RBFNを用いた時変システムのオンラインパラメータ推定

正員 小林 康秀* 非会員 田中 伸一*

正員 沖田 豪*

On-line Parameter Estimation of Time-varying Systems by
Radial Basis Function Networks

Yasuhide Kobayashi*, Member, Shinichi Tanaka*, Non-member, Tsuyoshi Okita*, Member

This paper proposes a new on-line parameter estimation method with radial basis function networks for time-varying linear discrete-time systems. The time-varying parameters of the system are expressed with the radial basis function networks. These parameters are estimated by the nonlinear optimization technique, and the setting rules of the initial values in the optimization are proposed. The system parameters are usually unknown because they are changed by the circumstance conditions. Then, it is reasonable that the structures of the radial basis function networks are regulated according to the change of parameters. The minimum description length criterion studied in the encoding theory is applied to select the network structures. It is demonstrated in digital simulation that the proposed on-line estimation method succeeded to reduce the computation time extremely, for time-varying parameters system.

キーワード：パラメータ推定，時変システム，ラディアル基底関数ネットワーク，オンライン推定

Keywords: Parameter estimation, Time-varying system, Radial basis function networks, On-line estimation

1. はじめに

実環境においては，周囲の環境変化，システムの経年変化などに伴いパラメータが変動する場合も多い。このような時変システムのパラメータをオンライン推定することは，適応制御，予測制御などで重要な課題になっている。そのため，これまでに時変システムを対象とした様々な同定法が提案されている^{(1)~(14)}。

最も簡単な方法は，パラメータが一定の場合の推定法を応用する方法である。これは，ある時間幅のウィンドウを設け，そのウィンドウ内での観測値を用いてパラメータを推定している。そのため，ウィンドウ内での平均的な推定値が得られ，現時刻のパラメータをオンライン推定をする際には，推定値に時間遅れを生じてしまう。この遅れを小さくするために，現時刻に近いデータに対し時間重み付の評価関数も導入されているが，時間遅れを根本的になくすることはできない。また，その重み関数，ウィンドウ幅は推定精度に大きく影響するが，これらの適切な設定法は課題とされている^{(2)~(3)}。

一方，ウィンドウ内でパラメータの時変特性を考慮し，

それを何らかの関数形で近似表現する方法も提案されている^{(1)~(14)}。この方法は，関数形が適切に与えられれば時間遅れがない推定値を得られ，ウィンドウ内で大きな変動がある場合にも有効であるが，時変特性を表す関数形の設定が重要な問題となる。この関数形は，できるだけ簡単に種々の変動特性を正確に近似できるものが望ましく，これまでに多項式表現，Legendre多項式などの直交関数系などが用いられている^{(6)~(8)}。

しかし，予め定められたこれらの関数系では，周囲環境の変化などによるパラメータ変化を必ずしも十分表現できるとは限らない。そこで筆者らは，ニューラルネットワーク(NN)の適応，学習，汎化能力に着目し，時変特性をNNで表す推定法を提案している^{(13)~(14)}。この方法は，様々な未知変動をNNによって表現し，変動パラメータを良好に推定している。しかし，パラメータ推定の際の初期値設定が難しく，ランダム探索が必要な場合もあり計算時間を要する。パラメータのオンライン推定法を適応制御，予測制御系などに実装する際には，できるだけ計算量が少ない手法が望ましい。

NNと同様に連続な非線形特性を有界閉集合上で一様に近似できる動径基底関数ネットワーク(RBFN)が知られている。このRBFNは，跳躍的な関数ではNNに劣るが，連続的な関数ではNNに近い近似能力をもっている。また，NNに比べ学習が高速で，基底関数ごとの局所的な学習が

* 広島市立大学 情報科学部

〒731-3194 広島市安佐南区大塚東3-4-1

Faculty of Information Sciences, Hiroshima City-University
3-4-1, Ozuka-higashi, Asa-minami-ku, Hiroshima 731-3194

図1 RBFNを用いたシステムとモデル
Fig. 1. System and model with RBFN.

可能である⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。さらに、出力値が隠れ層の基底関数の線形結合で表されていることから、ネットワークパラメータと出力値の関係が分かり易く、RBFNの学習初期値設定が比較的容易であると考えられる。

そこで、本論文では周囲環境の変化などによってパラメータが連続的に未知変動するシステムを対象とし、NNを用いる推定法に比べ計算量の少ないオンライン推定法を提案する。まず、対象とするシステムの記述を行いそのモデルを設定する。つぎに、パラメータは周囲の環境変化などによって未知変動するため、パラメータの変動特性をRBFNで表現し、その出力値をモデルのパラメータとして与える。システムパラメータは時間とともに変動するため、これを時刻の非線形関数と見なし、時刻についての一次関数をRBFNへの入力値とする。

さらに、システムの観測値とモデルの出力の総誤差関数を評価とし、勾配法によりRBFNの一括学習を行う。学習を行う非線形最適化では、その初期設定値によっては局所的最小値に陥り、良好な推定値が得られないことがある。また、この初期値の設定問題は、学習に要する計算量を削減する上で重要である。しかし、RBFNの初期値を系統的に設定する方法は提案されていない。そこで、RBFNの特徴を活かして初期値を系統的に設定する方法も提案する。

