改良 2-opt 法を組み込んだ遺伝的アルゴリズムによる QAP の解探索

非会員 又吉 光邦* 正員 名嘉村 盛和**
正員 宮城 隼夫**

A Genetic Algorithm with the Improved 2-opt Method for Quadratic Assignment Problem

Mitsukuni Matayoshi*, Non-member, Morikazu Nakamura**, Member, Hayao Miyagi**, Member

We propose a new 2-opt base method as a local search approach used with Genetic Algorithms (GAs) in Memetic Algorithm. We got a hint from the fast 2-opt method and devised the new 2-opt method. The main different point is such that our method exchanges genes by using histories of contributions to fitness value improvement. The contribution level is represented by the value ‘Priority’.

In computer experiment, Quadratic Assignment Problem (QAP) instances are solved by GA with the 2-opt method (First Admissible Move Strategy, the Best Admissible Move Strategy), the fast 2-opt, and our proposed method for comparative evaluation. The results showed that our improved method obtained better solutions at earlier generation of the GA and our method required less computation time than the others at some upper bound value of appropriate ‘Priority’ setting values. Specially, at the average elapsed time of the fast 2-opt method’s 1000th generation, the exact solution findings of ours is more than the others.

In further experiment, we observe that the searching capability depends on the number of levels of ‘Priority’. The ratio between two different Priority level sets becomes 1.59 in computation time in solving problem instance “char25a”. This characteristic is shown to be statistically significant in ten instances among eleven.

キーワード：2 次計画問題，地形解析，2-opt 法，遺伝的局所探索，Memetic Algorithm

Keywords: Quadratic Assignment Problem, Landscape Analysis, 2-opt method, Genetic local search, Memetic Algorithm

1. まえがき

近年，遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm; GA) を様々な組合せ最適化問題に適用し，良好な結果が得られている。

GA は，生物進化の挙動にヒントを得た探索手法であるが，その一般的枠組みは，選択・交叉・突然変異からなる遺伝的操作を染色体に見立てた解ベクトルに施すものである。遺伝的操作が施される個体群は世代を経る毎に徐々に

優れた集団，あるいは優れた個体を生成する。GA は交叉や突然変異といった探索手段しか持たないため，その性質上，広域的な探索手法となる。したがって，良質の近似解発見に至らない場合も多々あることが知られている。

そこで，GA に局所探索 (local search; LS) を組み込むことで，広域的で，かつ局所的な解の発見を容易にする手法が考えられた。この方法は，GA のみの探索手法に比べて解の質を改善させる有効な手法として知られ，遺伝的局所探索法 (genetic local search; GLS)，あるいは hybrid-GA，Memetic Algorithm (MA) 等と呼ばれている。本論文では，GA に LS を組み込んだ遺伝的局所探索法を Memetic Algorithm と呼ぶことにする。

MA は，GA が得た近似解に対して，その近傍を探索することで，さらに良好な解を得るものである。LS を導入しない GA では，広大な探索空間を対象にするが，MA では，GA が得た近似解近傍の領域を探索範囲として扱い，そこを精査するので様々な最適化問題に対して有効であり，良好

* 沖縄国際大学

〒 901-2207 沖縄県宜野湾市宜野湾 2-6-1

Dept. of Industry and Information Science, Okinawa International University,
2-6-1 Ginowan Okinawa.

** 琉球大学

〒 901-2201 沖縄県西原町千原 1

University of the Ryukyus,

1 Nishihara-cho Senbaru Okinawa.

な解を得る。つまり GA に LS を組み込んだ探索手法は、空間を効果的に絞り込んで探索する 2 段階の探索手法である。

2-opt 法は、the pairwise interchange heuristic⁽¹⁶⁾ であり、非常に強力な探索手法であることが知られている。近年では、TSP に有効な fast 2-opt 法が Bentley⁽¹⁾ により提案された。この方法は、Merz⁽²⁾ 等によって Quadratic Assignment Problem(QAP) でも有効であることが示されている。

本論文では、QAP のための Memetic Algorithm に組み込む局所探索法として fast 2-opt 法にヒントを得た改良 2-opt 法を新たに提案する。また、提案手法にはシステムパラメータがあるが、適切に設定された場合に、既存の局所探索法よりも同一時間内により高い確率で最適解を発見できることを、ベンチマーク問題への適用により確認する。

2. Q A P

QAP は、Koopmans と Beckmann⁽¹⁰⁾ によって与えられた問題で、NP-困難であることが知られており、特に工場等の配置問題として有名である。E. S. Buffa 等は、文献(16)において CRAFT(Computerized Relative Allocation of Facilities Technique)による工場配置を示し、また、例としてオフィス、倉庫、小売り店舗、病院内の器財の配置^{(17) (20)}について言及している。現在は、ベンチマークテストが文献(19)に公開されている。

QAP を一般的に記述すると、いくつかの工場をどこの場所に設置すれば最小コストとなるかを求めるものである。このとき、2 つの工場の間にはフロー (flow) という繋がり（制約）が与えられる。今、 $n \times n$ の行列、 $W = (w_{ij})$, $F = (f_{ij})$ が与えられたとき、QAP は、次の関数を最小化するものである。

$$C(\pi) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} f_{\pi(i)\pi(j)}, \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 n は工場 / 場所の数を示し、 w_{ij} は場所 i と j の距離、 f_{kl} は、工場 k と l のフロー、 π は、集合 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ の順列 (permutation) を示す。QAP では、工場数が 20 から 30 程度のサイズで正確な解答が得られている。それ以上のいわゆる large-問題は、問題サイズの大規模化に伴い、膨大な計算時間を必要とするため、最近では、高品質の近似解を比較的短時間に算出できるメタヒューリスティック (metaheuristics) で解くための研究が数多く行われている^{(4) (8) (9) (22)}。それらの手法についての詳細はそれぞれの論文を参照されたいが、メタヒューリスティック手法の特徴を簡単に言えば、質の悪い局所解に陥らないための操作、あるいは脱出するための手法を有している。我々も局所解から抜け出すためのヒューリスティックな手法を改良 2-opt 法以外にも GA に組み込んでいる。

3. 本論文で用いる Memetic Algorithm の構成

3.1 QAP の表現 図 1 に、本論文で用いる QAP

図 1 染色体構造

Fig. 1. The chromosome structure.

