FTRを用いたプライスリスクヘッジ

非会員 田中 泰明* 非会員 牧野 倫子**
正員 市田 良夫*** 正員 秋吉 政徳***

Optimal Hedge for Nodal Price Risk using FTR

Tanaka Hiroaki*, Non-member, Makino Michiko**, Non-member, Ichida Yoshio***, Member,
Akiyoshi Masanori***, Member

As the deregulation of electric business proceeds, each company needs to construct a risk hedging system. So far many companies have not been taking much care of this sufficiently. In this paper, we address the nodal price hedge issue. Most companies have risks for the nodal prices which tend to be highly volatile. There's almost no doubt that such a company actually needs hedge products to make profits stable. We suggest the usage of FTR for this purpose. First, we briefly note the mechanisms of nodal price in PJM market and FTR, and suggest the mathematical formulations. Then we show some numerical examples and discuss our findings.

キーワード：電力自由化、リスクマネジメント、リスクヘッジ、ノードルプライス、FTR

Keywords: deregulation, risk management, risk hedge, nodal price, FTR

1. はじめに

現在、電力事業の規制緩和が進行中であり、日本においても2003年以降に電力取引の自由化が大きく進展されることが予想される。規制緩和の先進国であるアメリカでは、すでに従来型の垂直統合型から、発・送・配電部門の分社化が進んでおり、それぞれの部門に多くの事業者が参加している。代表的な電力市場であるPJM⁽¹⁾においては、ノードルプライスと呼ばれる電力価格を用いて取引に関わる決済処理が行われる。ノードルプライスはその地域における電力の限界価格であることから、LMP(Locational Marginal Price:地域別限界費用)とも呼ばれ、その地域の送電線混雑の影響を強く受ける。市場参加者の中には、ノードルプライ

スの変動による収益の変動を低減したい(ノードルプライスのマーケットリスクをヘッジしたい)という要望が強く、送電権利(FTR: Financial Transfer Rights)の取引も活発に行われている。大口需要家は、ノードルプライスの高騰による電力購入コストの増加という経済的リスクをヘッジするために、FTRをあらかじめ購入しておく。一方、発電事業者にとっては、ノードルプライスの低下による収益の減少という経済的リスクをヘッジするために、あらかじめFTRを売るなどの処置を行う。またノードルプライスのスプレッド(価格差)を利用する取引事業者にとってもFTRによるリスクヘッジは可能である。いずれの場合にもノードルプライスの変動は事業者の収益に大きな影響を与える可能性があり、最適なヘッジ手法は重要な課題といえる。

このノードルプライスリスクを制御するための方法として、

- (1) あらかじめFTRを購入する
- (2) 損害保険に加入する
- (3) 天候デリバティブなどの金融商品の購入

などが考えられる。(1)はリスク事由が発生したときには、FTRの売却によりリスクを回避することができるため直接的なリスクヘッジ手法といえる。(2)は適当な保険商品があった場合には有効であるが必ずしもユーザメリットの大きい商品が存在するかどうかは流動的である。(3)に関しては、混雑の主たる原因が気温上昇である場合には適当なヘッジが可能であるが、その他の要因によって混雑が発

*京都大学情報学研究科

〒606-8501 京都市左京区吉田本町

Kyoto University Department of Applied Analysis and Complex Dynamical Systems.

Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto 606-8501 Japan

**甲南大学理工学部

〒658-8501 神戸市東灘区岡本8-9-1

Konan University Faculty of Science and Engineering.

8-9-1 Okamoto Higashinadaku, Kobe 658-8501 Japan

***三菱電機(株)先端技術総合研究所

〒661-866 尼崎市

MITSUBISHI ELECTRIC CORPORATION ADVANCED TECHNOLOGY R&D CENTER.

Amagasaki City, Hyogo 661-8661 Japan

生した場合には、混雑料金と天候デリバティブの価値が必ずしも同じ振る舞いをせず、必ずしもリスクヘッジに適するとは言えない。

本論文では、(1)FTRによるリスクヘッジを想定する。一般にFTRを購入する量が過剰になるとそのために必要なコストが増えるため、リスクの保有と追加購入することによるリスク(コスト)のトレードオフが発生する。このトレードオフを定式化し、最適な送電権利の購入量を求める手法を示す。

はじめに2章では、ノーダンプライスの高騰による経済的損失を想定した場合での、損失生起過程ならびにFTR購入による損失低減の定式化を行う。これらを踏まえて、確率的最適化の観点より最適なFTRの購入戦略に関して説明を行う。この指標としては、期待値の観点とVaR(Value At Risk)⁽²⁾⁽³⁾の2つの観点から議論を行う。3章では数値シミュレーション評価法およびシミュレーションにおけるサンプルの発生手法に関して記述する。4章では具体的な数値シミュレーション結果をいくつか示し、それらに対する考察を述べる。

