都市施設の空間階層構造を記述するための一手法

貞広幸雄*・岡部篤行*

本稿は、施設の空間階層構造を記述し、その形成要因を推定するための手法を提案するものである。既存の方法は、施設は階層構造をもっているという仮定に基づいているため、ランダムに分布している施設についても階層構造を見出してしまう危険性があり、ここではとくにこの問題点を克服することに主眼をおいている。

階層構造は、施設の順位と位置によって定め、ツリーグラフとして記述する。さらに、その特性をみるためにグラフ理論的な指標をいくつか導入する。これらの指標を、位置と規模とがランダムな施設分布について計算し、実際の施設階層構造の場合をそれと比較することによって、階層構造を形成する要因を推定することができる。

実証分析としては、西宮市の商業施設を例として取り上げた。その結果、西宮市の商業施設の階層構造は、クリスタラーのモデルよりも、ランダムな階層構造に近いことがわかった。

キーワード：階層構造、グラフ理論、モンテカルロ・シミュレーション

I はじめに

都市において施設配置計画、たとえば商業施設配置を考える場合、考慮に入れなければならない大きな要因の1つに、施設の空間的な階層性がある。階層構造の形成される過程はいろいろであるが、公共施設や商業施設などのさまざまな施設は、結果的にある一定の空間的な階層性を保ちながら分布している（ベリー、1972）。施設配置を行なう際、このような空間階層構造やその形成過程を考慮しないと、既存施設の空間構造に予期せぬ変化をもたらす恐れがある。そのため、施設配置計画においては、空間階層構造を記述し、その形成要因を推定することが重要な問題の1つである。

都市の空間階層構造に関する従来の研究として代表的なものに、クリスタラー（1969）の中心地理論がある。これは、都市の空間階層構造を、その都市の提供するサービスの種類と圏域によって記述したものであり、その後レッシュ（1968）らによって経済学的な説明が加えられ、さらには競争立地問題などの側面からも、多くの研究がなされてきている。

また、Tobler(1963)や Rushton(1972), Sugiura(1991) など、地図変換という手法によって中心地理論に基づくモデルを現実へ当てはめ、階層構造の記述やその形成要因の推定を行なう試みもある。

空間階層構造に関する従来の研究、とくに、現実の空間階層構造を記述する場合には、それを理論的なモデルと比較することが多い。現実とモデルとを比べることによって、現実がどのようなモデルに近いのか、また、地形や人口分布などの要因が階層構造にどのように影響しているのか、といった議論が行なわれる。しかし、このように空間階層構造を記述する場合、その構造が偶然形成されたものではないということを検証しておかなければ、階層構造とその形成要因との関係を正しく扱うことは難しい。すなわち、いくつかの機能がそれぞれ何らかの関係をもちながら立地し、その結果として階層構造が形成されたのか、あるいは、各機能がそれぞれ独立に立地した結果、機能の分布密度が地域ごとに異なり、あたかも空間階層構造を形成しているようにみえるのかということを区別する必要がある。このような問題を解消するには、現実の空間階層構造を、偶然形成された空間階層構造（定義については後述する

* 東京大学工学部

が、ここではランダムな空間階層構造と呼んでおく)と比較することが必要であろう。このような比較によって、現実の空間階層構造を記述し、形成される要因を推定することができるといえる。

本稿では以上のような観点から、現実の空間階層構造をランダムな空間階層構造と比較することによって記述する手法を提案する。まず第2章では、空間階層構造を記述するための手法を提案する。空間階層構造は、直観的にわかりやすく、また構造の記述も容易であると思われるツリーグラフを用いて記述する(Okabe and Masuda, 1984)。次に第3章で、このツリーグラフの構造特性を表わすいくつかの指標を導入する。これらについては、空間階層構造の特性をよく表わすと思われるものをいくつか選ぶ。さらに第4章では、ランダムな空間階層構造について、これらの指標がどのような値をとるのかを調べる。最後に、現実の空間階層構造の特性値とランダムおよび理論的な空間階層構造の特性値を比較することによって、現実の空間階層構造の構成要因を推定する。

II 空間階層構造の定義

都市施設や施設群は、空間階層構造をもちながら分布しているといわれる。しかし、それを記述するための方法については、まだ確立されていない。そこで本章では、都市施設の階層構造を記述するための手法を提案する。

