生産在庫の不安定性と安定化制御

非会員 石谷 重樹* 正員 三森 定道*

Instability of Total Production Inventory and Its Stabilization

Shigeki Ishitani*, Non-member, Sadamichi Mitsumori*, Member

This paper shows the instability of the total production inventory in a multi-commodity and varying quantity production, and proposes a schedule control for gaining its stability.

The production demand of each commodity is a random variable of a non-stationary process, since a new product is immediately old-fashioned. However, the total production demand is a random variable of a stationary process, since the maker develops new products constantly to keep the working ratio of the production facilities at a high level.

The minimization of the sum of the inventory loss and the changeover loss must be realized by the control of the total inventory, not by each commodity inventory. If the total inventory increases (decreases), the changeover loss decreases (increases) and the effective production capability increases (decreases). The production factory usually tries to maximize its working ratio of the production facilities. Therefore, once the total inventory quantity increases (decreases), it increases (decreases) moreover. This is the instability of the total inventory.

The feedback control for stabilizing the total inventory is a regulation of the working time, not a re-scheduling. The feed forward control is realized by a production schedule.

キーワード：多種変量生産，総在庫不安定性，総在庫の安定化制御，作業時間制御，スケジュール制御，生産在庫管理

Keywords: Multi-commodity and varying quantity production, instability of the total inventory quantity, stabilizing control of total inventory quantity, working time control, schedule control, production inventory control

1. 緒 言

本論文では、多種変量生産において発生する総在庫量の不安定性を解明し、その安定化制御方式を提案する。これは、多種変量生産の下で、在庫損失と段取り損失の和を最小化する手段である。

従来からいわれてきた在庫の不安定性とは、需要予測が的中しなかった場合に起こるオンオフ制御のハンチング現象による不安定であるが、ここでは、設備の取合いから起こる生産在庫の不安定性を議論する。

今日、量産工場では、製品が多様化するだけでなく、製品寿命も短くなってきた。製品寿命が1、2ヶ月しかない場合さえある。したがって、この種の生産は、少品種大量生産でも多品種大量生産でもなく、変種変量生産または多種変量生産と言うべきである。あるスケジュール期間では変種変量生産は多種変量生産である。ここでは、生産スケジュール問題を扱うので、生産形態を「変種変量生産」ではなく「多種変量生産」と呼ぶ。

多種変量生産では、生産ロットを決めるための従来方式、即ち製品別に経済ロット⁽¹⁾、したがって、生産在庫の決定法も、需要変動に対する販売の機会損失を防ぐための製品別安全在庫⁽²⁾の決定法も使えない。各製品別需要量が非定常確率変数であるからである。したがって、新たな生産在庫理論が必要である。

多種変量生産では、製品別需要量は非定常確率変数であるが、総需要量は定常確率変数である。製品別需要量が非定常確率変数であるのは、市場が絶えず新製品を求めるからである。しかし、製造業は、作業量を確保するため、営業活動や新製品開発によって、総需要量を一定化する。本論文では、この点に着目した生産管理方式を提案する。

次に、本論文の構成を示す。

2章では、生産形態の変化の必然性を論じ、多種変量生産のための新たな生産在庫管理方式の必要性を示す。これは、上述の内容の論理的説明である。

3章では、製品別在庫量ではなく総在庫量が各製品の段取り回数を減らす機能、即ち「生産在庫機能の製品間代替性」を持ち、その総在庫量が不安定だという点を指摘する。この不安定性は、何らかの理由、例えば、設備稼働率の変動や需要量の変更で、総在庫量が最適在庫量を超えると更に

* 同志社大学 大学院工学研究科
〒610-0394 京都府京田辺市多々羅都谷1-3
Graduate Course of Engineering, Doshisha University
1-3, Tataramiyakodani Kyotanabe, Kyoto 610-0394

増加し、逆に、最適在庫量を割ると更に減少する現象である。しかも、需要パターンにも依存するので、最適在庫量も変動する。

4章では、多種変量生産におけるスケジュール制御方式を提案する。スケジュール制御方式は、生産スケジュール作成と総在庫量の安定化制御からなる。前者は、生産管理のフィードフォワード制御であり、後者はフィードバック制御である。在庫の増加(減少)は、段取り損失の減少(増加)を介して、生産ラインの実効能力を増加(減少)させる。したがって、設備計画とスケジュール制御との関係も議論する。

5章では、不安定総在庫量の安定化制御を提案する。これは、日々、及びスケジュール期間ごとに行う生産時間の調整である。この総在庫量の制御は、二種類の在庫管理機能を同時に実現している。第一は段取り損失と在庫損失の和を削減する生産在庫の制御であり、第二は予期しない需要変動によって生じる在庫の欠品を防ぐ安全在庫の制御である。この制御された生産在庫を前提に生産スケジュールを作成する。このスケジューリング手法は既に報告⁽³⁾しているので、ここでは、その最適性だけを説明する。

6章では、3章で理論的に示した二つの在庫特性を数値実験で実証する。第一は、生産在庫機能の製品間代替性であり、第二は、総生産在庫量の不安定性である。

2. 多種大量生産から多種変量生産へ

〈2・1〉 生産形態の変化 過去には、多品種生産であれば少量生産、大量生産であれば少品種生産と言われ、多種生産と大量生産とは両立しないと考えられてきた。多種生産であれば、生産の流れ作業化、更には、自動化が不可能だったからである。大量生産は製品のコストダウンには不可欠であるが、自動化できなければ大量生産は不可能である。