2. 送電リスクに対する数学的モデル

〈2・1〉 FTRの概要 PJMではエリア内の送電線を使用する市場参加者に対して、送電線混雑のリスクヘッジ方法を提供するため、金融的送電権取引市場(Financial Transmission Entitlements Market)を開設している。FTRの目的は送電混雑により引き起こされるコストの増大からPJMの送電線利用者を守ることであり、特定の送電ルートにおける送電混雑料金から身を守る権利を購入することを許可するものである。同時に、送電混雑時にノーダンプライスの想定値と異なることにより引き起こされる経済的リスクを管理するメカニズムを与えることにより、将来の電力取引市場を促進する。PJMにおいて、FTRはオークション形式で取引される。このことにより流動的な取引を促進している。FTRオークションでは、市場参加者に対して残っている権利の売りの入札、残っている権利の買いの応札を提出することを許可している。決算時におけるFTRの経済的価値は以下のように計算される。

- 時間毎FTRの経済的価値は、FTR予約量(MW)とFTRの発電地点(source)と受電地点(sink)の一日前市場¹のノーダンプライスの差により決定される。
- FTRの方向が混雑フロー(発電地点の一日前市場のノーダンププライスが受電地点のノーダンププライスより大きい場合)と同方向の場合に利益となる。
- FTRの方向が混雑フロー(発電地点の一日前市場のノーダンププライスが受電地点のノーダンププライスより大きい場合)と逆方向の場合に損益となる。

¹PJMには一日前市場とリアルタイム市場の2つの市場が存在する。

〈2・2〉 損失生起過程 対象とする事業者において、電力需要の増大などに起因するノーダンププライスの上昇により被る損失を対象とし、その時間変動を記述する数学モデルを構築する。 $t=0$ を考察の初期時刻とし、 $N(t)$ を時刻 t までの損失発生回数の累積回数とする。本論文では、損失の発生に対する確実な事前予測は困難であり、 $N(t)$ は確率的要因に左右されて時間変動すると考える。すなわち、数学的には、 $N(t)$ は非負整数値を取る非減少確率過程であると考える。

ある時刻 t (ここでは一般性を持たせるために連続変数として扱う)までに n 回の損失発生が生じたという条件下で、その後の時間間隔 Δt において損失が発生する確率について、 $\lambda(t)$ を時間 t の非負値確率関数として、次の関係が成立するものとする。

$$P(N(t+\Delta t) = n+1 | N(t) = n) = \lambda(t)\Delta t + o(\Delta t) \dots \dots \dots (1)$$

$$P(N(t+\Delta t) > n+1 | N(t) = n) = o(\Delta t) \dots \dots (2)$$

ここで、 $P(A|B)$ は事象 B が生じたという条件下での事象 A の条件付き生起確率を表し、 $o(\Delta t)$ は微小量 Δt に対して高位の無限小を表す。この仮定は、損失の発生がそれまでの損失発生数には無関係であること、微小時間区間内に2回以上の損失が同時に発生する確率は高次の微小量として無視し得ること、および単位時間あたりの発生頻度は一般に時間と共に変動し得ることを表している。損失の発生がそれまでの発生回数と無関係であるという仮定は、損失の発生が統計的に互いに関連性を有しないということを意味している。この仮定の下では、 $N(t)$ の確率分布は次のようになる(付録参照)。

$$P(N(t) = n) = \frac{\{\Lambda(t)\}^n}{n!} \exp\{-\Lambda(t)\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t') dt' \dots \dots \dots (4)$$

式(3)は、時刻 t までの累積発生回数が平均 $\Lambda(t)$ のPoisson分布に従うことを示しており、このような確率過程は平均値関数 $\Lambda(t)$ の非同次Poisson過程(nonhomogeneous Poisson process=NHPP)と呼ばれている⁽⁵⁾。また、平均値関数の導関数である $\lambda(t)$ は強度関数と呼ばれる。

