特異摂動システムに関するリカッチ方程式を 解くためのニュートン法

正員 向谷 博明* 正員 田中 良幸**
正員 水上 孝一***

Newton's Method for Solving Riccati Equation Related to the Singularly Perturbed Systems

Hiroaki Mukaidani*, Member, Yoshiyuki Tanaka**, Member, Koichi Mizukami***, Member

In this paper we present the algorithm for the algebraic Riccati equation with indefinite sign quadratic term for the singularly perturbed system by means of the Newton's method. The proposed algorithm is very efficient from the numerical point of view because the algorithm is the quadratic convergence and the algebraic Riccati equation is solvable even if quadratic term is an indefinite sign. The main contributions of this paper are as follows. First, the sufficient condition corresponding to the perturbation parameter such that the proposed algorithm is quadratic convergence is presented. Second, the method which is based on the linear equations method for solving the algebraic Lyapunov equation of singularly perturbed system is given. In order to show the effectiveness of the proposed algorithms, a numerical example is included.

キーワード：ニュートン法, 2次収束, リカッチ代数方程式, 線形方程式

Keywords: Newton's method, quadratic convergence, algebraic Riccati equations, linear equations

1. はじめに

現代制御理論に欠かせない非線形代数方程式の一つにリカッチ方程式があげられる。その数値解法に関しては、現在までに多くの解法が開発されている。それらの代表的なアルゴリズムとして、クラインマンによるニュートン法に基づく方法⁽¹⁾, Arimoto-MacFarlane-Potterによる固有ベクトル法に基づく方法⁽²⁾, LaubによるSchur分解法に基づく方法⁽³⁾等があげられる。中でもSchur分解法はアルゴリズムの安定性, 精度の面から非常に優れた解法として良く知られている。

特異摂動システムを扱う場合, 微小な正の摂動項 ε の影響

で高次元のリカッチ方程式の解を数値的に求めることが非常に困難であることが従来から指摘されている⁽⁵⁾⁽⁷⁾。このような問題に対して, 特異摂動法に基づく設計方法が多く研究された⁽⁵⁾。しかし, 特異摂動法によって構築された合成制御則は, 摂動項 ε が十分小さくない場合, 要求される最適性を保証しないことが報告されている⁽⁷⁾。後に, 最適性を保証するために, 再帰的アルゴリズムの解法⁽⁷⁾⁽¹¹⁾を利用することによって, $O(\varepsilon^k)$ 程度の高精度の近似制御則の構築が提案された(ただし, k はアルゴリズムの繰り返し計算回数を表す)。しかしながら, 再帰的アルゴリズムを使用する場合, 0-オーダー解を高精度に求めなければ正確解に収束しないことが示されている⁽¹³⁾。さらに, 収束の程度は一次収束であり, 摂動項 ε が十分小さくない場合, 収束までに非常に多くの繰り返し計算回数が必要となる。一方, ここ10年で, 特異摂動システムにおける制御問題に対して, 厳密分解法(exact decomposition technique)が提案された⁽⁶⁾。厳密分解法はニュートン法に基づいているので, アルゴリズムの収束が2次収束であり, 再帰的アルゴリズムと比較して, 収束解を得るまでの計算時間が少ない特徴を有する。しかし, ε が十分小さくない場合, 変換行列を求めるための不動点アルゴリズムが収束しない場合が存在する。

近年, 著者らによって, 凸性が保証されないゲーム型リ

* 広島大学 教育学研究科
〒739-8524 東広島市鏡山 1-1-1
Graduate School of Education, Hiroshima University,
Higashi-Hiroshima 739-8524

** 広島大学 工学研究科
〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1
Graduate School of Engineering, Hiroshima University,
Higashi-Hiroshima 739-8527

*** 広島国際学院大学 工学部
〒739-0321 広島市安芸区 6-20-1
Faculty of Engineering, Hiroshima Kokusai Gakuin
University,
Hiroshima 739-0321

カッチ方程式に対して、クライマン型反復アルゴリズムに基づく新たな数値解法が提案された^{(12)~(15)}。この方法の特徴は、2次収束を保証している点である。また、収束の証明も、凸性が保証された条件の下でのクライマンによる逐次近似法^{(1)~(9)}とは全く異なっており、凸性が保証されなくても2次収束が示されるという大きな特徴を有する。しかし、いずれの報告も2次収束を保証する摂動項の存在を示しているだけで、与えられた ε に対してアルゴリズムが2次収束するかどうか判定する条件は全く考察されていない。同様に、再帰的アルゴリズムおよび厳密分解法に関しても、アルゴリズムの収束を保証する ε の存在を示しているだけで、アルゴリズムが収束するための ε の大きさに関しては全く議論されていない。 ε が十分小さいとき、アルゴリズムの収束は保証される。しかしながら、 ε がある程度大きくなると、収束するための仮定が成立しなくなり、最悪の場合アルゴリズムは発散することになる。したがって、 ε がどの程度の大きさなら収束するかといった問題は非常に重要である。