現在では、大量生産と多種生産は両立する⁽⁴⁾。これを実現したのが、計算制御による生産設備の自動運転と、計算機化された生産管理システムである。これに加えて、製品設計にも工夫が必要だった。部品の種類数を増やさずに、その組合せで製品の多種化を図る製品設計方式である。以上によって、消費者の多様な要求に応える製品の多種化と、生産コスト削減を両立させる生産方式が実現した。

今後は、変種変量生産である。製品の多種化が生産の計算機化で可能になれば、次に市場が求めるのは、絶えざる新製品の開発と供給である。これを可能にするのが、設計の計算機化であるCAD技術と、市場情報の迅速なフィードバックを実現するe-Commerce⁽⁵⁾である。

多種変量生産には、新たな生産管理方式が必要である。多種変量生産はCAD技術とe-Commerceだけでは実現しない。従来の多種生産であれば、長期間、製品別需要量は一定である。その前提の下で、従来の生産管理方式は開発された。しかし、この前提は多種変量生産では成立しない。CAD技術とe-Commerceの時代の生産管理方式を提案するのが本論文の目的である。

〈2・2〉 多種大量生産における生産管理 多種大量生産は、ある一定期間、各製品の需要構造が変化しない場合に成り立つ生産形態である。市場ニーズは多様化するが、構造的には変化しない場合である。したがって、製品別需要量は定常確率変数である。需要変動は純粋に偶発的である。

製品別需要量は定常確率変数であるから、それを一定需要量と変動需要量とに分け、在庫を管理し、生産スケジュールを作成した。一定需要量から各製品の経済ロットと生産在庫量⁽¹⁾を、変動需要量から各製品の安全在庫量⁽²⁾を決定した。

一定需要量から、各製品別に段取り損失と在庫損失との和が最小となる生産ロット、即ち経済ロットを決定した。各製品の生産ロットの大きさは、その製品の平均在庫量に比例する。生産ラインは総需要量に対応した生産能力を持ち、各製品の需要量は一定である。各製品の経済ロットを一定順序で繰り返し生産すれば、生産ラインの負荷は一定で、納期も満足する。即ち、経済ロットを決めれば、生産スケジュールは自動的に確定する。

従来の在庫理論は、製品別変動需要量に対して、販売の機会損失と在庫損失の和が最小となるよう安全在庫量を決定した。安全在庫は段取り損失を削減するための在庫ではない。しかし、後述する「生産在庫機能の製品間代替性」から、総生産在庫は需要の負荷変動を吸収する機能をもっている。したがって、総生産在庫の安定化制御により、生産在庫が安全在庫の機能も果たすことになる。

各製品別の需要量が非定常確率変数である場合には、上記の経済ロットは不适当である。“あるスケジュール期間、製品別需要量は一定”との条件下で求めた生産ロットが、経済ロットである。この各製品の経済ロットを一定順序で繰り返し生産したのでは、各製品の納期は満足しない。製品別需要量が一定でないからである。納期を満たすためには、経済ロットを分割し生産順序を変える必要がある。これを行うのが負荷山積み山崩し計算⁽⁶⁾である。これでは、経済ロットの算定が無意味になる。

〈2・3〉 多種変量生産における生産管理 多種変量生産では、製品別需要量は非定常確率変数であるが、総需要量は定常確率変数である。製造業では、負荷平準化は至上命令である。生産ラインの負荷を平準化しなければ、高い設備稼働率は維持できず、生産コストは高騰する。したがって、製造業は新製品を次々と開発し、総需要量を一定に維持しようとする。

多種変量生産では、生産在庫量と生産スケジュールは、この製品別需要量の間の相互関係を考慮し決定する必要がある。即ち、製品別に在庫量と生産ロットを決定する訳にはいかない(表1)。これは、生産ラインの生産能力を動的に製品間で取り合う問題となるからである。製品別需要量が定常確率変数であれば、製品別に生産在庫量と生産スケジュールを決定すればよく、それだけで、生産ラインの負荷は一定となった。

表 1 多変量生産の需要構造と生産ロット(生産在庫)

Table 1. Demand structure and production lot in multi-commodity and varying quantity production.

	生産別需要量	総需要量	生産ロット (生産在庫)
多種大量生産	定常確率変数	定常確率変数	製品別に決定
多種変量生産	非定常確率変数	定常確率変数	製品相互関係により決定

図 1 生産在庫モデル

Fig. 1. Production inventory model.

総需要量が定常確率変数であれば、全製品の段取り損失は総在庫量の減少関数であって、その製品別内訳には無関係である。この点に注目するのが本論文の立場である。ある製品 A の在庫量が少なくても、他の在庫が多ければ、当面、製品 A の生産に生産ラインを使用し、他の製品の生産に生産ラインを使用しなくても良いからである。これは「生産在庫機能の製品間代替性」である。ただし、各製品の需要量は定常確率変数ではないので、各製品の生産ロットは製品別には決定できない。各製品の生産ロットは生産計画期間内で同一では有り得ないので、従来の経済ロットは不適切である。生産在庫量は、製品別に安全在庫量を考える場合より、少なくてもよい。それは、総需要量が定常確率変数だからである。

3. 生産在庫の不安定性

〈3・1〉 生産在庫モデル 多変量生産における在庫管理と生産スケジュールの相互関係を議論するため、図 1 の生産在庫モデルを導入する。このモデルでは、複数製品間で生産ラインの能力を取り合う競合関係と、生産在庫と生産ラインとの間の補完機能を表現する。それが、累積市場需要、累積生産需要、累積生産量、製品出荷量、そして製品在庫はベクトルで、生産在庫と生産ラインは一体化した形で表現した理由である。