システムパラメータは周囲環境の変化などに対して未知変動するため、RBFNの隠れ層のユニット数は、その変動の複雑さ、雑音の大きさなどに応じて選定しなければならない。このようなモデル構造を与える評価として、符号化理論に基づくMDL (Minimum Description Length) 情報量基準が知られている⁽¹⁷⁾。そこで、MDLを用いてRBFNの中間層ユニット数を選定する。

最後に、いくつかの未知変動に対しデジタルシミュレーションを行い、提案手法の理論的正当性を検証する。

2. 問題設定

対象とするシステムは、未知変動する安定な線形離散値系であり、 k 時刻における入出力を $u(k), x(k)$ とすれば次式で表される。

$$x(k) = \sum_{i=1}^n a_i(k)x(k-i) + \sum_{j=1}^r b_j(k)u(k-j) \quad (1)$$

ここで、次数 r, n は既知とする。また、システムのパラメータ $a_i(k), b_j(k)$ は、周囲、環境の変化によって、サンプリング周期に比べ緩やかで連続的な未知変動するものとし、これを $n+r$ 次元のベクトル $\theta(k)$ で定義する。

$$\theta(k) = (a_1(k), a_2(k), \dots, a_n(k), b_1(k), b_2(k), \dots, b_r(k))^T \quad (2)$$

システムの観測値 $y(k)$ は $N(0, \sigma_v^2)$ に従う入力と独立な白色雑音 $v(k)$ に汚されており、次式のように与えられる。

$$y(k) = x(k) + v(k) \quad (3)$$

したがって、観測値系列は次式で与えられる。

$$Y_k = \{u(0), y(1), u(1), \dots, u(k-1), y(k)\} \quad (4)$$

この観測値系列に基づき、連続的に未知変動するシステムの現時刻 k でのパラメータ $\theta(k)$ をオンライン推定する問題を考察する。

3. システム同定

〈3・1〉変動モデル 変動モデルは、(1)式に準じて次式で設定する。

$$\hat{x}(k) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i(k)\hat{x}(k-i) + \sum_{j=1}^r \hat{b}_j(k)u(k-j) \quad (5)$$

ここで、モデルの変動パラメータ $\hat{a}_i(k), \hat{b}_j(k)$ を次式で定義する。

$$\hat{\theta}(k) = (\hat{a}_1(k), \hat{a}_2(k), \dots, \hat{a}_n(k), \hat{b}_1(k), \hat{b}_2(k), \dots, \hat{b}_r(k))^T \quad (6)$$

変動パラメータ $\hat{\theta}(k)$ を推定するために、ウィンドウ内の時変特性を近似表現することを考えるが、多項式などの予め定められた関数形では、本来不明なパラメータ変動を十分表現できるとは限らない。

RBFNは、連続的な関数を近似表現する能力に優れている。また、出力値が隠れ層の基底関数の線形結合で表されているため、NNに比べ学習が高速である。さらに、RBFNはネットワークパラメータと出力値の関係がNNに比べ分かりやすく、基底関数ごとの局所的な学習が可能であるため、学習を行う際の初期値設定が容易と考えられる。これらの理由により、パラメータの変動特性をRBFNで表現するものとし、ここで提案するシステム推定の概念図を図1に示す。

〈3・2〉RBFNの構成 現時刻 k での推定値 $\hat{\theta}(k)$ を得るために、ウィンドウ内での変動特性をRBFNで表現することを考える。このRBFNが、システムパラメータ $\theta(k)$ の変動特性を表現すれば、現時刻 k での推定値を得る

図2 RBFN への入力信号

Fig. 2. Input signal for RBFN.

ことができる。そこで、ウィンドウ幅を N 、現時刻を k とし、 $k-N+1 \leq k' \leq k$ でのパラメータの変動特性を RBFN で近似表現することを考える。

システムのパラメータは時間とともに未知変動するため、パラメータ $\theta(k)$ は時刻 k の非線形関数と見なすことができる。そこで、 k' (ただし $k-N+1 \leq k' \leq k$) についての一次関数を RBFN への入力として、モデルのパラメータ $\hat{\theta}(k')$ の変動特性を RBFN で表現する。ただし、時刻が進むにつれ一次関数値が大きくなり RBFN パラメータの収束が悪くなるので、図2のように、その一次関数がある時間幅 L ごとに規格化した関数 $I(k')$ を RBFN への入力とする⁽¹⁴⁾。ただし、ウィンドウ幅 N は、想定される変動の複雑さ、SN 比などに応じて設定する。SN 比が悪い場合は、推定パラメータの推定誤差を小さくするために多くのデータ数が必要で、ウィンドウ幅 N は大きく設定する。また、パラメータの変動が複雑なほど変動を表現するのに多くの基底関数を要するので、多くのパラメータを推定するためにウィンドウ幅 N は大きく設定する。また、 L は収束性および計算時間を考慮し、 N の数倍から十倍程度に選ぶ。