〈2・3〉 損失発生過程 このように、非同次Poisson過程によりモデル化された損失生起過程 $N(t)$ を用いて、時刻 t までに発生した損失の累積値 $L(t)$ が次のように与えられるものとする。

$$L(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 Y_k ($k=1, 2, \dots$)は各損失発生時点における損害額を表す、互いに独立で同一の分布に従う非負確率変数で、その確率分布関数、

$$F(y) = P(Y_1 \leq y) \dots \dots \dots (6)$$

が所与であるものとする ($k \geq 2$ についても分布は同一)。また、 Y_k ($k = 1, 2, \dots$) は非同次 Poisson 過程 $N(t)$ とも独立であるものとする。これらの仮定の下、式 (5) で与えられる確率過程は、非同次複合 Poisson 過程 (nonhomogeneous compound Poisson process) と呼ばれており、特に強度関数 $\lambda(t)$ が時間に依らずに定数である場合、非同次 Poisson 過程は通常の Poisson 過程に帰着され、そのとき $L(t)$ は複合 Poisson 過程に帰着される⁽⁴⁾。

〈2・4〉 FTR 購入の効果 FTR の購入は、ノーダルプライス高騰による損失の発生の抑制につながるが、この効果は、損失発生過程 $L(t)$ の確率的性質が変化すると考えることにより、本モデルに取り入れることが可能である⁽⁶⁾。FTR 購入の影響は、一般には損失の発生頻度と 1 回あたりの損失の発生額の両者に及ぶと考えられるので、この影響を明示するために、FTR の購入単位数が u のときの損失生起過程を $N(t; u)$ 、 k 回目の発生損失額を $Y_k(u)$ ($k = 1, 2, \dots$) と記すことにする。すなわち、FTR を u 単位購入した場合の損失発生過程 $L(t; u)$ は、

$$L(t; u) = \sum_{k=1}^{N(t; u)} Y_k(u) \dots \dots \dots (7)$$

となる。またこのときの $Y_k(u)$ ($k = 1, 2, \dots$) の確率分布関数を、

$$F(y; u) = P(Y_1(u) \leq y) \dots \dots \dots (8)$$

と表す。

〈2・5〉 送電リスクの定式化と FTR の最適購入量 時間区間 $[0, T]$ を評価対象区間とし、この時間区間に被るリスクを最小化するような FTR の購入方策を考えよう。以下では評価の終了時刻 $t = T$ を単に評価時刻と呼ぶことにする。 u 単位の FTR を購入したという条件下で、評価時刻までに被る累積損失額は $L(T; u)$ であるから、事業者が負担しなければならない総損失コスト $R(u)$ は、次式で与えられることになる。

$$R(u) = L(T; u) + C_F u \dots \dots \dots (9)$$

ここで、 C_F は 1 単位の FTR 購入に要するコストを表す。式 (9) で与えられる総コスト $R(u)$ は、損失発生過程の確率的時間変動を反映した確率変数となるため、何らかの統計的尺度を導入して定量化する必要がある。本論文では、次の 2 つの評価尺度を導入し、FTR 購入量の最適化を定式化する。

〈2・5・1〉 期待値ベースでの最適購入量 最も広く用いられてきている評価尺度は、総損失コストの期待値をリスク評価尺度とするものであり、この尺度の下での FTR の最適購入量 (以下 $\hat{u}$ と記す) は、

$$\text{minimize } E[R(u)] \dots \dots \dots (10)$$

の解として得られる。ここで、 $E[\cdot]$ は期待値を取る演算子を表す。

複合非同次 Poisson 過程の性質から、FTR 購入量 u の下での平均値関数を $\Lambda(t; u)$ とすれば、

$$E[L(T; u)] = \Lambda(T; u)E[Y_1(u)] \dots \dots \dots (11)$$

となるので (付録参照)、結局この期待値評価の下での最適購入量 $\hat{u}$ は、

$$\text{minimize } \Lambda(T; u)E[Y_1(u)] + C_F u \dots \dots \dots (12)$$

の解として得ることができる。

〈2・5・2〉 VaR ベースでの最適購入量 期待値ベースのリスク尺度は総損失コストの確率分布の分布中心付近の情報を強く反映したものであるが、リスク回避的な観点からはこの尺度は適切とはならない場合も多い。このような要求に応えるために近年盛んにされてきているのが冒頭で述べた VaR⁽²⁾⁽³⁾ である FTR の購入数が u 単位である場合の VaR を $R_{\max}(u)$ とすると、それは

$$P(R(u) > R_{\max}(u)) = p_{LB} \dots \dots \dots (13)$$

を満たす $R_{\max}(u)$ として定義される。ここで、 p_{LB} は危険率を表す。すなわち、この場合の $R_{\max}$ とは、総損失コスト $R(u)$ が $R_{\max}$ を上回る確率が所与の危険率 p_{LB} に留まるような指標のことである。