変量生産であっても多種生産であるので、累積市場需要量 $D^*(t)$ 、累積生産需要量 $D(t)$ 、そして生産在庫量 $S(t)$ は n 次元ベクトルである。ただし、 n は生産品目の個数である。スケジュール期間を $[0, T]$ とすれば、 $t \in [0, T]$ である。

累積生産需要量 $D(t)$ は初期生産在庫量 $S(0)$ で補正した累積市場需要量 $D^*(t)$ である。生産能力 C は単位日数当たりの生産ラインの能力であり定数である。ある範囲で、一日当たりの作業時間を増減できるので、この定数は基準値である。

累積生産需要量 $D(t)$ は累積市場需要量 $D^*(t)$ と生産在庫量 $S(t)$ から次式で求められる。

$$D(t) = \text{Max}[D^*(t) - S(0), 0], \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

ただし、 $D^*(t) = (d_1^*(t), d_2^*(t), \dots, d_n^*(t))$

$$D(t) = (d_1(t), d_2(t), \dots, d_n(t))$$

$$S(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t))$$

ある製品の累積市場需要量が、その製品の初期在庫量より多ければ、その量を引いた値が累積生産需要量である。

ただし、累積生産需要量は負にはならないので、右辺の Max 操作が必要である。

数式表現を単純化するため、需要量、生産量、そして生産能力を、各製品の単位日数当りの生産量で正規化する。したがって、生産ラインの単位日数当り生産能力は製品に拘わらず 1 である。したがって、時間差分操作を Δ で表すと、累積生産量 $X(t)$ に対して、

$$\Delta X(t) = X(t) - X(t-1) = e_i, \quad t \in [0, T] \quad (2)$$

ただし、 $X(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$

$$X(-1) = X(0) = 0$$

e_i は、任意の要素 i だけが 1 で

他の要素は全て 0 の単位ベクトル

が成立する。式(2)は、

$$\|X(t)\| = t, \quad t \in [0, T] \quad (3)$$

と表現することも可能である。 $\|X(t)\|$ はベクトル $X(t)$ のノルム、即ち、 $X(t)$ の各要素の和である。

〈3・2〉 生産可能条件 生産能力は一定だから、累積生産需要量が次の条件を満たせば生産は可能である。この条件を生産可能条件と呼ぶ³⁾。

$$\|D(t)\| \leq t, \quad t \in [0, T] \quad (4)$$

生産能力の正規化から、時点 0 から t までに生産可能な累積生産量は t 、即ち $\|X(t)\| = t$ である。

累積生産需要量 $\|D(t)\| \leq \|X(t)\|$ であるので、両辺のノルムをとれば式(4)が成立する。

逆に、式(4)が成立すれば、納期条件 $\|X(t)\| \geq \|D(t)\|$ を満たす生産スケジュール $\|X(t)\|$ が作成可能である。これを t に関する帰納法で証明する。

$D(t), t \in [0, T]$ を、次の条件を満たす $D^1(t), t \in [0, 1]$ と、 $D^2(t), t \in [0, T-1]$ 、即ち、

$$D^1(0) = 0, \quad D^1(1) = \text{単位ベクトル},$$

ただし、 $D(T) \geq D^1(1) \geq D(1)$,

$$D^2(t) = D(t+1) - D^1(1), \quad t \in [0, T-1]$$

は $D(t), t \in [0, T]$ の需要と矛盾しない。

$D^1(t), t \in [0, 1]$ に対する生産スケジュールは、 $X(t) = D^1(t), t \in [0, 1]$ として一義的に求まる。また、 $D^2(t), t \in [0, T-1]$ は生産可能条件を満たし、そのスケジュール期間は単位時間分だけ短縮されている。したがって、 $D^2(t), t \in [0, T-1]$ に対して、この操作を繰り返して行けば、条件を満たす生産スケジュールは作成できる。

生産可能条件は、累積市場需要 $D^*(t)$ を用いれば、

$$\|D^*(t) - S(0)\| \leq t, t \in [0, T] \quad (5)$$

と書ける。したがって、在庫が無くて、ある時点 t で生産可能条件を満たさなくても、在庫量が多ければ、生産可能条件は成立する。これは在庫の一つの機能である。更に、左辺が右辺より小となる期間が長く、しかも、その差が大きくなればなるほど、大ロット生産が可能になり、段取り損失は減少する。

〈3・3〉 在庫機能の製品間代替性 同一の累積市場需要量に対して計画期間の初期総生産在庫量、即ち $\|S(0)\|$ が大きいほど生産ラインの総段取り損失は小さい。段取り回数の算定は組合せ問題なので、この解析的証明は困難である。そこで、これを6章で数値実験により証明する。以下で、安全在庫の議論と混同しない場合は、生産在庫を在庫と呼ぶことにする。従来は、在庫量と段取り損失との関係を製品別に論じてきた⁽¹⁾。即ち、各製品の在庫量が大きい(小さい)ほど、その製品の段取り損失が小さい(大きい)と考えた。これは誤りではないが、ある製品の段取り損失は他の製品の在庫量が多くても減少する。即ち、ある製品 p の在庫量が少なくとも、他の製品 q の在庫量が多ければ、製品 p の段取り損失は小さくなる。何故なら、生産ラインを製品 q の生産ではなく、製品 p の生産に当てるのが可能である。これが「生産在庫機能の製品間代替性」である。