ウィンドウ内の $n+r$ 個のシステムパラメータを近似表現するため、1入力 $n+r$ 出力の RBFN を用いれば、その出力 $o(k'|m)$ は次式で与えられる。

$$o(k'|m) = \lambda + \sum_{j=1}^m w_j \phi(\|I(k') - c_j\|, \beta_j) \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi(\nu, \beta_j) = \exp(-\nu^2/\beta_j^2) \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 m は中間層のユニット数、 λ は基底関数のバイアス、 w_j は重みパラメータ、 c_j は基底関数 $\phi(\cdot)$ の中心、 β_j ひろがりの度合いを表すパラメータ、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである。基底関数 $\phi(\cdot)$ には様々の放射型関数が提案されているが⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾、ここでは正弦波状など連続的な変動特性をもつシステムへの適用を目指し、これらを少ないパラメータ数で表現できるガウス関数を用いる。この RBFN に含まれる p 個のパラメータを次式で定義する。

$$\gamma(k) = (\lambda^T, w_1^T, w_2^T, \dots, w_m^T, c_1, \dots, c_m, \beta_1, \dots, \beta_m)^T \dots\dots\dots (9)$$

$$p = 2m + m(n+r) + (n+r) \dots\dots\dots (10)$$

〈3.3〉 RBFN の学習 つぎに RBFN の学習法について考える。RBFN の学習はモデルの出力をシステムの出力を近づけるように一括型の学習を行う⁽¹⁸⁾。学習のための誤差評価関数 E は次式で定義される。

$$E = \frac{1}{2\sigma_v^2} \sum_{k'=k-N+1}^k (y(k') - \hat{x}(k'))^2 \dots\dots\dots (11)$$

RBFN の学習法はいくつか提案されているが、それらの学習法は、その評価値が RBFN の出力値の二次形式になっている場合である⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾。しかし、ここでは RBFN の出力値をモデルパラメータとして逐次式 (5) に用い、得られたモデル出力値 $\hat{x}(k)$ の関数として評価関数が与えられるため、その最小化は非線形最適化問題となる。そこで、誤差評価の具体的な最小化には、勾配法の一つで収束性に優れた Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno 法を用いる⁽²²⁾。その最適化に必要な勾配ベクトルは次式で与えられる。

$$\frac{\partial E}{\partial \gamma} = \sum_{k'=k-N+1}^k \frac{\partial E}{\partial \hat{x}(k')} \frac{\partial \hat{x}(k')}{\partial o} \frac{\partial o}{\partial \gamma} \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \hat{x}(k')} = \frac{1}{\sigma_v^2} (\hat{x}(k') - y(k')) \dots\dots\dots (13)$$

なお、 $\frac{\partial \hat{x}}{\partial \gamma}$ は通常の BP 則の δ 公式⁽¹⁸⁾ によって与えられる。

(11) 式を最小にする非線形最適化問題では、その初期設定値 γ_0 によっては極小値に陥り良好な推定値が得られない。また、オンラインでの実装を可能にするためには、少ない計算量で最適値を得る必要があり、最適化における初期値設定問題は重要である。これについては、次章で考察する。

モデルとシステムのパラメータが一致すれば、誤差評価関数は (3) 式および雑音の性質より次式で近似される。

$$E_0 \cong \frac{1}{2} N \dots\dots\dots (14)$$

したがって、局所的最小値に陥っているかどうかは、誤差評価関数 E を (14) 式の値と比較して判断できる。

このようにして最適化された RBFN パラメータ $\gamma(k)$ の出力 $o(k'|m)$ は、 $k-N+1$ 時刻から現時刻 k までのウィンドウ内の変動特性を近似表現していると考えられる。したがって、現時刻 k でのパラメータ推定値 $\hat{\theta}(k)$ は、そのウィンドウの最終時刻 (現時刻 k) での RBFN 出力値 $o(k'|m)|_{k'=k}$ により与えられる。

この推定値は、雑音に伴う確率的な推定誤差を含むが、(11) 式を最小化し変動特性を適切に近似表現すれば、現時刻 k での出力値 $o(k'|m)|_{k'=k}$ を推定値としているため、ウィンドウ幅 N に関わらず基本的には時間遅れのない推定値が得られる。パラメータが一定と仮定して時変システムをオンライン推定すると、雑音に伴う確率的な推定誤差に加えて推定値の時間的な遅れも生じ推定誤差が増大する。オンライン推定では、この時間的な遅れが推定誤差の主要因であることも多く、本方法のように推定値の時間遅れを小さくすることは重要である。

〈3・4〉 中間層のユニット数 m の選定 RBFN の中間層のユニット数 m の選定法について考える。システムパラメータは周囲環境の変化などによって未知変動するため、RBFN の中間層のユニット数は、ウインドウ内での変動の複雑さや SN 比の変化などに応じて適切に選定しなければならない。このようなモデル構造を与える評価として、符号化理論に基づく MDL 情報量基準が知られており⁽¹⁷⁾、これを用いて RBFN の中間層ユニット数 m を選定する。MDL はウインドウ幅 N 、パラメータ数 p を用い次式で計算される。

$$MDL = E + \frac{\ln N}{2} p \dots\dots\dots (15)$$

上式一項目は、残差を表しパラメータ数に対し単調減少、二項目はパラメータ数に対し単調増加する。この MDL が最小となる中間層のユニット数 m を変動状況、SN 比の変化などに応じて選定する。具体的には、図 3 のフローチャートに示すように、最初 $m=1$ に対する MDL を求める。つぎに、 m を逐次増やしながら MDL を求め、MDL が最小となるユニット数 m の RBFN によって変動特性を近似表現する。