の解表現 (solution vector) の具体例を示す。順列 π をある解のベクトルとすると、 i 番目に格納された j 値は、工場 j が順列 π 上の場所 i ($\pi(i) = j$) にあることを示す。従って、順列 π 上の位置 i は遺伝子座を示し、 $\pi(i) = j$ は遺伝子座 i にある遺伝子を表す。図 1 の Individual π は、工場 “2” が場所 “1” に割り当てられ $\pi(1) = 2$ 、工場 4 が場所 “4” に割り当てられる $\pi(4) = 4$ 。以後、同様に工場を割り当てていくことを示している。

次に、本論文で用いる遺伝的操作（交叉，突然変異，選択）法を示す。

3.2 交叉法 Merz⁽²⁾ は、QAP を解くために 2 つの交叉法、すなわち CX (cycle crossover)^{(21) (2)} 法と DPX (distance preserving crossover)^{(2) (5) (6)} 法を使用し、実験でその性能について報告している。CX 法は、両親の同一遺伝子座に同一遺伝子が存在する場合は、子の遺伝子座に同じ遺伝子を継承し、それ以外の遺伝子座には、可能な限り両親の遺伝子をそのまま複写するような交叉法である（図 2 参照）。従来の表現型を用いた方法⁽¹⁸⁾ と異なり、この方法では、継承において遺伝情報の崩壊が起こらないので、効果的な探索が出来る。

一方、DPX 法は、CX 法のように両親の同一遺伝子座に同一遺伝子が存在する場合は、子の遺伝子座に同じ遺伝子を継承するが、それ以外は、致死染色体にならないように注意を払いながら、ランダムに遺伝子を決める方法である。この方法は、いくつかの遺伝子座の遺伝子をランダムに決めるため、遺伝情報の継承がうまくいかない。さらに、致死染色体とならないような遺伝子をランダムに選び出す操作は、CPU タイムを著しく消費する操作であり、この点からも優れた交叉法とは言えない。このことについては、Merz も文献(2)において言及しており、問題例 tai100a⁽¹⁹⁾ に対して 300 秒内での世代数は、CX 法が平均で 730 世代、DPX 法は 120 世代と報告されている。

我々も問題例 nug30⁽¹⁹⁾ における予備的な実験（10 回試行）において、600 秒程度で DPX 法が平均 135 世代、CX 法が 261 世代を得ている。また、試行において DPX 法では 1 つも真の解を発見できなかったにもかかわらず、CX 法は、7 つの真の解発見を実現している。従って、効果的な遺伝の継承、および計算時間短縮に CX 法が優れていることを確認したので、我々は、交叉法に CX 法を用いる。

3.3 突然変異 本論文で用いる突然変異操作は、2 つの遺伝子座の間での遺伝子交換を基本とする。図 1 に $\pi(i = 3) = 8$ と $\pi(i = 8) = 1$ を遺伝子交換する突然変異操作を示す。

図2 CX法による遺伝継承
Fig. 2. Succession of gene by CX.

突然変異を施される個体は、親個体群、交叉および突然変異によって得られた子個体群から選ばれる。

3.4 選択法 本論文で用いる選択法は、個体群の中で最も適応した個体（エリート個体）を次世代に必ず残す、エリート選択法を採用している。エリートは複数存在する事が考えられるので、その場合、それらの中からランダムに次世代に残すエリートを決めている。

また、エリート以外の個体は、上述したCX法により生成された新しい個体と突然変異により得られた新しい個体で生成するが、個体群が定数に満たないときは、親個体群からランダムに選び出し、次世代に必要な個体群を生成する。

3.5 Convergence Boese⁽⁷⁾, Merz⁽²⁾, 片山⁽¹¹⁾等は、解空間の特徴を Landscape と大谷構造 (Big valley structure) という概念で捉えている。Merz⁽²⁾ 等は、個体群の評価値の平均がある任意の世代の間で無変化の場合や個体群の遺伝距離 d が近づいた場合（これらの場合を我々は Merz⁽²⁾ に習い Convergence と呼ぶことにする）に最良個体（エリート）を除く全ての個体で突然変異操作を施している。個体群の評価値の平均が変化しないことは、局所解へ捕らわれることを示唆し、また個体群の距離が近づいた場合は“血が濃くなった”ことを示している。前者での突然変異の使用は、局所解からの脱出のためであり、後者での突然変異の使用は、大谷構造の仮説による“近くに真の解が存在している”に従い個体群を現在の解の周りに散らすことを意味する。遺伝距離の定義を Merz⁽²⁾ 等にならい、以下に示す。

$$D(\pi_1, \pi_2) = |\{i \in \{1, \dots, n\} | \pi_1(i) \neq \pi_2(i)\}|. \quad (2)$$

ここで π_1, π_2 は、それぞれ QAP の異なる解である。この(2)式において π を BQP (binary quadratic programming problem)^{(3) (11)} の解とし、 $\pi(i)$ は i 番目のビット $\in \{0, 1\}$ を示すと定義しなせば、片山^{(11) (13)} らのハミング距離を表す式となる。

Merz⁽²⁾ 等は、適切な d を求める手法といくつかの d による突然変異操作の有効性と突然変異距離について検証していないが、実験結果では、他のヒューリスティックな手法 (robust tabu search algorithm, reactive tabu search

algorithm, fast ant colony algorithm, simulated annealing, Min-Max ant system) に比べ良好な結果を得ていることが示されている。そこで、本論文でも彼らの成果の恩恵を受けるために、遺伝距離を用いた Convergence 処理を MA に組み込む。本論文では、個体群の平均距離を以下のように定義する。

$$d = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m D(\pi_{best}, \pi_i). \quad (3)$$

ここで、 m は個体群中の個体数を表す。

3.6 アルゴリズムの概要 本論文で用いた、GA に LS を組み込んだアルゴリズムの概要を以下に示す。

```

01: Procedure Memetic Algorithm(MA);
02:   begin
03:     initialize population  $P$ ;
04:     foreach individual  $i \in P$  do  $i := \text{Local-Search}(i)$ ;
05:     repeat
06:        $P' := \phi$ ;
07:       for  $i := 1$  to  $\#crossovers$  do
08:         select two parents  $i_a, i_b \in P$  randomly;
09:          $i_c := \text{Crossover}(i_a, i_b)$ ;
10:          $i_c := \text{Local-Search}(i_c)$ ;
11:         add individual  $i_c$  to  $P'$ ;
12:       end-for;
13:       for  $i := 1$  to  $\#mutations$  do
14:         select one parent  $i \in P$  randomly;
15:          $i_m := \text{Mutate}(i)$ ;
16:          $i_m := \text{Local-Search}(i_m)$ ;
17:         add individual  $i_m$  to  $P'$ ;
18:       end-for;
19:        $P := P' \cup \text{Select}(P)$ ;
20:       if  $P$  Converged then
21:         foreach individual  $i \in P \setminus \{\text{best}\}$ 
22:           do  $i := \text{Local-Search}(\text{Mutate}(i))$ ;
23:         end-if;
24:       until terminate=true;
25:     end;

```

Select() 関数は、親個体群から子個体群を生成するとき、子個体群が定数に満たなければ親個体群から任意に選定数を満足させる関数である。Crossover() には、CX 法を用いている。実験中、Mutate() は個体群の距離が d 以下（実験においては、Merz 等の知見により $d = 10$ としている）にならないようにチェックしている。Converged 時、すなわち距離が d 以下、あるいは最良個体（エリート）が 30 世代無変化の場合は、最良個体を除く全ての個体に対して強制的に突然変異を施す。Local-Search() は局所探索法であり、我々はここに用いる 2-opt 法の改良を本論文で提案する。以後の実験では、上記の MA における Local-Search() の箇所に移動戦略の異なる 2-opt 法 (4.1 節参照) を組み込むことにより、比較評価を行う。

ここで, Merz 等は文献 (2) において Converged の状態の一つを個体群の平均適応度が 30 世代無変化の時としているが, 我々は最良個体の 30 世代無変化とした方がよい結果を示す場合が多いことを経験しているので, 今回, 最良個体の 30 世代無変化を Converged の条件とした。これについては, 別の機会に詳細を報告する予定である。