〈3・4〉 総在庫量の不安定性 生産ラインの生産能力から段取り損失を引いた値が生産ラインの実効生産能力である。したがって、段取り損失が減少すれば実効生産能力は増大し、逆に段取り損失が増大すれば実効生産能力は減少する。この実効生産能力が、生産需要量に比例した生産を実現する。

総生産在庫量が増加すれば実効生産能力は増加し、総生産在庫量が減少すれば実効生産能力は減少する。何故なら、3.3節で述べたように、総生産在庫量が増大すれば段取り損失が減少するからである。したがって、段取り損失を L_d とすれば、

$$L_d = L_d(\|S(0)\|, D(t) : t \in [0, T], C) \quad (6)$$

ただし、 L_d は、 $\|S(0)\|$ の減少関数である。計画期間 $[0, T]$ での段取り損失を除いた正味作業負荷 L_p は、累積生産需要 $D(T)$ に比例するので、次式が成立する。

$$L_p = L_p(\|D(T)\|) \quad (7)$$

ただし、 L_p は、 $\|D(T)\|$ の比例増加関数である。

生産工場では、生産能力に余力があれば前倒し生産を行い、余力が無ければ生産在庫を消費して需要に応える。前倒し生産を行うのは生産工場が無作業を嫌うからである。無作業は設備能力の浪費である。したがって、

$C > L_d + L_p$ であれば、 $\|S(T)\|$ は $\|S(0)\|$ より増加

$C = L_d + L_p$ であれば、 $\|S(T)\| = \|S(0)\|$

$C < L_d + L_p$ であれば、 $\|S(T)\|$ は $\|S(0)\|$ より減少

となる。 $\|S(T)\|$ はスケジュール期間末の総在庫量である。

総在庫量 $\|S(t)\|$ は不安定である。総在庫量が変化しない、即ち $C = L_d + L_p$ となる最適総在庫量 S_0 は、 $S(0)$ 、 $D(t)$:

$t \in [0, T]$ 、そして C の関数である。 S_0 は、 $D(t) : t \in [0, T]$ の関数であるため、絶えず変化する。また、これを求めるには、与えられた $D(t) : t \in [0, T]$ に対してスケジュール計算を繰り返し、 $S(0) = S(T)$ となる $S(0)$ を求める必要がある。この計算は現実的ではない。

この総在庫は次の性質、即ち不安定特性を持つことを、数値実験により証明する(6章参照)。

$$d/dt(\|S(t)\|) > 0, \text{ if } \|S(t)\| > \|S_0\| \quad (8)$$

$$d/dt(\|S(t)\|) < 0, \text{ if } \|S(t)\| < \|S_0\| \quad (9)$$

最適総在庫量 S_0 は算定できないが、 $d/dt(\|S(t)\|)$ の正負は計測可能である。この関係に着目し、4章では、生産在庫の安定化制御と生産スケジュールとの関係を示し、5章で前者の制御方式を示す。

4. 多種変量生産におけるスケジュール制御方式

〈4・1〉 スケジュール制御方式 多種変量生産におけるスケジュール制御は、フィードフォワード制御としてのスケジュール作成と、フィードバック制御としての総生産在庫の安定化制御からなる。まず、生産在庫量の安定化のために生産時間を調整し、次に、与えられた市場需要と生産在庫の下で、生産納期を満たし段取り損失を最小化する生産スケジュールを作成する。このスケジュールで、各製品の生産時点と各生産時点における生産ロットを決定する。スケジュール制御の手順を図2に示す。次に、この方式の妥当性を示そう。

多種変量生産では、製品別需要量は非定常確率変数であるが、総需要量は定常確率変数である。総需要が定常確率変数であるので、生産ラインの設備能力は決定可能である。

この設備能力に対して、納期を満たし、各製品の生産時点と生産ロットを同時に決定する生産スケジュールは作成できる。この生産スケジュール作成法は、筆者の一人らが既に開発し報告している⁽³⁾⁽⁷⁾。本論文では、4.2で、この問題の定式化だけを議論する。

しかしながら、生産ラインの能力は一定であるにもかかわらず、3章で示したように、総生産在庫は不安定である。この不安定な総生産在庫を安定化するのは、5章で提案する総生産在庫の安定化制御である。この安定化は生産時間の調整によって行う。再スケジュールリングを行えば、生産ス

図2 スケジュール制御方式

Fig. 2. Method of schedule control.

ケジュールの最適性は損なわれるからである。この方式の概要を、4.3 で議論する。

生産ラインの実効生産能力は、生産ラインの設備能力と段取り損失との関数である。したがって、生産設備計画とスケジュール制御の関係について議論する必要がある。それを行うのが、4.4 である。

〈4・2〉 生産スケジュール 多種変量生産のための生産スケジュールとスケジューリング手法は既に報告⁽³⁾した。ここでは、以下の議論に必要な生産スケジュールの最適性だけを説明する。