施設の空間階層構造という場合、それは各施設あるいは施設群のもつ機能の利用圏や利用頻度という点から捉える場合が多い。たとえば、デパートとスーパーマーケットを考えてみよう。デパートは通常、スーパーマーケットと比べるとその利用圏は広く、利用頻度は少ない。そのため、デパートの利用圏はいくつかのスーパーマーケットの利用圏を含むことが多い。たとえば、第1図のような場合である。

このような場合、デパートとスーパーマーケット

第1図 デパートとスーパーマーケットの利用圏

Fig. 1 Market areas of a department store and supermarkets

第2図 デパートとスーパーマーケットの空間階層構造

Fig. 2 Spatial hierarchical structure of a department store and supermarkets

A, B, Cの間に空間階層構造を見出すことができる。それはたとえば、「デパートはスーパーマーケットA, B, Cの上位にある」、「スーパーマーケットA, B, Cはデパートに従属している」という言葉で表現したり、あるいは、第2図のようにツリーグラフとして表わすことができよう。

上記のような空間階層構造の捉え方は、次のような規則に従っているものと考えられる。

- 1) 利用圏の広い機能をもつ施設は、利用圏の狭い施設よりも上位にある。
- 2) 利用圏の重複している施設間には、何らかの従属関係がある。

施設の上下関係については、利用圏ではなく利用頻度を用いて定義されることもあり(Curry, 1967)。この場合、利用頻度の少ない機能をもつ施設は、多い施設よりも上位にあると考えられる。しかし、利

用頻度の少ない機能をもつ施設は、通常その利用圏は広く、したがってこれらの2つの捉え方は、実際的にはそれほど大きな違いをもたらすわけではない。

このような階層構造の捉え方は、非常に一般的であり、また直感的にも理解しやすいが、実際に各施設機能の利用圏や利用頻度を正確に調査するには、多くの費用と時間を要する。しかし、たとえば日常必需品を扱うスーパーマーケットとコンビニエンスストアの関係など、限られた機能しかもたない施設だけを扱う場合には、その売上高や床面積などの指標によって施設の商圈を推測し、施設間の上下関係を捉えることも可能である。また、利用圏の重複は、通常地理的に近い施設間についてみられるものであり、したがって施設の位置関係によって従属関係を表わすことも可能であろう。

そこで本稿では、空間階層構造を次のように若干簡略化して捉える (Elliot, 1985)。

- 1) 全施設について、施設機能の利用圏あるいはそれに準ずる指標によって順位をつける。
- 2) 施設の上下関係は、施設の順位によって定められる。すなわち、相対的に順位の高い施設は上位施設、順位の低い施設は下位施設と呼ばれる。
- 3) 下位施設は、最近隣にある一定数の上位施設に従属する。

もちろん、空間階層構造がこの定義によってすべて説明されるわけではない。このような比較的大きな定義では、説明しきれない部分は残ってしまうであろう。しかし、施設の順位と位置は空間階層構造を定める最も大きな要因の1つであり、ここに着目することによって、次にどのような要因を考えるべきかを明らかにすることができるものと考えられる。

実際の例に沿ってこの定義を説明する。ここではそれぞれの施設が最近隣の1つの上位施設に従属するものとする。たとえば、第3図のように施設が分

布している (数字は施設の順位を表わす) 場合を考えてみよう。この場合、空間階層構造は矢印に示される形で定義される (矢印の始点にある施設が、矢印の終点にある施設に従属する)。このような定義は、現実を若干簡略化して捉えるものであるが、これによってランダムな空間階層構造や理論的に導かれる空間階層構造との比較が容易になるという利点がある。また、この定義を用いれば、施設の位置と順位さえわかっているならば、その空間階層構造を考えることができるため、解析の応用範囲が広がるという利点もある。

なお、1つの下位施設が従属する上位施設の数 (ここでは T とおく) については、1, 2, 3 の3つの場合を考える (第4図、数字は施設の順位を示す)。

クリスタラーの中心地システムにおいては、 $k=7$ の場合には下位施設はすべて1つの上位施設に従属している。同様に、 $k=4, 3$ の場合には、各下位

第3図 施設の空間階層構造
Fig. 3 Spatial hierarchical structure of facilities

第4図 施設の階層関係
Fig. 4 Hierarchical relationship between facilities

施設はそれぞれ2つの上位施設に従属している。したがって、1つの下位施設に従属している上位施設の数という点からみれば、 $T=1, 2, 3$ の場合とはそれぞれ $k=7, 4, 3$ の場合とみなすことができる。