リスクマネジメント理論においては、危険率 p_{LB} としては数% かあるいはそれ以下という微小な値を要求し、被る損失が VaR を超える可能性を小さく抑えるようにする場合が多く、この点でリスク回避を指向する管理者にとって適切な指標となっている。VaR の数値評価には総損失コストの確率分布の分布裾野付近の情報が必要であり、この点で期待値による評価尺度とは数値評価という点からも大きく性格を異とする。

VaR ベース下では、最適な FTR 購入量 (以下 u^* と記す) は次の解として得られる。

$$\text{minimize } R_{\max}(u) \dots \dots \dots (14)$$

〈2・6〉 短期モデルと中長期モデル 電力需要変動の要因は様々であるが、その中でも夏期の冷房電力の増大などの季節的要因は最も重要な要因であると考えられる。1~2ヶ月程度の期間を対象に FTR の購入計画を構築する場合、このような短期間での季節的な需要変動の効果はほぼ無視し得ると考えられるので、このような場合損失生起過程の強度関数 $\lambda(t)$ は正定数 (λ_0 と記す) であるとしてよいであろう。したがって、このとき損失生起過程は強度パラメータ λ_0 の Poisson 過程であり、損失発生過程 $L(t)$ は通常の複合 Poisson 過程となる。

これに対して、数ヶ月から 1 年、あるいはそれよりも長期の購入計画を議論する場合には、季節的な需要変動や長期的な気候変動の影響を無視することができないため、一般に強度関数は時間変動すると考える必要がある。

3. 送電リスクに対するシミュレーション評価法

本論文で損失発生過程に対する数学モデルとして用いている非同次複合 Poisson 過程については、その各時刻における確率分布を解析的な形で表示するには、各発生損害額 Y_k ($k = 1, 2, \dots$) の確率分布の合成積に対する解析的表式を与える必要が生ずる。いくつかの簡単な分布形についてはこれは不可能ではないが、一般の分布形に対して解析的表式を与えることは困難である。したがって、VaR による評価尺度 $R_{\max}(u)$ の数値評価を与える際には解析的表式を前提としない数値手法を確立しておくことが望ましい。このような点を考慮し、本論文ではモンテカルロ法による数値評価法を用いる。

〈3・1〉 複合 Poisson 過程のサンプル発生法 対象とする時間区間 $[0, T]$ を M 個のメッシュに分割し、そのメッシュ点を

$$t_m = m\Delta t \quad (m = 0, 1, \dots, M, \Delta t = T/M) \quad (15)$$

と記す。平均 $1/\lambda_0$ の独立指数乱数列を $\{\xi_1, \xi_2, \dots\}$ とするとき、まず ξ_1 に最も近いメッシュ点を t_{m_1} と選定し、これを最初の Poisson 時刻と設定する。次に、 $t_{m_1} + \xi_2$ に最も近いメッシュ点を t_{m_2} と選定し、これを 2 番目の Poisson 時刻と選定し、以下この作業を繰り返して Poisson 時刻列のサンプルを形成する。このように Poisson 時刻点のサンプルが逐次発生されるごとに、それとは統計的に独立な Y_k のサンプルを発生させて増分を形成していくことにより、複合 Poisson 過程のサンプル関数を発生させることができる。この手法では、精度を確保するために分割数を非常に大きい値に取る必要があるが、本論文のモデルの場合には、Poisson 時刻における不連続変動のみが含まれるため、このようなサンプル発生法により、シミュレーションに要する時間を大幅に短縮することが可能となる。しかしながら、Poisson 時刻における不連続変動以外の連続変動を含む場合、例えば事業者が手持ち資金を市場において運用するような場合には、この方法は必ずしも有効とは限らない点には注意が必要である。

〈3・2〉 非同次複合 Poisson 過程のサンプル発生法 非同次 Poisson 過程のサンプルを発生させるには、時間メッシュ区間毎に式 (1), (2) の性質に基づいて Poisson 到着が起るか否かを判定していく方法が基本となるが、メッシュを細かく刻む必要がある場合には、計算量が増大して効率が低下する。このような問題点を回避するためには、時間変数を変換して通常の Poisson 過程に帰着させる方法が有効である。

無次元時間変数 τ を、非同次 Poisson 過程の平均値関数 $\Lambda(t)$ を用いて、

$$\tau = \Lambda(t) \quad (16)$$

により定義し、非負整数値非減少確率過程 $\tilde{N}(\tau)$ を、

$$\tilde{N}(\tau) = N(\Lambda^{-1}(\tau)) \quad (17)$$

により定義する。ここで $\Lambda^{-1}(\cdot)$ は平均値関数の逆関数を表す。このとき、確率過程 $\tilde{N}(\tau)$ は強度パラメータが 1 の Poisson 過程となることから、時間変数を式 (16) によって変換することにより、複合 Poisson 過程に対する議論に帰着されることになる。