生産累積需要 $D(t) : t \in [0, T]$ 、終端条件 $A : \|A\| = T$ 、そして生産可能条件 $\|D(t)\| \leq t : t \in [0, T]$ が成立しているとき、次の条件を満たす各時刻における累積生産量 $\{X\}$ 、即ち $\{X(t) : t \in [0, T]\}$ が、多種変量生産の最適スケジュールである。

$$\text{Min}\{X\} L_d(\{X\}) \dots \dots \dots (10)$$

ただし、 $X(t) \geq D(t)$ 、 $\Delta X(t) = e_i$ 、 $i \in I : t \in [0, T]$

$$X(0) = 0, X(T) = A$$

$L_d(\{X\})$ は生産スケジュール $\{X\}$ 、即ち $\{X(t) : t \in [0, T]\}$ の段取り損失であり、これを最小化する $\{X\}$ が最適スケジュールである。ただし、生産スケジュール $\{X\}$ は需要を満たさなければならないため、全ての $t \in [0, T]$ に対して、 $X(t) \geq D(t)$ である。各製品の生産量を単位時間当りの生産量で正規化しているため、 $\Delta X(t) = e_i$ 、 $i \in I$ でなければならない(式(2))。

一般に $\|D(T)\| < T$ であるので、 $T - \|D(T)\|$ はこのスケジュール期間における生産ラインの余力である。この余力は次のスケジュール期間の初期在庫量を作るために使用する。ただし、この余力で、いかなる生産品目を、それぞれ幾ら作るべきかは、次のスケジュール期間の需要予測から決定する。この決定方法については、この論文では省略する。

この生産ラインの余力が生産する製品別生産量と $D(T)$ との和が A である。したがって、 $\|A\| = T$ 、 $A \geq D(T)$ であり、 $X(T) = A$ が成立しなければならない。これを終端条件と呼んだ。

〈4・3〉 生産在庫の安定化制御 不安定な総在庫量(3.4 節参照)を最適に維持するために行う生産時間の増減を生産在庫の安定化制御と呼ぶ。ここで、生産時間とは生産設備が物を加工するために稼動している時間である。総在庫量を最適な値に近づけるには、スケジュール期間での生産時間の増減しかありえない。生産品目や納期の変更は生産側が決定する事項ではない。生産時間の増減は日当たりの生産時間の延長と短縮で実現する。いつ、いかに、作業時間を増減するかは、生産側が決定すべき事項である。

このスケジュール制御はスケジュール期間の各時点 t における $d/dt(\|S(t)\|)$ の正負により行う生産時間の増減である。ただし、制御の不安定性を避けるため $d/dt(\|S(t)\|)$ の移動平均値を使う。更に、 $d^2/dt^2(\|S(t)\|)$ の正負も利用する必要があるかも知れない。生産時間の増減と残業時間の増減は違う。生産時間は生産ラインの稼動時間であり、残業

時間は生産ラインで働く各作業者の基準作業時間に対する延長時間である。

スケジュール制御は、通常、再スケジューリングを手段として使用しない。生産在庫の安定化制御として、生産ロットと生産順序は変更せずに、各ロットの生産時点を平行移動するだけである。それに対して、再スケジューリングは、あるスケジュール期間に対して作成された最適スケジュールを、そのスケジュール期間が完了する前に変更することである。再スケジューリングを行うと、生産ロットの最適性は失われる。再スケジューリングは、最後の手段なのである。

〈4・4〉 設備計画とスケジュール制御 S_0 は与えられた生産能力 C に対する最適総在庫量であって、設備計画としての最適総在庫量ではない。生産ラインの生産能力が与えられた場合、各製品の需要量変動による段取り損失の変動、即ち、生産ラインの実効生産能力の変動を抑えるための最適総在庫量が S_0 である。それでは、生産能力 C はいかに決定すべきなのだろうか。

生産ラインの生産能力 C は、生産ラインの設備コストと在庫損失の和の最小化として決定すべきである。なぜなら、総在庫量が増やせ(減らせ)ば、実行生産能力は増加(減少)するからである。この最小化の計算の結果として求まるのは、最適設備能力と、設備計画としての最適総在庫量である。この計算法の議論は本論文では省略する。

設備計画のための最適総在庫量を静的最適総在庫量、生産計画のための最適総在庫量を動的最適総在庫量と呼ぶことにする。前者を静的、後者を動的と呼んだのは、前者は、生産ラインの能力を幾らにするかとの関係で決まるからであり、後者は日々の需要パターンの変動、そして生産ラインの稼働率の変動との関係で決まるからである。

最適設備能力と共に決定される最適総在庫量、即ち設備計画としての最適総在庫量は、生産計画のための最適総在庫量の初期値と考えてよい(図3 参照)。設備計画としての最適総在庫量、即ち静的総在庫量は、平均市場需要の下で、

図3 静的総在庫量と動的総在庫量

Fig. 3. Static total inventory quantity and dynamic total inventory quantity.

「設備コストと在庫コストの和の最小化」として求めたものである。したがって、この静的総在庫量は、動的総在庫

日々変動するので、生産時間を増減してまで、スケジュール通りに日々の生産を行う必要は必ずしもない。スケジュー

数値実験 2: 総生産在庫量の不安定性

「最適総在庫量は一旦増加(減少)すると増加(減少)する傾向がある」の証明

この二つの数値実験では、まず、累積市場需要量と製品別在庫量を与え、[3]の方法を用いて最適生産スケジュールを計算する。実験で使用する製品別在庫量の初期値と累積市場需要量は、式(5)で示した生産可能条件を満たすよう決定する。最適生産スケジュールは4.1節で示す最適性を満たしている。この実験では、実験を単純化するため、生産品目数を3とする。それは、多種生産の特徴を示す最小の生産品目数だからである。

数値実験 1 では、総在庫量の静特性を求める。製品別ではなく総在庫量としての特性であるから、総在庫量の増加によるローパスフィルタ機能の増加、即ち段取り損失の削減だけではなく、その製品別在庫量比率により段取り損失が変化しないことも証明する。ここでは、初期値として与える製品別在庫量比率を、1:1:1の場合と1:0:0の二つの場合だけ計算する。この異質な2例を示せば、他の場合の成立は自明であろう。

