相関アルゴリズムを用いたニューラルネットワークによる 非線形時系列の推定法

正員 安里 肇* 正員 宮城 隼夫*
正員 山下 勝己**

An Estimation Method of Neural Networks for Nonlinear Time Series Using Correlation Algorithm

Hajime Asato*, Member, Hayao Miyagi*, Member, Katsumi Yamashita**, Member

Recently, the extended correlation least mean squares(ECLMS) algorithm have been proposed to solve the double-talk problem in the echo canceling system. The characteristic of ECLMS algorithm is to utilize the correlation functions of the input signal instead of the input signal itself. ECLMS algorithm, based on the linear filter can separate noise signal from observed signal. This algorithm can not be used for nonlinear time series. To solve this problem, we have proposed the ECLMS algorithm for second-order Volterra filters. However, The number of operations required to consider all combination increases exponentially with the highest order term of the Volterra filter.

So, we propose Neural networks(NN) system for nonlinear time series estimation using ECLMS algorithm. It is easy to extend for the highest order term of the Volterra filter. Some numerical examples are presented to illustrate that the proposed method can work well for estimating nonlinear time series with ARCH errors.

キーワード：ニューラルネットワーク, ECLMS アルゴリズム, ARCH 過程, 非線形時系列, ボルテラフィルタ

Keywords: Neural networks, ECLMS algorithm, ARCH process, Nonlinear time series, Volterra filter

1. まえがき

統計的な手法で経済時系列の予測を行うためには、現在の状態が将来的にも続いていくという時間的定常性が仮定されていなければならない。しかしながら、実際の経済変化は複雑かつ不確定である。経済時系列を予測する場合、経済構造の変化に対応してモデルを変更せざるを得ないが、システム全体を変化させるのは困難な場合が多い。

計量経済モデルにおいては、経済関係の不確実性を誤差項の分散で捕らえている。従って、この誤差分散を含みシステム全体をモデル化する際には、誤差項が経済主体の行動を表していることから特に重要となる⁽¹⁾。株式市場における収益のボラティリティや為替レートの時系列データを見てみると、時間とともに誤差項の分散が大きく変化する傾向にあ

り、また多くの観測されたマクロ経済時系列でもこのような分散の動きを示すことが認識されるようになってきた。そのため、システム全体を変化させるのではなく、誤差項の分散が変動すると仮定し、経済の構造変化をこの分散で表す解析法が注目されている。このような分散変動型モデルの代表的なものに Engle によって提案された ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity) モデル⁽²⁾がある。しかしながら、対象を非線形モデルと仮定するとシステム入出力係数の推定が難しくなり、精度も悪くなる。ARCH 過程誤差が加わった非線形時系列において雑音成分を正確に分離することができればモデルの推定作業が容易になるのであるが、分離する場合に情報の損失を招く危険性もあり精度の高い信号分離アルゴリズムの必要性が求められる。

先に筆者らは、線形モデル対象の信号分離を目的とする ECLMS (Extended Correlation Least Mean Squares) アルゴリズム⁽³⁾を非線形系である 2 次のボルテラ核を持つボルテラフィルタに拡張した手法を提案した⁽⁴⁾。この提案法において対象モデルを高次のボルテラフィルタに拡張できれば、より一般的な非線形モデルとなるが、入力信号の相関関数を用いるため、ボルテラフィルタの次数が増加するにつれて計算量が膨大になり、また、各次数におけるフィ

* 琉球大学

〒 903-0213 沖縄県西原町 1
University of the Ryukyus,
1, Nishihara, Okinawa 903-0213

** 大阪府立大学

〒 599-8531 大阪府堺市学園町 1-1
Osaka Prefecture University,
1-1, Gakuencho, Sakai, Osaka 599-8531

ルタ長が増えると、その相関関数の組み合わせ数が増大し処理が煩雑になる。さらに、高次のボルテラフィルタにおいては各次数間の共通項が存在するため、独立した係数推定が困難となる。