もちろん、現実の空間階層構造では、同種の施設であっても、各施設が従属する上位施設の数異なる。しかし、ここでは議論を明確にするために、同種の施設については、1つの施設が従属する上位施設の数是一定であるとしておく。

III 空間階層構造を記述するための指標

前章では、本稿における空間階層構造の定義について述べた。本章ではこの定義に基づき、空間階層構造を記述するための指標を提案する。

すでに述べたように、空間階層構造はツリーグラフとして捉えたと理解しやすい。そこでここでも、第3図のように定義された空間階層構造を、第5図のようなツリーグラフとして捉えることにする。

次に、このツリーグラフの特性を表すための指標をいくつか提案する。グラフの指標はすでにグラフ理論においていくつも提案されているものがあるが、ここではとくにツリーグラフの特性を表すのに適しているものをいくつか提案する。以下、施設をノード、従属関係を示す枝をリンクと呼び、また

第5図 施設の階層構造のツリーグラフ
Fig. 5 Tree graph representing a hierarchical structure of facilities

説明をわかりやすくするために1つの施設は1つの施設にしか従属しない、すなわち、 $T=1$ とする。

(1) ツリー幅

ツリー幅とは最下位のノードの数であり(第6図)、ツリーの広がりを表す。

(2) 分岐比の平均

分岐比とは、ここでは1つのノードから分かれる(従属関係にある)ノード(リンク)の数(第6図)とする。分岐比については、上位の施設と下位の施設の数比、すなわちクリスタラーの k 値を用いることも可能であるが、ツリーグラフとして捉える場合には、前述の定義の方がより直観的にわかりやすいという利点がある。この場合、分岐比は最下

第6図 ツリーグラフの指標
Fig. 6 Indices of a tree graph

位ではないすべてのノードについて、定めることができる。分岐比の平均は、クリスタラーのモデルでは6となる。この値は、全ノード数とツリー幅の関数として表わされるのであるが、空間階層構造の直感的な理解を助けると思われるので、指標として取り上げておく。

(3) 分岐比の分散

分岐比の分散は、ノードごとに分岐比がどの程度ばらついているかを表わす。これはすなわち、ツリー構造の均質性を示す指標であり、分岐比の分散によってツリー構造が規則性をもっているかどうかをみることができる。

IV ランダムな空間階層構造における指標の期待値

第3章では、空間階層構造を表わすためのいくつかの指標を示した。これらの指標の意味についてはすでに述べたとおりであるが、現実の空間階層構造がどのような要因によって形成されているのかを知るには、空間階層構造をなす要因がない場合の指標値を知っておく必要がある。その値と現実の場合の値とを比較することで、空間階層構造を形成している要因が推定できる。

まずここでは、ランダムな空間階層構造を定義しておく。第2章における空間階層構造の定義に基づくと、空間階層構造を決定するのは、施設の位置と順位である。したがって、ランダムな空間階層構造という場合には、この2つの要因がランダムであることが必要であろう。そこでここでは、ランダムな空間階層構造を次のように構成するものとする。

- 1) まず、平面上にすべての施設をランダムに分布させる。
- 2) 次に、それぞれの施設について、順位をランダムに割り当てる。
- 3) 第2章における定義に基づいて、空間階層構造を構成する。

このような定義によって、施設の位置と順位という2つの要素がランダムになる。位置と順位は、本稿において空間階層構造を定義している要素であり、これらをランダムにすることによって、空間階層構造を形成する要因がないという状況を生み出すことができる。

次に、上の定義に基づいて、ランダムな空間階層構造の指標の期待値を計算する。指標値については、可能な限り解析的に算出し、不可能なものについてはモンテカルロシミュレーションによって計算する。シミュレーションは、点の数を10~1,000まで変化させ、各場合について10,000回の繰返しを行っている。