数値実験 2 では、総在庫量の動特性を求める。静特性であれば、1期のスケジュール期間だけを計算すればよいが、動特性を求めるには、数期のスケジュール期間にまたがる総在庫量の変動を計算する必要がある。しかし、実験 1 の結果を用いれば、実験 2 の算定は容易である。なぜなら、実験 1 では、あるスケジュール期間における初期の総在庫量が既知であり、その期間の総段取り損失(時間)が求まるので、そのスケジュール期間の最後、即ち次のスケジュール期間における初期の総在庫量は求まるからである。

〈6.2〉 数値実験 1: 生産在庫機能の製品間代替性

[実験データと計算方法]

実験 1 では、製品別の在庫量比率 1:1:1 と 1:0:0 の二つの場合に対して、総在庫量と段取り回数との関係を求める。スケジュール期間の累積生産需要は、この実験の環境条件である。この数値実験を多様な累積生産需要データに対して行う。この実験が、累積生産需要データに依存しないことを示すためである。スケジュール期間の初期総在庫量は、この実験の入力変数であり、段取り回数は出力変数である。

この実験では、スケジュール期間を $[0, 50]$ とし、生産品目別の累積生産需要量 $D(t)$ は乱数を用いて、次のように決定した。

$$d_i(t) = \begin{cases} 0, & t=0 \\ d_i(t-1) + \text{Max}[\text{rand}(7)-2, 0], & t \in [0, 50] \end{cases}$$

$i=1, 2, 3$ ただし、 $\|D(t)\| \leq t$

スケジュール期間を 50 日間(約 2 ヶ月)としたのは、実験 2 で、スケジュール期間を、例えば 1 ヶ月に短縮した場合の影響を検討するためである。 $\text{rand}(7)$ は 0 から 6 までの一様乱数である。

$d_i(t)$ は $d_i(t-1)$ に比べて、最大は 4、平均で 1 増えるようにしている。 $\text{rand}(7)$ ではなく $\text{rand}(7)-2$ とするのは、各生産品目に対して注文の無い日をつくるためである。

特に、数 7 には意味は無いが、一度の注文のロットサイズが小さい方が変種変量生産に相応しい。

生産在庫の初期在庫構成比が $s_1:s_2:s_3=1:1:1$ と $1:0:0$ の極端な二つの場合について、初期総在庫量と段取り回数の計算結果を、それぞれ図 4 と図 5 に示す。この二つの計算結果にはほとんど違いはない。各初期総在庫量に対して、段取り回数が複数個あるのは、乱数で作成した累積生産需要量によって、この結果が異なることを示している。各累積生産需要による差は殆どなく、平均値でみれば全く無いと言ってよい。

以上から、初期在庫と段取り回数の関係は、初期在庫量の製品別構成比に依存しないと言える。したがって、図 4 と図 5 の平均として、初期在庫量に対する段取り回数との関係を表現することが可能である。それが、図 6 である。この平均は、次の二つの平均、即ち、初期在庫量構成比の違いに対する平均と、累積生産需要量の変動に対する平均である。

図 6 は、数値実験 1 の目的である生産在庫機能の製品間代替性、即ち、「総在庫量が増大(減少)すれば総段取り損失は減少(増大)するが、総在庫量の製品別構成比と総段取り損失は無関係である」を、数値実験的に証明している。図 6 は、数値実験 2 で使用する。数値実験 2 では、スケジュール期間にまたがる総在庫量の不安定性を証明するからである。これについては、6.3 節の実験データと計算方法の項で説明する。

〈6.3〉 数値実験 2: 総生産在庫量の不安定性

[実験データと計算方法]

スケジュール期間を 50 日、スケジュール計算に必要な想定段取り回数 N を 8 回とし、その 1 回の段取り当たりの所要時間、即ち、段取り時間 τ を 1 日とする。まず、この場合の総在庫量の不安定性を示す。その後で、想定段取り回数と段取り時間を変更した場合にも、その不安定性は変わらないことを示す。

ここで、スケジュール計算に必要な想定段取り時間を含む単位時間当たり生産量 p_s と、段取り時間がゼロの場合の単位時間当たり生産量 p_0 との関係を示しておく。1 スケジュール期間の日数を T とすると、このスケジュール期間で正味の生産日数は $(T-N \times \tau)$ である。したがって、

$$p_s \times T = p_0 \times (T - N \times \tau) \text{ である。}$$

初期総生産在庫量が与えられた場合、スケジュール期間毎に、総生産在庫量がいかに変化するかを、図 6 を使って求めよう。

スケジュール期間に生起順に 1, 2, 3, ... と番号を付ける。スケジュール期間 1 の初期総生産在庫量を S^* とし、図 6 から S^* に対する段取り回数を求めると、それは N_1 回であるとする。したがって、このスケジュール期間では、 $(N-N_1) \times \tau$ だけ在庫量が増加する。この値が負であれば、

[実験結果]

図4 初期総在庫量と段取り回数(初期在庫構成比が $s_1 : s_2 : s_3 = 1 : 1 : 1$ の場合)

Fig. 4. Relation of initial inventory quantity whose constituent commodities ratio is 1 : 1 : 1 to number of changeovers.

図5 初期総在庫量と段取り回数(初期在庫構成比が $s_1 : s_2 : s_3 = 1 : 0 : 0$ の場合)

Fig. 5. Relation of initial inventory quantity whose constituent commodities ratio is 1 : 0 : 0 to number of changeovers.