本論文では、正の摂動項 ε を含むリカッチ方程式

$$A_\varepsilon^T P_\varepsilon + P_\varepsilon A_\varepsilon - P_\varepsilon S_\varepsilon P_\varepsilon + Q = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $n := n_1 + n_2$

$$P_\varepsilon = \begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T \\ \varepsilon P_{21} & \varepsilon P_{22} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

$$A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ \varepsilon^{-1} A_{21} & \varepsilon^{-1} A_{22} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

$$S_\varepsilon = S_\varepsilon^T = \begin{bmatrix} S_{11} & \varepsilon^{-1} S_{12} \\ \varepsilon^{-1} S_{12}^T & \varepsilon^{-2} S_{22} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

$$Q = Q^T = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

$$P_{11}, A_{11}, S_{11}, Q_{11} \in \mathbf{R}^{n_1 \times n_1}$$

$$P_{22}, A_{22}, S_{22}, Q_{22} \in \mathbf{R}^{n_2 \times n_2}$$

に対して、ニュートン法を直接適用することを考える。ここで、行列 S_ε 、 Q は対称性だけを仮定しており、その符号は不定であっても良い。ニュートン法を使用する最大の理由は、文献(10)に“ニュートン法は存在的に収束が早く正確であり、収束の早さに関しては、Bartels and StewartによるSchur解法に基づくリアプノフ方程式の数値解法^{(2)~(4)}をニュートン法に用いたとき、収束回数が6~8回より小さければSchur分解法より収束が早い”という報告があるからである。さらに、収束に関して、良く知られた有用な結果(定理)が多数存在する利点を持っている。本論文の主な目的は、Newton-Kantorovich定理⁽¹⁷⁾を利用することによって、従来の報告^{(12)~(15)}では議論されなかったアルゴリズムの2次収束を判定する ε に関する条件式を新たに確立することである。従来の研究報告^{(12)~(15)}では、 ε が十分小さいと仮定してアルゴリズムの2次収束を保証していたが、

本論文で導出される2次収束を判定する ε に関する条件式によって、与えられた ε が十分小さくなくても2次収束するかどうか確認可能となる。その他に、本論文の結果として、従来の研究報告^{(14)~(15)}の結果を修正する。すなわち、文献(14)~(15)にある欠陥を指摘し、訂正した結果を報告する。その意味で、本論文で得られた定理は、文献(14)~(15)の定理の修正版を与える。

本論文では、以下の記号を利用する。 S^T は行列 S の転置、 $\text{diag}[s_1, \dots, s_n]$ はスカラー s_i を対角成分にもつ対角行列をそれぞれ表す。さらに、 $I_n \in \mathbf{R}^{n \times n}$ は n 次の単位行列を表す。 $\|S\|_\infty$ は $\|S\|_\infty := \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n |s_{ij}|$ を満足する無限大ノルムを表す。 $\text{vec} S$ は、行列 S の列ベクトル化を表す⁽¹⁶⁾。すなわち、

$$\text{vec} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad a_i = \begin{bmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ \vdots \\ a_{ni} \end{bmatrix}$$

を表す。 U_{lm} は行列 $S \in \mathbf{R}^{l \times m}$ に対して $U_{lm} \text{vec} S = \text{vec} S^T$ を満足する置換行列を表す⁽¹⁶⁾。

2. 求解アルゴリズム

リカッチ方程式(1)の解の存在条件及び構造を示すために、まず、以下の一般化リカッチ方程式を導入する^{(11)~(14)~(15)}。

$$A^T P + P^T A - P^T S P + Q = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\Pi_\varepsilon = \begin{bmatrix} I_{n_1} & 0 \\ 0 & \varepsilon I_{n_2} \end{bmatrix}, \quad P = \Pi_\varepsilon^{-1} P_\varepsilon = \begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$$

$$A = \Pi_\varepsilon A_\varepsilon, \quad S = \Pi_\varepsilon S_\varepsilon \Pi_\varepsilon$$

続いて、一般化リカッチ方程式(2)を分割計算して、さらに $\varepsilon = 0$ とおいた以下の0-オーダー方程式(3)を準備する。ここで、一般性を失うことなく Λ_4 は正則であると仮定する^{(8)~(14)~(15)}。

$$A_0^T \bar{P}_{11} + \bar{P}_{11} A_0 - \bar{P}_{11} S_0 \bar{P}_{11} + Q_0 = 0 \dots\dots\dots (3a)$$

$$\bar{P}_{21} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{22} & -I_{n_2} \end{bmatrix} \Lambda_4^{-1} \Lambda_3 \begin{bmatrix} I_{n_1} \\ \bar{P}_{11} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3b)$$

$$A_{22}^T \bar{P}_{22} + \bar{P}_{22} A_{22} - \bar{P}_{22} S_{22} \bar{P}_{22} + Q_{22} = 0 \dots\dots\dots (3c)$$

ただし、

$$\Lambda_0 = \Lambda_1 - \Lambda_2 \Lambda_4^{-1} \Lambda_3 = \begin{bmatrix} A_0 & -S_0 \\ -Q_0 & -A_0^T \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & -S_{11} \\ -Q_{11} & -A_{11}^T \end{bmatrix}, \Lambda_2 = \begin{bmatrix} A_{12} & -S_{12} \\ -Q_{12} & -A_{21}^T \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_3 = \begin{bmatrix} A_{21} & -S_{12}^T \\ -Q_{12}^T & -A_{12}^T \end{bmatrix}, \Lambda_4 = \begin{bmatrix} A_{22} & -S_{22} \\ -Q_{22} & -A_{22}^T \end{bmatrix}$$

リカッチ方程式 (1) の解の存在条件及び構造に対して以下の補題が良く知られている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

〔補題 1〕 リカッチ方程式 (3a), (3c) は、それぞれ準正定対称安定化解 $\bar{P}_{11}$, $\bar{P}_{22}$ をもつと仮定する。このとき、全ての $\varepsilon \in (0, \bar{\varepsilon})$ に対して、(1) の準正定対称安定化解 $P_\varepsilon^{\text{exa}} \geq 0$ が存在するような $\bar{\varepsilon}$ が存在する。また、準正定対称安定化解 $P_\varepsilon^{\text{exa}}$ は以下の構造をもつ。

$$P_\varepsilon^{\text{exa}} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \varepsilon \bar{P}_{21}^T \\ \varepsilon \bar{P}_{21} & \varepsilon \bar{P}_{22} \end{bmatrix} + O(\varepsilon) \dots \dots \dots (4)$$