〈3・3〉 $R_{\max}$ の数値評価法 上述の手法によって複合 Poisson 過程あるいは非同次複合 Poisson 過程のサンプルを発生させることにより、損失コスト $R(u)$ のサンプルを発生させることができる。 N サンプルの発生下で、 $R(u)$ のサンプルを降順にソートした列を $\{r^{(1)}, \dots, r^{(N)}\}$ と記すことにする。このサンプル列に対して、 $R_{\max}(u)$ の推定値は、

$$R_{\max}(u) = r^{[p_{LB}N]} \quad (18)$$

で与えることができる。ここで、 $[x]$ は x を越えない最大の整数を表す。

サンプルサイズ N が大きい場合には、 $R(u)$ に対する発生サンプルのソートに計算時間のみならず多大なるメモリが必要となるため、何らかの改善を施すことが必要である。本論文では、次の手順でソート範囲を縮小する改良法を適用する。 $R(u)$ の (ソートを施さない) 発生サンプル集合 $\{r^{(1)}, \dots, r^{(N)}\}$ から、期待値 $\gamma(u)$ および標準偏差 $\sigma(u)$ を算出した上で、

$$r^{(n)} > \gamma(u) + \alpha\sigma(u) \quad (19)$$

を満たすサンプルを抽出したものを $\{\tilde{r}^{(1)}, \dots, \tilde{r}^{(J)}\}$ ($J < N$) とする。ただし、 α は危険率 p_{LB} の値に応じて設定する正定数である。この J 個の抽出サンプルに対して降順ソートを施して番号を付け替えた上で、

$$R_{\max}(u) = \tilde{r}^{[p_{LB}N]} \quad (20)$$

により $R_{\max}(u)$ の推定値とする。例えば本論文の第 4 章での数値実験においては、リスク解析においてよく用いられる危険率値 $p_{LB} = 0.05$ あるいは 0.01 に対し、 $\alpha = 1$ 程度に設定しておけば十分であることが確認された。このことによりソートに要する計算量は軽減できるが、さらに使用メモリの低減が必要であれば、予め少ないサンプル数で期待値 $\gamma(u)$ および標準偏差 $\sigma(u)$ のおおよその値を推定しておいた上で、サンプリングの結果を式 (19) を満たすものに限定してメモリに残していけばよい。

4. 数値例および考察

〈4・1〉 諸設定 本論文では、FTR の購入方策の検討期間を短期に設定し、強度関数が定数、すなわち損失発生過程 $L(t)$ が非同次複合 Poisson 過程ではなく通常の複合 Poisson 過程となる場合を想定する。また、リスクマネジメント理論において広く用いられているのと同様に、指数分布を複合 Poisson 過程のジャンプ量、すなわち 1 回の

損失発生における損害額の確率分布として用いる。

FTR を u 単位購入することにより、各発生損害額の確率分布関数は、

$$F(y; u) = 1 - \exp \left\{ -\frac{y}{m(u)} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

のように分布パラメータが変化するものとする。ここで、 $m(u)$ は u 単位の FTR 購入下での 1 回あたりの平均損害額を表す量であり、FTR 購入数の増大に伴って平均的に損害が減少すると考えられることから、 u の減少関数と仮定するのが自然である。本論文では、解析上の取り扱い易さ等を考慮して、次のような指数関数形を採用することとする。

$$m(u) = (Y_{\max} - Y_{\min}) \exp(-\mu y) + Y_{\min} \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 $Y_{\max}$ は平均損害額の最大値を、 $Y_{\min}$ は最小値を与える。パラメータ μ は FTR の購入による平均損害額の減少の度合いを支配するパラメータで、この値が小さいほど FTR の購入による損害額の抑制が顕著となることに対応している。また、本論文では簡単のため、FTR の購入の効果は各発生損害額の確率分布にのみ現れ、Poisson 過程の強度パラメータは u に依らずに一定であるものとし、FTR の購入計画期間が季節的需要変動の効果を見逃し得るような短期モデル、すなわち損失発生過程は強度パラメータ (単位時間あたりの平均損失発生回数) λ_0 (正定数) の Poisson 過程であるものとする。