(1) ツリー幅

ツリー幅については、期待値は以下のように求めることができる。まずはわかりやすい場合として、下位の施設が1つの上位施設にしか従属しない($T=1$)の場合を考えてみよう。全ノード数を N とし、各ノードに順位を $1, 2, \dots, N$ とつけ、順位 i のノードを n_i とする。次に、 $n_1, \dots, n_i$ を平面上に分布させてポロノイダイアグラムを作成する。ポロノイダイアグラムとは、平面上にいくつかの点が分布しているときに、平面を最寄りの点に割り当てることによって分割したものであり、点 n_i のポロノイ領域 V_i は、 $I_n = \{1, \dots, N\}$ 、 n_i の位置ベクトルを x_i として、次のような式によって定義される。

$$V_i = \{x \mid |x - x_i| \leq |x - x_j| \text{ for } j \neq i, j \in I_n\} \quad (1)$$

ここで、 V_i の面積を S_{ii} とする。この平面上に、 $n_{i+1}, \dots, n_N$ をランダムに分布させるとき、ノードが1つも n_i のポロノイ領域に入らなければ、 n_i は最下位のノードとなる。これは、すでに i 個の点が分布している平面上に、さらに $N-i$ 個の点を1つずつ分布させる過程として考えることができる。したがってこの確率は、全領域の面積を S として、

$$p_i = \prod_{j=i}^{N-1} \left(1 - \frac{S_{ji}}{S}\right) \quad (2)$$

と表わされる。ここで仮に S_{ji} と S_{ki} ($j > k$) の間の相関がないものとしよう。すると、 p_i の期待値 $E[p_i]$ は、

$$E[p_i] = \prod_{j=i}^{N-1} \left(1 - E\left[\frac{S_{ji}}{S}\right]\right) \quad (3)$$

となる。 $E[S_{ji}]$ は平面上に点が j 個分布しているときの各ポロノイ領域の面積の期待値であるから、これは S/j と考えることができる。そこで、 $E[S_{ji}/S] = 1/j$ を式(3)に代入すると、ツリー幅 w の期待値 $E[w]$ は、

$$E[w] = \sum_{i=2}^N E[p_i] = \sum_{i=2}^N \frac{i-1}{N-1} = \frac{N}{2} \quad (4)$$

となる。

次に、下位の施設が複数の上位施設に従属する場合、つまり、 $T > 1$ の場合を考える。この場合には、 $n_1, \dots, n_i$ を平面上に分布させ、1次～ T 次最近隣ポロノイダイアグラムを作成する。 k 次最近隣ポロノイダイアグラムとは、平面上にいくつかの点が分布しているときに、平面を k 番目に近い点に割り当てることによって分割したものである（厳密な定義については Okabe *et al.* (1992) を参照のこと）。この k 次最近隣ポロノイダイアグラムにおける点 n_i の k 次ポロノイ領域 V_i^k の面積を S_{ij}^k とする。この平面上に、 $n_{i+1}, \dots, n_N$ をランダムに分布させるとき、ノードが n_j のすべてのポロノイ領域に入らなければ、 n_i は最下位のノードとなる。この確率は、 $T=1$ の場合と同様に考え、

$$p_i = \prod_{j=i}^{N-T} \left(1 - \frac{\sum_{k=1}^T S_{ji}^k}{S}\right) \quad (5)$$

となる。ここで、 S_{ji}^k と S_{ji}^l の間に相関がないも

のとすると、ツリー幅の期待値は $T=1$ の場合と同じように、

$$\begin{aligned} E[w] &= \sum_{i=T+1}^N \frac{(i-1)(i-2)\dots(i-T)}{(N-1)(N-2)\dots(N-T)} \\ &= \frac{(N-T-1)!}{(N-1)!} \cdot \frac{1}{T+1} \cdot \frac{(N-1)!}{(N-T-1)!} \\ &= \frac{N}{T+1} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。

実際には $S_{j_1 i}^k$ と $S_{j_2 i}^k$ ($j_1 \neq j_2$) の間には相関があるため、式(4)や式(6)は成り立たない。しかし、相関が小さければこれらの式は概算に使うことができる。そこで、この概数の誤差を調べるために、シミュレーションによってツリー幅を計算した。第7図は、横軸にノード数 N 、縦軸に誤差率 $(N/(T+1) - w)/(N/(T+1)) \times 100$ をとったものである。

このグラフをみると、誤差率はノード数が多くなるに従って大きくなるものの、 $\pm 5\%$ 以下であることがわかる。この程度の誤差が許される場合には、ランダムな空間階層構造のツリー幅の期待値として $N/(T+1)$ を用いても問題ないといえよう。