4. QAP のための Memetic Algorithm で用いられる既存の局所探索法

4.1 2-opt 法 2-opt 法は, 適当な解 π から始め, π の近傍 $N(\pi)$ に π の改善解 π' があれば, $\pi := \pi'$ と移動する操作を, 近傍内に改善解が存在しなくなるまで反復する方法であるが, 近傍 $N(\pi)$ に属する改善解は, 一般には複数個存在するので近傍をどのような順序で調べ, どの解を次の解として採用するかについては, 様々な移動戦略 (move strategy) が考えられる^{(15) (12)}。以下に我々が用いた一般的な 2-opt 法の概略を示すが, 即時移動戦略 (First Admissible Move Strategy; FAMS) は, 近傍 $N(\pi)$ をランダムな順序で調べて最初に見つかった改善解 π' に移動し, 最良移動戦略 (Best Admissible Move Strategy; BAMS) は, 近傍 $N(\pi)$ の中の最良解を改善解 π' として移動する方法である。両戦略とも, 改善解に移動後, $\pi := \pi'$ として新しい近傍 $N(\pi)$ を再度調べる操作を改善解が見つからないまで繰り返す。

```

01: Procedure Local-Search;
02:   begin
03:      $\pi := \pi_0$ ;
04:     repeat
05:        $\pi_0 := \pi$ ;
06:       for each  $\pi' \in N(\pi)$  do
07:         if  $C(\pi') < C(\pi)$  then
08:           if FAMS then  $\pi := \pi'$ ; break; end-if;
09:           if BAMS then  $\pi := \pi'$ ; end-if;
10:         end-if;
11:       end-for;
12:     until  $C(\pi_0) < C(\pi)$ ;
13:     return  $\pi_0$ ;
14:   end;
```

ここで, 2-opt 法と突然変異の関係について次の点に留意されたい。すなわち, 突然変異は, 悪解・良解を問わず“変異”を染色体に施すが, 2-opt は良解への“変異”のみを許すので, 突然変異後の 2-opt 法で探索される探索領域は, 突然変異を施さずに 2-opt 法によって探索される探索領域とは異なる。

4.2 fast 2-opt 法 fast 2-opt 法は, ある解 π の近傍 $N(\pi)$ において, どの遺伝子座の遺伝子と交換しても改善解を作らない遺伝子座が存在した場合, その遺伝子座は次回の探索で調べない方法である (図 3 参照)。この方法は, Bentley⁽¹⁾ が TSP を局所探索法で解くために考案したもので, 解の質を低下させることなく検索時間を減少さ

図 3 fast 2-opt 法

Fig. 3. The fast 2-opt method.

せることの出来る手法として知られている。

Merz は文献 (2) の中で, QAP を解くにあたりこの手法を取り入れている。Merz 等は, Bentley 等と異なり移動戦略に FAMS を用いているが, 彼らは QAP でも TSP と同じような効果を得ることができたと述べている。

我々の手法は, fast 2-opt 法にヒントを得ているので, ここで比較と理解のためにこの手法の概略を述べる。

fast 2-opt 法は, 簡単に言えば, 2 値の振り分けによる探索空間縮小化によって効果的な探索を行うものといえる。fast 2-opt 法の概略を文献 (2) より引用すると「初めすべての don't look bit は 0 にセットされる。染色体の i 番目の don't look bit が 1 にセットされるのは, 現在の解よりも良い解が遺伝子座 i 番目の遺伝子と別の全ての遺伝子座の遺伝子との交換によって見つからない場合とし, もし j と k の遺伝子座の遺伝子の交換によって解が改善されれば, j と k の don't look bit は, 0 にセットされる」「もし遺伝子座が don't look bit=1 なら, 遺伝子座 i の遺伝子は現行の局所探索による交換を考慮しない」となっている。

確かに don't look bit が 1 にセットされた遺伝子座の遺伝子は、現在の解の中で染色体上の（最も）よい場所にあることを示しているのそこを調べないのは、適切な手法と言える。これにより、計算時間の短縮化が期待できる。

2-opt による比較の数は、 n 個の中から 2 つ取り出す組合せなので $n(n-1)/2$ であり、この処理は変わらない。むしろ比較の後に行われる代入や適応度の計算などが don't look bit が 1 の遺伝子では行われないため、余分な計算の削除が可能となり結果的に高速化を実現している。

5. 遺伝子交換の判断基準を多値に拡張した改良 2-opt 法の提案

我々の提案する手法は、簡潔に言えば、遺伝子を交換するか否かを判断する基準を fast 2-opt 法のような 2 値ではなく、多値としたことにある。以下に多値による遺伝子交換の手法の概要を示す（図 4 参照）。

- (1) 評価プライオリティ EP の上限をセットする。
- (2) 染色体上の遺伝子座 n のプライオリティ $Pr[n]$ をランダム、あるいは最優先に設定する。
- (3) 染色体の遺伝子座 i を選ぶ。
- (4) EP を最優先にセットする。
- (5) 染色体の遺伝子座 $j(j \neq i)$ を選ぶ。このとき、 $EP=Pr[j]$ であれば遺伝子座 j の遺伝子と i の遺伝子を仮交換して適応度を求める。
- (6) EP の値を増加させ（EP を 1 ランク下げる）、(5) に戻る。EP が上限なら次へ。
- (7) 適応度改善のある遺伝子交換があれば、遺伝子座 i のプライオリティ $Pr[i]$ の評価を上げ（値を減少させる）、改善の無い場合は評価を下げ、(3) に戻る。
- (8) (3)-(7) の操作において適応度の改善が最も大きかった遺伝子座 i と j の遺伝子を交換する。
- (9) 適応度の改善が無くなるまで、(3)-(8) を繰り返す。

上記の多値による遺伝子交換の方法は、移動戦略の観点から見れば最良移動戦略に基づいている。この理由については「付録」を参照されたい。しかしながら、次の点では異なっている。すなわち、最良移動戦略は、全ての近傍 $N(\pi)$ の中で最良解に移動するが、我々の方法は、プライオリティの一致した近傍の中における最良解に移動する。我々の提案手法は、非常にシンプルである。しかしながら、適応度の改善により段階的に染色体を調べることが出来るので良質の解へ到達し、また、プライオリティを満足しない染色体を調べない（従って、その後続く比較・代入操作が行われない）等の操作もあって、時間の短縮に有効であると考えられる。改良 2-opt 法の探索は、適応度改善に効果があった遺伝子は、優先的に調べるようにし、効果がなかった遺伝子は、遺伝子交換の対象として次回から後回しにする手続きを持つ探索法である。探索空間をイメージして喩えれば、適応度改善のあった空間は優先的に調べ、改善の無かった空間については、調べる回数を減らす操作をしながら探索を進めている。

図 4 改良 2-opt 法

Fig. 4. The improved 2-opt method.