一般化リカッチ方程式 (2) の解を得るためのニュートン法を (5) で定義する。

$$[A - SP^{(i)}]^T P^{(i+1)} + P^{(i+1)T} [A - SP^{(i)}] + P^{(i)T} SP^{(i)} + Q = 0 \dots \dots \dots (5a)$$

$$P^{(0)} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \varepsilon \bar{P}_{21}^T \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (5b)$$

ただし

$$P^{(i)} = \begin{bmatrix} P_{11}^{(i)} & \varepsilon P_{21}^{(i)T} \\ P_{21}^{(i)} & P_{22}^{(i)} \end{bmatrix}, P_{11}^{(i)} = P_{11}^{(i)T}, P_{22}^{(i)} = P_{22}^{(i)T}$$

初期値 $P^{(0)}$ は、ニュートン法の特徴を考慮して、方程式 (3) の解 $\bar{P}_{11}$, $\bar{P}_{21}$, $\bar{P}_{22}$ を用いて (5b) のように設定する。ここで、従来法⁽¹²⁾⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾ ではリカッチ方程式 (1) に対する解の唯一性は示されているが、与えられた ε に対して、アルゴリズム (5a) の 2 次収束を判定する条件式は議論されていない。そこで、本論文では、アルゴリズム (5a) が 2 次収束するかどうか判定するための ε に関する条件式を新規に導出する。

〔定理 1〕 リカッチ方程式 (3a), (3c) はそれぞれ準正定対称安定化解 $\bar{P}_{11}$, $\bar{P}_{22}$ をもつと仮定する。また、ある

$$\nabla \mathcal{F}(\mathbf{p}) := \frac{\partial \mathcal{F}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}^T} = \mathbf{J}(P_{11}, P_{21}, P_{22}, \varepsilon)$$

$$= \begin{bmatrix} I_{n_1} \otimes \Phi_{11}^T + \Phi_{11}^T \otimes I_{n_1} & I_{n_1} \otimes \Phi_{21}^T + (\Phi_{21}^T \otimes I_{n_1}) U_{n_2 n_1} & 0 \\ I_{n_1} \otimes \Phi_{12}^T & I_{n_1} \otimes \Phi_{22}^T + \varepsilon [\Phi_{11}^T \otimes I_{n_2}] & \Phi_{21}^T \otimes I_{n_2} \\ 0 & \varepsilon [(I_{n_2} \otimes \Phi_{12}^T) U_{n_2 n_1} + \Phi_{12}^T \otimes I_{n_2}] & I_{n_2} \otimes \Phi_{22}^T + \Phi_{22}^T \otimes I_{n_2} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (10)$$

$$\mathcal{F}(\mathbf{p}) := \begin{bmatrix} \text{vec} F_{11}^T(\varepsilon) & \text{vec} F_{21}^T(\varepsilon) & \text{vec} F_{22}^T(\varepsilon) \end{bmatrix}^T, \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \text{vec} P_{11}^T & \text{vec} P_{21}^T & \text{vec} P_{22}^T \end{bmatrix}^T$$

$\varepsilon_0 > 0$ に対して、ヤコビ行列 (10) に $\bar{P}_{11} \rightarrow P_{11}$, $\bar{P}_{21} \rightarrow P_{21}$, $\bar{P}_{22} \rightarrow P_{22}$, $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon$ を代入した行列 $\mathbf{J}_0 := \mathbf{J}(\bar{P}_{11}, \bar{P}_{21}, \bar{P}_{22}, \varepsilon_0)$ が正則であると仮定する。このとき、不等式 (6) を満足すればアルゴリズム (5a) は 2 次収束である。

$$2\theta := 4\|S\|_\infty \cdot \|\mathbf{J}_0^{-1}\|_\infty^2 \cdot \|F(P^{(0)})\|_\infty < 1 \dots (6)$$

すなわち (7) を満足する。

$$\|P^{(i)} - P^*\|_\infty = \frac{O(\varepsilon^{2^i})}{2^i}, (i=0, 1, 2, \dots) \dots (7)$$

ただし、

$$F(P) = A^T P + P^T A - P^T S P + Q$$

$$= \begin{bmatrix} F_{11}(\varepsilon) & F_{21}^T(\varepsilon) \\ F_{21}(\varepsilon) & F_{22}(\varepsilon) \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{11} = A_{11} - S_{11} P_{11} - S_{12} P_{21}$$

$$\Phi_{12} = A_{12} - S_{12} P_{22} - \varepsilon S_{11} P_{21}^T$$

$$\Phi_{21} = A_{21} - S_{12}^T P_{11} - S_{22} P_{21}$$

$$\Phi_{22} = A_{22} - S_{22} P_{22} - \varepsilon S_{12}^T P_{21}^T$$

さらに、 $P_\varepsilon^* = \Pi_\varepsilon P^* = P^{*T} \Pi_\varepsilon$ はリカッチ方程式 (1) の準正定対称安定化解であり、解 P^* は $P^{(0)}$ (ただし、 $P_\varepsilon^{(0)} = \Pi_\varepsilon P^{(0)}$) を中心とする半径

$$R := \frac{1}{2\|S\|_\infty \cdot \|\mathbf{J}_0^{-1}\|_\infty} [1 + \sqrt{1 - 2\theta}] \dots \dots (8)$$