(2) 分岐比の平均

すでに述べたように、分岐比の平均はツリー幅の関数として表わすことができる。まず、全リンク数とノード数の関係について考えてみる。いま、 T

第7図 ノード数と誤差率
Fig. 7 Relation between the number of nodes and error

値が与えられている場合、全リンク数 L は次のように表わされる。

$$L = TN - \frac{T(T+1)}{2} \quad (7)$$

分岐比は、前述したように最下位ではないすべてのノードについて定められる。したがって、分岐比の定められるノード数は全ノード数 N と最下位のノード数、つまりツリー幅 w との差である。一方、分岐するリンクの総数は全リンク数 L によって与えられる。したがって、分岐比の平均 s_i の期待値は、

$$E[S_i] = \frac{TN - \frac{T(T+1)}{2}}{N-w} \sim \frac{(T+1)\left(N - \frac{T+1}{2}\right)}{N-w} \quad (8)$$

と表わされる。

(3) 分岐比の分散

分岐比の分散については、たとえば $T=1$ の場合には次のように考えることができる。いま、 n_i の分岐比について考える。 $n_j (i < j)$ が n_i に従属する唯一のノードとなる確率は、

$$\frac{\frac{S_{j-1,i}}{S}}{1 - \frac{S_{j-1,i}}{S}} \prod_{k=i}^{N-1} \left(1 - \frac{S_{ki}}{S}\right) = \frac{S_{j-1,i}}{S - S_{j-1,i}} \prod_{k=i}^{N-1} \left(1 - \frac{S_{ki}}{S}\right) \quad (9)$$

と表わされる。したがって、 n_i の分岐比が M になる確率は、 $I_N = \{i+1, i+2, \dots, N\}$ として、

$$\sum_{\substack{j_1, j_2, \dots, j_M \in I_N \\ j_1 \neq j_2, \dots, \forall l \neq m}} \prod_{q=1}^M \frac{S_{j_q-1,i}}{S - S_{j_q-1,i}} \prod_{k=i}^{N-1} \left(1 - \frac{S_{ki}}{S}\right) \quad (10)$$

と表わされる。この式を用いると、分岐比の分散 s_i の期待値を考えることができる。 $T=2, 3$ の場合にも、同様である。しかし、この計算は S_{ij} の確率分布の性質がわかっていなければ解析的には難しいため、ここでは、シミュレーションによって計算した値を第8図に掲載する。

図中、 $T=1, 2, 3$ のグラフはそれぞれ $k=7, 4,$

第8図 ノード数と分岐比の分散の期待値
Fig. 8 Relation between the number of nodes and expectation of variance of nodes' degree

3の場合に対応している。これらのグラフはほぼ双曲線であり、たとえば $T=2$ のグラフは $E[s_i] = 5.37 - 18.8/n^{0.8}$ という式で近似することができる。

V 西宮市の商業集積における空間階層構造の指標値

本章では、以上の指標を用いて西宮市の商業集積の空間階層構造を記述し、ランダムな空間階層構造およびクリスタラーのモデルと比較する。店舗については、NTT タウンページに掲載されている商業施設のうち、主要な業種について約6,000店舗を取り上げている。商業集積は、複数の店舗がそれぞれ25 m 以内の距離で連続的に分布しているものと定義する。各集積には、集積を構成する各店舗の代表点(店舗敷地の重心とする)の重心を代表点として与える。これらの集積のうち、店舗数の多いもの上位100をとり、それぞれの代表点を用いてツリーグラフを構築し、各指標値を計算する。

現実の空間階層構造がどのようにして形成されているかを、ランダムな空間階層構造と比較することによって探ろうとすることはすでに述べたとおりであるが、このような場合、さらに理論的なモデルと比較することによって、ある特定の階層形成要因をもつ構造を比較することができ、現実の空間階層構造をさらによく理解できるものと思われる。そこでここでは、代表的な理論的なモデルである、クリスタ