一方、ニューラルネットワークモデルは、非線形解析手法の一つであり、Rumelhartらによって提案された誤差逆伝搬学習アルゴリズム⁽⁶⁾の有効性が示されることにより、急速に実用化がなされた。非線形時系列解析に3層フィードフォワードニューラルネットワークが適用されて反復学習を行わずに実時間処理する手法⁽⁶⁾も提案されている。これは、遅延入力信号が、教師信号(観測信号)に追従するように内部係数を学習していくものである。そのため、ARCH過程のような分散変動型の雑音が付加された観測信号に対してそのまま適用することは困難となる。このように雑音成分が非常に大きい場合には雑音を除去しながら推定していくアルゴリズムが必要となってくる。

本論文では、ニューラルネットワークにおける学習アルゴリズムの中で、入出力データに関して相関アルゴリズムを適用することにより、ボルテラフィルタにおける各次数の個々の係数をそれぞれ推定するのではなく、偶数次項、奇数次項の2つのニューラルネットワークにより一括して最終的な出力を推定する手法を提案する。これにより、事実上無限の高次ボルテラフィルタに対応可能となる。本提案法は、高次のボルテラフィルタで表される対象システムや広い範囲の非線形対象システムに適用できると考えられるため、その有効性をコンピュータシミュレーションにより検証する。

2. 推定システム

(2.1) 対象システム 計量経済モデルにおける分散変動モデルのひとつにARCH過程がある。ARCH過程を用いた実証研究も盛んに行われており、その有効性が検証されている⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾。このモデルでは無条件分散は一定だが、条件付分散は時間に対して一定ではないと仮定される。ここで、対象とするシステムを以下のような非線形系と仮定し、その推定法について検討する。

$$z(t) = f\{x(t)\} + u(t) \dots \dots \dots (1)$$

$f\{\cdot\}$ は任意の非線形関数であり、本論文では高次のボルテラフィルタとする。 $u(t)$ は平均0、分散 $\sigma^2(t)$ の確率誤差過程である。ここで分散変動過程の一つであるARCH過程において、分散過程の関数 $\sigma^2(t)$ は以下のように表される。

$$\sigma^2(t) = h(t) = \delta_0 + \delta_1 u^2(t-1) + \delta_2 u^2(t-2) + \delta_3 u^2(t-3) + \dots + \delta_p u^2(t-p) \dots \dots (2)$$

ここで、 p はARCH過程の次数で、 δ_p は未知パラメータである。このARCH過程では、無条件分散は一定であるが、条件付分散は時間 t に対して一定でないと仮定している。分散が過去の信号に依存するモデルの構成法としては、条件付スペシフィケーション法⁽¹⁰⁾がある。この方法では、

t 時点での $u(t)$ の実現プロセスを以下のようにみる。

$$u(t) = g(t) + \sqrt{h(t)}\epsilon(t) \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $g(t)$ と $h(t)$ は $t-1$ 時点までの誤差項の情報を与えた時の条件付平均と条件付分散であり、 $\epsilon(t)$ は平均0、分散1のガウス信号とする。従って、対象システムに用いる平均0の分散変動型誤差項 $u(t)$ は、以下の式のように生成することができる。

$$u(t) = \sqrt{h(t)}\epsilon(t) \dots \dots \dots (4)$$

(2.2) ボルテラECLMSアルゴリズム⁽⁴⁾ 原信号に雑音信号が加わった観測信号系列において誤差成分を除去し、原信号系列の推定を行う手法に相関アルゴリズムがある。CLMS(Correlation Least Mean Squares)アルゴリズム⁽¹¹⁾およびその拡張形であるECLMS(Extended Correlation Least Mean Squares)アルゴリズム⁽³⁾は、エコーキャンセラにおけるダブルトーク問題を解決するためのもので、入力信号自身ではなく入力信号の相関関数を用いている点の特徴である。この相関アルゴリズムを2次のボルテラフィルタに対応できるように拡張したものがボルテラECLMSアルゴリズムである。2次のボルテラフィルタを式(5)に示す。

$$\hat{y}(t) = \sum_{j=0}^{N-1} a_j x(t-j) + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} b_{j,k} x(t-j)x(t-k) \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 a_j 、 $b_{j,k}$ は1次および2次のボルテラ核の係数、 N はフィルタ長とする。