の閉球の中で唯一である。

定理の証明の前に有用な補題を準備する⁽¹⁶⁾。

〔補題 2〕

$$U_{nn} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$+ \dots$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$U_{nn} \in \mathbf{R}^{n^2 \times n^2}$$

$$U_{nn} = U_{nn}^T, U_{nn} U_{nn}^T = U_{nn} U_{nn} = I_{n^2}$$

$$\frac{\partial \text{vec} P^T A}{\partial (\text{vec } P)^T} = (A^T \otimes I_n) U_{nn}, \quad \frac{\partial \text{vec} A^T P}{\partial (\text{vec } P)^T}$$

$$= I_n \otimes A^T (A^T \otimes I_n) U_{nn} = U_{nn} (I_n \otimes A^T)$$

(証明) 解の唯一性は文献(12)(14)(15)で示されているので、それ以外の部分を証明する。証明は2つのパートに分けることができる。1つは反復アルゴリズム(5a)の2次収束性の証明および収束を判定するための関係式の導出。もう1つは P_ε^* がリカッチ方程式(1)の準正定対称安定化解 $P_\varepsilon^{\text{exa}}$ である証明である。まず、条件式(6)を導出する。 $F(P) = F^T(P)$ が成立することから、 $F(P) = 0$ は以下の3つの式に分割できる。

$$\begin{aligned} F_{11} &= A_{11}^T P_{11} + P_{11} A_{11} + A_{21}^T P_{21} + P_{21}^T A_{21} \\ &\quad - P_{11} S_{11} P_{11} - P_{21}^T S_{22} P_{21} \\ &\quad - P_{11} S_{12} P_{21} - P_{21}^T S_{12}^T P_{11} + Q_{11} = 0 \quad \cdots (9a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{21} &= \varepsilon P_{21} A_{11} + P_{22} A_{21} + A_{12}^T P_{11} + A_{22}^T P_{21} \\ &\quad - \varepsilon P_{21} S_{11} P_{11} - \varepsilon P_{21} S_{12} P_{21} \\ &\quad - P_{22} S_{12}^T P_{11} - P_{22} S_{22} P_{21} + Q_{12}^T = 0 \quad \cdots (9b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{22} &= A_{22}^T P_{22} + P_{22} A_{22} + \varepsilon A_{12}^T P_{21}^T + \varepsilon P_{21} A_{12} \\ &\quad - P_{22}^T S_{22} P_{22} - \varepsilon P_{22} S_{12}^T P_{21}^T \\ &\quad - \varepsilon P_{21} S_{12} P_{22} - \varepsilon^2 P_{21} S_{11} P_{21}^T + Q_{22} = 0 \\ &\quad \cdots \cdots \cdots (9c) \end{aligned}$$

したがって、一般化リカッチ方程式(2)にニュートン法を適用することは、(9)にニュートン法を適用することと同値である。そこで、(9)に対して、未知行列 P_{11} , P_{21} , P_{22} に関するヤコビ行列 $J(P_{11}, P_{21}, P_{22}, \varepsilon)$ を計算する。 $J(P_{11}, P_{21}, P_{22}, \varepsilon)$ を(10)式に与える。

一方、補題2を利用して簡単な計算を行えば以下の関係式を得る。

$$\begin{aligned} \nabla F(P) &:= \frac{\partial \text{vec} F(P)}{\partial (\text{vec } P)^T} \\ &= [(A - SP)^T \otimes I_n] U_{nn} + I_n \otimes (A - SP)^T \\ &= (I_{n^2} + U_{nn}) [I_n \otimes (A - SP)^T] \cdots \cdots (11) \end{aligned}$$

したがって、 $\|I_{n^2} + U_{nn}\|_\infty = 2$ かつ任意の行列 P_1, P_2 およびベクトル p_1, p_2 に対して $\|\nabla F(p_1) - \nabla F(p_2)\|_\infty = \|C(\nabla F(P_1) - \nabla F(P_2))\varepsilon\|_\infty$, $\|C\|_\infty = \|\varepsilon\|_\infty = 1$ となる C , $\varepsilon^\dagger$ が存在することに注意すれば

$$\begin{aligned} \|\nabla F(p_1) - \nabla F(p_2)\|_\infty \\ = \|C[\nabla F(P_1) - \nabla F(P_2)]\varepsilon\|_\infty \end{aligned}$$

† 例えば $n_1 = n_2 = 1$ であるとき、

$$C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &\leq 2\|C\|_\infty \cdot \|\varepsilon\|_\infty \cdot \|S\|_\infty \cdot \|P_1 - P_2\|_\infty \\ &= 2\|S\|_\infty \cdot \|p_1 - p_2\|_\infty \end{aligned}$$

が得られる。続いて、 J_0 は正則であることと $\|F(p_0)\|_\infty \equiv \|F(P^{(0)})\|_\infty$ に注意すれば不等式(12)を得る。

$$\|\nabla F(p_0)\|_\infty^{-1} = \|J_0^{-1}\|_\infty \cdots \cdots (12a)$$

$$\begin{aligned} \|\nabla F(p_0)\|_\infty^{-1} F(p_0) &\leq \|J_0^{-1}\|_\infty \cdot \|F(P^{(0)})\|_\infty \\ &\cdots \cdots (12b) \end{aligned}$$

ただし、

$$p_0 = \begin{bmatrix} \text{vec } \bar{P}_{11}^T & \text{vec } \bar{P}_{21}^T & \text{vec } \bar{P}_{22}^T \end{bmatrix}^T$$

以上より、付録にあるNewton-Kantorovich定理⁽¹⁷⁾の θ は

$$\theta = \|J_0^{-1}\|_\infty^2 \cdot \|F(P^{(0)})\|_\infty \cdot 2\|S\|_\infty \leq \frac{1}{2} \cdots \cdots (13)$$