4. 非線形最適化における初期値設定法

学習を行う非線形最適化におけるパラメータ $\gamma(k)$ の初期値設定法について考える。

最も簡単な方法として、現時刻 k の直前でパラメータ最適値 $\hat{\gamma}(k-1)$ を、現時刻の初期値 γ_0 として設定することが考えられる。この設定法は、新たな計算を必要とせず、システムパラメータ $\theta(k)$ の変動特性が滑らかな場合には特に効果的である。しかし、パラメータが大幅に変化すると局所的最小値に陥ることがあり、いったん局所解に陥るとそれを初期値とした次の時刻でも局所解から抜け出せない場合が多い。そのため、別の初期値設定法を考える必要がある。

〈4・1〉 現時刻までに得た推定値 $\hat{\theta}(k)$ に基づく設定法 現時刻までに得られた推定値 $\hat{\theta}(k)$ を用いて、初期値 γ_0 を設定することを考える。RBFN は m 個の基底関数の加算によって $\theta(k)$ の変動特性を表現しているため、全てのパラメータを同時に初期値を設定することは難しい。そこで、 $m=1$ から逐次初期値を設定し、RBFN 全体の学習を行う。

まず、 $m=1$ とし推定値を現時刻までに得られたパラメータ推定値 $\hat{\theta}(k)$ に基づいて初期値を設定し、(11) 式の最適化を行う。つぎに、 $m=2$ として新たに付加する基底関数に関するパラメータを誤差 $\hat{\theta}(k') - o(k'|m)$ に基づいて初期値を設定する。この初期値を $m=1$ で得られた最適値とともに初期値とし、RBFN 全体の最適化を行う。

すなわち、新たに付加する m 番目のユニットによる出力 $\Delta o(k'|m)$ は、 $m-1$ 個のユニットで近似できなかった誤差 $\epsilon(k'|m)$ を近似表現するように初期設定する。

図 3 オンラインパラメータ推定のフローチャート

Fig. 3. Flow-chart of on-line parameter estimation.

$$\epsilon(k'|m) = \begin{cases} \hat{\theta}(k') & (m=1) \\ \hat{\theta}(k') - o(k'|m-1) & (m>1) \end{cases} \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} \Delta o(k'|m) &= o(k'|m) - o(k'|m-1) \\ &= \Delta \lambda_m + w_m \exp \left\{ -\frac{(I(k') - c_m)^2}{\beta_m^2} \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

以上述べた初期値設定法とオンラインパラメータ推定のフローチャートを図 3 に示す。

つぎに、 $\Delta o(k'|m) = \epsilon(k'|m)$ とするために、新たに付加する m 番目のユニットの各パラメータの具体的な初期設定法を考察する。RBFN のパラメータと出力は、概略図 4 のような関係があることを考慮して、つぎの step1 ～ step4 に従って設定する。

step 1 中心 c_m の設定

基底関数の中心を表す c_m を設定する。RBFN の $n+r$ 個の出力を共通の基底関数で表すため、誤差 $\epsilon(k'|m)$ の各要素を k' についての二次多項式を用いて最小 2 乗近似する。

$$J_l = \frac{1}{2} \sum_{k'=k-N+1}^{k-1} (\epsilon_l(k'|m) - f_l(k'))^2 \dots\dots\dots (18)$$

$$f_l(k') = d_{2l} I(k')^2 + d_{1l} I(k') + d_{0l} \dots\dots\dots (19)$$

図4 RBFNのパラメータと出力値の関係

Fig. 4. Relations of output and parameters in RBFN.

この二次多項式のそれぞれの極値を求め、その平均値を c_m とする。

$$c_m = \frac{-1}{2(n+r)} \sum_{l=1}^{n+r} \frac{d_{1l}}{d_{2l}} \dots \dots \dots (20)$$

step 2 バイアス $\Delta\lambda_m$ の設定

$\Delta\lambda_m$ はガウス基底関数の基線レベルを与える。そこで、(19) 式の多項式 $f_l(k')$ の 2 次の係数 $d_{2l} > 0$ の場合は下に凸であるから $\varepsilon(k'|m)$ の最大値を $\Delta\lambda_{ml}$ として設定する。逆に $d_{2l} < 0$ の場合は最小値を設定する。

step 3 重み w_m の設定

重み w_m は基底関数の大きさを与えるので、 $\varepsilon(k'|m) - \Delta\lambda_m$ を (17) 式の右辺第二項で近似する。step1 で求めた c_m が近似したいウィンドウのどの部分に位置するかによって 3 つの場合が考えられる。すなわち、a) $k-N \leq c_m \leq k-1$, b) $k-1 < c_m$, c) $c_m < k-N$ の場合が考えられる。

a) のときは、基底関数の中心がウィンドウ内にあるので (17) 式を c_m の周りでテーラー展開し、二次近似すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta o(k'|m) - \Delta\lambda_m &\doteq w_m \left\{ 1 - \frac{(I(k') - c_m)^2}{\beta_m^2} \right\} \\ &= -\frac{w_m}{\beta_m^2} I(k')^2 + \frac{2c_m w_m}{\beta_m^2} I(k') + \left(1 - \frac{c_m^2}{\beta_m^2} \right) w_m \end{aligned} \dots \dots \dots (21)$$