ここで、我々の改良 2-opt 法が fast 2-opt 法と異なる点であるが、それは、遺伝子交換操作後にある。我々の改良手法では、fast 2-opt 法の don't look bit に当たるプライオリティが、遺伝子交換によって適応度が改善された場合にリセットされない。すなわち、遺伝子の持つプライオリティは、局所探索が終了するまでは、遺伝子交換の重み付けとして変化しながら保持され続ける。

6. 実験と結果

実験環境は、WindowsMe, PentiumIII-2GHz を用い、プログラミング言語に Java を採用している。

6.1 実験 MA に組み込む局所探索法は、(a): fast 2-opt 法⁽²⁾, (b): 即時移動戦略 2-opt 法, (c): 最良移動戦略 2-opt 法, (s): 改良 2-opt 法（提案手法）の合計 4 つの方法であり、これらを以下の実験で比較検討する。MA における GA の遺伝的操作の基本パラメータは、全ての実験を通して統一の値としている。具体的には、個体群の総数 40、世代上限 1000、制限時間 600sec、個体群に占める

突然変異の個体数（突然変異数率）を 30%，染色体長に占める突然変異遺伝子数（突然変異長率）を 30%とし、交叉率は 50%とした。これらの値は、予備実験を通して経験的に決定されている。

また、Converged の判断は、 $d \leq 10$ ，および、エリート解の変更無し世代経過数を 30 世代としている。ベンチマークテストは、文献 (19) から chr22a, chr22b, chr25a, had18, had20, kra30a, kra30b, nug27, nug28, nug30, tai40b を選び、実験回数は 100 回としている。さらに、5 章の改良 2-opt 法の評価プライオリティ EP の上限値については、1～15 の正の整数で設定し、それぞれで独立に実験を行っている。これにより探索範囲を多段階で決める探索による解発見時間への影響を評価プライオリティ EP の上限値設定との関係で観察することができる。ここで、評価プライオリティ EP の上限値は、以下の表、図、および文章において“Pr-添え字”の“添え字”の部分に相当している。例えば、Pr-2 とあれば、図 4 の様なプライオリティを個体（染色体）が持つ。

ここで、実験回数を 100 回にしたのは、50 回程度の独立した実験の回数では真の解の発見時間に大きな変動が認められ、さらにベンチマークテストによっては真の解の発見数が少なく、統計的に適切な標本とならない場合もあることが明らかになったためである。また、移動戦略として最良移動戦略に基づいているのは、最良移動戦略が、真の解の発見時間と発見数において即時移動戦略より安定した結果を得ることが明らかになったためである。これらについての詳細は、「付録 実験回数と移動戦略の選択について」を参照されたい。

6・2 実験結果 表 3 は、改良 2-opt 法において評価プライオリティ EP の上限値 Pr-1～15 における真の解発見に要した時間（100 回の平均）を示す。表中の太字箇所は、各ベンチマークテストにおける最長時間と最短時間のいずれかである。例えば、chr22a では、Pr-3 で 59.5 秒が最短平均発見時間であり、Pr-14 で 91.7 秒の最長平均発見時間となっている。表 3 の項目 $\frac{max}{min}$ は、評価プライオリティ EP の上限値 Pr-1～15 により変動した真の解の平均発見時間

について、その最大値／最小値を求めたものである。これによると、ベンチマークテストにもよるが、33%～66%もの時間差が評価プライオリティ EP の上限値により現れていることを示している。

ここで、最長平均発見時間が最短平均発見時間の最大 1.5 倍以上を示した chr22a, chr25a, nug30 を抜き出して、各評価プライオリティ EP の上限値の設定における変化を図 5 に示す。評価プライオリティ EP の上限値によって、真の解発見に至る時間に最大で 60%近い差が出ていることが明示される一方で、評価プライオリティ EP の上限値に関わらず $\frac{max}{min}$ は、最大で 60%で頭打ちになっているとも言える。今回、15 段階（評価プライオリティ EP の上限値の設定）までの振り分けによる実験までしか行っていないが、さらなる設定での解発見時間に及ぼす影響は興味深い。現在、この現象の研究に着手しており、改めて報告したい。

図 6 は、nug30 における最長平均発見時間を示した Pr-6 と最短平均発見時間を示した Pr-9 の真の解の発見時間のヒストグラムを階級幅 50 秒で示しているが、Pr-9 が 2 項分布のような形を示しているのに対し、Pr-6 はすそ野の広い 2 項分布か、一様分布の形を示していることがわかる。評価プライオリティ EP の上限値によって真の解の発見時間に差が出ていることが、このグラフを見ても明らかである。

そこで、最長平均発見時間と最短平均発見時間を示した実験の等分散性の検定、および母平均の差の検定を有意水準 5%で行った。ただし、等分散性の検定は片側検定を用い有意差が得られた場合は、母平均の差の検定に対応のない 2 標本・t 分布・Aspin-Welch 検定を用いる。等分散性の検定で有意な差が現れない場合は、両母分散が等しいとして、対応のない 2 標本・t 分布で検定を行う。仮に母平均に差が有意であれば、評価プライオリティ EP の上限値によって真の解の発見時間に違いが存在することを統計的に明確に示すことになる。検定結果を表 1 に示すが、nug27 以外の全てにおいて、真の解の平均発見時間の最短と最長を示した評価プライオリティ EP の上限値での比較では、明らかに有意な差が得られており、我々の提案するプライオリティによる多段階評価による影響を統計的に確認できる。

表 3 MA の局所探索に改良 2-opt 法 (Pr-1～15) を用いた実験結果

Table 3. Results of the improved 2-opt method(Pr-1～15) as a local search for Memetic Algorithm.

	Pr-1	Pr-2	Pr-3	Pr-4	Pr-5	Pr-6	Pr-7	Pr-8	Pr-9	Pr-10	Pr-11	Pr-12	Pr-13	Pr-14	Pr-15	$\frac{max}{min}$
chr22a	69.3	71.2	59.5	68.4	69.5	77.8	65.0	65.5	72.5	88.0	68.8	66.8	76.2	91.7	60.9	1.54
chr22b	96.4	114.7	106.3	104.4	108.9	110.3	131.3	96.1	127.7	125.9	108.1	123.0	111.9	113.1	124.0	1.36
chr25a	90.1	98.1	89.4	94.2	109.8	111.7	127.2	89.4	95.6	101.8	99.0	79.9	111.0	113.9	84.3	1.59
had18	0.50	0.46	0.44	0.42	0.51	0.55	0.48	0.51	0.50	0.56	0.50	0.47	0.48	0.47	0.48	1.32
had20	0.88	0.84	1.00	0.86	1.08	0.96	0.85	0.81	1.01	0.84	0.82	0.83	0.83	0.91	0.77	1.38
kra30a	122.5	127.0	124.9	119.5	113.0	115.1	112.1	109.8	122.6	121.2	116.5	99.2	109.4	132	128.9	1.33
kra30b	191.8	231.8	194.8	204.0	222.8	195.8	194.5	205.2	234.3	257.4	229.5	202.5	187.9	267.1	210.5	1.42
nug27	32.8	31.6	30.6	34.8	32.3	33.9	29.8	34.4	35.1	36.9	32.6	37.2	32.8	36.2	33.4	1.24
nug28	144.0	119.6	123.5	127.1	132.5	156.1	136.8	128.3	112.5	144.2	149.5	128.6	111.2	152.3	125.0	1.40
nug30	194.7	231.4	182.9	184.2	218.6	233	231.2	190.5	148.6	187.6	185.5	225.4	225.6	220.1	222.6	1.56
tai40b	324.8	324.9	317.9	317.4	295.9	304.6	288.1	320.4	301.8	276.9	303.7	294.8	317.8	293.1	301.5	1.17

$\frac{max}{min}$: max(Pr-1～Pr-15)/min(Pr-1～Pr-15)

図5 最長発見時間 / 最短発見時間

Fig. 5. The longest time / The shortest time.