と計算される。したがって上式より不等式(6)を得る。以上より、不等式(6)を満足すれば、アルゴリズム(5a)は2次収束である。

次に、 P_ε^* がリカッチ方程式(1)の準正定対称安定化解 $P_\varepsilon^{\text{exa}}$ である証明を行う。すなわち、 $P^* = P_\varepsilon^{\text{exa}}$ を証明する。関係式(7)より

$$\begin{aligned} \|P^{(i)} - P^*\|_\infty &\leq \cdots \leq \|P^{(1)} - P^*\|_\infty \\ &\leq \|P^{(0)} - P^*\|_\infty = O(\varepsilon) \cdots \cdots (14) \end{aligned}$$

が成立する。また、Newton-Kantorovich定理より P^* は閉球 $\|P - P^{(0)}\|_\infty \leq R$ 内にあるので(15)を得る。

$$\|P^{(0)} - P^*\|_\infty \leq R \cdots \cdots (15)$$

ここで $R = O(\varepsilon^0) = O(1)$ である。一方、閉球 $\|P - P^{(0)}\|_\infty \leq R$ 内に一般化リカッチ方程式(2)の解 P^* は一つしか存在しないこと、および

$$\|P^{(0)} - P_\varepsilon^{\text{exa}}\|_\infty = O(\varepsilon) \cdots \cdots (16)$$

に注意すれば $P^* = P_\varepsilon^{\text{exa}}$ しかありえない。■

〔注意1〕 文献(14)(15)にある本論文で得られたヤコビ行列(11)に対応するヤコビ行列は正しくない。すなわち、

$$\begin{aligned} \nabla F(P) &= (A - SP)^T \otimes I_n + I_n \otimes (A - SP)^T \\ &\text{でない。さらに、} \det(I_{n^2} + U_{nn}) = 0 \text{ であるから、} \\ &[\nabla F(P)]^{-1} \text{ は存在しない。} \end{aligned}$$

3. ニュートン法

本論文で提案されたアルゴリズム(5a)を使用するとき一般化リアプノフ方程式 $A^T P + P^T A + Q = 0$ を解く必要がある。しかしながら、このままの形では

$$\begin{aligned} \text{vec}(A^T P + P^T A + Q) &= 0 \\ \Leftrightarrow (I_{n^2} + U_{nn})(I_n \otimes A^T) \text{vec } P &= -\text{vec } Q \end{aligned}$$

$$\mathbf{p}^{(i+1)} = - \begin{bmatrix} I_{n_1} \otimes \Phi_0^{(i)T} + \Phi_0^{(i)T} \otimes I_{n_1} & -\varepsilon[(\Phi_{21}^{(i)T} \Phi_{22}^{-(i)T} \otimes \Phi_{11}^{(i)T})U_{n_2 n_1} + \Phi_{11}^{(i)T} \otimes \Phi_{21}^{(i)T} \Phi_{22}^{-(i)T}] \\ I_{n_1} \otimes \Phi_{12}^{(i)T} & I_{n_1} \otimes \Phi_{22}^{(i)T} + \varepsilon[\Phi_{11}^{(i)T} \otimes I_{n_2}] \\ 0 & \varepsilon[(I_{n_2} \otimes \Phi_{12}^{(i)T})U_{n_2 n_1} + \Phi_{12}^{(i)T} \otimes I_{n_2}] \\ -[\Phi_{21}^{(i)T} \Phi_{22}^{-(i)T} \otimes \Phi_{21}^{(i)T} + \Phi_{21}^{(i)T} \otimes \Phi_{21}^{(i)T} \Phi_{22}^{-(i)T}] & \\ \Phi_{21}^{(i)T} \otimes I_{n_2} & \\ I_{n_2} \otimes \Phi_{22}^{(i)T} + \Phi_{22}^{(i)T} \otimes I_{n_2} & \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \text{vec}[V_{11}^{(i)} - V_{12}^{(i)} \Phi_{22}^{-(i)T} \Phi_{21}^{(i)} - \Phi_{21}^{(i)T} \Phi_{22}^{-(i)T} V_{12}^{(i)T}] \\ \text{vec} V_{12}^{(i)T} \\ \text{vec} V_{22}^{(i)} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

$$\Phi_0^{(i)} = \Phi_{11}^{(i)} - \Phi_{12}^{(i)}[\Phi_{22}^{(i)}]^{-1}\Phi_{21}^{(i)}, \Phi_{11}^{(i)} = A_{11} - S_{11}P_{11}^{(i)} - S_{12}P_{21}^{(i)}, \Phi_{12}^{(i)} = A_{12} - S_{12}P_{22}^{(i)} - \varepsilon S_{11}P_{21}^{(i)T}$$

$$\Phi_{21}^{(i)} = A_{21} - S_{12}^T P_{11}^{(i)} - S_{22}P_{21}^{(i)}, \Phi_{22}^{(i)} = A_{22} - S_{22}P_{22}^{(i)} - \varepsilon S_{12}^T P_{21}^{(i)T}$$

及び, $\det(I_{n_2} + U_{nn}) = 0$ より解くことができないことがわかる。したがって, 文献 (14) (15) で紹介されているような方法で解く必要がある。

本論文では, 従来法^{(14) (15)} と異なるベクトル化するアルゴリズムを提案する。この解法は, 行列を各成分ごとに分割して解く必要がない。或は, 繰り返し計算が必要ないので実用性が非常に高い。

ヤコビ行列 (10) に基づいて, 以下のアルゴリズムを考える。

$$\mathbf{p}^{(i+1)} = [\mathbf{J}^{(i)}]^{-1} \mathbf{v}^{(i)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \text{vec} P_{11}^{(i+1)} \\ \text{vec} P_{21}^{(i+1)} \\ \text{vec} P_{22}^{(i+1)} \end{bmatrix} = -[\mathbf{J}(P_{11}^{(i)}, P_{21}^{(i)}, P_{22}^{(i)}, \varepsilon_0)]^{-1} \times \begin{bmatrix} \text{vec} V_{11}^{(i)} \\ \text{vec} V_{12}^{(i)T} \\ \text{vec} V_{22}^{(i)} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