(4・2) 数値結果および考察 ここでは、以下のようにパラメータ値を設定し、FTR の最適購入量について定量的に考察する。

- 評価時刻: $T = 1$ [month]
- Poisson 過程の強度: $\lambda_0 = 10.0$ [month⁻¹]
- FTR1 単位の購入コスト: $C_F = 2.0 \times 10^5$ [yen]
- 平均損害額の最大値: $Y_{\max} = 5.0 \times 10^6$ [yen]
- 平均損害額の最小値: $Y_{\min} = 1.0 \times 10^6$ [yen]
- 指数パラメータ: $\mu = 0.05$
- VaR における危険率: $p_{LB} = 0.05$

図 1 は、上述のパラメータ下で、式 (22) で与えられる 1 回の損失発生での期待損害額 $m(u)$ を FTR の追加購入量 u の関数として示したものであり、また、図 2 は、 $u = 50$ のときの 1 回の損失発生での損害額 Y_1 の確率分布関数 $F(y; 50)$ をプロットしたものである。

図 3 は、式 (11) で与えられる総損失コストの期待値 $E[R(u)]$ を FTR の購入量 u の関数としてプロットしたものである。この結果、リスク評価尺度である期待総損失コストを最小とする FTR の最適購入量が存在し、 $\hat{u} = 46$ となることがわかる。また、このときの期待総コストは $E[R(\hat{u})] = 2.32 \times 10^7$ [yen] である。これに対して、図 4 は、式 (13) で定義される VaR ベースのリスク評価指標 $R_{\max}$ の値を、FTR の購入量 u の関数としてプロットしたものである。なお、 u の各値に対して、発生サンプル数

図 1 1 回の損失発生における期待損害額 $m(u)$

Fig. 1. Expected amount $m(u)$ of each loss.

図 2 1 回の損失発生における損害額の確率分布関数

Fig. 2. Probability distribution function of each loss.

10^4 のモンテカルロ法で、3 節で述べた手順にしたがって $R_{\max}(u)$ を推定してある。これより、同様にリスク指標を最小とする最適な購入量 u^* が存在し、 $u^* = 57$ となることがわかる。このような最適購入量の存在は、FTR の購入による損失の抑制という正の効果と、購入に要するコストによる負の効果の間にトレードオフが成立することを反映しており、現実の電力市場において期待されるトレードオフ特性が、本モデルにおいて定量的に推定できることがわかる。特に、期待値ベースでの FTR の最適購入量に対し、VaR ベースでの最適購入量はおおよそ 24% ほど増加する結果となっているが、先にも述べたように、期待値ベースでのリスク指標に対して VaR ベースでのリスク指標の方が、よりリスク回避的な指標となっているため、各々の指標に対する最適購入量にこのような違いが現れている。実際、ここでの数値設定では、VaR ベースの最適購入策の方が、期待値ベースに比べて FTR 購入コストが 220 万円ほど上昇するため、どちらの立場で購入方策を判断するかは慎重に考慮する必要があると考えられる。

次に、VaR ベースのリスク指標である $R_{\max}(u)$ に限定して、パラメータの感度解析を行った結果を示す。まず、図 5、6 は、FTR の単位購入コスト C_F に関する感度解析を行ったものである。一般に FTR の価格は不確定な要素に左右されて変動するため、中長期的計画に際してはその確率の変動を考慮した方がよい。本節では $T = 1$ [month] と

図3 FTR 購入量 u に対する期待総コスト $E[R(u)]$ の変動

Fig. 3. Sensitivity of expected total cost $E[R(u)]$ to u .

図4 FTR 購入量 u に対するリスク指標 $R_{\max}(u)$ の変動

Fig. 4. Sensitivity of risk index $R_{\max}(u)$ to u .

する短期モデルを想定していることから、購入コスト C_F を確定値として固定して考えているが、このような理由により C_F の変動に対して最適購入量がどの程度影響を受けるかを把握しておくことは重要であると考えられる。図5では、 $R_{\max}(u)$ の変動のパラメータ C_F に対する感度解析を行った結果を示してある。購入量 u の少ないところでは $R_{\max}(u)$ 自体は非常に大きな値を取るが、その領域での C_F の変動による影響はほとんど認められない。これに対して、 C_F が大きくなるにつれて最適購入量 u^* は減少することがわかる。これは発生損失に対する損害額を減らすために購入する FTR 自体の値段が上がれば、購入量が過剰になるにつれて購入費用がかさむためにむしろ総リスクは大きくなってしまふという事実を反映しており、送電上の損失発生に対する損害額とのトレードオフによって最適購入量が減少するといえる。図6は、その最適購入量 u^* に着目して C_F の変動に対してどのように変化していくかをプロットし、よりその傾向をわかりやすく表示したものである。ここで調べた範囲では、最適購入量 u^* は C_F に対しておよそ線形的か、緩やかな指数関数的に減少することがわかる。