図6 最長発見時間と最短発見時間
度数分布表 (nug30)

Fig. 6. The histograms of the longest time and the shortest time for findings of the exact solution of nug30.

表1 等分散性の検定 & 母平均の差の検定

Table 1. Test for homogeneity of variances & Test for equality between two means.

	THV(*:p <0.05)	TEBM(*:p <0.05/2)
chr22a	$F_{(95,94)}(0.05) < 2.345^*$	$T_{(164)}(0.025) < - 2.934 ^*$
chr22b	$F_{(51,57)}(0.05) > 1.401$	$T_{(108)}(0.025) < - 2.266 ^*$
chr25a	$F_{(97,97)}(0.05) < 2.772^*$	$T_{(159)}(0.025) < - 3.441 ^*$
had18	$F_{(99,99)}(0.05) < 2.386^*$	$T_{(170)}(0.025) < - 2.380 ^*$
had20	$F_{(99,99)}(0.05) < 1.845^*$	$T_{(182)}(0.025) < - 3.151 ^*$
kra30a	$F_{(96,99)}(0.05) < 1.732^*$	$T_{(179)}(0.025) < - 2.233 ^*$
kra30b	$F_{(80,81)}(0.05) < 1.666^*$	$T_{(151)}(0.025) < - 3.088 ^*$
nug27	$F_{(99,99)}(0.05) < 3.390^*$	$T_{(153)}(0.025) > - 1.890 $
nug28	$F_{(97,99)}(0.05) < 1.734^*$	$T_{(181)}(0.025) < - 3.007 ^*$
nug30	$F_{(81,78)}(0.05) > 1.295$	$T_{(159)}(0.025) < - 3.664 ^*$
tai40b	$F_{(81,82)}(0.05) > 1.213$	$T_{(163)}(0.025) < - 2.621 ^*$

THV: Test for Homogeneity of Variance.

TEBM: Test for Equality Between two Means.

p: significance level.

一方、ベンチマークテストの類似性を示唆すると推察できる結果も得られている。すなわち、nug28 と nug30, chr22b と chr25a, kra30a と kra30b は、それぞれ同一の評価プライオリティEP の上限値 (Pr-6, Pr-7, Pr-13) において最

表2 (a) の 1000 世代平均経過時間を基準にした
真の解の発見数

Table 2. Findings of the exact solution based on the elapsed time of (a)'s 1000 generation.

	(a)(sec.)	(b)	(c)	(s):Pr-1~15			
				X	Y	Avg.	SD
chr22a	18(70.0)	19	59	*70	59	62.0	4.75
chr22b	4(64.33)	5	19	*24	15	19.8	3.85
chr25a	31(109.63)	36	*75	*75	54	69.8	5.65
had18	*100(1.37)	*100	94	97	92	95.6	1.75
had20	*100(2.03)	*100	87	97	91	92.8	3.0
kra30a	93(339.58)	*100	89	98	89	92.2	2.70
kra30b	31(339.62)	67	65	*71	54	59.1	5.90
nug27	99(307.30)	*100	*100	*100	*100	100.0	0.0
nug28	86(342.59)	*96	93	*96	90	91.8	2.88
nug30	40(358.66)	*75	67	71	63	63.7	4.55
tai40b	76(600.71)	76	80	82	*83	77.7	3.30

(a):MA's local search method is the fast 2-opt method(FAMS)

(b):MA's local search method is the 2-opt method(FAMS)

(c):MA's local search method is the 2-opt method(BAMS)

(s):MA's local search method is the improved 2-opt method(BAMS)

SD:sample standard deviation

(sec.):the elapsed time of (a)'s 1000 generation

長平均発見時間を示している。問題の解空間の特徴を我々のプライオリティの概念を用いて表現できる可能性がある。これについても、今後の研究によって明らかにしたい。

以上、我々は、従来の 2-opt 法に対して fast 2-opt 法の don't look bit にヒントを得て、プライオリティという新しい概念、言い換えれば、新しいパラメータを導入し、この 6・2 節においてその効果を統計的に検証することで、効果のあるプライオリティの値 (評価プライオリティEP の上限値) が存在することを述べてきた。評価プライオリティEP の上限値によって真の解の発見時間に違いが出る上述の統計的事実は、仮に“適切な評価プライオリティEP の上限値”を見つける方法が考え出されれば、あるいは GA の各種パラメータのように経験的に設定すれば、それを用いて効果的に QAP のような組合せ最適化問題を効率よく解くことが出来ることを示している。

6・3 各手法の比較 MA に組み込む局所探索法の (a): fast 2-opt 法⁽²⁾, (b): 即時移動戦略 2-opt 法, (c): 最良移動戦略 2-opt 法, (s): 改良 2-opt 法 (提案手法) による実験結果を表 2 に示す。表 2 の X,Y は、表 3 の min,max を得た評価プライオリティEP の上限値における「(a) の 1000 世代平均経過時間を基準にした真の解の発見数」を示している。従って、表 2 は、各ベンチマークにおける (a) の 1000 世代平均経過時間 (表中括弧内: 秒) 以下で発見された、(a), (b), (c), (s) における真の解の発見数についての結果を示している。

例えば、表 2 の chr22a における (s) の X は 70 であるが、これは評価プライオリティEP の上限値 (Pr-3: 表 3 参照) の時に発見された「(a) の 1000 世代経過時間を基準にした真の解の発見数」が 70 あったことを示す。ところで、表 2 の太字部分は、我々の提案する (s) よりも良い結果を示し

ている箇所を示し、“*”マークは、(a), (b), (c), (s) の中で、最も良い結果を示した箇所に付加されている。

ここで、実験の評価基準を「(a) の 1000 世代平均経過時間を基準にした真の解の発見数」としたのは、(a), (b), (c), (s) で遺伝子操作法が異なることに起因している。つまり、移動戦略、あるいは突然変異や交叉による遺伝子の入れ替え回数が異なると考えられるからである。例えば、移動戦略について言えば、即時移動戦略では、2-opt 法（局所探索法）による遺伝子の入れ替えよりも突然変異と交叉の回数が多く、最良移動戦略では 2-opt 法による遺伝子の入れ替えが多いと一般的に考えて良い。実際、chr22a における真の解平均発見世代と真の解の平均発見時間では $\{(a): 14.33 \text{ 世代/秒}; 38.8 \text{ 秒}, 556.2 \text{ 世代}\}$ $\{(b): 4.62 \text{ 世代/秒}; 101.9 \text{ 秒}, 470.9 \text{ 世代}\}$ $\{(c): 2.90 \text{ 世代/秒}; 86.2 \text{ 秒}, 250.3 \text{ 世代}\}$ $\{(s): 2.99 \text{ 世代/秒}; 71.4 \text{ 秒}, 213.6 \text{ 世代}\}$ となっており、即時移動を用いた (a), (b) と最良移動を用いた (c), あるいは (s) では、単位時間あたりの世代数が異なることが分かる。従って、単純に世代数や適応度評価回数の大小を用いた手法の評価は困難である。