ただし

$$P^{(i)} = \begin{bmatrix} P_{11}^{(i)} & \varepsilon P_{21}^{(i)T} \\ P_{21}^{(i)} & P_{22}^{(i)} \end{bmatrix}$$

$$P^{(i)T} S P^{(i)} + Q = V^{(i)} = \begin{bmatrix} V_{11}^{(i)} & V_{12}^{(i)} \\ V_{12}^{(i)T} & V_{22}^{(i)} \end{bmatrix}$$

ここで, アルゴリズム (17) は通常の線形方程式であるので, MATLAB の `svdleq` 等を利用して高速かつ高精度に解くことができる。本論文の数値例で, MATLAB の `are` を使用したときと比較して, ほぼ同じオーダの CPU 時間を要するだけで `are` より $O(\varepsilon^2)$ 良好な精度をもつ解が得られることが確認される。

[注意 2] ε が十分小さくない場合, 収束条件である不等式 (6) は満足しない。しかしながら, ニュートン法の局所 2 次収束の定理より, やはり 2 次収束が保証される⁽¹³⁾。

[注意 3] ε が十分小さい場合でも, 簡単な計算より

$$\frac{\|\mathbf{J}_0\|_\infty}{\|\mathbf{J}_0\|_\infty^{-1}} = \frac{\|\mathbf{J}(\bar{P}_{11}, \bar{P}_{21}, \bar{P}_{22}, 0)\|_\infty}{\|\mathbf{J}(\bar{P}_{11}, \bar{P}_{21}, \bar{P}_{22}, 0)\|_\infty^{-1}} = O(1)$$

が得られるので, $\mathbf{J}$ は悪条件にならない⁽²⁾。したがって, 線形方程式 (17) は安定に解くことができる。

[注意 4] 十分小さな ε に対して, $\Phi_0^{(i)} = \Phi_{11}^{(i)} - \Phi_{12}^{(i)}[\Phi_{22}^{(i)}]^{-1}\Phi_{21}^{(i)} \approx A_0 - S_0 \bar{P}_{11}$, $\Phi_{21}^{(i)} = A_{22} - S_{22}P_{22}^{(i)} - \varepsilon S_{12}^T P_{21}^{(i)T} \approx A_{22} - S_{22}\bar{P}_{22}$ はともに安定であることが知られている^{(12) (15)}。したがって, ヤコビ行列の非特異性を考慮すれば, アルゴリズム (17) より (18) のほうがより安定して解くことができることに注意されたい。

最後に, リカッチ方程式 (1) を解くための手順を示す。

- Step 1.** 方程式 (3) で定義されているハミルトン行列 A_0 を利用することによって, 行列 A_0, S_0, Q_0 を計算する。
- Step 2.** リカッチ方程式 (3a), (3c) の準正定対称安定化解 $\bar{P}_{11}, \bar{P}_{22}$ を求める。さらに, 関係式 (3b) を用いて $\bar{P}_{21}$ を計算する。
- Step 3.** $\varepsilon, \bar{P}_{11}, \bar{P}_{22}, \bar{P}_{21}$ を条件式 (6) に代入し, アルゴリズム (5a) の 2 次収束の判定を行う。条件式 (6) が満足されれば次のステップに進み, 満足されなければ ε を小さくして再度条件式 (6) を計算する。ここで, ε が計算機の精度の限界より小さくても条件式 (6) を満足しない場合, 提案されたアルゴリズムでは収束しないと判定する。
- Step 4.** 初期値 (5b) に Step 2. で得られた $\bar{P}_{11}, \bar{P}_{21}, \bar{P}_{22}$ を代入して, アルゴリズム (7) の $P^{(i+1)}$ を逐次的に求める。
- Step 5.** 要求された精度を達成するまで, Step 4. の逐次計算を行い, 収束条件を満足したときに計算を終了する。

4. 数値例

提案された条件式 (6) の有用性を確認するためにシミュレーションを行う。本論文では, H_∞ 制御に現れる以下のリカッチ方程式 (19) について考える。

$$A_\varepsilon^T X_\varepsilon + X_\varepsilon A_\varepsilon - X_\varepsilon (B_\varepsilon B_\varepsilon^T - \gamma^{-2} D_\varepsilon D_\varepsilon^T) X_\varepsilon + Q = 0 \dots\dots (19)$$

ただし,

$$X_\varepsilon = \begin{bmatrix} X_{11} & \varepsilon X_{21}^T \\ \varepsilon X_{21} & \varepsilon X_{22} \end{bmatrix}$$

$$B_\varepsilon = \begin{bmatrix} B_1 \\ \varepsilon^{-1} B_2 \end{bmatrix}, \quad D_\varepsilon = \begin{bmatrix} D_1 \\ \varepsilon^{-1} D_2 \end{bmatrix}$$

したがって、リカッチ方程式 (1) とリカッチ方程式 (19) との対応は (20) で与えられる。

$$X_\varepsilon \rightarrow P_\varepsilon, \quad B_\varepsilon B_\varepsilon^T - \gamma^{-2} D_\varepsilon D_\varepsilon^T \rightarrow S_\varepsilon \dots\dots\dots (20)$$

係数行列を以下のようにランダムに与える。

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & -2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & 0 & 0 & -2.5 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2.5 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \text{diag}[0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 1, 1, 1, 1]$$

アルゴリズム (5a) が収束するかどうか判定するために、 $\varepsilon = \varepsilon_0 = 10^{-5}$, $\gamma = 2.0$ であるときの (6) の左辺である 2θ を計算する。その結果、 $2\theta = 4\|S\|_\infty \cdot \|J_0^{-1}\|_\infty^2 \cdot \|F(P^{(0)})\|_\infty = 0.9344 < 1$ となる。したがって、アルゴリズム (5a) の 2 次収束が保証される。他の ε に対する 2θ の値を Table 1 に与える。Table 1 より、 ε が比較的大きい場合は、条件を満足しないが、 ε が小さくなるにつれて、条件を満足していることが確認される。

次に、収束の様子を確認する。収束するまでの誤差のノルムを Table 2 に与える。ただし、収束判定を $\|F(X^{(i)})\|_\infty < 10^{-12}$ とし、アルゴリズム (17) を使用した。

Table 2 より、提案されたアルゴリズムは、リカッチ方程式 (1) の凸性が保証されない場合でも発散することなく 2 次収束であることが確認される。

Table 1. Condition numbers.