図7, 8は、平均最大損害額 $Y_{\max}$ の変動の影響を調べたものである。図7では、 $Y_{\max}$ に関する $R_{\max}(u)$ の変動の感度解析を行った結果を示してある。これより、 $R_{\max}(u)$ が大きくなる領域、いわゆる限界許容リスクの大きくなる領域で、 $Y_{\max}$ の変動の影響を強く受けることがわかる。こ

図5 C_F に対する $R_{\max}(u)$ の変動の感度解析

Fig. 5. Sensitivity of $R_{\max}(u)$ to C_F .

図6 最適購入量 u^* に対する C_F の変動の影響

Fig. 6. Influence of C_F on optimal amount u^* .

の結果は、FTRの単位購入コスト C_F に関する感度特性と対極をなすものであり、平均最大損害額 $Y_{\max}$ のパラメータ値の設定は慎重に行う必要があることを示唆している。また、 $Y_{\max}$ の増加に伴い最適購入量 u^* も大きくなっていく様子が見える。これは平均最大損害額 $Y_{\max}$ が大きくなると、損害額の大きい深刻なトラブルの起きる確率が増加するために、FTRを多く購入しそのようなトラブルを防ぐことによって総リスクを低く抑える必要が生ずるためと考えられる。図8は、最適購入量 u^* に着目して $Y_{\max}$ の変動に対する変動の様子をプロットしたものである。最適追加購入量 u^* の値は $Y_{\max}$ が小さい値を取る領域で若干強く変動し、 $Y_{\max}$ が大きくなるにしたがってその変動は緩やかになっていくことがわかる。

図9では VaR 指標における危険率 p_{LB} が1%と5%の場合について、 $R_{\max}(u)$ の変動の様子をプロットしたものである。この結果では、FTRの最適購入量 u^* の値にほとんど変化は見られず、ここで設定したパラメータの下では危険率の影響はあまり大きくないといえる。

なお、これらのパラメータ感度特性は、各発生損害額の確率分布の形状や式(22)の関数形の選定等に影響を受ける可能性があるため、今後の研究において定量的な検討を行っていく必要があろう。

本稿では、期待値的観点と VaR 的観点の両者を個別に定式化し、数値計算を行ったが、以下のように VaR 的立場を制約条件として利用し、その条件下での総リスク $R(T; u)$

図7 $Y_{\max}$ に対する $R_{\max}(u)$ の変動の感度解析Fig. 7. Sensitivity of $R_{\max}(u)$ to $Y_{\max}$. 図8 最適購入量 u^* に対する $Y_{\max}$ の変動の影響Fig. 8. Influence of $Y_{\max}$ on optimal amount u^* . 図9 p_{LB} に対する $R_{\max}(u)$ の変動の感度解析Fig. 9. Sensitivity of $R_{\max}(u)$ to p_{LB} .

の期待値の最小となる u を最適値とする方法も可能であることを付記しておく。

$$\text{minimize } E[R(u)] \dots\dots\dots (23)$$

$$\text{s. t. } P(R(u) > R_{\max}(u)) \leq p_{LB} \dots\dots\dots (24)$$

5. おわりに

自由化の進展において、リスクマネジメントの重要性は今後ますます強まってくる。特に価格変動によるリスクは事業者の収益に直接的影響を与えるため、その重要性は非常に大きいといえる。しかし、一般には価格変動はファンダメンタルな要素以外にも、テクニカルな要素やトレンドなどヒューマンファクターに関わる要因も強く、その精緻な価格モデルの構築は困難を伴う。そのため、通常は価格

変動は Winner 過程で記述されることが多いが、LMP の実績値を評価したところ、その損失過程はむしろ Poisson の挙動を示している。本稿では、損失の発生過程を Poisson 的であるとした場合の数値シミュレーション結果ならびに感度解析結果を述べた。いずれの結果も事業者が混雑価格に伴うリスクをヘッジする上で重要な結果である。今後さらに数値解析を進めるとともに、リスクの発生要因、そのモデル化の検証なども含めた考察を進めていく予定である。
(平成 14 年 3 月 22 日受付, 同 14 年 8 月 7 日再受付)