ボルテラECLMSアルゴリズムは、線形モデルに用いられた相関アルゴリズムを2次のボルテラフィルタへ対応できるように拡張したもので、原信号の入出力関係式が2次のボルテラフィルタで表される弱い非線形モデルの場合に相関アルゴリズムを用いて雑音信号を除去し、原信号系列の推定を行うことが可能となる。その処理アルゴリズムを図1に示す。

このアルゴリズムにおいては、ボルテラフィルタの1次項(線形項)の係数を求める場合は入力に相関関数 $E[x(t-j)x(t-p)]$ を用いる。ここで p は0から $N-1$ まで変化させている。そのためボルテラフィルタの2次項は $E[x(t-j)x(t-k)x(t-p)]$ となり零となる⁽¹²⁾。さらにボルテラフィルタの2次項の係数を求める場合は入力に相関関数 $E[x(t-j)x(t-k)x(t-p)x(t-q)]$ を用いる。ここで p, q は、それぞれ0から $N-1$ まで変化させている。よってボルテラフィルタの1次項は $E[x(t-j)x(t-p)x(t-q)]$ となり零となる。つまり各係数を独立して推定することが可能となる。しかしながら、この手法では、各次数でのフィルタ長が増加するとその組み合わせが膨大になり、計算量が増え、処理アルゴリズムが煩雑になる。また、このアルゴ

図1 ボルテラ ECLMS アルゴリズム
Fig. 1. Volterra ECLMS algorithm.

リズムでは高次項を対象とする場合に奇数次項と偶数次項は分離できるが、例えば、2次項と4次項においては共通項が存在して明確に分離することが困難となる。そのため、より一般的な高次のボルテラフィルタに適用することは難しくなる。

そこで、本論文では偶数次項のグループと奇数次項のグループをそれぞれまとめて2つのニューラルネットワークにより推定し、高次のボルテラフィルタ対応へと拡張する。この手法においては、ニューラルネットワークを用いることにより最小限の入力セットのみで推定することが可能となるため、ECLMS アルゴリズムをボルテラフィルタの3次項、4次項に対応していく場合よりも計算量が少なくなる。

〈2・3〉ニューラルネットワークを用いた推定システム
ボルテラ ECLMS アルゴリズムは、2次までのボルテラフィルタにしか対応していないため、より一般的な非線形システムへの適用を目的に高次のボルテラフィルタまで対応する推定法を提案する。その際、ボルテラ ECLMS アルゴリズムを単純に3次、4次と同様の手法で拡張していく方法もあるが、入出力の組み合わせや計算量が膨大になる。また、例えば偶数次項における2次項と4次項の間には共通項が存在するため、明確に分離できないなどの問題点も残る。そのため、入出力の組み合わせの簡略化や偶数次項や奇数次項の中での明確な分離を行わず偶数次項全体、奇数次項全体をまとめて推定することの可能なニューラルネットワークを利用した推定プロセスを提案する。

対象となる入出力システムは以下に示す高次のボルテラフィルタとする。

$$\begin{aligned}
 z(t) &= y(t) + u(t) \\
 &= \sum_{j=0}^{N-1} a_j x_j + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} b_{j,k} x_j x_k \\
 &\quad + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} c_{j,k,l} x_j x_k x_l \\
 &\quad + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} d_{j,k,l,m} x_j x_k x_l x_m \\
 &\quad + \dots + u(t) \dots \dots \dots (6)
 \end{aligned}$$

ここで、上式右辺は便宜上、 $x_j = x(t-j)$ としている。以下の式でも同様の省略形を用いる。

入力信号 $x(t)$ と観測雑音 $u(t)$ は互いに無相関であるため、その相関関数は零となる。また、信号系列がガウス過程と仮定すると相関関数 $E[x_j x_k x_p]$ が零になる⁽¹²⁾ことを考慮し、上式において x_p との相互相関関数を求めると

$$\begin{aligned}
 E[z(t)x_p] &= \sum_{j=0}^{N-1} a_j E[x_j x_p] \\
 &\quad + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} c_{j,k,l} E[x_j x_k x_l x_p] \\
 &\quad + \dots, \dots \dots (7)
 \end{aligned}$$