ε	2θ
10^{-1}	1.1217×10^4
10^{-2}	9.3246×10^2
10^{-3}	9.3424×10^1
10^{-4}	9.3441
10^{-5}	9.3443×10^{-1}
10^{-6}	9.3443×10^{-2}
10^{-7}	9.3443×10^{-3}
10^{-8}	9.3443×10^{-4}

Table 2. Error propagation per iteration.

i	$\ F(X^{(i)})\ _\infty$
0	3.8210×10^{-5}
1	4.4402×10^{-10}
2	8.5769×10^{-15}

Table 3. MATLAB.

ε	CPU Time [s]	$\ F(X^{(i)})\ _\infty$
10^{-1}	1.25×10^{-2}	6.3755×10^{-13}
10^{-2}	1.10×10^{-2}	2.9433×10^{-11}
10^{-3}	1.25×10^{-2}	2.0800×10^{-9}
10^{-4}	1.09×10^{-2}	1.7993×10^{-7}
10^{-5}	1.09×10^{-2}	3.2347×10^{-5}
10^{-6}	1.09×10^{-2}	3.4155×10^{-3}
10^{-7}	1.09×10^{-2}	1.3175×10^{-1}
10^{-8}	—	—
10^{-9}	—	—

Table 4. Newton's method.

ε	CPU Time [s]	$\ F(X^{(i)})\ _\infty$
10^{-1}	4.54×10^{-2}	1.2879×10^{-14}
10^{-2}	4.21×10^{-2}	1.1241×10^{-14}
10^{-3}	4.06×10^{-2}	1.5266×10^{-14}
10^{-4}	3.60×10^{-2}	7.0126×10^{-15}
10^{-5}	3.60×10^{-2}	8.5769×10^{-15}
10^{-6}	3.75×10^{-2}	8.1463×10^{-15}
10^{-7}	3.13×10^{-2}	4.0282×10^{-14}
10^{-8}	3.12×10^{-2}	9.5744×10^{-15}
10^{-9}	3.13×10^{-2}	7.8132×10^{-15}

最後に、MATLAB のリカッチ方程式を解く関数 `are` を利用して、計算時間及び誤差を比較する。なお、計算時間に関しては、10 回の平均を与えている。

Table 3 は MATLAB の `are` による結果である。一方、Table 4 はニュートン法である (17) を使用した結果である。ここで、Table 3 において、 $\varepsilon = 10^{-8}$, $\varepsilon = 10^{-9}$ のときは `are` を利用して解を得ることが出来なかった。Table 3 と Table 4 を比較すれば、計算時間のオーダーにさほど差はない

のに対して、ニュートン法では、収束後の誤差 $\|F(X^{(i)})\|_{\infty}$ が平均 10^{-14} オーダである良い解を得ていることが確認される。したがって、直接 **are** 等を利用して解くより、アルゴリズム (17) を利用して解いたほうが、精度の良い解が得られる。

5. まとめ

本論文では、摂動項 ε を含む非凸型リカッチ方程式に対してニュートン法を直接適用した。主な貢献は、新たにアルゴリズムが2次収束するための ε の大きさを判定する条件を導出したことである。その結果、新規に得られた条件さえ満足すれば2次収束することを保証する。導出された条件は十分条件であり、条件を満足しなくても2次収束する場合が存在する。しかしながら、従来の研究で2次収束するための ε の大きさを判定する条件式がなかったことを考慮すれば、得られた判別式は有用である。

最後に、貴重なご指摘を頂いた査読者に変感謝いたします。

(平成14年3月20日受付, 平成14年9月20日再受付)

文 献

- (1) D. L. Kleinman : "On the Iterative Technique for Riccati Equation Computations", *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.13, No.2, pp.114-115 (1968-2)
- (2) 安藤和昭・田沼正也 : 「数値解析手法による制御系設計」, 計測自動制御学会, 東京 (1986)
- (3) A. J. Laub : "A Schur Method for Solving Algebraic Riccati Equations", *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.24, No.6, pp.913-921 (1979-6)
- (4) R. H. Bartels and G. W. Stewart : Algorithm 432, "Solution of the Equation $AX + XB = C$ ", *Commun. A.C.M.*, Vol.15, No.9, pp.820-826 (1979-9)
- (5) P. V. Kokotović, H. K. Khalil, and J. O'Reilly : *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*, Academic Press, London (1986)
- (6) V. Dragan : "Asymptotic Expansions for Game-Theoretic Riccati Equations and Stabilization with Disturbance Attenuation for Singularly Perturbed Systems", *Systems and Control Letters*, Vol.20, pp.455-463 (1993)
- (7) Z. Gajic, D. Petkovski, and X. Shen : *Singularly Perturbed and Weakly Coupled Linear System—a Recursive Approach*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, 140, Springer-Verlag, Berlin (1990)
- (8) Z. Gajic and M.-T. Lim : *Optimal Control of Singularly Perturbed Linear Systems and Applications*, Marcel Dekker, New York (2001)
- (9) Z. Gajic and M. T. J. Qureshi : *Lyapunov Matrix Equation in System Stability and Control*, Academic Press, California (1995)
- (10) P. Benner and R. Byers : "An Exact Line Search Method for Solving Generalized Continuous Time Algebraic Riccati Equations", *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.43, No.1, pp.101-107 (1998-1)
- (11) H. Mukaidani, H. Xu, and K. Mizukami : "Recursive Approach of H_{∞} Control Problems for Singularly Perturbed Systems under Perfect and Imperfect State Measurements", *Int. J. Systems Science*, Vol.30, No.5, pp.467-477 (1999-5)
- (12) H. Mukaidani and K. Mizukami : "Guaranteed Cost Control Problem of Uncertain Singularly Perturbed Systems", *J. Mathematical Analysis and Appl.*, Vol.251, No.2, pp.716-735 (2000-2)
- (13) H. Mukaidani, Nitta, Y. Kobayashi, and T. Okita :

