率の値と張力はほぼ比例関係にあることがわかる。ただし、この比例関係から外れる傾向が、張力のやや低い領域で現れている。

次に、曲率のプーリ歯先円直径依存性を Fig.9 に示す。計算結果は実験結果の特性と良く一致している。また、この計算結果はプーリ歯先円直径に反比例する特性に近い。すなわち、曲率

Fig.8 Relationship between curvature and belt tension. Experimental data was obtained under mating angle ;7.5° and outside diameter ;59.74mm.

Fig.9 Relationship between curvature and outside diameter of pulley. Experimental data was obtained under T;400N and mating angle ;7.5°

の最大値はプーリ歯先円直径にほぼ反比例することがわかる。以上の結果から、今回の解析結果は、実験結果の特性を十分に説明できるものであることがわかる。

次に、(7)式の近似式を求め、(7)式の持つ性質についてさらに考察した。(7)式に含まれる双曲線関数の変数 (βL_1) が充分大きい条件下では、以下の近似式が得られる。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{2 \cos \theta} \left\{ \frac{M_s}{T} \left[\beta - \frac{1}{L_1} \right] + \frac{Q_n}{T} \right\} \quad (8)$$

ただし、(8)式の定量的な精度はあまり良くない。(8)式から、曲率は (M_s/T) および (Q_n/T) の大きさに依存していることがわかる。すなわち、ベルトに生じる最大曲率値の特性には、伝動面で生じる分布荷重の張力およびプーリ歯先円直径依存性が大きく影響していることがわかる。

また、今回(7)式を用いて計算した最大曲率の値は測定値よりも多少低めの値になった。この原因としては、ベルト歯先とプーリ歯底面の干渉やベルト歯の複雑な幾何学形状などを考慮していない点、あるいはベルト歯面とプーリ歯面の接触する伝動面の分布荷重を等分布荷重と仮定している点が考えられる。また、計算に使用

した E や G の値も良く吟味して使用していない。更に、実際のベルトでは歯元丸み部などですでに大変形の領域に入っている可能性もあり、本研究で行ったような簡単な材料力学のモデルでは取り扱えない問題を含んでいることも考えられる。

5. 結 言

心線に生じる屈曲の大きさを曲率で表示し、その曲率がどのような因子の影響を受けて決定されるかについて実験と解析の両面から検討した。得られた結果の要約を以下に示す。

- 1) 心線に生じる曲率を測定した結果、1 ピッチ内に生じる曲率の最大値は、ベルト張力の増加にほぼ比例し、更に、プーリ歯先円直径の増加にほぼ反比例して変化することがわかった。
- 2) ベルト屈曲の簡単な力学モデルを提案した。その数値計算結果は、実験によって得られた曲率のベルト張力依存性とプーリ歯先円直径依存性を良く再現した。
- 3) ベルト心線に生じる最大屈曲の生じる位置とその大きさには、ベルト歯面がプーリ歯面から受ける分布荷重の特性が大きく影響することがわかった。

【謝辞】 ベルト屈曲の力学モデルに関して、御議論いただきました Göran Gerbert 教授 (Chalmers University of Technology,

Sweden) に深謝致します。

参 考 文 献

- 1) 林 毅編：複合材料工学，日科技連 (1971)，P.595
- 2) 佐藤 隆：日ゴム協誌，**66**，563 (1993)
- 3) Costello, G.A. : Appi.Mech.Rev., **31**, 897 (1978)
- 4) Hearle, J.W.S. : "Structural Mechanics of Fibers, Yarns and Fabrics", John Wiley and Sons, New York (1969)
- 5) Akasaka, T. : in "Textile Structural Composites", edited by Tsu-Wei Chou and Frank K Ko, Elsevier, Amsterdam (1989), p.279
- 6) 加部和幸, 小石正隆, 赤坂 隆：日ゴム協誌，**67**，192 (1994)
- 7) 福森健三：日ゴム協誌，**65**，445 (1992)
- 8) 小山富夫, 村上浩二, 中井 肇, 籠谷正則, 保城 武：機論 C，**44**，312 (1978)
- 9) 綱島貞男, 藤井 透, 北林雅之：機論 C，**55**，1477 (1989)
- 10) 飯塚 博, 渡辺一実, 堤 慎哉, 真下智司：日ゴム協誌，**67**，714 (1994)
- 11) 飯塚 博, 渡辺一実, 堤 慎哉, 真下智司, 大迫信隆：日ゴム協誌，**68**，559 (1995)
- 12) 例えば, 三好敏郎, 白鳥正樹, 尾田十八：材料力学, 実教出版 (1975), p.190