となる。また、同様に $x_p x_q$ との相互相関関数を求めると、

$$\begin{aligned}
 E[z(t)x_p x_q] &= \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} b_{j,k} E[x_j x_k x_p x_q] \\
 &\quad + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} d_{j,k,l,m} E[x_j x_k x_l x_m x_p x_q] \\
 &\quad + \dots, \dots \dots (8)
 \end{aligned}$$

となる。

特に信号がエルゴード的であれば、数学的期待値により定義されている相互相関関数は次のような時間平均値として表すことができる⁽¹³⁾。

$$E[z(t)x_p x_q] = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t+1} \sum_{i=0}^t z(i)x(i-p)x(i-q) \dots \dots \dots (9)$$

本論文では信号系列を実時間処理し、係数を推定する関係上、以下のような近似式により相関関数を再定義する。

$$E[z(t)x_p x_q] = \frac{1}{t+1} \sum_{i=0}^t z(i)x(i-p)x(i-q) \dots \dots \dots (10)$$

上式において t が大きくなれば、概ね、相関関数を近似できると考えられる。以下、本論文のコンピュータシミュ

図2 ECLMSを用いたNNの学習アルゴリズム

Fig. 2. NN training algorithm with ECLMS.

レーション上で用いる相関関数はすべてこのような定義式に基づくものとする。

取り扱う信号系列がガウス過程とすると4次の相関関数は

$$E[x_j x_k x_p x_q] = E[x_j x_k] E[x_p x_q] + E[x_j x_p] E[x_k x_q] + E[x_j x_q] E[x_k x_p] \dots (11)$$

のような関係式が成立する⁽¹²⁾。また、6次の相関関数は

$$E[x_j x_k x_p x_q x_r x_s] = E[x_j x_k] E[x_p x_q x_r x_s] + E[x_j x_p] E[x_k x_q x_r x_s] + E[x_j x_q] E[x_k x_p x_r x_s] + E[x_j x_r] E[x_k x_p x_q x_s] + E[x_j x_s] E[x_k x_p x_q x_r] \dots (12)$$

となる。よって、式(11)および式(12)より、複数の相関関数は相関関数 $E[x_j x_k]$ の組み合わせに分解することができる。ここで、 j, k は0から $N-1$ の値とする。しかしながら、この組み合わせ数は膨大になり、また、各次数間で係数が複雑に絡み合うため個々の係数推定は難しい。そのためニューラルネットワークを用いて、最小限の入力セットからこの組み合わせを近似し、偶数次項と奇数次項をまとめて2つのニューラルネットワークにより推定する。ニューラルネットワークの入力信号は相関関数の最小セットで、教師信号は観測信号 $z(t)$ と $x(t-p)$ および $x(t-p)x(t-q)$ の相関関数を用いている。ネットワークの学習過程では、 p および q を変化させ入出力セットを生成している。推定アルゴリズムを図2に示す。ここでは $N=3$ の場合のニューラルネットワークへの入力相関関数のデータセットを表している。

まず、図2におけるBlock1(奇数次項ブロック)では、1次項(線形項)と高次の奇数次項を推定している。これは、ニューラルネットワークで推定する場合に線形項と非線形項を個々に推定できれば、さらなる精度向上が見込めるた

図3 ニューラルネットワーク

Fig. 3. Neural networks.

めである。ニューラルネットワークへの入力 p を変化した時の相関関数の組み合わせである。図2のBlock2(偶数次項ブロック)では高次の偶数次項をまとめてニューラルネットワークにより推定している。入力信号は相関関数の最小セット数である。先のボルテラ ECLMS アルゴリズムでは、 $x(t), x(t-1), x(t-2)$ の中から2つを選ぶ組み合わせすべてを入力としていたが、本手法では、相関の最小セットである $x(t)x(t), x(t)x(t-1), x(t)x(t-2)$ の3つに限定している。この組み合わせだけで理論上は高次項の組み合わせを近似できると考えられる。この提案法により、ボルテラフィルタと ECLMS アルゴリズムの特性上、偶数次項と奇数次項を独立したニューラルネットワークで推定することができ、並列処理を行うことが可能となる。