近似式 (19) の係数 d_{il} と (21) 式の係数を等しくおき、ベクトル表現すれば次式が得られる。

$$w_m = d_0 - c_m^2 d_2 \dots \dots \dots (22)$$

$$w_m = d_0 + \frac{c_m d_1}{2} \dots \dots \dots (23)$$

なお、上式のように 2 つの値が w_m の候補となるが、後述の誤差 J が小さくなるほうを初期値として採用する。

b) のときは、基底関数の中心がウィンドウより未来側にあるので、近似したいウィンドウ部分は直線に近いと考えられる。そこで、(17) 式を $c_m - \beta_m$ の周りでテーラー展開

し一次近似する。

$$\begin{aligned} \Delta o(k'|m) - \Delta\lambda_m &\doteq e^{-1} w_m \left\{ \frac{2}{\beta_m} I(k') + 3 - \frac{2c_m}{\beta_m} \right\} \\ &= \frac{2e^{-1} w_m}{\beta_m} I(k') + e^{-1} w_m \left\{ 3 - \frac{2c_m}{\beta_m} \right\} \dots \dots (24) \end{aligned}$$

近似式 (19) の係数 d_{il} と (24) 式の係数を等しくおけば、次式が得られる。

$$w_m = \frac{e}{3} (d_0 + c_m d_1) \dots \dots \dots (25)$$

c) のときは、基底関数の中心がウィンドウより過去側にあるので (17) 式を $c_m + \beta_m$ の周りで一次近似し w_m を求めると、(25) 式と同一の結果が得られる。

step 4 広がり β_m の設定

基底関数の広がり具合を表す β_m は、次式を最小にするように設定する。

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \sum_{k'=k-N+1}^{k-1} (\Delta o(k'|m) - \varepsilon(k'|m))^T \\ &\quad (\Delta o(k'|m) - \varepsilon(k'|m)) \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

a) の場合であれば、極値の条件 $\partial J / \partial \beta_m = 0$ を c_m の周りでテーラー展開し、二次近似すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{k'=k-N+1}^{k-1} (I(k') - c_m)^2 w_m^T [(w_m - \varepsilon(k'|m)) \beta_m^2 \\ - (I(k') - c_m)^2 (2w_m - \varepsilon(k'|m))] = 0 \end{aligned} \dots \dots \dots (27)$$

また、b) の場合であれば、極値の条件を $c_m - \beta_m$ の周りでテーラー展開し、一次近似すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{k'=k-N+1}^{k-1} (I(k') - c_m)^2 w_m^T [(5e^{-2} w_m - 3e^{-1} \varepsilon(k'|m)) \beta_m \\ + 2(I(k') - c_m)(2e^{-2} w_m - e^{-1} \varepsilon(k'|m))] = 0 \end{aligned} \dots \dots \dots (28)$$

同様に、c) の場合は、極値の条件を $c_m + \beta_m$ の周りでテーラー展開し、一次近似すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{k'=k-N+1}^{k-1} (I(k') - c_m)^2 w_m^T [(5e^{-2} w_m - 3e^{-1} \varepsilon(k'|m)) \beta_m \\ - 2(I(k') - c_m)(2e^{-2} w_m - e^{-1} \varepsilon(k'|m))] = 0 \end{aligned} \dots \dots \dots (29)$$

したがって、(26) 式を最小にする β_m は、(27)~(29) 式より、容易に求めることができる。以上 step1 ~ step4 にしたがって、最適化での初期値を具体的に設定する。

〈4.2〉 ほかの設定法との組み合わせによる効率化 考えられる何れの初期値設定法によっても最適値に収束しない場合は、ランダム探索によらざるを得ないが、ランダム探索によって確率 1 で評価関数の大域的最小値を見出され

ることが知られている⁽¹⁸⁾。

一般に非線形最適化問題では、1つの設定手法で常に良好な初期値を与えられるとは限らない。したがって、いくつかの設定手法を効率的に組み合わせて探索する必要がある。ここでは、 $k-1$ 時刻での最適値 $\hat{y}(k-1)$ を用いる方法でまず初期値を与え、その最適化の結果が(14)式の収束条件を満たしていない場合は、つぎに〈4.1〉に述べた $\hat{\theta}(k)$ を利用する方法、さらにランダム探索を順に収束条件を満たすまで設定することで計算時間の短縮を計る。

5. シミュレーション

2次連続系の減衰率 ζ が連続的に未知変動する離散値系についてシミュレーションを行い、提案手法の妥当性を検証する。

〈5.1〉シミュレーションの概要 変動パラメータとして減衰率 $\zeta(k)$ がつぎのような正弦波和の未知変動する場合を考えた。

$$\zeta(k) = 0.5 + 0.4 \sin \left\{ \frac{2\pi k}{1000} \right\} + 0.05 \sin \left\{ \frac{2\pi k}{300} \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