図6 初期総在庫量と段取り回数(平均)

Fig. 6. Relation of initial inventory quantity to number of changeovers (Average number).

[実験結果]

図7 スケジュール期間と総在庫量の不安定性

Fig. 7. Instability of total inventory quantity.

その絶対値だけ減少する。スケジュール期間 1 の終わりでは、総生産在庫量は $N + (N - N_1) \times \tau$ となる。この総在庫量を初期在庫として、スケジュール期間 2 について、この計算処理を行う。この手続きを繰り返せば、全ての S^* に対して、スケジュール期間 1, 2, 3, ... に対する総在庫量の変化を求めることができる。

図 7 は、上記の計算実験の結果であり、初期総在庫量を与えた場合のスケジュール期間 1, 2, 3, ... に対する総在庫量の不安定性を示している。初期総在庫量が 7 以上であればスケジュール期間が進むにしたがい、総在庫量は増加している。逆に、7 以下であれば減少している。この 7 が、この実験データの場合の最適在庫量であるが、7 からの僅かなずれで、総在庫量の変化の方向はまったく逆向きとなる。

これは実験データの項で説明したデータに対するもので、このデータが変われば、勿論、数値的には変化する。しかし、この図が示す総在庫の不安定性は変化しない。これは、この計算方法から明らかである。

図 7 で、総在庫量が減少するスピードは増加するスピードより速い。また、スケジュール期間が進むほど、何れのスピードも増加する。これは、図 6 から容易に理解できる。まず、総在庫量が減少する場合を考える。この場合には、総在庫量が小さいほど、段取り回数が急激に大きくなるため、スケジュール期間が進むに従い総在庫量が急激に減少する。次に、総在庫量が増加する場合を考える。この場合には、総在庫量の大きいほど、段取り回数は小さくなるが、その減少の割合は小さい。したがって、総在庫量の増加のスピードは、それほど大きくはない。いずれの場合もスケジュール期間が進み総在庫量が最適値からのずれが大きくなると、標準の段取り回数からの実際の段取り回数のずれも大きくなるため、総在庫量の変化のスピードは大きくなる。

7. 結 言

本論文で明らかにした点は、以下の 5 点である。

1) 変種変量生産と多種変量生産

- 2) 多種変量生産における需要構造 (製品別需要量は非定常確率変数であるが、総需要量は定常確率変数である)
 - 3) 生産在庫機能の製品間代替性 (在庫量の増加による段取り損失の削減は、在庫の製品別構成比には無関係である)
 - 4) 総生産在庫量の不安定性 (最適在庫量より在庫が増加 (減少) すると、在庫量は更に増加 (減少) する)
 - 5) 総生産在庫量の最適性を維持するための安定化制御方式
- 多種変量生産のための生産計画論として、更に、以下の研究：

- 1) 設備計画としての最適在庫量の決定方法
 - 2) 生産計画の計画項目と計画時点、各計画のスケジュール期間、各スケジュールの終端条件の決定法
- が必要である。1)の必要性については、3.5 節で述べた。2) は生産計画の階層構造についての基本的課題である。なぜ生産計画は、大日程、中日程、細日程などの各階層で、それぞれいかなる計画項目を決定すべきか、各計画のスケジュール期間を如何に決定すべきか、等の課題である。

ある計画時点で決定する計画項目は、その生産に必要とするリードタイムのため、ある計画時点までに決定しなければ、生産は不可能である。この問題は、変種変量生産では特に重要である。何故なら、生産品目が絶えず変わるため、各計画項目が変わり、その生産リードタイムも変わるからである。

(平成 14 年 1 月 10 日受付, 平成 14 年 8 月 28 日再受付)

文 献

- (1) D. Erlenkotter : "Ford Whitman Harris and The Economic Order Quantity Model", *Operations Research*, Vol.38, No.6, pp.937-946 (1990)
- (2) A. James and G. Krupp : "Safety Stock Management, Production and Inventory Management Journal", *Third Quarter*, pp.11-18 (1997)
- (3) S. Mitsumori : "Optimum Production Scheduling in Multi-commodity in Flow Line", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol.2, No.4, pp.486-493 (1972)
- (4) S. Mitsumori : "Optimal Schedule Control of Conveyor Line", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.14, No.6 (1969)
- (5) T.L.Mesembourg: *Measuring Electronic Business: Definitions, Underlying Concepts, and Measurement Plans*, U.S. Bureau of the Census, <http://www.census.gov/epcd/www/ebusines.htm> (1999)
- (6) Balancing and Sequencing of Assembly Lines, Production and Logistics, A Springer-Verlag Company, pp.75-92 (1995)
- (7) C.R.Glassey : "Minimum Change-Over Scheduling in Multi-Commodity in Flow Line", *Operations Research*, Vol.14, pp.342-352 (1968)

付 録

1. 生産スケジュールの作成

参考文献[3]で示した最適スケジュールの算定法を、事例を使って説明する。

付図 1 は、製品数が 3 で、スケジュール期間が [0, 20] である場合の累積需要の一例と、その累積需要に対する最適

付図 1 需要曲線と最適スケジュール

app.Fig. 1. Demand curves and optimum schedule.