そこで我々は、(a) が各ベンチマークテストで 1000 世代経過するのに要する時間を制限時間として、その時間内での各手法の真の解発見数を評価することにした。これにより、“真の解発見数を加味し、かつ世代や適応度評価の回数に比例する指標”を用いた評価ができる。

次に、我々は、2-opt 法における新しいパラメータの導入を提案しており、良好な結果だけを示した評価プライオリティEP の上限値だけの結果の報告よりは、今後の参考のため、実験の結果として X 以外に Y と平均値を記してある。また、データの分布を捉えるために標本標準偏差 (SD) も併記した。ここで表記された X, Y, Max, 平均値, SD は、Pr-1~Pr-15 で得られた結果となっていることに留意されたい。

移動戦略として最良移動戦略を用いている (c) と (s) の比較をすると、(s) が X 項目において (c) より劣っている箇所はない。(s) が (c) に対してプライオリティの概念を持った移動戦略を組み込んだ方法であることを考えると、“適切な評価プライオリティEP の上限値”が与えられれば、改良 2-opt 法のプライオリティによる多段振り分けが我々の意図した通りに機能し、2-opt 法における最良移動戦略の改良手法として成功を収めていることを示す結果となっている。

次に、(c) と (s) で良好な結果を示している chr25a 以外のベンチマークテストを解いた成績は、(b) と (s) に集中しているが、個々のベンチマークテストの結果に注意して見ると (b) が (s) に比べて良いのは nug30 と had18, had20 である。しかしながら、had*シリーズは、(a), (b), (c), (s) のどの手法を用いても数秒以内で真の解を全て発見することができる問題であり、他のベンチマークテストに比べて比較的易しい。had*シリーズの各手法の最長発見時間を参考までに記すと、それぞれ

$\{(a): \text{had18}(1.37 \text{ 秒}), \text{had20}(2.03 \text{ 秒})\}$, $\{(b): \text{had18}(0.71 \text{ 秒}), \text{had20}(1.32 \text{ 秒})\}$, $\{(c): \text{had18}(2.14 \text{ 秒}), \text{had20}(4.23 \text{ 秒})\}$, $\{(s): \text{had18}(4.45 \text{ 秒}, \text{Pr-9}), \text{had20}(4.95 \text{ 秒}, \text{Pr-12})\}$ となるが、最短探索時間は、全ての手法で 0.0 秒であった。最良移動戦略でも短時間で解けないことはないが、had*シリーズのような比較的易しい問題は、2-opt 法の移動戦略として即時移動戦略を持った探索手法が、良好な結果を得ることができる。

一方、(s) は、chr22a, chr22b, chr25a と kra30b, tai40b に良好な結果を残している。特に、chr*シリーズは、(a), (b) の 2 倍強 ~ 3.5 倍の真の解の発見を示している。即時移動戦略で解の発見が非常に困難な問題に対して、最良移動戦略による解探索は良好な結果を得ることが分かる。

7. まとめ・課題

本論文では、fast 2-opt 法にヒントを得た 2-opt 法の改良法を提案・実現・検証した。簡潔に言えば、fast 2-opt 法の don't look bit が 2 値であるのに対し、“多値の概念”、すなわちプライオリティを導入し、それを用いた手法の有効性を統計的に検証している。特に、評価プライオリティEP の上限値の違いによって、真の解の発見数と発見時間に“有意な差”が現れることを統計処理により明らかにした。この“有意な差”の出現は、“適切な評価プライオリティEP の上限値”を得ることができれば、非常に効果的に問題が解けることを意味する。この評価プライオリティEP の上限値は、MA における局所探索法（2-opt 法）の新しいパラメータであるが、このパラメータの適切な値を得るための方法は、現在、我々が最も力を入れている研究領域である。これについては、文献 (23) に研究成果がある。

また、我々の手法は、2-opt 法の移動戦略として捉えた場合、最良移動戦略の改良法となるが、実験結果は“適切な評価プライオリティEP の上限値”が与えられれば、計算時間を統一し、真の解の発見数を考慮に入れた場合に良い結果を得ることも示している。

今後の課題は、プライオリティを多値に設定する今回の我々のアイディアは、さまざまな手法に組み込むことが出来るので、組み込んだ手法で各種問題を解き、性能を検証したい。また、いわゆる QAP の Large 問題について、本論文で用いた染色体長は最大 40 (tai40b) であったので、それ以上になるベンチマークテストでの検証も残っている。今回の計算資源では、評価プライオリティEP の上限値の値を 5 (Pr-5) として染色体長が 50 のベンチマークテスト (tai50b) を 10 分程度の時間制限で 50 回試行を実施した場合、平均 10.6 世代 (622.8sec) で、一つの真の解も発見できず、真の解との誤差の平均は 0.4% 弱であった。ここで、評価プライオリティEP の上限値以外の各種パラメータは、6 節と同じである。この結果から、ベンチマークテストの難易度にもよると思うが、進化計算により真の解を発見するには、GA による突然変異や交叉を含んだ十分な世代を経させるための十分な時間が必要であることが分かる。

最後に、GA の突然変異率や交叉率など、各種パラメータと同様に、評価プライオリティEP の上限値という新しいパラメータの“適切な値”についての研究は、それを求めるための手法の開発も含めて重要である。

謝 辞

本論文に対して、数々の有益なるご指摘を賜りました。ここに、査読者各位に心より感謝の意を表します。
(平成 15 年 5 月 12 日受付, 平成 16 年 3 月 23 日再受付)