図3に本推定システムに用いる多層フィードフォワードニューラルネットワークを示す。また関係式は式(13)から式(15)となり、このニューラルネットワークの学習アルゴリズムは通常の誤差逆伝搬法を用いる。

<最終層の出力>

$$net(t) = f\left(\sum_{i=1}^N w_i(t) z_i(t)\right) \dots (13)$$

<隠れ層出力>

$$z_j(t) = f\left(\sum_{i=1}^N v_{i,j}(t) x(t-i)\right) \dots (14)$$

<関数形>

$$f(r) = \frac{2}{1 + \exp^{-\beta r}} - 1 \dots (15)$$

ここで、 β は関数の変化する急激さを定める正の定数であり、 $\beta \rightarrow \infty$ の極限で階段関数になる。

提案法では、入力信号と観測信号が更新されるごとに順次、相関を取り、その値をニューラルネットワークの入出力信号として各係数を学習し、推定された係数を用いて予測値を順次出力するものである。これにより各時点にお

リアルタイムでの推定および予測処理を行うことが可能となる。

また、線形項については、従来の ECLMS アルゴリズムを適用するため、その推定アルゴリズムを式 (16) に示す⁽³⁾。

$$\hat{\mathbf{A}}(t+1) = \hat{\mathbf{A}}(t) + \frac{2\mu_0}{1 + \text{tr}[\Phi_{xx}^T(t)\Phi_{xx}(t)]} \Phi_{xx}(t)e(t) \dots \dots \dots (16)$$

ここで $\text{tr}[\cdot]$ は行列のトレース演算を表す。

ただし、

$$0 < \mu_0 < 1$$

$$\hat{\mathbf{A}}(t) = [\hat{a}_0(t), \hat{a}_1(t), \dots, \hat{a}_{N-1}(t)]^T$$

$$e(t) = [e(t, 0), e(t, 1), \dots, e(t, N-1)]^T$$

$$e(t, p) = \phi_{xx}(t, p) - \sum_{i=0}^{N-1} \hat{a}_i(t) \phi_{xx}(t, p-i)$$

$$\Phi_{xx}(t) = \begin{bmatrix} \phi_{xx}(t, 0) & \phi_{xx}(t, 1) & \dots & \phi_{xx}(t, N-1) \\ \phi_{xx}(t, -1) & \phi_{xx}(t, 0) & \dots & \phi_{xx}(t, N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{xx}(t, 1-N) & \phi_{xx}(t, 2-N) & \dots & \phi_{xx}(t, 0) \end{bmatrix}$$

$$\phi_{xx}(t, p) = E[z(t)x(t-p)]$$

$$\phi_{xx}(t, p-i) = E[x(t-p)x(t-i)]$$

以上により、線形項を ECLMS アルゴリズム、線形項以外の奇数次項と偶数次項をそれぞれ独立した ECLMS アルゴリズムを用いたニューラルネットワークで推定できる。

3. コンピュータシミュレーション

提案法の有効性を検証するため非線形時系列を生成し、その出力を推定する。非線形時系列の生成過程を次式のような 4 次のボルテラフィルタと仮定する。

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathbf{A}^T \mathbf{X}(t) + \text{tr}[\mathbf{B}\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^T(t)] \\ &\quad + 7.1x^3(t) + 6.5x^3(t-1) + 8.2x^3(t-2) \\ &\quad + 2x^4(t) + 8.3x^4(t-1) + 7.3x^4(t-2) \dots (17) \end{aligned}$$

ここで、1 次のボルテラ核 $\mathbf{A}$ 、2 次のボルテラ核 $\mathbf{B}$ 、および入力信号 $\mathbf{X}(t)$ を以下のように設定する。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.51 & -0.09 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.88566 & -0.45801 & 0.95514 \\ -0.45801 & 0.78566 & -0.55801 \\ 0.95514 & -0.55801 & -0.51434 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x(t) & x(t-1) & x(t-2) \end{bmatrix}^T$$

図 4 奇数次項を推定するニューラルネットワーク

Fig. 4. Neural networks for odd term.