ラーのモデルにおける指標値を計算しておく。クリスタラーのモデルにおけるそれぞれの指標値は、 $k=3, 4, 7$ ($T=3, 2, 1$)の3つの場合について計算する。この場合、ツリー長を l とすると、ノード数と k 値の間には、次のような関係が成り立ち、ここから指標値を求めることができる。

$$l = \frac{\log(100k-199)}{\log(k-1)} \quad (11)$$

西宮市、ランダムツリー、クリスタラーのモデルの各場合について求めた指標値は第1表のとおりである。

これらの表をみると、西宮市の商業施設は、 k 値がどの場合であっても、クリスタラーのモデルよりもランダムツリーの方に近いということが読み取れる。商業集積の空間階層構造が、何らかの要因によって規則性をもっているとするならば、ここにあげた特性値はクリスタラーのモデルとランダムツリーとの間の値をとることが期待されるが、ここではそのような様子はみられない。

クリスタラーの中心地理論では、 $k=3, 4, 7$ の場合はそれぞれ市場原理、交通原理、行政原理によ

第1表 西宮市、ランダムツリー、クリスタラーのモデルにおける指標値

Table 1 Indices of retail stores, random tree, and Christaller's model in Nishinomiya

$k=3$ ($T=3$)	ツリー幅	分岐比の平均	分岐比の分散
西宮市の商業集積	28.00	4.10	11.67
ランダムツリー	24.83	3.93	10.15
クリスタラーのモデル	50.50	6.00	0.00
$k=4$ ($T=2$)	ツリー幅	分岐比の平均	分岐比の分散
西宮市の商業集積	34.00	2.98	4.95
ランダムツリー	32.60	2.93	4.89
クリスタラーのモデル	67.00	6.00	0.00
$k=7$ ($T=1$)	ツリー幅	分岐比の平均	分岐比の分散
西宮市の商業集積	48.00	1.90	1.09
ランダムツリー	48.05	1.91	1.48
クリスタラーのモデル	83.50	6.00	0.00

って構成される空間階層構造であるという説明がされている。この説明に従うとすると、商業集積は $k=3$ の場合に相当するものと考えられる。そこで次に、 $k=3$ の場合について、ランダムツリーのツリー幅、分岐比の平均と分散の各指標値の確率分布を調べ、商業集積、クリスタラーのモデルの場合と比較する（それぞれ第9図、第10図、第11図を参照）。

図中、白色の三角形は西宮市の商業集積、黒い三角形はランダムツリーにおける平均値、灰色の三角形はクリスタラーのモデルの場合における指標値を示している。各グラフの形をみる限り、指標値は正規分布に似た形で分布しており、空間階層構造の特

第9図 西宮市、ランダムツリー、クリスタラーのモデルにおけるツリー幅 ($T=3$)

Fig. 9 Tree width of retail stores, random tree, and Christaller's model in Nishinomiya

第10図 西宮市、ランダムツリー、クリスタラーのモデルにおける分岐比の平均 ($T=3$)

Fig. 10 Average nodes' degree of retail stores, random tree, and Christaller's model in Nishinomiya

第11図 西宮市、ランダムツリー、クリスタラーのモデルにおける分岐比の分散 ($T=3$)
Fig. 11 Variances of nodes' degree of retail stores, random tree, and Christaller's model in Nishinomiya

性を表わすには適当であろうと思われる。ツリー幅と分岐比の平均に関しては、商業集積はランダムツリーとクリスタラーのモデルの中間に位置しており、これをみる限りではクリスタラーのモデルに従いつつ他の要因によって歪められた空間階層構造をもっているといえなくもない。しかし、分岐比の分散はランダムツリーよりも大きな値であり、クリスタラーのモデルからさらにかけ離れている。また、前2者の指標値についても、ランダムツリーではないといえるほど、モデルに近い値をもっているわけではない。これらの点を総合すると、西宮市の商業集積の空間階層構造は、明確な規則性をもっているわけではないといえよう。

VI おわりに

本稿では、空間階層構造をランダムな空間階層構造と比較することによって、空間階層構造の形成要因を推定する手法を提案し、その適用例として西宮市の商業集積について実証分析を行なった。この結果、西宮市の商業集積の空間階層構造は、明確な規則性をもっているわけではないということがわかった。もちろん、これはあくまで一例であり、空間階

層構造をもつさまざまな施設等について、本稿の手法を試みることによって、手法の有効性についてさらに検討する必要がある。また、空間階層構造を記述する指標もここにあげたものだけでなく、さらに表現力の高いものを探すべきかもしれない。