文 献

- (1) J.L. Bentley: “Experiments on Traveling Salesman Geuristics”, in Proceedings of the First Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pp.91-99 (1990)
- (2) P. Merz and B. Freisleben: “Fitness Landscape Analysis and Memetic Algorithms for the Quadratic Assignment Problem”, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.4, No.4, pp.337-352 (2000)
- (3) P. Merz and B. Freisleben: “Genetic Algorithms for Binary Quadratic Programming”, in Proceedings of the 1999 International Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO'99), Morgan Kaufmann, pp.417-424 (1999)
- (4) P. Merz and B. Freisleben: “A Genetic Local Search Approach to the Quadratic Assignment Problem”, in Proceedings of the 7th International Conference on Genetic Algorithms (7th ICGA), Morgan Kaufmann, pp. 456-472 (1997)
- (5) B. Freisleben and P. Merz: “A Genetic Local Search Algorithm for Solving Symmetric and Asymmetric Traveling Salesman Problems”, in Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation, IEEE Press, pp.616-621 (1996)
- (6) B. Freisleben and P. Merz: “New Genetic Local Search Operators for the Traveling Salesman Problem”, in Proceedings of the 4th Conference on Parallel Problem Solving from Nature - PPSN IV, Vol.1141 of Lecture Notes in Computer Science, Springer, pp.890-899 (1996)
- (7) K.D. Boese, A.B. Kahng, and S. Muddu: “New Adaptive Multistart Techniques for Combinatorial Global Optimizations”, *Operations Research Letters* 16(2), pp.101-113 (1994)
- (8) E.D. Taillard and L.M. Gambardella: “Adaptive Memories for the Quadratic Assignment Problem”, Research report, IDSIA Lugano, Switzerland (1997)
- (9) L.M. Gambardella, E.D. Taillard, M. Dorigo, “Ant Colonies for the Quadratic Assignment Problem”, *Journal of the Operational Research Society* 50, pp.167-176 (1999)
- (10) Koopmans, Tjalling C. Beckmann, and J. Martin: “Assignment Problems and the Location of Economic Activities”, *Econometrica*, Vol.25, pp.53-76 (1957)
- (11) K. Katayama, M. Tani, and H. Narihisa: “Landscape Analysis of the Binary Quadratic Programming Problem and Genetic Local Search Performance”, *The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers(IEICE)(A)*, Vol.J84-A, No.10, pp.1258-1271 (2001-10) (in Japanese)
片山謙吾・谷 昌史・成久洋之:「バイナリー 2 次計画問題の地形解析と遺伝的局所探索の性能」, 信学論 (A), J84-A, 10, pp.1258-1271 (2001-10)
- (12) K. Katayama and H. Narihisa: “A Variant $k-opt$ Local Search Heuristic for Binary Quadratic Programming”, *IEICE(A)*, Vol.J84-A, No.3, pp.430-435 (2001-3) (in Japanese)
片山謙吾・谷 昌史・成久洋之:「バイナリー 2 次計画問題に対する変形 $k-opt$ 局所探索法」, 信学論 (A), J84-A, 3, pp.430-435 (2001-3)
- (13) K. Kohmoto, K. Katayama, and H. Narihisa: “A Efficiency Enhancement of $k-opt$ Local Search Heuristic for Binary Quadratic Programming”, *IEICE(DI)*, Vol.J85-D-I, No.3, pp.322-328 (2002-3) (in Japanese)
河本敬子・片山謙吾・成久洋之:「バイナリー 2 次計画問題に対する変形 $k-opt$ 局所探索法の効率化」, 信学論 (DI), J85-D-I, 3, pp.322-328 (2002-3)
- (14) T. Yamada and C.R. Reeves: “Landscape Analysis of the

Flowshop Sheduling Problem and Genetic Local Search”, *IPSI*, Vol.39, No.7, pp.2112-2123 (1998-7) (in Japanese)
山田武士・Colin R. Reeves:「フローショップスケジューリング問題の地形解析と遺伝的局所探索による解法」, 情処学論, 39, 7, pp.2112-2123 (1998-7)

- (15) 柳浦睦憲・茨木俊秀: 組み合わせ最適化 - メタ戦略を中心として -, 朝倉書店 (2001)
- (16) E.S. Buffa, G.C. Armour, and T.E. vollmann: “Allocating Facilities with CRAFT”, *Harvard Business Review*, pp.136-158 (1964-3)
- (17) Gordon C. Armour and Elwood S. Buffa: “A HEURISTIC ALGORITHM AND SIMULATION APPROACH TO RELATIVE LOCATION OF FACILITIES”, *Management Science*, pp.294-309 (1963-1)
- (18) A.K. Dewdney: “Exploring the field of genetic algorithms in a primordial computer sea full of flibs”, *Scientific American*, Vol.85, No.5, pp.16-21 (1985)
- (19) R.E. Burkard, E. Cela, S.E. Karisch, and F. Rendl: “QAPLIB - A Quadratic Assignment Problem Library”, *Journal of Global Optimization* 10:391-403, 1997. Updated Version: <http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/qaplib/>.
- (20) P.M. Hahn and J. Krarup: “A Hospital Facility Layout Problem Finally Solved”, to appear in *Journal of Industrial Management* (2000)
- (21) I.M. Oliver, D.J. Smith, and J.R.C. Holland: “A Study of Permutation Crossover Operators on the Traveling Salesman Problem”, in Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms (2nd ICGA), Lawrence Erlbaum, pp.224-230 (1987)
- (22) V. Bachelet, P. Preux, and E.G. Talbi: “Parallel hybrid metaheuristics : application to the quadratic assignment problem”, *Actes du Colloque d'Optimisation Parallele (POC96)*, Versailles, 233-242 (1996)
- (23) M. Matayoshi, M. Nakamura, and H. Miyagi: “An expanding improved 2-opt method and An adaptive priority setting method for Quadratic Assignment Problem”, *T.IEE Japan* (2003) (投稿中)

付 録

実験回数と移動戦略の選択について

実験回数 付表 1 は、11 種類の QAP を局所探索法として fast 2-opt 法 (FAMS) を用いて、50 回の実験を 2 回実施した結果である。実験時の諸設定は、6・1 節と同じである。表中の値は、50 回の実験のうち、真の解、あるいは現在知られている最良解の発見に成功したもののデータである。付表 1 をみると、真の解の発見時間、発見世代、あるいは発見数にばらつきが見られ、発見時間における変動率の大きさを見ると最小 2.59%から最大 66.30%までである。この事実だけでも高々50 回程度の実験で手法の定性的な議論を行うことには、危険があることが分かる。

そこで、真の解の発見時間において 2 つの群間 (A: 実験 1 と B: 実験 2) の等質性を母平均の差の検定により検証する。これは実験に用いた 11 種類全てのベンチマークテストにおいて、2 回の独立した実験により得られたデータは、同一母集団からの標本であり、母平均、母分散が同じとならなければならないので、もし統計処理により有意な差が現れれば、母集団の適切なサンプリングになってないことを示すことになる。

比較する 2 つの実験 A,B は、それぞれ同一の母集団からの標本ではあるが、等分散性についても未知であるので、対応のない 2 標本・t 分布、片側検定で等分散性の検定を行い、有意差が示された場合は、母平均の差の検定を Aspin-

付表 1 fast 2-opt 法の真の解発見時の実験結果：
移動戦略に FAMS を採用

app. Table 1. Experimental results of fast 2-opt method at the exact solution finding (FAMS is adopted as a movement strategy).

	Time			Generations		Findings	
	A	B	Rate%	A	B	A	B
chr22a	41.69	36.61	13.86	594.75	525.40	8	10
chr22b	25.10	41.74	-66.30	366.00	726.00	2	2
chr25a	68.49	55.84	22.63	620.20	505.25	15	16
had18	0.29	0.30	-3.30	4.88	5.20	50	50
had20	0.46	0.53	-15.21	4.88	5.64	50	50
kra30a	90.28	97.42	-7.91	264.86	286.83	45	48
kra30b	138.59	168.69	-21.73	405.77	495.15	18	13
nug27	32.18	37.55	-16.69	106.79	124.30	49	50
nug28*+	130.45	87.99	48.26	380.95	255.08	41	45
nug30	116.99	114.02	2.59	316.04	324.58	23	17
tai40b	246.19	261.75	-6.32	163.07	165.76	38	38

A : Test1, B : Test2

Rate%=(A-B)*100/Min(A,B)

*: Test for homogeneity of variance(Level of significance = 5 %)

+: Test for equality between two means(Level of significance = 5 %)