文 献

- (1) <http://www.pjm.com/>
- (2) P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, and D. Heath, "Coherent Measures of Risk," *Mathematical Finance*, Vol.9, No.3, pp.203-228 (1999)
- (3) 山井康浩・吉羽要直: "バリュー・アット・リスクのリスク指標としての妥当性について", 日銀金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズ, 2000-J-29 (2000) (<http://www.imes.boj.or.jp/japanese/jdps/fjdps2000.index.html>)
- (4) P. Embrechts and C. Klüppelberg: "Some Aspects of Insurance Mathematics", *Theory Probab. Appl.*, Vol.38, No. 2, pp. 262-295 (1993)
- (5) 例えば, 森本祐司: "金融と保険の融合について", 金融研究, 第 19 巻別冊第 1 号 (2000), 日銀金融研究所 (<http://www.imes.boj.or.jp/japanese/kinyu/fkinyu00.html>)
- (6) 田中泰明・市田良夫・秋吉政徳: 「発電事業におけるシステムリスクヘッジのための定式化」, 電気学会論文誌掲載予定.

付 録

ここでは、式 (3) および式 (11) の導出の概略を述べる。まず、 $p_n(t) = P(N(t) = n)$ と記すと、式 (1), (2) により、

$$p_n(t + \Delta t) = p_n(t) \{1 - \lambda(t)\Delta t\} + p_{n-1}(t)\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t) \quad (n \geq 1) \dots\dots\dots (\text{付1})$$

$$p_0(t + \Delta t) = p_0(t) \{1 - \lambda(t)\Delta t\} + o(\Delta t) \dots\dots\dots (\text{付2})$$

が成立する。これより、次の連立微分方程式 (いわゆる Kolmogorov の前進方程式) が得られる。

$$\frac{dp_n}{dt} = -\lambda(t)p_n + \lambda(t)p_{n-1}(t) \quad (n \geq 1) \dots\dots\dots (\text{付3})$$

$$\frac{dp_0}{dt} = -\lambda(t)p_0 \dots\dots\dots (\text{付4})$$

$P(N(0) = 0) = 1$ であることから、 $p_n(0)$ は $n = 0$ に対しては 1, 他については 0 となるので、この初期条件の下、式 (付3), (付4) を順次解くことにより、

$$p_n(t) = \frac{\Lambda(t)^n}{n!} \exp\{-\Lambda(t)\} \dots\dots\dots (\text{付5})$$

となり、式 (3) が得られる。ここで、 $\Lambda(t)$ は式 (4) で定義される平均値関数である。

次に、Bayes の公式により、

$$E[L(T; u)] = \sum_{n=0}^{\infty} E[L(T; u) | N(T; u) = n]$$

$$\times P(N(t; u) = n) \cdots \cdots \text{(付 6)}$$

が成立するので、式 (7) および式 (3) を用いると、

$$\begin{aligned} E[L(T; u)] &= \sum_{n=0}^{\infty} E \left[\sum_{k=0}^n Y_k(u) \right] \\ &\times \frac{\Lambda(T; u)^n}{n!} \exp\{-\Lambda(T; u)\} \\ &\cdots \cdots \cdots \text{(付 7)} \end{aligned}$$

となる。ここで、各 $Y_k(u)$ が同一の確率分布に従うという仮定により、

$$E \left[\sum_{k=0}^n Y_k(u) \right] = nE[Y_1(u)] \cdots \cdots \cdots \text{(付 8)}$$

が成立するので、これを式 (付 7) に代入することにより、式 (11) を得ることができる。

田 中 泰 明 (非会員) 1961 年生。1989 年 3 月 京都大学工学研究科数理工学専攻博士課程修了。1989 年 広島大学助手。1992 年 京都大学助手。1997 年 同助教授。工学博士。主として応用確率論、信頼性理論に関する研究に従事。

牧 野 倫 子 (非会員) 1968 年生。1998 年 5 月 京都大学工学研究科数理工学専攻博士課程単位認定退学。1998 年 サイモン・フレーザー大学客員研究員。1999 年 東京工業大学非常勤講師。2000 年 から甲南大学非常勤講師、現在に至る。工学博士。応用確率論、信頼性理論に関する研究に従事。

市 田 良 夫 (正員) 1972 年生。1997 年 3 月 京都大学大学院工学研究科数理工学専攻修士課程修了。同年 4 月三菱電機(株)入社。現在、産業システム研究所に勤務。主として電力自由化におけるリスクマネジメント研究に従事。

秋 吉 政 徳 (正員) 1961 年生。1985 年 3 月 京都大学工学部数理工学科卒業。1987 年 同大学大学院工学研究科数理工学専攻修士課程修了。同年 4 月三菱電機(株)に入社。現在、産業システム研究所システム基盤開発部グループマネージャ。工学博士。主としてエージェント技術、複雑システムに関する研究に従事。