"Quadratic Stabilization of Nonstandard Singularly Perturbed Systems Via Riccati Equation Approach", *T. IEE Japan*, Vol.120, No.7, pp.967-976 (2000-7) (in Japanese)
向谷博明・新田智昭・小林康秀・沖田 豪 : 「リカッチ方程式の手法を利用した非標準特異摂動システムの2次安定化」, *電学論 C*, 120, 7, pp.967-976 (2000-7)

- (14) H. Mukaidani, H. Xu, and K. Mizukami : "New Iterative Algorithm for Algebraic Riccati Equation Related to H_{∞} Control Problem of Singularly Perturbed Systems", *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.46, No.10, pp.1659-1666 (2001-10)
- (15) H. Mukaidani, H. Xu, and K. Mizukami : "A Revised Kleinman Algorithm to Solve Algebraic Riccati Equation of Singularly Perturbed Systems", *Automatica*, Vol.38, No.3, pp.553-558 (2002-3)
- (16) J. R. Magnus and H. Neudecker : *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics*, John Wiley and Sons, New York (1999)
- (17) 広中平祐編 : *現代数理学辞典*, 大阪書籍, (1991)

付 録

A1. Newton-Kantorovich 定理

この付録では、Newton-Kantorovich 定理を紹介する⁽¹⁷⁾。(文献(17)の pp. 890-定理 1.1 をそのまま抜粋。また $\|\cdot\|$ は任意のノルムを表す。)

[補題3] $f: D \rightarrow \mathbf{R}^n (D \subset \mathbf{R}^n)$ はある凸集合 $D_0 (\subset D)$ の上でフレシェ(Fréchet)微分可能で、

$$\|\nabla f(\mathbf{x}) - \nabla f(\mathbf{y})\| \leq L\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|, \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in D_0$$

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$$

とする。ある $\mathbf{x}^{(0)} \in D_0$ において

$$\|\nabla f(\mathbf{x}^{(0)})^{-1}\| \leq a, \quad \|\nabla f(\mathbf{x}^{(0)})^{-1} f(\mathbf{x}^{(0)})\| \leq b$$

$$\theta = abL \leq \frac{1}{2}$$

が成り立ち、

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(0)}\| \leq \frac{1}{aL} [1 - \sqrt{1 - 2\theta}]$$

が D_0 に含まれるならば、方程式 $f(\mathbf{x}) = 0$ は $\alpha \in S_2 \cap D_0$ なる唯一の根 α をもつ。ここに、

$$S_2 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(0)}\| \leq \frac{1}{aL} [1 + \sqrt{1 - 2\theta}]\}$$

である。そして $\mathbf{x}^{(0)}$ を初期値とするニュートン法は $\mathbf{x}^{(k)} \in S_1$ なる列 $\{\mathbf{x}^{(k)}\}$ を生成し、 $\mathbf{x}^{(k)}$ は α に収束する。さらに

$$\|\mathbf{x}^{(k)} - \alpha\| \leq \frac{(2\theta)^{2^k}}{2^k aL}, \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (\text{A.1})$$

が成立する。

向谷博明 (正員) 1969年11月14日生。1992年広島大学総合科学部数理情報学専攻卒業。94年同大学院工学研究科情報工学専攻博士課程前期修了。97年10月同大学院工学研究科情報工学専攻博士課程後期修了。博士(工学)。98年4月広島市立大学情報科学部助手。2002年4月広島大学大学院教育学研究科講師。現在に至る。主として、ロボスト制御, アルゴリズムに関する研究に従事。

IEEE, 計測自動制御学会, 機械学会などの会員。

田 中 良 幸 (正員) 1971 年 9 月 10 日生。1995 年山口大学工学部知能情報システム工学科卒業。97 年広島大学大学院工学研究科情報工学専攻博士前期修了。2001 年 3 月同博士課程後期修了。博士 (工学)。同年 5 月広島市立大学情報科学部助手。2002 年 10 月広島大学大学院工学研究科助手。現在に至る。人間とロボットの運動制御に関する研究に従事。計測自動制御学会, 人間工学会などの会員

水 上 孝 一 (正員) 1936 年 3 月 30 日生。1958 年広島大学工学部電気工学科卒業。60 年京都大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。63 年同博士課程修了。63 年京都大学工学部助手, トロント大学客員研究員 などを経て, 68 年広島大学工学部助教授, 77 年同総合科学部教授, 同大学院工学研究科担当。99 年 4 月広島国際学院大学工学部情報工学科教授。現在に至る。関数解析, 最適制御, 微分ゲーム, 情報検索などの研究に従事 (工学博士)。J. of Math. Analysis & Application 並びに Dynamics and Control: An Int. Journal の前編集員。IFAC の T.C. 委員。計測自動制御学会フェロー。情報処理学会, 計測自動制御学会, システム制御情報学会などの会員。