生産スケジュールを示している。製品数が n 個とすると、累積需要と生産スケジュールは $(n+1)$ 次元空間の多面体である。 $+1$ 次元は時間軸である。製品別の累積需要 (生産量) と時間軸からなる 2 次元平面へ、この生産スケジュールを射影したのが付図 1 である。したがって、3 個の製品別の生産スケジュールが描かれている。この図では、製品別の累積需要を細線で、最適生産スケジュールを太線で描いている。製品別の生産スケジュールは、その製品を生産している時点は斜線、他の製品を生産している時点は水平線となる。この最適スケジュールの段取り回数は 9 である。

この累積需要量を満たす生産スケジュールの存在領域を白抜きで示したのが付図 2 である。この領域を実行可能領域と呼ぶ。ただし、領域に幅が無い時間帯に対しては、領域を一本の破線で示す。付図 1 で示した需要量は生産可能条件 (本文の式(4)) を満たしているため、実行可能領域は存在する。証明は省略するが、この領域 $[\alpha_i(t), \beta_i(t)]$, $t \in [0, 20]$, $i=1, 2, \dots, n$ の、各時刻 t における上限 $\alpha_i(t)$ と下限 $\beta_i(t)$ は次式で与えられる。

$$\alpha_i(t) = \min \left[t - \sum_{j \neq i} d_j(t), x_i(t+1) \right]$$

$$\beta_i(t) = \max [d_i(t), \beta_i(t+1) - 1]$$

次に、BBM (Branch-and-Bound Method) を用いて実行可能領域から最適スケジュールを求める方法を示す。そのため、以下に、実行可能生産スケジュールの集合、即ち実行可能解集合を部分集合に分割する方法と、各部分集合に属する実行可能解の段取り回数の下界を求める方法を示す。ここ

付図2 実行可能解の存在領域
app.Fig. 2. Area of practicable solution.

では、BBMの原理の説明は省略する。

実行可能解集合は、スケジュール期間の最終時刻20で(8, 5, 7)の累積需要量を達成する生産スケジュールの集合である。(8, 5, 7)の8, 5, 7は、それぞれ最終時刻20までに達成すべき製品1, 2, 3の累積生産量である。8+5+7=20であるので、累積需要量は終端条件を満たしている。ただし、単位時間で生産できる生産量は製品に関わらず1となるよう、各製品の単位時間当たりの生産量を正規化している。

付図3は、BBMによる最適生産スケジュールの探索プロセスを示している。探索プロセスは木構造のグラフで表現できる。木の各ノードは実行可能生産スケジュールの部分集合を、木のルートは全ての実行可能スケジュールの集合を表している。あるノードAの子ノードBは、ノードAが示す実行可能解集合の部分集合である。

最終時刻20での累積需要量が(8, 5, 7)であるので、実行可能解集合を{(8, 5, 7)}で示す。{(8, 5, 7)}、即ち、全ての実行可能生産スケジュールはスケジュール期間の最終時刻で(8, 5, 7)の生産量を達成する。

次に、{(8, 5, 7)}を2個の部分集合{(8, 4, 7)}と{(8, 5, 5)}に分割する。なぜ分割数が2であり、{(8, 5, 5)}は

{(8, 5, 6)}ではないのかを次に説明する。ここでは、全ての量は整数値である。

部分集合への分割数が2以下であるのは、製品数が3だからで、製品数がnであれば分割数は(n-1)以下である。ある製品の生産の前に生産する生産品目は、その製品以外だからである。付図2の実行可能領域の形状からも分かるように、生産量(8, 5, 7)を達成する直前の生産品目は2または3である。そして、製品2を生産する場合は、スケジュー

付図3 最適解の探索

app.Fig. 3. Search process for optimum solution.

ール期間[19, 20]で1なる量を生産し、スケジュール期間[0, 19]の生産スケジュールは{(8, 4, 7)}の生産スケジュールとなる。製品3を生産する場合は2つある。スケジュール期間[19, 20]で1なる量を生産し、[0, 19]では{(8, 5, 6)}の生産スケジュールとなるか、スケジュール期間[18, 20]では2なる量を生産し、[0, 18]では{(8, 5, 5)}の生産スケジュールとなる。この直前の生産は、後者では実行可能領域の下限から生産を行っているが、前者ではそうではない。証明は省略するが、下限から生産を始めなければ最適スケジュールは得られるとは限らない。

次に、実行可能解集合に含まれる生産スケジュールの段取り回数の下界を実行可能領域の形状から計算する方法を示す。例えば、{(8, 5, 7)}に対する実行可能領域は付図2である。この図から分かるように、製品1, 2, 3は、それぞれ少なくとも3, 3, 2回の段取り回数が必要であるので、{(8, 5, 7)}の段取り回数の下界は3+3+2=8である。

石谷 重樹

(非会員) 1985年3月関西大学工学部機械工学科卒業。1987年3月同大学大学院工学研究科機械工学専攻博士課程(前期)修了。1987年(株)PFU入社。1989年積水化学工業(株)入社。現在、同社環境・ライフラインカンパニー京都研究所勤務。また、2000年4月より同志社大学大学院工学研究科博士課程(後期)に在籍中。

三森 定道

(正員) 京都大学工学部電気工学科卒(昭和36年)。同大学院博士課程電子工学専攻修了(昭和41年)。日立製作所勤務(昭和41年~平成6年)。同志社大学工学部教授(平成6年~)。工学博士(京都大学、昭和48年)。電気学会電子情報システム部門長(平成6年度)。同学会情報システム技術委員会委員長(平成7年~)。An Associate Editor of the Journal of "The International Council of Systems Engineering" (1998~)。科学技術長官賞(研究功績者表彰、平成元年)。電気学会業績賞(平成9年)。