このとき、システムパラメータ $\theta(k)$ は減衰率 $\zeta(k)$ などを用いて文献(13)のように表される。システムへの入力 $x(k)$ は正規乱数 $N(0, 1^2)$ で与え、1%の観測雑音を考えた。なお、システムパラメータの推定誤差 J_θ および出力の推定誤差 J_E をそれぞれ次式で与える。

$$J_\theta = \sqrt{\frac{\sum_{k=N}^{1000} (\theta(k) - \hat{\theta}(k))^T (\theta(k) - \hat{\theta}(k))}{\sum_{k=N}^{1000} \theta^T(k) \theta(k)}} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$J_E = \sqrt{\frac{\sum_{k=N}^{1000} (x(k) - \hat{x}(k))^2}{\sum_{k=N}^{1000} x^2(k)}} \quad \dots\dots\dots (32)$$

〈5.1.1〉初期値の設定法 初期値の設定法が推定結果に及ぼす影響を調べるため、つぎの3通りの設定法で与えた。なお、ここでは比較的小さいユニット数で変動特性が表現できるかを検討するため、 $m=2$ とした。また、ウィンドウ幅 $N=100$ 、規格化間隔を $L=1000$ として与えた。

- 設定法 1 時刻 k における最適化の初期値として、前時刻 $k-1$ の最適値 $\hat{y}(k-1)$ を設定する。
- 設定法 2 最適化の初期値をランダム探索によって設定する。
- 設定法 3 最適化の初期値を提案した設定法で与える。

図5 指数重み付き最小2乗法による推定結果 ($N=100, \rho=0.9$)

Fig. 5. Estimated parameters by the least-squares method ($N=100, \rho=0.9$).

〈5.1.2〉ウィンドウ幅 N の影響 上記のシミュレーションではウィンドウ幅を $N=100$ として与えたが、ウィンドウ幅が推定結果に与える影響を調べるため、 $N=200$ として推定した。(初期値設定は提案手法)

〈5.1.3〉MDLによるユニット数の選定法 中間層のユニット数 m を固定した場合とMDLによって選定した場合の比較を行う。初期値設定は提案手法とし、中間層のユニット数を $m=1, 2, 3$ で固定した場合とMDLによって選定した場合で推定を行う。

〈5.1.4〉NNとの比較 NNを用いた方法と比較するため、正弦波の和、ランプ状の変動特性について推定を行った。

5.2 結果と考察

〈5.2.1〉初期値設定法の結果と考察 まず、本推定法と比較するため、(11)式に $\rho^{(k-k')}$ の重み付けをした評価関数を用い、ウィンドウ幅 $N=100$ 、忘却係数 $\rho=0.9$ として指数重み付き最小2乗法⁽²³⁾によって推定した。このパラメータ推定結果を図5に示す。

また、設定法1および設定法3の推定値をそれぞれ図6、図7に、シミュレーション全体の計算時間および推定誤差 J_θ を表1に示す。

表1より、最小2乗法では推定値に大きな時間遅れを生じ、推定誤差も大きくなっている。設定法1の $k-1$ 時刻での最適値 $\hat{y}(k-1)$ を用いる方法では、パラメータ変動にほぼ追従しているが、変動特性が大きく変化している時刻 $k=800$ 以降で推定値に遅れやばらつきが生じている。この付近は、変動特性が大きく変化しているため、推定値が局所的最小値に陥り、その局所値を初期値として与えているため、それ以降の推定値が悪くなったと考えられる。

設定法2のランダム探索の場合では、各時刻で広範囲に探索するため、表1のように良好な推定結果が得られているが、相当の計算時間を要している。

つぎに、設定法3の提案した初期値設定法では、比較的

図6 初期値に $\hat{\gamma}(k-1)$ を用いた推定結果
Fig. 6. Estimated parameters by setting $\hat{\gamma}(k-1)$ to initial values.

図7 提案した初期値設定法による推定結果
Fig. 7. Estimated parameters by proposed initial setting rules.

表1 推定結果の計算時間と推定誤差

Table 1. Computation time and estimation errors.

初期値設定法	計算時間 [s]	推定誤差 J_{θ} [%]
$\hat{\gamma}(k-1)$	46	4.30
ランダム探索	1158	1.01
提案した初期値設定法	94	0.89
最小2乗法	5	7.19
指数重み付き最小2乗法	7	4.87

短い計算時間で良好な推定結果が得られている。

〈5・2・2〉 ウィンドウ幅 N の影響と考察 ウィンドウ幅 $N=200$ とした場合、計算時間 168[s]、推定誤差 $J_{\theta}=0.87\%$ となった。

パラメータを一定と仮定する推定法では、ウィンドウ幅を大きくするにつれて推定値の時間遅れも大きくなる。これに対し本手法による推定値は、雑音の大きさ、ウィンドウ幅、変動の複雑さなどに依存する推定誤差を含んでいるが、変動特性を RBFN で近似表現して現時刻におけるパ

図8 提案手法によるランプ状変動の推定結果
Fig. 8. Estimated parameters by proposed method in a ramp change of system parameter.

表2 ユニット数 m および MDL に対する推定誤差

Table 2. Estimation errors by m -units and MDL.