本稿では手法の構造を明確にするために、現実の階層構造についていくつかの仮定をおいている。それらについてはすでに第2章で述べたとおりであるが、モデルの説明力をさらに高めるためには、仮定をさらに現実に近いものにする必要がある。1つには、施設の順位を規模だけによって定義していることがあり、これは現実には施設の機能等も詳細に考慮する必要がある。また、下位の施設が従属する施設の数を一一定と仮定したが、現実には従属する施設の数には施設によって異なるはずである。このような場合については、今後さらに取り上げていきたい。

なお、本稿は日本地域学会第29回年次大会(1992年10月、於専修大学)において発表された内容に、3名の討論者による意見を考慮した加筆、修正を加えたものである。

(投稿 1993年9月7日)

(受理 1993年12月11日)

文 献

- クリスタラー, W. 著, 江沢譲爾訳 (1969): 『都市の立地と発展』。大明堂, 396p. Christaller, W. (1933): *Die zentralen Orte in Süddeutschland*. Gustav Fischer, Jena, 334S.
- ベリー, B. 著, 西岡久雄・鈴木安昭・奥野隆史訳 (1972): 『小売業・サービス業の立地』。大明堂, 194p. Berry, B. J. L. (1967): *Geography of market centers and retail distribution*. Prentice-Hall, New Jersey, 146p.
- レッシュ, A. 著, 篠原泰三訳 (1968): 『レッシュ経済立地論』。大明堂, 622p. Lösch, A. (1940): *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft*. Gustav Fischer, Jena, 348S.
- Curry, L. (1967): Central places in the random spatial economy. *Journal of Regional Science*, 7, 217-238.

- Elliot, H. M. (1985): Cardinal place geometry. *Geographical Analysis*, **17**, 16-35.
- Okabe, A. and Masuda, S. (1984): Qualitative Analysis of two-dimensional urban population distributions in Japan. *Geographical Analysis*, **16**, 301-312.
- Okabe, A., Boots, B. and K. Sugihara (1992): *Spatial tessellations*. John Wiley, New York, 532p.
- Rushton, G. (1972): Map transformations of point patterns: central place patterns in areas of variable population density. *Papers of the Regional Science Association*, **28**, 111-129.
- Sugiura, Y. (1991): A map-transformation approach to the location of central places: the case of the central Kanto region in preindustrial Japan. *Environment and Planning A*, **23**, 969-985.
- Tobler, W. R. (1963): Geographic area and map projections. *Geographical Review*, **53**, 59-78.

Method for Describing Spatial Hierarchical Structure of Urban Facilities

Yukio SADAHIRO* and Atsuyuki OKABE*

Since Christaller proposed the central place theory, the hierarchical structure of Urban facilities has been discussed from various view points. The hierarchical structure of retail stores may be explained as a result of spatial competition; that of public facilities may be explained by minimization of the total distance to users; and so forth. Many ideal models are proposed in the literature to explain these phenomena. In order to apply these models to empirical studies, several methods, such as the map transformation method, which removes the effect of an inhomogeneous distribution of population, are proposed. This method, however, still is difficult to use in comparing hierarchical structures in practice.

These methods, however, attempt to describe a hierarchical structure by comparing an actual with an ideal structure. We may find a hierarchical structure in facilities which are distributed randomly because the existing method is based on the assumption that facilities have a hierarchical structure.

To overcome the difficulty found in the existing methods, we propose a new practical method of describing a hierarchical structure in this paper. Based upon empirical observations, we assume that the size of a facility is measured by certain numerical values such as population and that a facility is dominated by the nearest facility which has a larger size. Under these assumptions, we can represent the hierarchical structure of facilities in terms of a tree graph.

To see the characteristics of a hierarchical structure, we use several indices using graph-theoretic concepts: tree width defined by the number of end leaves; node degrees defined by the number of descendants in lower sizes.

We obtain the values of these indices for a random hierarchical structure, i. e., facilities are randomly distributed and sizes are randomly assigned to them to obtain the standard values for comparison. Some of the values of indices can be calculated analytically, but others have to be calculated by Monte-Carlo simulation.

We also obtain those values for Christaller's central place theory. With these settings, we can compare the indices of randomly distributed facilities with those of facilities in the real world and estimate the factor of hierarchical structure.

Using these values, we investigate the hierarchical structure of retail stores in Nishinomiya. We notice from the empirical study that the hierarchical structure of retail stores in Nishinomiya is more similar to the random hierarchical structure model than to Christaller's model.

Key words: hierarchical structure, graph theory, Monte-Carlo simulation