また、入力信号系列 $x(t)$ は以下のような AR 過程に平均 0、分散 1 のガウス信号 $\epsilon_1(t)$ を加えて生成する。

$$x(t) = -0.15x(t-1) + 0.1\epsilon_1(t) \dots \dots \dots (18)$$

観測雑音 $u(t)$ は以下のような ARCH 過程に従う分散変動型とする。

$$u(t) = \sqrt{h(t)}\epsilon_2(t) \dots \dots \dots (19)$$

$$h(t) = 0.01 + 0.012u^2(t-1) + 0.002u^2(t-2)$$

ここで、 $\epsilon_2(t)$ は、平均 0、分散 1 のガウス信号である。

観測信号 $z(t)$ は $y(t)$ に観測雑音 $u(t)$ が加わった形であり、入力信号 $x(t)$ とともに既知である。

次にニューラルネットワークを用いた具体的な推定システムを図 4 および図 5 に示す。図 4 および図 5 は、それぞれ奇数次項および偶数次項の推定システムのブロック図である。両方とも相関入出力信号により内部係数を学習し、リアルタイムで係数をコピーして予測値を出力している。ここで、ニューラルネットワークは入力層・隠れ層・出力層を持つ 3 層フィードフォワードニューラルネットワークで、誤差逆伝搬法により学習を行うものとする。

提案法のシミュレーション結果を図 6 と図 7 に示す。図 6 は信号系列 16000 データ中の 13000 から 13150 STEP 部分の $\hat{y}(t)$ と $y(t)$ を拡大表示しているものである。非線形の非常に複雑な波形にも関わらず良好に追従し、推定していることが分かる。図 7 は観測信号から推定された $\hat{y}(t)$ と観測信号 $z(t)$ を表示している。これを見ると、観測信号 $z(t)$ から相関アルゴリズムを利用することにより、かなり

図5 偶数次項を推定するニューラルネットワーク

Fig. 5. Neural networks for even term.

図6 推定信号 $\hat{y}(t)$ と $y(t)$

Fig. 6. Estimated signal $\hat{y}(t)$ and $y(t)$.

図7 推定信号 $\hat{y}(t)$ と $z(t)$

Fig. 7. Estimated signal $\hat{y}(t)$ and $z(t)$.

違う波形である $y(t)$ を推定していることがわかる。これは、ARCH 過程の付加雑音を良好に除去できているためである。提案法のニューラルネットワークでは、入力と観測関数に対して入力と観測信号の相関関数を教師信号にして、

リアルタイムで学習を行っており、各時点での予測値を逐次、出力している。本シミュレーション上のニューラルネットワークの学習アルゴリズムはすべて反復学習を行っていない。

さらに、提案法の有効性を検証するために、評価関数 $MSE(t)$ をそれぞれ以下のように定義する。

$$MSE(t) = 10 \log_{10} \frac{E[\{y(t) - \hat{y}(t)\}^2]}{E[y^2(t)]} \dots \dots \dots (20)$$

ここで、 $MSE(t)$ は $y(t)$ とその推定値 $\hat{y}(t)$ との 2 乗誤差を $y(t)$ のパワーで割って、過去 1000 STEP の移動平均を取り指標としている。

この $MSE(t)$ を図 8 に示す。ここで、図中の NN は線形フィルタを併用しない、3 層フィードフォワードのニューラルネットワークで偶数次項・奇数次項の区別もない単一のもので観測信号を教師信号とするものの推定結果であり、Vol12 は、式 (17) における 1 次項、2 次項の真値を用いたボルテラフィルタの出力、ECLMS2 は 2 次のボルテラ級数に対応する ECLMS アルゴリズムによる推定法⁽⁴⁾、ECLMS+NN は本提案法である。