Welch 検定で有意水準 5%の両側検定で行う。それ以外は、それぞれの分散を $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ として、t 検定の有意水準 5%の両側検定を行った。表中のベンチマークテストに記したアスタリスクマークが等分散性の有意差の有無を示し、プラスマークが母平均の有意差の有無を示している。

検定の結果は、nug28 以外での有意差は認められなかった。また、chr22b は、真の解の発見数が少ないため、検定不能であった。従って、統計処理の結果からは、nug28 を除いてどちらか一方を実験結果として採用しても差し支えないといえるが、変動率が 10%以上を示すものが 7/11 も出現していることについて、客観的に憂慮すべきである。

ここで、nug28 において実験回数を 100 回とし、それを 2 回実施して先ほどと同様の検定を行う。等分散性の検定では $F_{(85,91)}(0.957) = 0.654 < f = 0.914 < 1.526 = F_{(85,91)}(0.025)$ となり、帰無仮説は捨てられないので、2 つの母分散は等しいと見なしてよい。そこで、母平均の差の検定では $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ として、t 検定で $p < 0.05$ の両側検定を行うと、結果は $T = 0.034 < t_{(85+91-1)}(0.025) = 1.973$ となり、有意差は認められなかった。すなわちデータ数をそれぞれ 100 とした場合、等分散性を持ち、かつ母平均に差のない、同一母集団からの適切なサンプルになる。先述の nug28 の母平均の差の検定が有意であった原因は、データ数の少なさに起因する、いわゆる第 1 種の過誤であると考えられる。

実際、nug28 における実験回数 100 回でのそれぞれ 2 つの実験の平均は $\mu_1 = 108.23, \mu_2 = 107.82$ 、分散は $\sigma_1^2 = 6082.84, \sigma_2^2 = 6649.73$ であるので、データ数を 100 とした場合の各種統計値は、代表値としてみなしてよいと考えられる。

以上をまとめると、移動戦略に FAMS を採用した fast 2-opt 法を MA の局所探索法として用いて QAP を解く際

付表 2 即時移動戦略を用いた 2-opt 法による真の解発見時の実験結果

app. Table 2. Experimental results by 2-opt method (FAMS) at the exact solution finding.

	Time			Generations		Findings	
	A	B	Rate%	A	B	A	B
chr22a	95.14	108.46	-14.00	438.73	501.96	26	27
chr22b	119.05	46.12	158.10	571.83	220.00	6	5
chr25a	114.95	129.01	-12.23	333.71	377.50	32	38
had18	0.20	0.19	2.81	0.74	0.64	50	50
had20	0.31	0.29	5.15	1.08	0.42	50	50
kra30a*	46.02	43.92	4.77	47.06	45.16	50	50
kra30b	205.88	236.38	-14.82	216.80	249.44	45	43
nug27*	16.23	20.16	-24.22	20.74	24.58	50	50
nug28	110.72	121.10	-9.39	112.26	122.16	50	50
nug30	220.86	173.99	26.93	208.73	160.47	45	46
tai40b	238.97	240.42	-0.61	53.19	53.45	36	40

A : Test1, B : Test2

Rate%=(A-B)*100/Min(A,B)

*: Test for homogeneity of variance(Level of significance = 5 %)

+: Test for equality between two means(Level of significance = 5 %)

付表 3 最良移動戦略を用いた 2-opt 法による真の解発見時の実験結果

app. Table 3. Experimental results by 2-opt method (BAMS) at exact solution finding.

	Time			Generations		Findings	
	A	B	Rate%	A	B	A	B
chr22a*	95.92	76.04	26.14	280.53	218.10	49	46
chr22b	125.76	127.64	-1.50	376.84	388.00	25	32
chr25a	90.37	70.93	27.40	154.32	118.22	49	50
had18*	0.54	0.52	4.62	0.90	2.02	50	50
had20	0.92	1.06	-15.17	1.80	1.72	50	50
kra30a	119.80	116.02	3.25	51.57	50.60	49	48
kra30b	184.92	201.87	-9.17	80.97	88.73	37	38
nug27*	29.12	34.02	-16.85	13.82	15.74	50	50
nug28*	144.24	108.95	32.39	63.16	47.08	50	49
nug30	198.84	178.23	11.56	81.45	72.97	37	40
tai40b	293.07	329.30	-12.37	18.81	21.54	43	37

A : Test1, B : Test2

Rate%=(A-B)*100/Min(A,B)

*: Test for homogeneity of variance(Level of significance = 5 %)

+: Test for equality between two means(Level of significance = 5 %)

には、比較的少ないデータ数では、偶然に良い結果、あるいは悪い結果を得ることがあるという事実を示し、高々 50 回程度の実験では定性的な議論をするには、危険があることが分かる。適切なサンプリングとなっていない例中にもあるため、傾向はつかめるものの探索にかかった時間 (CPU タイム) について言及する場合は、手法やベンチマークテストによってばらつきがあることを考慮しなければならない。

移動戦略 付表 2, 3 は、11 種類の QAP を付表 1 と同様に 50 回の実験を 2 回実施して得た実験結果と検定結果である。検定の手順は、付表 1 の場合と同じである。これら 2 つの移動戦略では、母平均の差の検定による有意差が一つも得られなかった。しかしながら、付表 1 と同様に変動率が 10%以上を示すものが付表 2, 3 でそれぞれ 6/11, 7/11 もあり、ベンチマークテストによっては、発見時間の変動

率に大きな値を認めることが出来る。また、即時移動戦略での chr22b は、変動率 158.1% と大きな値を示しているが有意差は得られていない。これは、解の発見数が少ないことに起因してると考えられる。

我々は、以上を踏まえて全ての実験を 100 回行うことにした。厳密に言えば、100 回の試行を 2 回行い、その両方で検定を行うべきであるが、上述の議論で十分だと考えられるので、それは割愛した。また、付表 2, 3 を比較すると、最良移動戦略は真の解の発見時間と発見数において即時移動戦略より安定しているので、我々の改良 2-opt 法では、最良移動戦略に基づいた移動戦略を用いている。

又 吉 光 邦（非会員）1965 年生。1990 年 3 月琉球大学大学院工学研究科電気・情報工学専攻修了。1994 年名桜大学講師。1999 年沖縄国際大学講師，2001 年同大学助教授，2002 年同大学教授。主として人工知能，進化計算，組み合わせ最適化に関する研究に従事。電子情報通信学会，情報処理学会，人工知能学会などの会員。

名嘉村 盛 和（正員）1966 年生。1991 年 3 月琉球大学大学院工学研究科電気・情報工学専攻修了。琉球大学工学部情報工学科助手を経て，1996 年同助教授。博士（工学）。並列分散処理，進化計算，ペトリネット，バイオインフォマティクス等の研究と教育に従事。電子情報通信学会，情報処理学会，人工知能学会，IEEE などの会員。

宮 城 隼 夫（正員）1949 年生。1977 年 3 月大阪府立大学大学院博士課程電気工学専攻修了。1977 年琉球大学理工学部電気工学科助手を経て，1987 年同助教授，1987 年同教授。工学博士。地理情報システム，意志決定，システム安定論の研究と教育に従事。電子情報通信学会，日本ファジィ学会，計測制御学会，情報処理学会，IEEE などの会員。