ユニット数	$m=1$	$m=2$	$m=3$	MDL
J_{θ} [%]	0.88	0.89	1.10	0.87
J_E [%]	0.76	0.75	0.67	0.65

ラメータを推定しているため、ウィンドウ幅を大きくしても時間遅れをほとんど生じていない。

ウィンドウ幅 N は本来、変動の複雑さ、SN 比などに応じて設定すべきであるが、一般に変動は未知であるので、これらを厳密に設定することは難しい。本手法では、ウィンドウ幅を大きくしても推定値の時間遅れが小さく、この時間遅れによる推定精度の劣化が少ない実用性の高いオンライン推定法と考えられる。

〈5・2・3〉 MDL によるユニット数選定法の結果と考察 ユニット数 m を固定した場合と MDL によって選定した場合のパラメータおよび出力の推定誤差を表2に示す。MDL によってユニット数を選定した場合、最適なユニット数として $m=1, 2, 3$ をそれぞれ 986, 13, 2 回の時刻で選定した。このうち $m=2$ 以上のユニット数を選定したのは、変動特性が大きく変化している時刻 $k=800$ 前後であった。この結果、パラメータおよび出力の推定誤差のいずれも小さくなっており、各時刻の変動特性や SN 比の変化に応じて適切なユニット数が選定されていることがわかる。

〈5・2・4〉 NN との比較結果と考察 ランプ状に変動した場合の推定結果を図8に示す。また、RBFN および NN を用いる推定法のシミュレーション全体の計算時間、パラメータの推定誤差を表3に示す。RBFN の推定精度、計算量は NN に比べ改善されており、提案した推定法が有効であると考えられる。なお、基底関数にガウス関数を用いた RBFN は、連続でなめらかな関数を近似するのに適しており、パラメータがステップ状に変動するなど不連続な変動をする場合は、NN を用いた推定法などを用いる必要があ

表3 RBFN および NN による推定結果
Table 3. Estimated results by RBFN and NN.

		正弦波の和状	ランプ状
計算時間 [s]	RBFN	94	179
	NN	923	1271
推定誤差 J_{θ} [%]	RBFN	0.89	1.65
	NN	0.95	1.69

る⁽¹⁴⁾。

さらに、パラメータの変動関数が正弦波の和からランプ状に切り替わった場合についても、ほぼ同様な推定結果が得られている。これらのことから、本方法は連続的に未知変動するシステムパラメータをオンライン推定するのに有効であると考えられる。

6. 結 言

本論文では周囲環境の変化などによってパラメータが連続的に未知変動するシステムを対象とし、変動パラメータのオンライン推定法を提案した。システムパラメータの変動特性を学習、汎化能力に優れた RBFN で表現し、その出力値をモデルのパラメータとして与えた。

学習のための誤差評価関数は、システムの観測値とモデル出力の 2 乗誤差とし勾配法に基づいて学習した。学習における非線形最適化では、適切な初期値を与えないと局所的最小値に陥ることがある。そこで、RBFN のパラメータと出力値の関係を考慮し、基底関数ごとの局所的な学習が可能であることを利用して、現時刻までに得られたパラメータ推定値を用いて初期値を設定する方法を提案した。

システムパラメータは周囲環境の変化などに対して未知変動するため、RBFN の中間層のユニット数は、その変動の複雑さなどに応じて適切に設定する必要がある。そこで、MDL を用いて RBFN の中間層ユニット数を選定した。

また、提案手法の理論的正当性を検証するためにディジタルシミュレーションを行い、初期値の設定法、MDL によるユニット数の選定法などの妥当性を示した。

さらに、NN を用いた推定法と比較し、連続的な変動特性では、少ない計算時間で同程度の推定精度が得られることを示した。これらの結果より、本手法は周囲の環境変化などによって連続的に未知変動するシステムパラメータをオンライン推定するのに有効であると考えられる。

(平成 13 年 9 月 5 日受付, 平成 14 年 4 月 16 日再受付)