2 次の ECLMS アルゴリズムによる推定係数は真値とは異っており、これは高次項をある程度包括した形で推定していると考えられる。そのため、真値による出力結果 Vol12 よりも精度が高くなっている。提案法では、その 2 次の ECLMS よりもさらに良い精度の推定結果となっている。サンプルデータにおいて高次項を 1 次および 2 次項よりもかなり大きく取れば、その差も大きくなるが、全体的な推定精度も落ちてくる。非線形性が強くなるほど推定が難しくなる。しかし、提案法では対象が非常に複雑な非線形時系列にも関わらず、良好な推定結果となっていることがわかる。また、ECLMS アルゴリズムを併用しない単一のニューラルネットワークによる推定 (NN) では、入力に $x(t), x(t-1), x(t-2)$ の時間遅れ信号を、教師信号として観測信号 $z(t)$ を与えて学習しているため、所望する $y(t)$ とは大きな隔たりがあり、精度が悪くなっている。付加雑音が小さければ、ある程度推定できると考えられるが、本シミュレー

図8 MSE

Fig. 8. MSE.

シヨンのように雑音が多い場合は精度が非常に悪くなる。ニューラルネットワークにECLMSを組み合わせることで、雑音成分を除去し関数近似を行うことが可能となった。ここで、本シミュレーションに使用したニューラルネットワークの学習方法であるが、教師データは反復学習をせずに1度しか提示していない。しかし、STEPの早い段階から、教師信号との誤差は小さくなっており問題はないと思われる。反復学習をすれば収束速度が速くなる可能性は高いが、今回は特に収束速度については考慮していない。なお、シミュレーションデータのSN比は $10\log_{10}(\sigma_x^2/\sigma_u^2) = -0.01322$ [dB] および $10\log_{10}(\sigma_y^2/\sigma_u^2) = -0.21244$ [dB] である。ここで $u(t)$ が分散変動型のため σ_x^2 , σ_y^2 , σ_u^2 は $x(t)$, $y(t)$ および $u(t)$ のサンプルデータ 16,000 個における実測の分散値を用いている。この結果、雑音信号が通常のシミュレーションの場合よりもかなり大きいにも関わらず良好に推定していることがわかる。雑音信号をもっと小さく取れば、さらにMSEは小さくなるが、実際の経済時系列の場合には、雑音成分が増大する傾向が大きいために、今回のシミュレーションでは比較的大きな観測雑音を用いている。

次に以下のような非線形時系列を推定するシミュレーションを行う。対象とする非線形時系列は式(21)とする。

$$\begin{aligned} z_e(t) = & \mathbf{A}^T \mathbf{X}(t) \\ & + 0.35 \exp[x(t)] + 0.21 \exp[x(t-1)] \\ & + 0.19 \exp[x(t-2)] - 3.3 + u(t) \dots\dots (21) \end{aligned}$$

ここで、 $u(t)$ は式(19)のARCH過程の分散変動型雑音で $\mathbf{A}$ および $\mathbf{X}(t)$ も式(17)と同じとする。なお、シミュレーションデータのSN比は $10\log_{10}(\sigma_x^2/\sigma_u^2) = -0.07568$ [dB] および $10\log_{10}(\sigma_y^2/\sigma_u^2) = -5.81696$ [dB] である。ここでのSN比はサンプルデータ 30,000 個における実測の分散値を用いている。このシミュレーション結果を図9に示す。ここで、評価関数は式(20)を用いて、過去1000STEPの移動平均を取り指標としている。図中のNNは前述した単一のニューラルネットワークでの推定値であり、Vol1は、式(17)における1次項の真値を用いたボルテラフィルタの出力、ECLMS2は2次のECLMSアルゴリズムによるもの、ECLMS+NNは本提案法である。

図9より、対象がボルテラフィルタモデルでない非線形系の場合でも、本提案法を用いることにより高い精度で推定できることが分かる。この結果、本提案法は、広い範囲の非線形時系列に対応できることが分かった。

4. あとがき

本論文では、ECLMSアルゴリズムをニューラルネットワークに適用することにより、非線形系へ拡張し、ARCH誤差項を有する非線形時系列の推定問題に適用した。この結果、より広い範囲のモデルを対象に推定作業が行えるようになった。なお、非線形系としては一般的に知られている高次のボルテラフィルタを利用して解析を行った。シミュレーションの結果よりARCH過程の誤差成分を良好に分離

図9 MSE

Fig. 9. MSE.