文 献

- (1) Donald M. Wiberg, Thomas D. Powell, and Dag Ljungquist: "An On-Line Parameter Estimator for Quick Convergence and Time-Varying Linear System", *IEEE Trans. AC*, Vol.45, No.10, pp.1854-1863 (2000-10)
- (2) E. Horita and Y. Miyana: "Numerically stable RLS algorithms for time-varying signals", *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.J81-A, No.1, pp.33-43 (1998-1) (in Japanese)
堀田英輔・宮永喜一:「時変信号のための数値的に安定な RLS アルゴリズムの提案」, 信学論, **J81-A**, 1, pp.33-43 (1998-1)
- (3) J. Morimoto, et al.: "An adaptive algorithms for parameter tracking of time-varying parameters", *Trans. SICE*, Vol.33, No.11, pp.1108-1110 (1997-11) (in Japanese)
森本滋朗, ほか:「時変パラメータ追跡のための一適応アルゴリズム」, 計測自動制御学会論文集, **33**, 11, pp.1108-1110 (1997-11)
- (4) T. Kiryu, et al.: "A block processing of non-stationary signals regarding the prior estimated time-varying characteristics", *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.J71-A, No.2, pp.179-186 (1988-2) (in Japanese)
木竜 徹, ほか:「過去の時変特性を考慮した非定常信号の block 処理」, 信学論 (A), **J71-A**, 2, pp.179-186 (1988-2)
- (5) T. Kiryu and T. Iijima: "Estimation of time varying parameters without assuming local stationarity", *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.J68-A, No.9, pp.937-944 (1985-9) (in Japanese)
木竜 徹, ほか:「局所定常性を仮定しない時変性パラメータの推定」, 信学論 (A), **J68-A**, 9, pp.937-944 (1985-9)
- (6) 津村幸司:「変動システムの同定と制御」, システム/制御/情報, **42**, 2, pp.80-87 (1998-2)
- (7) T. S. Rao: "The fitting of nonstationary time-series models with time-dependent parameters", *J. Royal Statist. Soc. Series B*, Vol.32, No.2, pp.312-322 (1970)
- (8) Y. Grenier: "Time-dependent ARMA modeling of nonstationary signals", *IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process*, ASSP-31, 4, pp.899-911 (Aug. 1983)
- (9) G. Kitagawa and H. Akaike: "A Procedure For The Modeling of Non-Stationary Time Series", *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 30-B, pp.351-363 (1978)
- (10) G. Kitagawa and W. Gersch: "A Smoothness Priors Time-Varying AR Coefficient Modeling of Nonstationary Covariance Time Series", *IEEE Trans. AC*, Vol.30, No.1, pp.48-56 (1985)
- (11) A. Nakagaki, Y. Miyana, and K. Tochinal: "A time-varying parameter estimation of a minimum realization ARMA lattice model", *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.J74-A, No.3, pp.368-376 (1991-3) (in Japanese)
中垣 淳, ほか:「ARMA ラティスモデルの時変係数推定と非冗長表現について」, 信学論, **J74-A**, 3, pp.368-376 (1991-3)
- (12) T. Naito, et al.: "New LMS adaptive filtering for time-varying systems and its applications", *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.J84-A, No.6, pp.788-797 (2001-6) (in Japanese)
内藤隆之, ほか:「時変システムに対する新しい LMS 形適用フィルタとその応用」, 信学論, **J84-A**, 6, pp.788-797 (2001-6)
- (13) Y. Kobayashi, et al.: "Identification of a time-varying system by neural networks", *The 22nd SICE Symposium on Dynamical System Theory*, pp.101-106 (1999) (in Japanese)
小林康秀, ほか:「ニューラルネットワークを用いた時変システムの同定」, The 22nd SICE Symposium on Dynamical System Theory, pp.101-106 (1999)
- (14) Y. Kobayashi, et al.: "Identification of time-varying systems with unknown parameters by neural networks", *Trans. SICE*, Vol.37, No.9, pp.872-879 (2001-9) (in Japanese)
小林康秀, ほか:「ニューラルネットワークによる変動形態が未知な時変システムの同定」, 計測自動制御学会論文集, **37**, 9, pp.872-879 (2001-9)
- (15) G. Cybenko: "Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function", *Mathematics of Control, Signals and Systems*, Vol.2, pp.303-314 (1989)
- (16) J. Park and I. W. Sandberg: "Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks", *Neural Computation*, Vol.3, pp.246-257 (1991)
- (17) K. Yamanishi and T. S. Han: "Introduction to MDL from viewpoints of information theory", *Trans. of the JSAP*, Vol.7, No.3, pp.45-52 (1992-3) (in Japanese)
山西健司・韓 太舜:「MDL 入門情報理論の立場から」, 人工知能学会, **7**, 3, pp.45-52 (1992-3)
- (18) 馬場則夫, ほか:「ニューラルネットの基礎と応用」, 共立出版 (1994)
- (19) S. Chen, S. A. Billings, C. F. N. Cowan, and P. M. Grant: "Practical identification of NARMAX models using radial basis functions", *INT. J. CONTROL*, Vol.52, No.6, pp.1327-1350 (1990)
- (20) S. Chen, S. A. Billings, and P. M. Grant: "Recursive hybrid algorithm for non-linear systems identification using radial basis function networks", *INT. J. CONTROL*, Vol.55, No.5, pp.1051-1070 (1992-5)
- (21) K. Funahashi: "On the Approximate Realization of Continu-

ous Mappings by Neural Networks”, *Neural Networks*, Vol.2, pp.183-192 (1989)

(22) 今野 浩・山下 浩：非線形計画法，日科技連出版社 (1978)

(23) 中溝高好：信号解析とシステム同定，コロナ社，(1985)

小林 康秀 (正員) 1979 年 3 月九州大学大学院工学研究科電気工学専攻博士前期課程修了。同年 4 月山口大学助手。大島商船高等専門学校，呉工業高等専門学校助教授を経て，1995 年 4 月広島市立大学助教授となり現在に至る。システム同定の研究に従事 (工学博士)。計測自動制御学会，電子情報通信学会などの会員。

田中 伸一 (非会員) 1999 年 3 月広島市立大学情報科学部卒業。2001 年 3 月広島市立大学情報科学研究科修了。現在，総合警備保障株式会社へ勤務。修士論文としてシステム同定の研究に従事。電子情報通信学会の会員。

沖田 豪 (正員) 1964 年 3 月東北大学大学院工学電気および通信専攻修士課程修了。同年 4 月広島大学助手。1978 年 4 月山口大学教授。1995 年 4 月広島市立大学教授となり現在に至る。システムの同定，制御の研究に従事 (工学博士)。計測自動制御学会，システム制御情報学会などの会員。