できていることが分かった。この雑音信号の正確な分離により、対象モデルの推定精度が向上し、より正確に推定することが可能となった。今後の課題としては再帰形ボルテラフィルタへの適用やGARCH(Generalized ARCH)モデル⁽¹⁴⁾への拡張および実際の経済時系列データに適用することである。株式・為替・債券・商品の各市場でのオプション取引の際に重要なボラティリティの予測に適用し、モデルの推定および分析に利用したい。

(平成13年11月30日受付, 平成14年11月19日再受付)

文 献

- (1) 刈屋武昭・照井伸彦: 非線形経済時系列分析法とその応用, 岩波書店(1997)
- (2) R.F.Engle: "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variances of the UK inflation", *Econometrica*, Vol. 49, pp. 1057-1072 (1981)
- (3) M.R.Asharif, A.Shimabukuro, T.Hayashi, and K.Yamashita: "Expanded CLMS algorithm for double-talk echo cancelling", *Proc. IEEE SMC'99, Japan, October* (1999)
- (4) H.Asato, H.Miyagi, and K.Yamashita: "An Estimation of Nonlinear Time Series with ARCH errors using ECLMS algorithm", *T.IEE Japan*, Vol.121-C, No.6, pp.1041-1048 (2001-6) (in Japanese)
安里 肇・宮城隼夫・山下勝巳: 「ECLMS アルゴリズムを用いた ARCH 誤差項を有する非線形時系列の推定法」, 電学論 C, **121**, 6, pp.1041-1048 (2001-6)
- (5) D.E.Rumelhart, L.McClelland, and PDP Research Group: "Parallel Distributed Processing", MIT Press (1986)
- (6) T.Yahagi, J.Cao, and J.Lu: "A Design Method for Parallel Nonlinear Adaptive Digital Filters Using Neural Networks", *T.IEICE Japan*, Vol.J78-A, No.6, pp.659-668 (1995-6) (in Japanese)
谷萩隆嗣・曹 建庭・呂 建明: 「ニューラルネットワークを用いた並列形非線形適応デジタルフィルタの一設計法」, 信学論 (A), **J78-A**, 6, pp.659-668 (1995-6)
- (7) I. Domowitz and C. S. Hakkio: "Conditional variance and the risk premium in the foreign exchange market", *Journal of International Economics*, Vol. 19, pp. 47-66 (1985)
- (8) A.A. Weiss: "ARMA models with ARCH errors", *Journal of Time-Series Analysis*, Vol.5, pp. 129-143 (1984)
- (9) N.Shepard: "Statistical aspects of ARCH and stochastic volatility" in D.R.Cox, D.V.Hinkley and O.E.Barndorff-Nielsen(eds), *Time Series Models in Econometrics, Finance and Other Fields*, Chapman & Hall
- (10) T.Kariya: "Quantitative methods for portfolio analysis",

Kluwer Academic Publishers, Boston (1993)

- (11) M.R.Asharif, T.Hayashi, and K.Yamashita: "Correlation LMS algorithm and its application to double-talk echo cancelling", *Electron.Lett.*, Vol.35, No.3, pp.194-195 (1999)
- (12) S.Haykin: "Adaptive filter theory", Prentice Hall (1991)
- (13) 日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店 (1977)
- (14) T.Bollerslev: "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, Vol.31, pp.307-328 (1986)

安 里 肇 (正員) 1967 年生。1992 年 3 月琉球大学大学院工学研究科修士課程修了。1992 年沖縄国際大学商経学部講師。1998 年同助教授。現在、琉球大学大学院理工学研究科博士課程に在学中。主として非線形時系列の解析に関する研究に従事。

宮 城 隼 夫 (正員) 1949 年生。1977 年 3 月大阪府立大学大学院博士課程修了。1977 年琉球大学工学部助手。1982 年同助教授。1987 年同教授。工学博士。主としてシステムの安定論に関する研究に従事。

山 下 勝 己 (正員) 1952 年生。1980 年大阪府立大学大学院博士課程単位取得修了。1982 年琉球大学工学部助手。1988 年同助教授。1991 年同教授。2000 年大阪府立大学大学院工学研究科教授。工学博士。主として適応信号処理の研究に従事。